Sistema de unidades y vectores

Universidad de Nariño

M.Sc. Alejandro Molina

Departamento de física,
Ciencias exactas y Naturales,
Universidad de Nariño,
San Juan de Pasto

Tabla de contenido

SISTEMAS DE UNIDADES

Un sistema de unidades es un conjunto uniforme de medidas adoptado por convención o ley. Las unidades pueden ser básicas, definidas por un patrón, o derivadas, formadas a partir de otras unidades.
Los principales sistemas de unidades son: Sistema Internacional (SI), Sistema Métrico Decimal, Sistema Cegesimal (CGS). El

Sistema Internacional de Unidades (SI) es una evolución del **Sistema Métrico Decimal**, pero con una estandarización más completa y una base científica más sólida.

El **Sistema Cegesimal de Unidades (CGS)** es un sistema basado en el Sistema Métrico Decimal, pero adaptado para facilitar cálculos en ciencia, especialmente en electromagnetismo y mecánica.

Diferencias principales

- **Sistema Métrico Decimal**: Usa el metro (m) y el kilogramo (kg) como unidades principales.
- **Sistema Internacional (SI)**: Define **siete unidades básicas**:
  - **Metro (m)** → Longitud
  - **Kilogramo (kg)** → Masa
  - **Segundo (s)** → Tiempo
  - **Amperio (A)** → Corriente eléctrica
  - **Kelvin (K)** → Temperatura
  - **Mol (mol)** → Cantidad de sustancia
  - **Candela (cd)** → Intensidad luminosa
- El **Sistema Métrico Decimal** es más flexible y menos riguroso en definiciones.
- El **SI** tiene definiciones más precisas basadas en constantes físicas universales.

Unidades básicas del Sistema CGS

- **Longitud:** Centímetro (**cm**)
- **Masa:** Gramo (**g**)
- **Tiempo:** Segundo (**s**)

El **CGS** fue ampliamente utilizado en física, pero fue reemplazado en la mayoría de aplicaciones científicas por el **Sistema Internacional (SI)** debido a su mayor coherencia y facilidad de uso con unidades más grandes (metro y kilogramo en lugar de centímetro y gramo).

Definición de la unidad de longitud

En 1960, el metro se definió utilizando la longitud de onda de la luz emitida por átomos de kriptón-86. En 1983, se redefinió en función de la velocidad de la luz en el vacío, fijándola exactamente en 299,792,458 m/s. Así, el metro se define como la distancia que la luz recorre en 1/299,792,458 segundos, proporcionando un estándar más preciso que el anterior.

Definición de la unidad de tiempo

Antes de 1967, el segundo se definía como una fracción del día solar medio. Desde entonces, se basa en un reloj atómico de cesio, que mide el tiempo según la transición energética del átomo de cesio. Un segundo equivale a 9,192,631,770 ciclos de esta radiación de microondas, proporcionando una medición mucho más precisa.

El **día solar medio** es el tiempo promedio que tarda el Sol en cruzar el meridiano de un lugar en días consecutivos, es decir, el tiempo entre dos momentos en los que el Sol alcanza el punto más alto en el cielo (cenit). Este periodo varía a lo largo del año debido a la inclinación del eje terrestre y la órbita elíptica de la Tierra, por lo que se usa un promedio anual para definirlo. Su duración aproximada es de **24 horas o 86,400 segundos**.

Definición de Masa

El estándar de masa, el kilogramo (que se abrevia kg), se define como la masa de un cilindro de aleación platino-iridio específico que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, cerca de París (figura 1.4). Un estándar atómico de masa sería más fundamental; sin embargo, en la actualidad no podemos medir masas a escala atómica con tanta exactitud como a escala macroscópica. El gramo (que no es una unidad fundamental) es de 0.001 kilogramos.

