22Y604 - Συστήματα Επικοινωνιών
Τελική Εξέταση

• Διάρκεια Εξέτασης: 2 1/2 ώρες. 3 ασκήσεις (το φυλλάδιο έχει 20 σελίδες – ελέγξτε το!)

• Βαθμός εξέτασης = $\min\{\text{μονάδες}/10, 10\}$ ($\Rightarrow \max = 10$). (σύνολο μονάδων: 115).

• Οι απαντήσεις σας σε κάθε ερώτημα πρέπει να είναι επαρκώς αιτιολογημένες. Επιτρέπεται η χρήση (χωρίς απόδειξη) οποιουδήποτε θεωρήματος και οποιασδήποτε ιδιότητας έχει αναφερθεί στο μάθημα ή βρίσκεται στα βιβλία ή/και στις σημειώσεις ή/και στα φυλλάδια αρκεί να το διευκρινίσετε.

• Παρακαλείστε να χρησιμοποιήσετε μόνο τις κόλλες που σας έχουν δοθεί.

Δεν επιτρέπεται να χρησιμοποιήσετε δική σας κόλλα.

• Δε θα επιτραπεί η έξοδος από την αίθουσα πριν περάσει **1 ώρα** από την έναρξη του διαγωνίσματος.

• Σύμφωνα με το Άρθρο 50 παρ. 6 του Εσωτερικού Κανονισμού Λειτουργίας του Πανεπιστημίου Πατρών και το Νόμο, απαγορεύεται το κάπνισμα μέσα στην αίθουσα κατά τη διάρκεια του διαγωνίσματος. Επίσης, απαγορεύεται επικοινωνία μεταξύ διαγωνιζομένων χωρίς άδεια επιτηρητή. Τέλος, απαγορεύεται η χρήση κινητών τηλεφώνων ή άλλων μέσων επικοινωνίας.

• Τα θέματα θα είναι διαθέσιμα στο eclass σύντομα. Οι λύσεις θα είναι διαθέσιμες μετά την ανακοίνωση των βαθμολογιών.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

Δηλώνω υπεύθυνα ότι έλαβα γνώση του Άρθρου 50 παρ. 6 του Εσωτερικού Κανονισμού Λειτουργίας του Πανεπιστημίου Πατρών.

Όνομα: ______________________ Α.Μ.: __________

Υπογραφή: ______________

Βάρη θεμάτων		Βαθμολογία								
1ο θέμα	25	/10	/10	/5						/25
2ο θέμα	35	/3	/4	/4	/15	/4	/5			/35
3ο θέμα	55	/5	/5	/5	/17	/3	/10	/5	/5	/55

ΣΥΝΟΛΟ	/115

Πρόχειρο □ ή συνέχεια Άσκησης ______

1. **Διαμόρφωση AM (25 μονάδες)**

Σε αυτή την άσκηση θα εξετάσουμε πώς μπορούμε να υπολογίσουμε το συντελεστή διαμόρφωσης ενός σήματος AM από την περιβάλλουσά του.

Θα υποθέσουμε ότι το σήμα πληροφορίας $m(t)$ είναι συμμετρικό και κανονικοποιημένο έτσι ώστε $\max\{m(t)\} = |\min\{m(t)\}| = 1$.

Το διαμορφωμένο σήμα δίνεται από τη σχέση

$$x(t) = A_c\left[1 + \mu m(t)\right]\cos(2\pi f_c t).$$

Θέλουμε να υπολογίσουμε το μ από την περιβάλλουσα του $x(t)$.

