

# Dispersión elástica de protones en una representación quark-diquark con pomerón elástico y normalización global

Carlos Ávila Bernal<sup>1</sup>, Alejandro Molina Cerón<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Departamento de física, Universidad de Los Andes, Bogota-DC, Colombia

<sup>2</sup>Departamento de física, Universidad de Nariño, Nariño, Colombia

Febrero 28 2018

**Resumen.** Se presenta el estudio de un modelo de dispersión elástica nucleón-nucleón (y nucleón antinucleón) basado en una representación quark-diquark del nucleón con pomerón elástico. Este modelo aumenta la parte real de la amplitud de dispersión mejorando su descripción en el mínimo de difracción. Las predicciones del modelo se comparan con los datos experimentales disponibles para cada una de las secciones eficaces diferenciales elásticas de los nucleones en un rango de energía entre 4.26 GeV hasta 7 TeV. Para que la parametrización describa correctamente todos los datos experimentales existentes es necesario incluir una constante de normalización adicional que es dependiente de la energía.

**Palabras clave:** pomerón elástico, normalización global, dispersión elástica, amplitud de dispersión.

**Protons elastic scattering in quark-diquark representation with springy pomerón and global normalization**

**Abstract.** We present a study of the nucleon-nucleon (an nucleon-antinucleon) elastic differential cross section based on a representation quark-diquark of the nucleon with elastic pomeron. This model increases the real part of the scattering amplitude improving the description of the diffraction minimum. The predictions of the model are compared to the available experimental data within the range of 4.26 GeV through 7 TeV. In order to describe correctly all the experimental data available, an additional normalization, that is energy dependent, has to be applied to the parametrization.

**Key words:** springy pomerón, global normalization, elastic scattering, scattering amplitude.

Recibido .../Aceptado ...

Correo: [malejo20@gmail.com](mailto:malejo20@gmail.com)

## 1. Introducción

En el presente trabajo se tiene como objetivo encontrar una parametrización que permita describir la estructura de la sección eficaz diferencial elástica para colisiones protón-protón (pp) y protón-antiprotón (p $\bar{p}$ ) para todos los rangos de energías superiores a los 9.78 GeV. Nuestro estudio está basado en la propuesta que hace Vladimir Grichine para la amplitud de dispersión ( $F(s, t)$ ), el cual está basada en una representación quark-diquark ( $qQ$ -) del nucleón con elasticidad del pomerón ( $|\alpha_p| > 1$ ) y mejorar el trabajo en la Ref.[1] (para algunas energías) en donde se aprecia la sobre-estimación en el mínimo de difracción, esto se debe a que el valor de la parte real de la amplitud de dispersión no es lo suficientemente grande. Los nuevos ajustes presentados en la Ref.[2] incorporan dos parámetros libres: un coeficiente de pendiente nuclear y el radio del protón. La nueva función prototipo  $F(s, t)$  presentada por Grichine, es capaz de mejorar la descripción de los datos en el mínimo de difracción, incluyendo el nuevo parámetro empírico  $\alpha_p$  que aumenta la parte real de  $F(s, t)$ . Sin embargo, mas adelante veremos que a pesar de que el modelo en estudio mejora considerablemente la descripción de los datos experimentales, este tiene sus limitaciones, por lo que

solo puede ser aplicado para datos correspondientes a ciertas energías. También veremos que este problema se debe a que la normalización global de  $F(s, t)$  está fija y el método de minimización de mínimos cuadrados falla en determinar la posición correcta del mínimo de difracción. En este trabajo se propone una modificación al modelo, el cual consiste en dejar como parámetro libre la normalización global ( $\mathcal{N}_G(s)$ ), en consecuencia, los resultados obtenidos son muy satisfactorios, describiendo todos los datos existentes de sección eficaz diferencial protón-protón y protón-antiprotón en un rango amplio de energías, desde 9.78 GeV a 7 TeV en colisiones pp y de 19.4 GeV a 1960 GeV colisiones p $\bar{p}$