Unidades derivadas del SI

Magnitud Física	**Unidad**	**Símbolo**	**Expresión en unidades básicas**
Frecuencia	Hertz	Hz	s^{-1}
Fuerza	Newton	N	$kg{\cdot}m/s^2$
Presión	Pascal	Pa	$N/m^2 = kg/(m{\cdot}s^2)$
Energía, trabajo, calor	Joule	J	$N{\cdot}m = kg{\cdot}m^2/s^2$
Potencia	Watt	W	$J/s = kg{\cdot}m^2/s^3$
Carga eléctrica	Coulomb	C	$A{\cdot}s$
Diferencia de potencial	Volt	V	$W/A = kg{\cdot}m^2/(A{\cdot}s^3)$
Capacitancia	Faradio	F	$C/V = A^2s^4/(kg{\cdot}m^2)$
Resistencia eléctrica	Ohm	Ω	$V/A = kg{\cdot}m^2/(A^2s^3)$
Conductancia eléctrica	Siemens	S	$A/V = A^2s^3/(kg{\cdot}m^2)$
Flujo magnético	Weber	Wb	$V{\cdot}s = kg{\cdot}m^2/(A{\cdot}s^2)$
Densidad de flujo magnético	Tesla	T	$Wb/m^2 = kg/(A{\cdot}s^2)$
Inductancia	Henry	H	$Wb/A = kg{\cdot}m^2/(A^2s^2)$
Flujo luminoso	Lumen	lm	$cd{\cdot}sr$
Iluminancia	Lux	lx	$lm/m^2 = cd{\cdot}sr/m^2$
Actividad radiactiva	Becquerel	Bq	s^{-1}
Dosis absorbida	Gray	Gy	$J/kg = m^2/s^2$
Dosis equivalente	Sievert	Sv	$J/kg = m^2/s^2$

Unidades derivadas del CGS

Magnitud Física	**Unidad CGS**	**Símbolo**	**Expresión en unidades básicas**
Fuerza	Dina	dyn	$g{\cdot}cm/s^2$
Energía, trabajo	Erg	erg	$dyn{\cdot}cm = g{\cdot}cm^2/s^2$
Presión	Barias	Ba	$dyn/cm^2 = g/(cm{\cdot}s^2)$
Potencia	Erg por segundo	erg/s	$g{\cdot}cm^2/s^3$
Viscosidad dinámica	Poise	P	$g/(cm{\cdot}s)$
Viscosidad cinemática	Stokes	St	cm^2/s
Frecuencia	Hertz	Hz	s^{-1}
Aceleración	Gal	Gal	cm/s^2
Tensión superficial	Dina por centímetro	dyn/cm	g/s^2

Sistema Inglés de Unidades

El Sistema Inglés de Unidades (o Sistema Imperial Británico) fue ampliamente utilizado en el Reino Unido y sus colonias antes de la adopción del Sistema Internacional (SI). Aunque el Reino Unido ha migrado al SI, muchas unidades aún se usan en la vida cotidiana y en sectores específicos, especialmente en Estados Unidos. Unidades principales:

Magnitud	**Unidad**
Longitud	Pulgada (in), pie (ft), yarda (yd), milla (mi)
Masa	Onza (oz), libra (lb), tonelada (ton)
Tiempo	Segundo (s)
Temperatura	Grado Fahrenheit (°F)
Fuerza	Libra-fuerza (lbf)
Energía	BTU (unidad térmica británica)

Unidades derivadas del sistema inglés

Cantidad	**Unidad**	**Símbolo**
Área	pie cuadrado	ft^2
Volumen	pie cúbico	ft^3
Velocidad	pies por segundo	ft/s
Aceleración	pies por segundo cuadrado	ft/s^2
Fuerza	libra-fuerza	lbf
Trabajo / Energía	libra-pie	lbf·ft
Potencia	caballo de fuerza	hp
Presión / Tensión	libra por pulgada cuadrada	lbf/in^2
Densidad	libra por pie cúbico	lb/ft^3
Fuerza superficial	libra por pie cuadrado	lbf/ft^2
Carga eléctrica	culombio	C
Capacitancia	faradio (en sistema inglés)	F
Resistencia eléctrica	ohm (en sistema inglés)	Ω
Conductancia eléctrica	siemens (en sistema inglés)	S
Temperatura	grado Fahrenheit	°F
Cantidad de sustancia	mol (igual que en SI)	mol
Intensidad luminosa	candela (igual que en SI)	cd

Más información

- conversiones
- Metrología y sus aplicaciones

Conversión de unidades

En la práctica profesional, es común convertir unidades entre el Sistema Inglés y el Sistema Internacional, o dentro del mismo sistema. Sin embargo, estas conversiones deben hacerse con mucha precisión, ya que los errores pueden tener consecuencias graves.