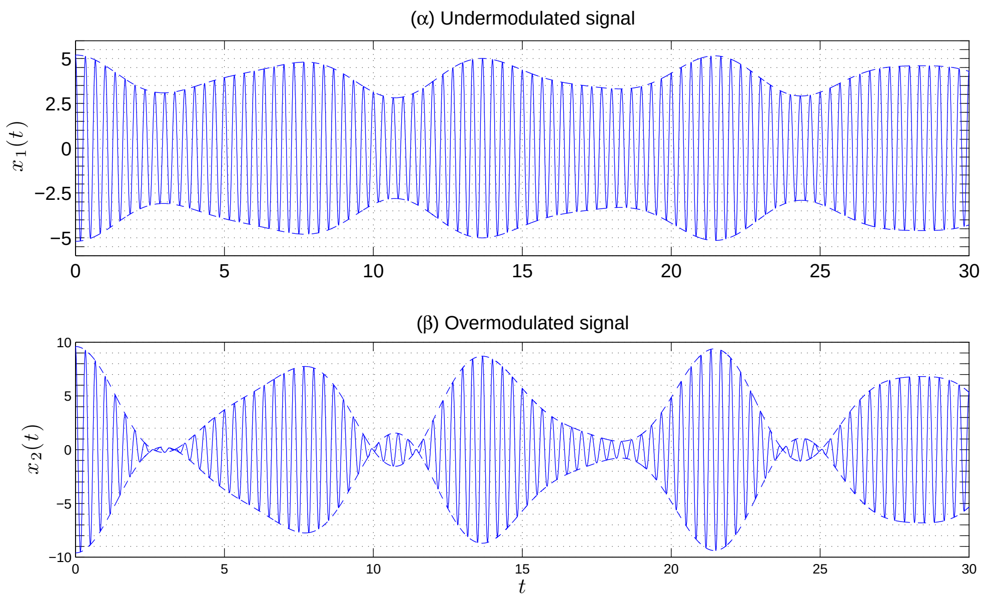
(α) **(10 μονάδες)**

Θεωρούμε, αρχικά, ότι το σήμα $x(t)$ είναι *υποδιαμορφωμένο*, ότι, δηλαδή, $\mu < 1$.

Εάν A είναι η μέγιστη και B η ελάχιστη (θετική) τιμή της περιβάλλουσας, αντίστοιχα, εκφράστε το μ συναρτήσει των A και B **(7 μονάδες)**.

Χρησιμοποιήστε το αποτέλεσμα για να υπολογίσετε το μ για το $x_1(t)$ του Σχήματος 1(α). Επίσης, σημειώστε τα A και B επάνω στο σχήμα **(3 μονάδες)**.

Υποθέτουμε ότι στο παράθυρο παρατήρησης που μας έχει δοθεί εμφανίζονται η μέγιστη και η ελάχιστη τιμή της περιβάλλουσας, δηλαδή ότι έχουν συμπεριληθφεί τιμές του t για τις οποίες $m(t) = \max\{m(t)\} = +1$ και $m(t) = \min\{m(t)\} = -1$. Δε χρειάζεται να βρείτε τις ακριβείς τιμές των A και B. Μία καλή προσέγγιση με βάση το σχήμα αρκεί.



Σχήμα 1: Σήματα AM.

Άσκηση 1(α)

(β) **(10 μονάδες)**

Βρείτε μία έκφραση για την περίπτωση που το σήμα είναι *υπερδιαμορφωμένο*, δηλαδή $\mu > 1$.

Σε αυτήν την περίπτωση πρέπει να είμαστε πιο προσεκτικοί. Θα υποθέσουμε, και πάλι, ότι οι $\max\{m(t)\}$ και $\min\{m(t)\}$ που αντιστοιχούν στο A και στο B, αντίστοιχα, εμφανίζονται στο παράθυρο παρατήρησης. Ωστόσο, το B δεν είναι, πλέον, η ελάχιστη (θετική) τιμή της περιβάλλουσας. Η ελάχιστη (θετική) τιμή είναι το 0.

Δείξτε, κατ' αρχάς, ότι $A > B$. Επομένως, το A είναι το μέγιστο της περιβάλλουσας. *Προσοχή:* Η περιβάλλουσα είναι πάντοτε **μη** αρνητική ποσότητα. **(2 μονάδες)**