## 2. Modelo quark-diquark con pomerón elástico

La sección eficaz diferencial elástica,  $d\sigma/dt$ , puede ser expresada en términos de la amplitud de dispersión  $F(s, t)$  como [2]:

$$\frac{d\sigma_{el}}{dt} = \frac{\pi}{p^2} |F(s, t)|^2 \quad (1)$$

donde  $p$  es el momentum del nucleón respecto del sistema centro de masa (CM),  $t$  es el cuadrado del cuadrimomento transferido,  $s$  es el cuadrado de la energía

medida respecto al CM [3] y:

$$F(s, t) = F_1(s, t) - F_2(s, t) - F_3(s, t) \quad (2)$$

donde la amplitud  $F_1(s, t)$  corresponde al intercambio de un pomerón,  $F_2(s, t)$  al intercambio de dos pomerones entre los constituyentes del nucleón quark y diquark, y  $F_3(s, t)$  al intercambio de dos pomerones entre el quark (o diquark) de un nucleón y el quark y el diquark del otro nucleón al mismo tiempo. La propuesta para  $F(s, t)$  asume que el primer nucleón consta de un quark (1) y un diquark (2), el segundo consiste de un quark (3) y un diquark (4) y considera las contribuciones debido a los intercambios de uno y dos pomerones, entre: quark-quark (1-3), diquark-diquark (2-4) y dos quark-diquark (1-4, 2-3) [2].

### 3. Procedimiento

Para los ajustes se consideran los datos experimentales que se obtienen de la Ref.[4]. El coeficiente de pendiente nuclear  $B_{24}$  puede expresarse en términos del parámetro  $B_{13}$  mediante el teorema óptico[5, 6]:

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{p} \text{Im}[F(s, t = 0)] \quad (3)$$

La expresión resultante es:

$$a_3 (\sqrt{B_{24}})^3 + a_2 (\sqrt{B_{24}})^2 + a_1 (\sqrt{B_{24}}) + a_0 = 0 \quad (4)$$

donde

$$\begin{aligned} a_0 &= 1 - B_{13} \\ a_1 &= [\sigma_{tot} B_{13} (b_3 + b_5) - 2] \sqrt{B_{13}} \\ a_2 &= [\sigma_{tot} B_{13} (b_1 + b_2) - 1] \\ a_3 &= [\sigma_{tot} (b_6 + b_4)] \sqrt{B_{13}} \end{aligned} \quad (5)$$

y

$$\begin{aligned} b_1 &= \frac{1}{4\pi} \text{Re} \left[ \frac{1}{\xi_{13} + \xi_{24} + \lambda + \eta} \right] \\ b_2 &= \frac{1}{4\pi} \text{Re} \left[ \frac{1}{\xi_{14} + \xi_{23} + \lambda + \eta} \right] \\ b_3 &= \frac{1}{8\pi} \text{Re} \left[ \frac{1}{\xi_{13} + \xi_{14} + \eta} \right] \\ b_4 &= \frac{1}{8\pi} \text{Re} \left[ \frac{1}{\xi_{24} + \xi_{23} + \eta} \right] \\ b_5 &= \frac{1}{8\pi} \text{Re} \left[ \frac{1}{\xi_{13} + \xi_{23} + \lambda} \right] \\ b_6 &= \frac{1}{8\pi} \text{Re} \left[ \frac{1}{\xi_{14} + \xi_{24} + \lambda} \right] \end{aligned} \quad (6)$$

donde,  $\lambda = \eta = r^2/4$ ,  $r$  es el radio del protón. Los radios: quark ( $r_1 = r_3 = 0,173r$ ) y diquark ( $r_2 = r_4 = 0,316r$ ) pueden ser encontrados haciendo los fits a los datos experimentales y  $\xi_{jk}$  ( $j = 1, 2$  y  $k = 3, 4$ ) se expresa cómo [2, 7]:

$$\xi_{jk} = \frac{r_j^2 + r_k^2}{16} + \alpha' \left[ \ln \frac{s}{s_o} - \alpha_p \frac{i\pi}{2} \right] \quad (7)$$

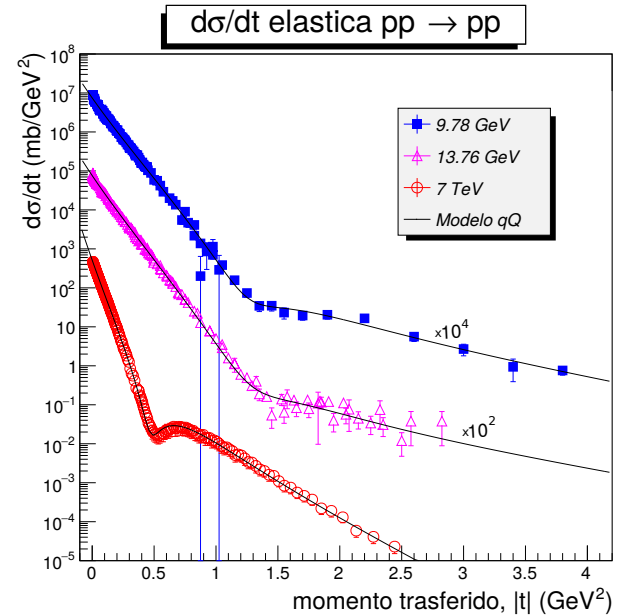
En este trabajo se considera a  $s_o = 1/\alpha'$  [6],  $\alpha' = 0,15 \text{ GeV}^{-2}$ , es la pendiente de la trayectoria del pomerón. Estudiar la propuesta de Grichine para la amplitud de dispersión (Ecu.(2)) nos permite extraer información acerca del tamaño del protón cuando se aumenta la energía de colisión.