En 1999, un error en la conversión de unidades entre el Sistema Inglés y el Sistema Internacional causó la destrucción del Mars Climate Orbiter de la NASA. Un programa de computadora, diseñado para usar el Sistema Inglés en lugar del Sistema Internacional, provocó que el satélite se acercara demasiado a Marte y se destruyera por la fricción atmosférica. Este error costó a la NASA 125 millones de dólares.

Ejemplos de conversión de unidades

Ejemplo 2: Conversión de presión
Convertir 100 atmósferas a pascales (Pa).
Sabemos que:

$$1\,\text{atmósfera} = 101325\,\text{pascales}$$

$$100\,\text{atm} = 100 \times 101325\,\text{Pa} = 10,132,500\,\text{Pa}$$

Ejemplo 3: Conversión de densidad
Convertir 1.5 g/cm^3 a kg/m^3.
Sabemos que:

$$1\,\text{g} = 0{,}001\,\text{kg}, \quad 1\,\text{cm} = 0{,}01\,\text{m}$$

$$1{,}5\,\text{g/cm}^3 = 1{,}5 \times \frac{0{,}001\,\text{kg}}{(0{,}01)^3\,\text{m}^3} = 1{,}5 \times 1000\,\text{kg/m}^3 = 1500\,\text{kg/m}^3$$

Convertir 50 millas por hora a metros por segundo.

1. Calcular los factores de equivalencia:

- $1\,\text{milla} = 1609{,}3441\,\text{m}$
- $1\,\text{hora} = 3600\,\text{segundos}$

2. Igualar las unidades finales al producto de las unidades iniciales por los factores de conversión:

$$\text{velocidad} = 50\,\frac{\text{millas}}{\text{hora}} = 50 \times \frac{1609{,}3441\,\text{millas}}{1\,\text{milla}} \times \frac{1\,\text{hora}}{3600\,\text{segundos}}$$

$$= 50 \times \frac{1609{,}3441}{3600}\,\frac{\text{m}}{\text{s}} = 22{,}352\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Prefijos

Prefijo	**Símbolo**	**Factor**
Yotta	Y	10^{24}
Zetta	Z	10^{21}
Exa	E	10^{18}
Peta	P	10^{15}
Tera	T	10^{12}
Giga	G	10^{9}
Mega	M	10^{6}
Kilo	k	10^{3}
Hecto	h	10^{2}
Deca	da	10^{1}

Prefijo	**Símbolo**	**Factor**
Deci	d	10^{-1}
Centi	c	10^{-2}
Milli	m	10^{-3}
Micro	μ	10^{-6}
Nano	n	10^{-9}
Pico	p	10^{-12}
Femto	f	10^{-15}
Atto	a	10^{-18}
Zepto	z	10^{-21}
Yocto	y	10^{-24}

Ejemplos

Supongamos que tienes una distancia de 5000 metros (m) y deseas convertirla a kilómetros (km). Sabemos que:

$$1\,\mathrm{km} = 10^3\,\mathrm{m}$$

Para convertir 5000 metros a kilómetros:

$$5000\,\mathrm{m} \times \left(\frac{1\,\mathrm{km}}{1000\,\mathrm{m}}\right) = 5\,\mathrm{km}$$

Por lo tanto, 5000 metros son 5 kilómetros.