Εκφράστε, τώρα, το μ συναρτήσει των A και B. **(5 μονάδες)**

Χρησιμοποιήστε το αποτέλεσμα για να υπολογίσετε (προσεγγιστικά) το μ για το $x_2(t)$ του Σχήματος 1(β). Επίσης, σημειώστε τα A και B επάνω στο σχήμα. Παρατηρήστε ότι το A είναι το μέγιστο της περιβάλλουσας και είναι αυστηρώς μεγαλύτερο από το B. Για να βρούμε το B πρέπει να βρούμε το μέγιστο της περιβάλλουσας μεταξύ όλων των τοπικών μεγίστων τα οποία χωρίζονται από το A με *περιττό* αριθμό μηδενισμών της περιβάλλουσας. **(3 μονάδες)** (γ) **(5 μονάδες)**

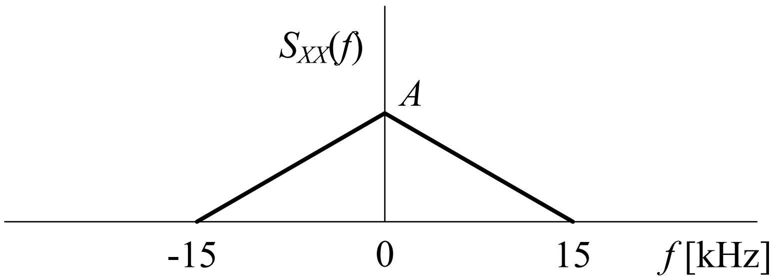
Θεωρούμε, και πάλι, ότι το $x(t)$ είναι *υποδιαμορφωμένο*, δηλαδή $\mu < 1$. Ωστόσο, αυτή τη φορά δε γνωρίζουμε αν το $m(t)$ παίρνει τις τιμές $\max\{m(t)\}$ ή/και $\min\{m(t)\}$. Δηλαδή, ενδέχεται πάντοτε $m(t) < +1$ ή/και $m(t) > -1$. Ισοδύναμα, μπορείτε να θεωρήσετε ότι δε γνωρίζουμε τις τιμές των $\max\{m(t)\}$ και $\min\{m(t)\}$ (αλλά γνωρίζουμε ότι βρίσκονται μέσα στο διάστημα $[-1, +1]$).

Υπολογίστε ένα *κάτω* φράγμα, μ_{LB}, για την τιμή του μ.

2. **Καλύτερη Κβάντιση ή Καλύτερη Δειγματοληψία; (35 μονάδες)**

Σε αυτό το πρόβλημα θα συγκρίνουμε δύο προσεγγίσεις για τη μετάδοση ενός σήματος ήχου με όσο το δυνατόν μεγαλύτερο λόγο σήματος προς θόρυβο (SNR). Συγκεκριμένα, θα θεωρήσουμε ένα σήμα με φασματική πυκνότητα ισύχος τριγωνικής μορφής. Θα εξετάσουμε αν είναι προτιμότερο να δειγματοληπτήσουμε το σήμα όσο μπορούμε πιο γρήγορα ή αν, αντιθέτως, είναι προτιμότερο να κβαντίσουμε με όσο το δυνατόν περισσότερα bits και να ελαττώσουμε το ρυθμό δειγματοληψίας.

Θεωρούμε ένα *τυχαίο* σήμα ήχου βασικής ζώνης $X(t)$, με τη φασματική πυκνότητα ισχύος τριγωνικής μορφής του Σχήματος 2. Θεωρούμε ότι, εκτός από το τυχαίο σήμα $X(t)$, δεν υπάρχει θόρυβος.



Σχήμα 2: Φασματική Πυκνότητα Ισχύος, $S_{XX}(f)$ του σήματος ήχου $X(t)$.

Θέλουμε να μεταδώσουμε το $X(t)$ σε ένα κανάλι με ρυθμό μετάδοσης $R = 420$ kbits/s. Οι λεπτομέρειες της μετάδοσης στο κανάλι δε μας ενδιαφέρουν σε αυτή την άσκηση. Θα υποθέσουμε, απλώς, ότι *δεν* μπορούμε να μεταδώσουμε περισσότερα από $R = 420$ kbits/s.