### 4. Resultados

Inicialmente mostraremos los ajustes a los datos experimentales para  $F(s, t)$  con los parámetros:  $r$ ,  $B_{13}$  y  $\alpha_p$ , después se mostrarán los fits obtenidos introduciendo un parámetro libre para  $\mathcal{N}_G(s)$ .

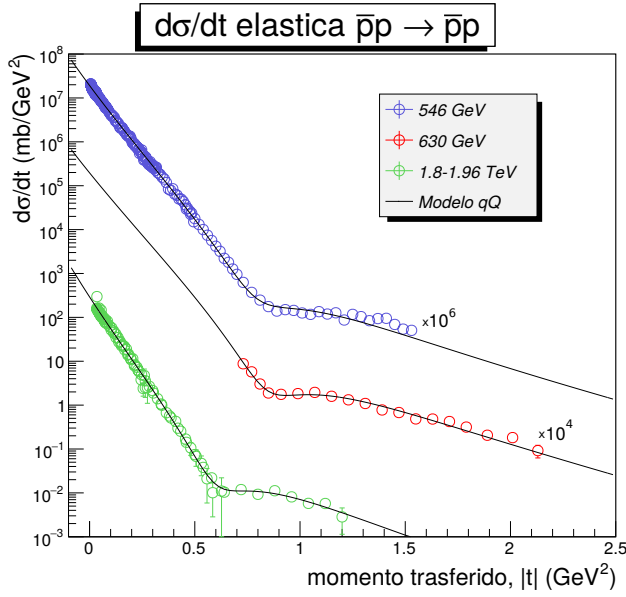
#### 4.1. Ajustes a datos experimentales

En las Figuras 1 y 2 se presentan los resultados a los ajustes realizados a datos de  $d\sigma_{el}/dt$  para colisiones pp y p $\bar{p}$  respectivamente, donde se demuestra que la parametrización propuesta por Grichine describe correctamente los datos experimentales a energías de colisión de 9.78 GeV, 13.76 GeV y 7 TeV. Sin embargo, las figuras 3 y 4 muestran que el modelo no ajusta correctamente los datos en un intervalo de energías entre: 19.4 GeV a 62.5 GeV en colisiones pp, y de 19.4 GeV a 53 GeV en colisiones p $\bar{p}$ . En la tabla 1 se muestran los parámetros obtenidos y el chi-cuadrado por grado de libertad ( $\chi^2/\text{ndf}$ ) para cada uno de los ajustes que se muestran en la figuras 1 a 4.

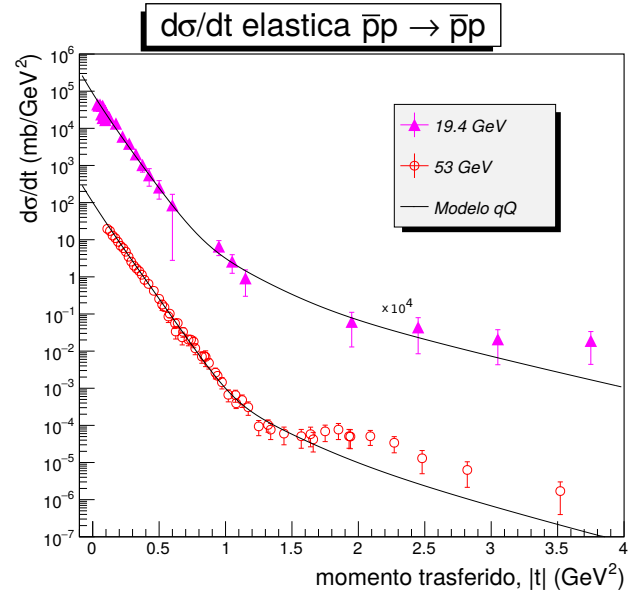


**Fig. 1.** Ajustes para datos de  $d\sigma_{el}/dt$  en colisiones protón-protón en un rango de energías de colisión entre: 9.78 GeV, 13.76 GeV y 7 TeV. La escala vertical ha sido normalizada de manera diferente para diferenciar los datos de cada energía.