Supongamos que tienes 5000 miligramos (mg) y deseas convertirlo a gramos (g). Sabemos que:

$$1\,\mathrm{g} = 10^3\,\mathrm{mg}$$

Para convertir 5000 miligramos a gramos:

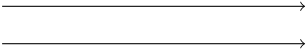
$$5000\,\mathrm{mg} \times \left(\frac{1\,\mathrm{g}}{1000\,\mathrm{mg}}\right) = 5\,\mathrm{g}$$

Por lo tanto, 5000 miligramos son 5 gramos.

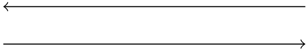
Concepto de dirección

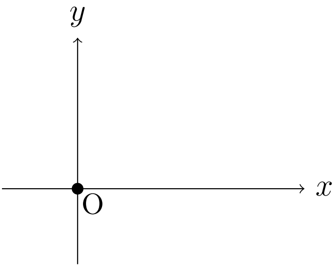
Una línea recta podemos movernos en dos sentidos opuestos, definidos por signos. Al establecer un sentido positivo, se orienta y se convierte en un sistema de referencia o eje coordenado.

Rectas paralelas con la misma dirección.



Rectas antiparalelas con direcciones opuestas.

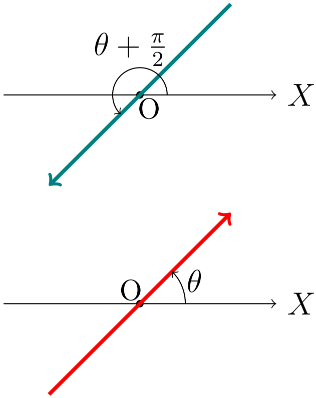




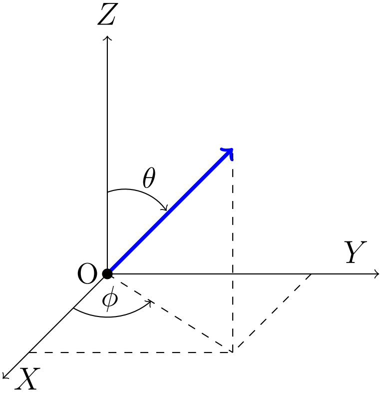
Sistema de referencia x, y.

Concepto de dirección

Las direcciones se indican con flechas y, en un plano, se determinan por un ángulo respecto a una dirección de referencia. En el espacio, se requieren dos ángulos para definir una dirección.



Dirección en 2D.



Dirección en 3D

Cantidades escalares y vectores

En física, las cantidades se clasifican en dos tipos principales:

- **Escalares**: Definidas únicamente por su magnitud (valor numérico y unidad).
- **Vectoriales**: Caracterizadas por tener magnitud, dirección y sentido.

Cantidades Escalares

Definición: Las cantidades escalares se definen únicamente por su magnitud, sin dirección asociada.

Ejemplos:

- Masa: $5\,\mathrm{kg}$
- Tiempo: $20\,\mathrm{s}$
- Temperatura: $30^\circ\,\mathrm{C}$
- Distancia: $100\,\mathrm{m}$
- Energía: $200\,\mathrm{J}$
- Volumen: $2\,\mathrm{L}$
- Densidad: $1{,}2\,\mathrm{kg/m^3}$

Cantidades Vectoriales

Definición: Las cantidades vectoriales poseen magnitud, dirección y sentido, y se representan como un segmento recto con una flecha cuya longitud es proporcional a su magnitud. Se denotan con negrita ($\mathbf{V}$) o con una flecha ($\vec{V}$), mientras que V o $|V|$ indican únicamente la magnitud.

Ejemplos:

- Fuerza: $10\,\mathrm{N}$ hacia la derecha
- Velocidad: $50\,\mathrm{km/h}$ hacia el norte
- Aceleración: $9{,}8\,\mathrm{m/s^2}$ hacia abajo
- Desplazamiento: $30\,\mathrm{m}$ hacia el este
- Momento lineal: $20\,\mathrm{kg{\cdot}m/s}$ en dirección del movimiento
- Campo eléctrico: $15\,\mathrm{N/C}$ hacia el sur

Un vector unitario $\hat{u}$, de magnitud 1, permite expresar cualquier vector $\vec{V}$ paralelo a él como:

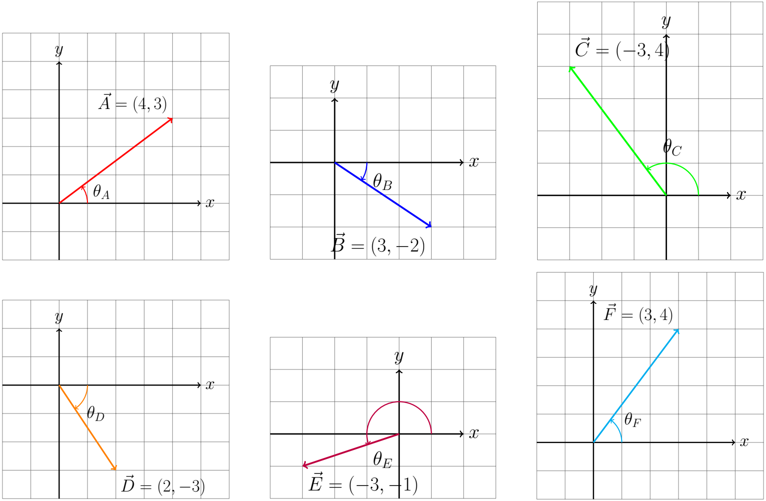
$$\vec{V} = |\vec{V}|\hat{u}.$$

El negativo de un vector tiene la misma magnitud pero dirección opuesta. Si dos vectores $\vec{V}$ y $\vec{V}'$ son paralelos, se pueden expresar como

$$\vec{V} = \lambda\vec{V}',$$

donde λ es un escalar. Inversamente, si esta relación se cumple, los vectores son paralelos.

Representación gráfica del vector

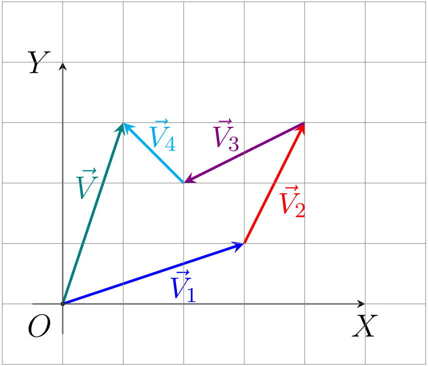


Adición de vectores

La suma vectorial equivale a un único desplazamiento resultante. Es conmutativa y se representa como:

$$\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2 + \vec{V}_3 + \vec{V}_4$$

Para poder sumar los vectores, todos deben estar iniciando en O.



Por lo tanto, $\vec{V}_2 = (4,3) - (3,1) = (1,2)$,
$\vec{V}_3 = (2,2) - (4,3) = (-2,-1)$, $\vec{V}_4 = (1,3) - (2,2) = (-1,1)$
$\vec{V} = (3,1) + (1,2) + (-2,-1) + (-1,1) = (1,3)$

Magnitud de un Vector

La magnitud o norma de un vector $\vec{V}$ denotado con $\|\vec{V}\|$ o simplemente V de N coordenadas es:

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + \cdots + V_N^2}$$

En el caso particular de un vector en un plano de dos dimensiones (Plano cartesiano), la magnitud de V es:

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2}$$

De forma similar, la magnitud de V en el espacio es:

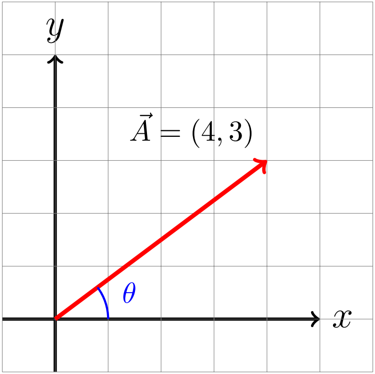
$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + V_3^2} = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}$$

Ejemplo:

Vamos a calcular la magnitud $\|\vec{v}\|$ y la dirección θ del vector $\vec{A}$

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$



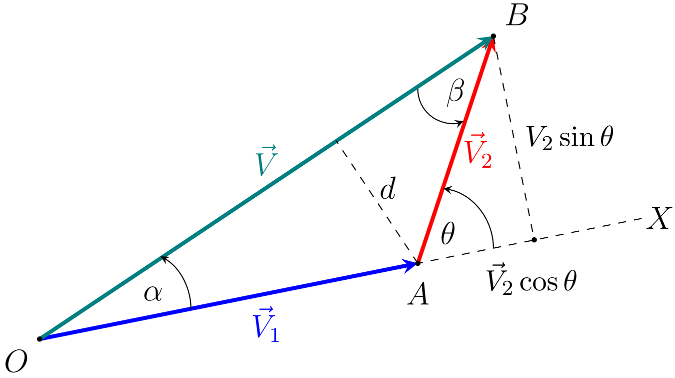
Cálculos:

Magnitud: $\|\vec{A}\| = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

Ángulo: $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36{,}87^\circ$

Ejemplo:

Calculemos V, donde $\vec{V} = \vec{V}_1 + \vec{V}_2$, como se muestra en la figura:



$$V^2 = (V_1 + V_2\cos\theta)^2 + (V_2\sin\theta)^2$$

$$V = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2V_1V_2\cos\theta}$$ Teorema del coseno

De forma similar tenemos que:

$$\sin\alpha = \frac{V_2 \sin\theta}{V} \rightarrow V\sin\alpha = V_2\sin\theta$$

$$\sin\alpha = \frac{d}{V1}, \quad \sin\beta = \frac{d}{V_2} \rightarrow V_1\sin\alpha = V_2\sin\beta$$

$$V\sin\alpha = V_2\sin\theta$$
$$V_1\sin\alpha = V_2\sin\beta$$

Dividiendo estas dos ecuaciones tenemos:

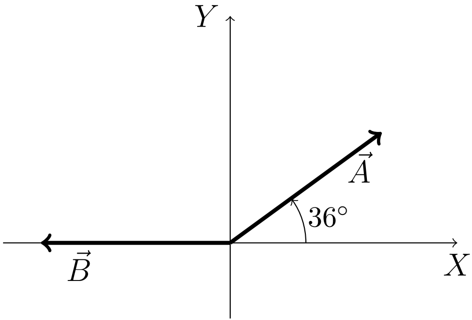
$$\frac{V}{V_1} = \frac{\sin\theta}{\sin\beta} \rightarrow V\sin\beta = V_1\sin\theta$$

Por lo tanto,

$$\frac{V}{\sin\theta} = \frac{V_1}{\sin\beta} = \frac{V_2}{\sin\alpha}, \quad \text{Teorema del seno}$$

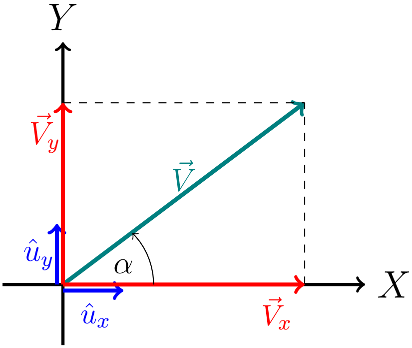
Ejercicio en clase

Dados dos vectores: $\vec{A}$ de 6 unidades haciendo un ángulo de $+\ 30°$ con el eje X; $\vec{B}$ de 7 unidades y en la dirección negativa de eje X. Hallar: (a) la suma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ de los vectores; (b) la diferencia $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ de los dos vectores.



Componentes rectangulares de un vector

Cuando proyectamos un vector $\vec{V}$ sobre un eje X o Y o Z, obtenemos un número, que es la componente del vector en esa dirección. Es decir, la componente se obtiene proyectando $\vec{V}$ sobre un eje de manera que la línea que los une forma un ángulo de 90°. Note que: $\vec{V} = \vec{V}_x + \vec{V}_y$.



Ojo: las componentes rectangulares no son vectores, son tan solo números. El término componente se asocia a la proyección del vector sobre un eje, y esa proyección da como resultado un número escalar, no un vector.