(α) **(3 μονάδες)**

Βρείτε την *ελάχιστη* συχνότητα δειγματοληψίας, f_s, που απαιτείται ώστε να μπορούμε να ανακατασκευάσουμε επακριβώς το σήμα $X(t)$ από τα δείγματά του στην περίπτωση που *δεν* κβαντίζουμε τα δείγματα. Σημειώνεται ότι, επειδή το $X(t)$ είναι τυχαίο, επακριβώς εδώ σημαίνει ότι $\mathbb{E}\left[(X(t) - X_r(t))^2\right] = 0$, όπου $X_r(t)$ είναι το σήμα που ανακατασκευάζεται από τα δείγματα του $X(t)$.

Υποθέτουμε ομοιόμορφη δειγματοληψία.

(β) **(4 μονάδες)**

Έστω ότι δειγματοληπτούμε το σήμα ομοιόμορφα με τη συχνότητα $f_s = \frac{1}{T_s}$ του Ερωτήματος (α) και, στη συνέχεια, το κβαντίζουμε με χρήση *ομοιόμορφου* κβαντιστή 2^ν επιπέδων. Να βρεθεί ο αριθμός, ν, των bits που πρέπει να χρησιμοποιήσουμε για την κβάντιση έτσι ώστε

- Να μεγιστοποιείται ο SQNR του σήματος στην έξοδο του κβαντιστή.
- Να μπορούμε να μεταδώσουμε το κβαντισμένο σήμα που προκύπτει στο κανάλι με $R = 420$ kbits/s.

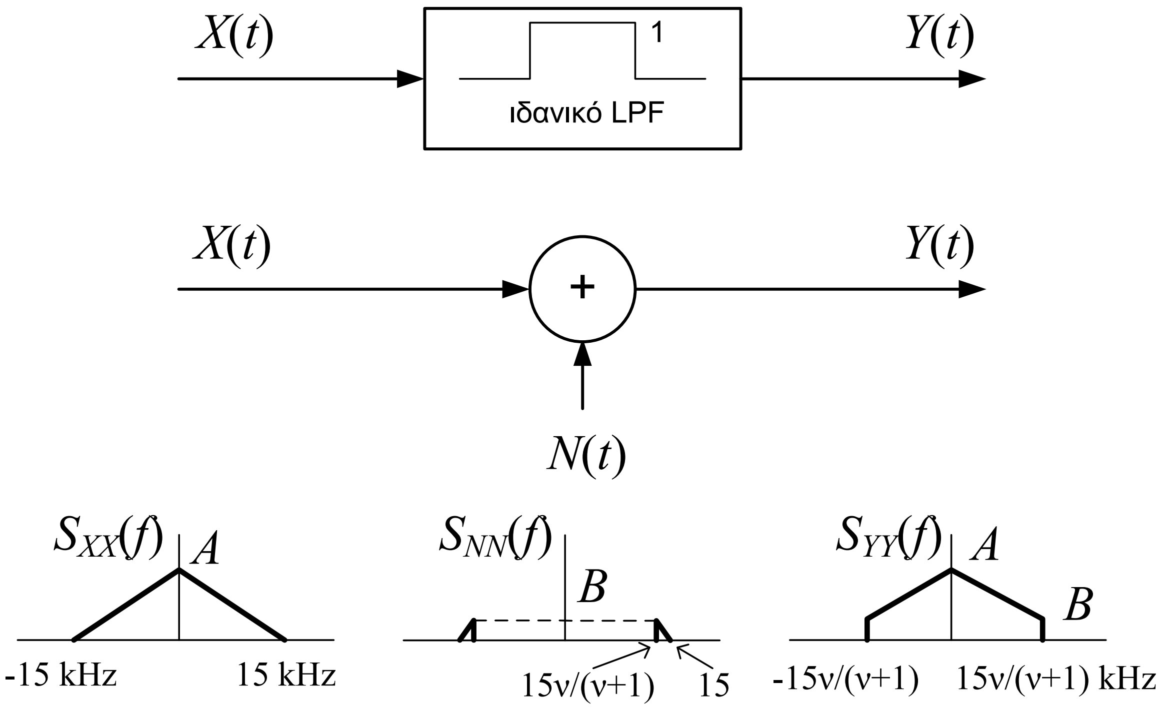
Χρησιμοποιούμε τον ίδιο αριθμό bits, ν, για την κβάντιση κάθε δείγματος $X(nT_s)$.