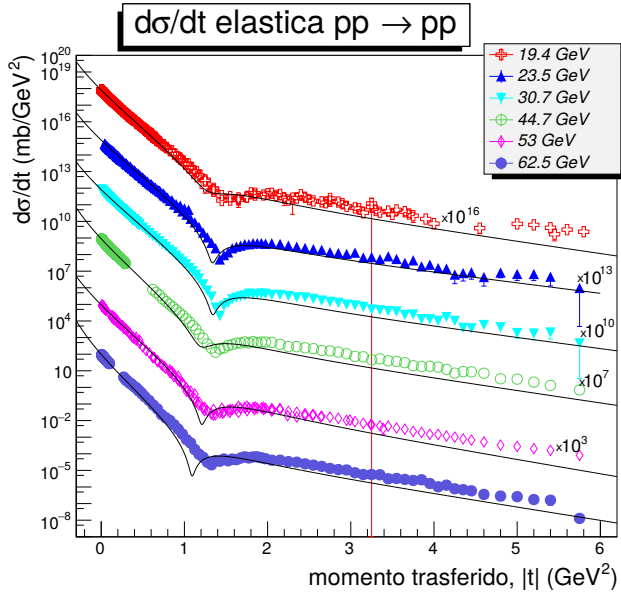
La figura 5 muestra los valores obtenidos para el radio del protón,  $r$ , en función de  $\sqrt{s}$ , donde se demuestra el incremento del radio del protón a medida que la energía de colisión aumenta.



**Fig. 2.** Ajustes para datos de  $d\sigma_{el}/dt$  en colisiones protón-antiprotón en un rango de energías de colisión entre: 546 GeV-1960 GeV. La escala vertical ha sido normalizada de manera diferente para diferenciar los datos de cada energía.



**Fig. 4.** Ajustes para datos de  $d\sigma_{el}/dt$  en colisiones protón-antiprotón en un rango de energías de colisión entre: 19.4 GeV-53 GeV. La escala vertical ha sido normalizada de manera diferente para diferenciar los datos de cada energía.

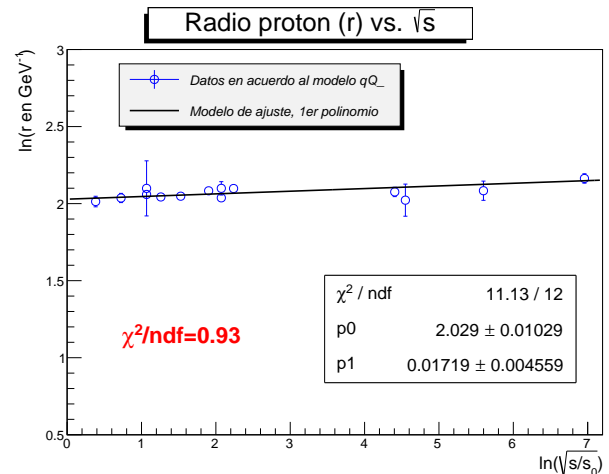


**Fig. 3.** Ajustes para datos de  $d\sigma_{el}/dt$  en colisiones protón-protón en un rango de energías de colisión entre: 19.4 GeV-62.5 GeV. La escala vertical ha sido normalizada de manera diferente para diferenciar los datos de cada energía.

Por otra parte, cuando se ajustan datos de  $d\sigma/dt$  en un intervalo mas pequeño para  $|t|$ , se puede ver que el modelo brinda una mejor descripción a los datos experimentales correspondientes a energías entre: 19.4 GeV y 62.5 GeV, las figuras 6 y 7 lo demuestran (observe que  $\chi^2/\text{ndf}$  es mas próximo a 1). Los resultados que se obtienen en los ajustes para las otras energías son similares y se encuentran listados en la tabla 2. Los datos de color azul se encuentran en un intervalo para  $|t|$  entre 0.005 GeV<sup>2</sup> y 1.0 GeV<sup>2</sup> y los datos de color negro en un intervalo para  $|t|$  entre 1.0 GeV<sup>2</sup> <  $|t|$  < 6.0 GeV<sup>2</sup>, este fue el intervalo para el cual el modelo puede hacer un mejor ajuste.

**Tabla 1.** Parámetros obtenidos en los ajustes en colisiones protón-protón y antiprotón-protón.  $r$  se mide en GeV<sup>-1</sup> y  $\sqrt{s}$  en GeV.

Colisiones protón-protón				
$\sqrt{s}$	$r$	$\alpha_p$	$B_{13}$	$\chi^2_{\text{ndf}}$
9.78	$7.49 \pm 0.17$	$6.4 \pm 0.4$	$(1.55 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	1.8
13.76	$7.66 \pm 0.16$	$7.0 \pm 0.5$	$(1.07 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	2.0
19.4	$7.84 \pm 0.09$	$3.8 \pm 0.4$	$(8.2 \pm 0.3) \times 10^{-3}$	3.9
23.5	$7.72 \pm 0.07$	$1.0 \pm 0.2$	$(8.6 \pm 0.1) \times 10^{-3}$	13.8
30.7	$7.75 \pm 0.07$	$1.0 \pm 0.1$	$(7.4 \pm 0.8) \times 10^{-3}$	18.2
44.7	$8.03 \pm 0.09$	$4.2 \pm 0.3$	$(8.6 \pm 0.2) \times 10^{-3}$	12.5
53.0	$7.67 \pm 0.09$	$1.0 \pm 0.1$	$(1.120 \pm 0.008) \times 10^{-2}$	9.6
62.5	$8.15 \pm 0.11$	$1.0 \pm 0.2$	$(1.24 \pm 0.02) \times 10^{-2}$	11.3
7000	$8.70 \pm 0.18$	$7.1 \pm 0.6$	$(4.59 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	0.8
Colisiones antiprotón-protón				
19.4	$8.16 \pm 1.01$	$9.0 \pm 1.1$	$(2.2 \pm 0.4) \times 10^{-2}$	2.0
53	$8.16 \pm 0.24$	$9.0 \pm 0.3$	$(9.0 \pm 0.7) \times 10^{-3}$	1.2
546	$7.97 \pm 0.17$	$7.6 \pm 0.3$	$(2.23 \pm 0.05) \times 10^{-2}$	1.6
630	$7.56 \pm 0.55$	$6.1 \pm 0.4$	$(2.27 \pm 0.07) \times 10^{-2}$	0.6
1800	$8.03 \pm 0.35$	$8.0 \pm 1.0$	$(3.9 \pm 0.1) \times 10^{-2}$	1.6

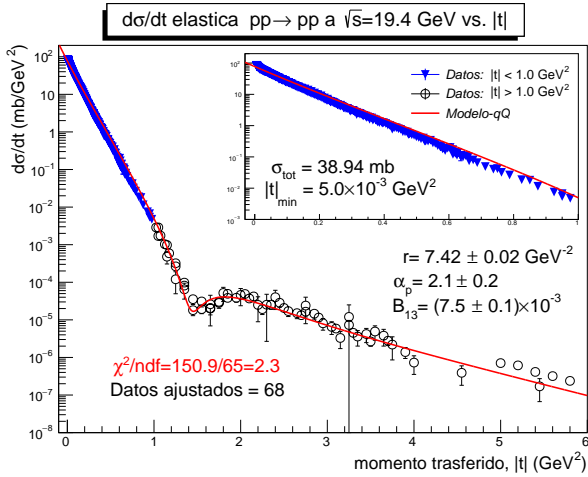


**Fig. 5.** Variación de  $r$  como función de la energía de colisión  $\sqrt{s}$ .

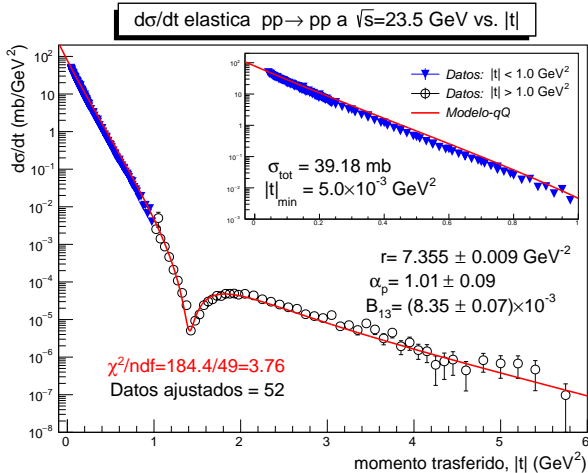
En estos fits puede verse que los datos no son bien descritos por la amplitud de dispersión propuesta a valores de  $|t| < 1.0 \text{ GeV}^2$ , en las figuras 6 o 7 podemos ver que la curva del modelo presenta una pequeña concavidad con pendiente negativa antes de llegar al mínimo de difracción, generándose una sobre-estimación en este intervalo.