(γ) **(4 μονάδες)**

Εάν υποθέσουμε, επίσης, ότι τα δείγματα της $X(t)$ ακολουθούν *ομοιόμορφη* κατανομή, να υπολογιστεί (σε dB) ο SQNR που αντιστοιχεί στον κβαντιστή του Ερωτήματος (β).

Θέλουμε, τώρα, να διερευνήσουμε αν για το σήμα $X(t)$ με τη *συγκεκριμένη* Φασματική Πυκνότητα Ισχύος $S_{XX}(f)$ του Σχήματος 2 είναι προτιμότερο να κβαντίσουμε κάθε δείγμα του με περισσότερα bits από αυτά που υπολογίσατε στο Ερώτημα (β). Ωστόσο, προκειμένου να μην υπερβούμε το μέγιστο ρυθμό μετάδοσης, R, του καναλιού, πρέπει να δειγματοληπτήσουμε με συχνότητα μικρότερη από την f_s.

Μια ιδέα είναι η εξής: Με χρήση *ιδανικού* βαθυπερατού φίλτρου, αποκόπτουμε μέρος των υψηλών συχνοτήτων του $X(t)$ έτσι ώστε η νέα μέγιστη συχνότητα για την οποία $S_{XX}(f) \neq 0$ να είναι η $\frac{\nu}{\nu+1}15$ kHz. Στη συνέχεια θα κβαντίσουμε με $\nu + 1$ bits. Με αυτόν τον τρόπο διατηρείται σταθερός ο αριθμός bits που παράγουμε κάθε δευτερόλεπτο.



Σχήμα 3: Αποκοπή μέρους του φάσματος του $X(t)$.

Όπως φαίνεται στο Σχήμα 3, μπορούμε να μοντελοποιήσουμε την επίδραση του ιδανικού βαθυπερατού φίλτρου στο σήμα $X(t)$ ως πρόσθεση ενός σήματος θορύβου $N(t)$ τέτοιο ώστε το σήμα εξόδου $Y(t)$ να έχει τη φασματική πυκνότητα ισχύος $S_{YY}(f)$ του Σχήματος 3: $Y(t) = X(t) + N(t)$. Το σήμα $N(t)$ είναι τυχαίο, αλλά ντετερμινιστική συνάρτηση του $X(t)$: $N(t) = (\delta(t) - h(t)) * X(t)$, όπου $h(t)$ είναι η κρουστική απόκριση του φίλτρου του Σχήματος 3. Επίσης, το $N(t)$ είναι ανεξάρτητο από το $Y(t)$. Αυτά δε θα μας απασχολήσουν εδώ. Επίσης, στο Σχήμα 3 έχει υποτεθεί, χωρίς βλάβη της γενικότητας, ότι το κέρδος του φίλτρου είναι ίσο με 1.

Επειδή το $X(t)$ είναι το αρχικό σήμα πληροφορίας και $Y(t)$ είναι το σήμα στην έξοδο του φίλτρου, ο λόγος σήματος προς θόρυβο στην έξοδο του φίλτρου, *πριν* τη δειγματοληψία ισούται με

$$\mathsf{SNR}_1 = \frac{\mathcal{P}_X}{\mathcal{P}_N} = \frac{\mathcal{P}_X}{\mathbb{E}\left[(N(t))^2\right]} = \frac{\mathcal{P}_X}{\mathbb{E}\left[(X(t) - Y(t))^2\right]}.$$

(δ) **(15 μονάδες)**

Υπολογίστε τον SNR_1 για την τιμή του ν που βρήκατε στο Ερώτημα (β). Εάν δεν έχετε λύσει το Ερώτημα (β) υποθέστε μία τιμή για το ν, π.χ. $\nu = 9$ bits.

Παρατηρήστε ότι ακόμη δεν έχουμε κβαντίσει το σήμα $Y(t)$, ούτε το έχουμε δειγματοληπτήσει.

Σε περίπτωση που σας χρειαστεί, δίνεται ότι $\log_{10} 3 \approx 0.48$ και $\log_{10} 5 \approx 0.7$.