**Tabla 2.** Parámetros obtenidos en los ajustes en colisiones protón-protón y antiprotón-protón.  $r$  se mide en  $\text{GeV}^{-1}$  y  $\sqrt{s}$  en  $\text{GeV}$ .

Colisiones protón-protón				
$\sqrt{s}$	$r$	$\alpha_p$	$B_{13}$	$\frac{\chi^2}{ndf}$
19.4	$7.42 \pm 0.02$	$2.1 \pm 0.2$	$(7.5 \pm 0.1) \times 10^{-3}$	2.3
23.5	$7.355 \pm 0.009$	$1.01 \pm 0.09$	$(8.35 \pm 0.07) \times 10^{-3}$	3.8
30.7	$7.343 \pm 0.008$	$0.65 \pm 0.02$	$(7.96 \pm 0.06) \times 10^{-3}$	4.7
44.7	$7.407 \pm 0.008$	$1.2 \pm 0.1$	$(9.22 \pm 0.07) \times 10^{-3}$	8.6
53.0	$7.303 \pm 0.008$	$1.81 \pm 0.03$	$(9.60 \pm 0.05) \times 10^{-3}$	8.5
62.5	$7.44 \pm 0.01$	$1.80 \pm 0.03$	$(9.6 \pm 0.1) \times 10^{-3}$	5.8
Colisiones antiprotón-protón				
19.4	$7.3 \pm 0.1$	$1.5 \pm 6.1$	$(9.5 \pm 2.0) \times 10^{-3}$	0.5
53.0	$7.8 \pm 0.1$	$4.9 \pm 1.0$	$(8.6 \pm 0.6) \times 10^{-3}$	0.7



**Fig. 6.** Ajuste a los datos de sección eficaz diferencial elástica en colisiones protón-protón a  $\sqrt{s} = 19.4 \text{ GeV}$ . La curva es el modelo  $qQ_-$  con pomerón elástico para el intervalo de ajuste  $1.0 \text{ GeV}^2 < |t| < 6.0 \text{ GeV}^2$ .



**Fig. 7.** Ajuste a los datos de sección eficaz diferencial elástica en colisiones protón-protón a  $\sqrt{s} = 23.5 \text{ GeV}$ . La curva es el modelo  $qQ_-$  con pomerón elástico para el intervalo de ajuste  $1.0 \text{ GeV}^2 < |t| < 6.0 \text{ GeV}^2$ .

## 5. Modelo $qQ_-$ y $\mathcal{N}_G(s)$

El problema de la amplitud de dispersión propuesta por Grichine es que la normalización global está fija y el ajuste falla en la descripción correcta del mínimo de difracción, en este trabajo se propone dejar como parámetro libre esta normalización global, es decir, la ecuación 2 ahora sería de la forma:

$$F(s, t) = \mathcal{N}_G(s) [F_1(s, t) - F_2(s, t) - F_3(s, t)] \quad (8)$$

y a partir del teorema óptico podemos ver que:

$$\sigma_{tot} = \frac{4\pi}{p} \text{Im} \{ \mathcal{N}_G(s) [F_1(s, 0) - F_2(s, 0) - F_3(s, 0)] \} \quad (9)$$

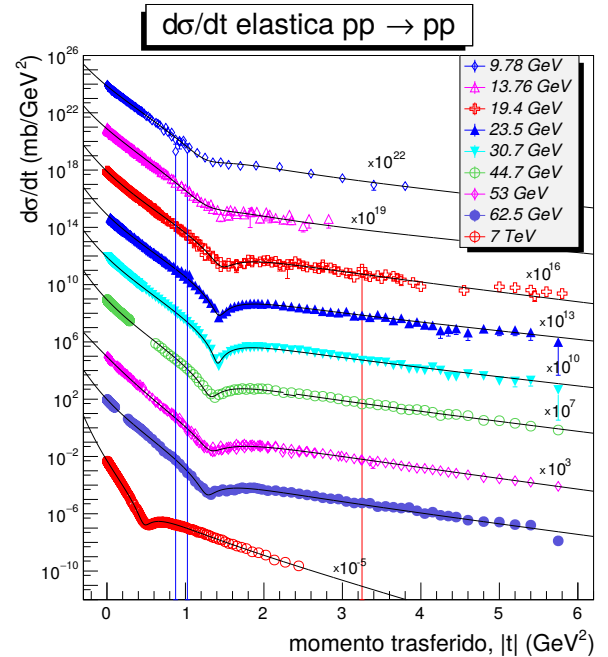
cómo  $\mathcal{N}_G(s)$  es un número real positivo, entonces:

$$\frac{4\pi}{p} \text{Im} \{ [F_1(s, 0) - F_2(s, 0) - F_3(s, 0)] \} - \frac{\sigma_{tot}}{\mathcal{N}_G(s)} = 0 \quad (10)$$

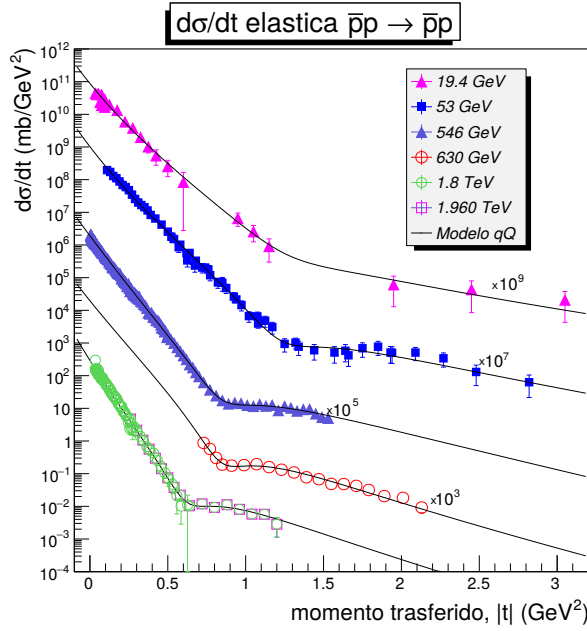
en consecuencia, el coeficiente  $a_0$  en las ecuaciones (5) es de la forma:

$$a_0 = \frac{1}{\mathcal{N}_G(s)} - B_{13} \quad (11)$$

Este nuevo parámetro permite que el modelo pueda ajustar los datos en un amplio rango de energías, desde 9.7 GeV a 7 TeV en colisiones pp y desde 19.4 GeV a 1960 GeV en colisiones  $\bar{p}p$ , las figuras 8 y 9 muestran los ajustes realizados con estos 4 parámetros: radio del protón, elasticidad del pomerón, coeficiente de pendiente nuclear, y normalización global. En la tabla 3 se muestran los parámetros obtenidos en los ajustes mostrados en las figuras 8 y 9 con sus respectivos  $\chi^2/ndf$ . Aquí podemos ver que los ajustes mejoran considerablemente. Finalmente, en la figura 10 mostramos la variación de  $B_{13} = \sigma_{13}/\sigma_{tot}$  en función de  $\sqrt{s}$ , respectivamente.



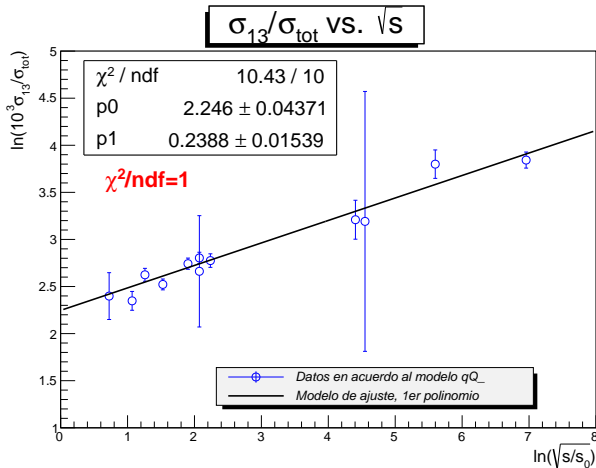
**Fig. 8.** Ajustes para datos de  $d\sigma_{el}/dt$  en colisiones protón-protón en un rango de energías de colisión entre: 9.78 GeV y 7 TeV. La escala vertical ha sido normalizada de manera diferente para diferenciar los datos de cada energía.



**Fig. 9.** Ajustes para datos de  $d\sigma_{el}/dt$  en colisiones protón-protón en un rango de energías de colisión entre: 19.4 GeV y 1960 GeV. La escala vertical ha sido normalizada de manera diferente para diferenciar los datos de cada energía.

**Tabla 3.** Parámetros obtenidos en los ajustes en colisiones protón-protón y antiprotón-protón.  $r$  se mide en  $\text{GeV}^{-1}$  y  $\sqrt{s}$  en GeV.