Σημείωση: Ο SNR_1 θα πρέπει να δοθεί σε dB και να μην περιέχει καμία άγνωστη παράμετρο. Επομένως, θα πρέπει να υπολογίσετε την τιμή της παραμέτρου B (συναρτήσει του A).

(ε) **(4 μονάδες)**

Έστω, τώρα, ότι δειγματοληπτούμε το $Y(t)$ με την *ελάχιστη* συχνότητα που απαιτείται ώστε να μπορούμε να το ανακτήσουμε επακριβώς στο δέκτη και ότι, στη συνέχεια, το κβαντίζουμε με χρήση $\nu + 1$ bits ανά δείγμα (χρησιμοποιούμε την τιμή του ν που βρήκατε στο Ερώτημα (β)). Αν $Y_{r,Q}(t)$ είναι το σήμα συνεχούς χρόνου που ανακατασκευάζεται με χρήση των *κβαντισμένων* δειγμάτων του $Y(t)$, εξηγήστε γιατί

$$\mathsf{SNR}_2 \triangleq \frac{\mathcal{P}_X}{\mathcal{P}_{N'}} = \frac{\mathcal{P}_X}{\mathbb{E}\left[(X(t) - Y_{r,Q}(t))^2\right]} < \frac{\mathcal{P}_X}{\mathbb{E}\left[(X(t) - Y(t))^2\right]} = \mathsf{SNR}_1.$$

Επομένως, μπορούμε να φράξουμε τον SNR_2 ως $\mathsf{SNR}_2 < \mathsf{SNR}_1$.

Δε χρειάζεται να δώσετε μαθηματικώς αυστηρή απόδειξη, απλώς να εξηγήσετε γιατί ισχύει η ανισότητα.

(στ) **(5 μονάδες)**

Με βάση τον SQNR που υπολογίσατε στο Ερώτημα (γ) και το άνω φράγμα για τον SNR_2 του Ερωτήματος (ε) συγκρίνετε τις δύο προσεγγίσεις. Ποια είναι προτιμότερη;

Μπορείτε να υποθέσετε ότι ο SNR του ανακατασκευασμένου σήματος στην πρώτη περίπτωση (που δεν αποκόπτουμε συχνότητες) ισούται με τον SQNR, δηλαδή ότι

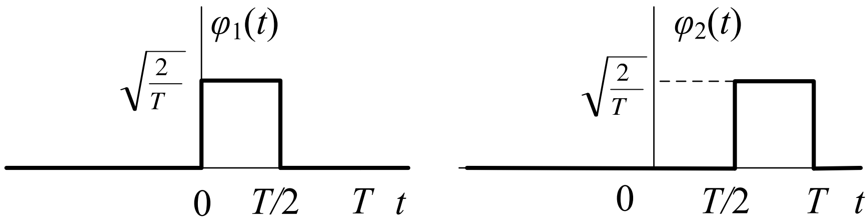
$$\mathsf{SNR} = \frac{\mathcal{P}_X}{\mathbb{E}\left[(X(t) - X_{r,Q}(t))^2\right]} = \mathsf{SQNR},$$

όπου $X_{r,Q}(t)$ το σήμα που ανακατασκευάζεται από τα *κβαντισμένα* δείγματα του $X(t)$ (δειγματοληπτημένο με την f_s του Ερωτήματος (α)).

3. **Επίδραση απόκλισης χρονισμού στη μετάδοση (55 μονάδες)**

Στην άσκηση αυτή θα μελετήσουμε την επίδραση της απόκλισης χρονισμού (timing offset) στην πιθανότητα σφάλματος ενός ψηφιακού συστήματος $M = 4$ μηνυμάτων για τη μετάδοση των οποίων χρησιμοποιείται γραμμική διαμόρφωση $N = 2$ διαστάσεων.

Το ψηφιακό σύστημα χρησιμοποιεί τις βάσεις του Σχήματος 4 για τη μετάδοση.



Σχήμα 4: Συναρτήσεις βάσης για το γραμμικό διαμορφωτή 2 διαστάσεων.