Colisiones protón-protón					
$\sqrt{s}$	$r$	$\alpha_p$	$B_{13} \times 10^{-2}$	$\mathcal{N}_G(s)$	$\chi^2_{ndf}$
9.8	$7.43 \pm 0.02$	$6.1 \pm 0.5$	$1.25 \pm 0.06$	$1.2 \pm 0.1$	1.9
13.8	$7.47 \pm 0.04$	$5.9 \pm 0.6$	$1.10 \pm 0.05$	$1.9 \pm 0.2$	1.7
19.4	$7.35 \pm 0.02$	$3.0 \pm 0.2$	$1.05 \pm 0.02$	$3.9 \pm 0.2$	1.8
23.5	$7.14 \pm 0.02$	$1.4 \pm 0.1$	$1.38 \pm 0.02$	$4.9 \pm 0.1$	1.0
30.7	$7.20 \pm 0.01$	$1.0 \pm 0.1$	$1.25 \pm 0.01$	$4.3 \pm 0.1$	1.5
44.7	$7.20 \pm 0.02$	$2.0 \pm 0.1$	$1.55 \pm 0.02$	$4.9 \pm 0.1$	4.9
53	$7.17 \pm 0.02$	$1.9 \pm 0.1$	$1.65 \pm 0.02$	$4.6 \pm 0.1$	3.5
62.5	$7.22 \pm 0.02$	$2.2 \pm 0.2$	$1.60 \pm 0.02$	$4.7 \pm 0.1$	2.4
7000	$8.52 \pm 0.02$	$7.9 \pm 0.5$	$4.67 \pm 0.08$	$1.2 \pm 0.1$	0.8
Colisiones antiprotón-protón					
19.4	$6.78 \pm 0.33$	$5.4 \pm 6.2$	$2.0 \pm 0.7$	$9.2 \pm 3.6$	1.7
53	$7.50 \pm 0.14$	$6.3 \pm 1.0$	$1.4 \pm 0.2$	$9.8 \pm 1.1$	0.5
546	$7.78 \pm 0.05$	$7.1 \pm 0.3$	$2.5 \pm 0.1$	$1.4 \pm 0.1$	1.5
630	$7.52 \pm 0.13$	$6.5 \pm 1.0$	$2.4 \pm 0.7$	$1.3 \pm 1.2$	0.5
1800	$7.81 \pm 0.04$	$8.3 \pm 0.4$	$4.5 \pm 0.1$	$1.2 \pm 0.0$	1.9



**Fig. 10.** Dependencia de  $\sigma_{13}/\sigma_{tot}$  vs.  $\sqrt{s}$ .

## 6. Conclusiones

En el presente trabajo se hizo un corto estudio a un modelo de dispersión elástica de nucleones, particularizado a los protones. A lo largo de su desarrollo probamos que el modelo que propone Grichine para la descripción de datos de sección eficaz diferencial elástica, tiene dificultades en determinar la posición del mínimo de difracción a ciertas energías intermedias en colisiones protón-protón y antiprotón-protón.

Nuestro estudio muestra que para que el modelo ( $qQ$ ) con pomerón elástico describa apropiadamente todos los datos accesibles de sección eficaz diferencial para dispersión elástica protón-protón y antiprotón-protón, se necesita una modificación a la amplitud de dispersión propuesta por Grichine. La amplitud de dispersión debe ser modificada en términos de una normalización que depende de la energía. Cuando en el ajuste incluimos un parámetro adicional correspondiente a esta normalización, encontramos una buena descripción de los datos.

## Bibliografía

- [1] V.M. Grichine, N.I. Starkov y N.P. Zotov. Quark-diquark model for  $p(\bar{p}) - p$  elastic scattering at high energies. Eur. phys. J. C73 (2013)2320. arXiv:1212.2111
- [2] V.M. Grichine. Nucleon elastic scattering in quark-diquark representation with springy Pomeron. Lebedev Physical Institute, Moscow, Russia, 2014. arXiv:1404.5768
- [3] Carlos Avila Bernal (2013). Colisiones elásticas y sección eficaz total hadrón-hadrón a altas energías. Revista de la academia colombiana de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales. Diciembre 2014. Rev. Acad. Colomb.
- [4] E. Martynov. Proton (antiproton) elastic scattering at energies from FNAL to LHC in the tripole pomeron-odderon model. Bogolyubov Institute for Theoretical Physics, 03680 Kiev, Ukraine, 2013. arXiv:1305.3093
- [5] Vincenzo Barone y Enrico Predazzi. High-Energy Particle Diffraction. First published, Springer, Germany, 2002, págs. 35–52, 83–104.
- [6] S. Donnachie, G. Dosch, P. Landshoff y O. Nachtmann. Pomeron Physics and QCD. First published, Cambridge, New York, 2002, págs. 1–6, 47–60.