Τα σήματα του αστερισμού είναι τα

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} +1 \\ +1 \end{bmatrix}, \; \mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix}, \; \mathbf{x}_3 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \; \mathbf{x}_4 = \begin{bmatrix} +1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(α) **(5 μονάδες)**

Σχεδιάστε τον αστερισμό στο $\mathbb{R}^2$. Επίσης, στο σχήμα σας σημειώστε τις περιοχές απόφασης που χρησιμοποιεί ο *βέλτιστος* δέκτης για να αποκωδικοποιήσει το σήμα στην έξοδο του αποδιαμορφωτή.

Θεωρούμε ότι η μετάδοση γίνεται σε κανάλι AWGN και ότι τα $x_m(t)$, $m = 1, \ldots, 4$ μεταδίδονται με την ίδια πιθανότητα.

(β) **(5 μονάδες)**

Δώστε εκφράσεις για τα σήματα (συνεχούς χρόνου) $x_m(t)$, $m = 1, \ldots, 4$ που αποστέλλονται στο κανάλι ή σχεδιάστε τα.

Υποθέτουμε, τώρα, ότι ο δέκτης δεν εκτιμά σωστά το χρόνο άφιξης των σημάτων. Συγκεκριμένα, αντί ο αποδιαμορφωτής να συσχετίσει το σήμα που λαμβάνει με τις $\phi_1(t)$ και $\phi_2(t)$, το συσχετίζει με τις $\phi_1(t-\tau)$ και $\phi_2(t-\tau)$, $0 < \tau < \frac{T}{4}$. Δηλαδή, τα σήματα φτάνουν στο δέκτη τ s ενωρίτερα από ό,τι νομίζει ο δέκτης.

(γ) **(5 μονάδες)**
Αποτελούν οι $\phi_1(t-\tau)$ και $\phi_2(t-\tau)$ ορθοκανονική βάση; Αν ναι, αποτελούν βάση του υποχώρου στον οποίο ανήκουν τα $x_m(t)$, $m = 1, \ldots, 4$;

(δ) **(17 μονάδες)**
Έστω, αρχικά, ότι δεν υπάρχει θόρυβος στο κανάλι. Δηλαδή, ο δέκτης λαμβάνει ένα από τα $x_m(t)$, $m = 1, \ldots, 4$. Ο δέκτης χρησιμοποιεί αποδιαμορφωτή συσχέτισης με τις $\phi_1(t-\tau)$ και $\phi_2(t-\tau)$ (επειδή νομίζει – εσφαλμένα – ότι τα σήματα φτάνουν τ s αργότερα από την πραγματικότητα).

Εάν $\tilde{\mathbf{x}}_m = \begin{bmatrix} \tilde{x}_{m,1} \\ \tilde{x}_{m,2} \end{bmatrix}$ είναι η έξοδος του αποδιαμορφωτή που χρησιμοποιεί τις $\phi_1(t-\tau)$ και $\phi_2(t-\tau)$ όταν η είσοδος είναι το σήμα $x_m(t)$, $m = 1, \ldots, 4$, βρείτε τις τιμές των $\tilde{\mathbf{x}}_m$ **(14 μονάδες)** και σχεδιάστε τα στο $\mathbb{R}^2$ **(2 μονάδες)**.

Υποθέστε ότι χρησιμοποιούμε το σύστημα για να μεταδώσουμε μόνο μία φορά (δηλαδή δε στέλνουμε σύμβολα διαδοχικά στο κανάλι).

Τι παρατηρείτε; **(1 μονάδα)**

Σημείωση: Η απάντησή σας θα περιέχει ως παραμέτρους τα T και τ (ή, ακόμα καλύτερα, το λόγο $\alpha = \frac{\tau}{T}$). Υπενθυμίζεται ότι έχουμε υποθέσει ότι $0 < \tau < \frac{T}{4}$. Επομένως, $0 < \alpha < \frac{1}{4}$.

Συνέχεια Άσκησης 3(δ)

(ε) **(3 μονάδες)**

Έστω, τώρα, ότι συνυπολογίζουμε και την επίδραση του θορύβου. Δηλαδή, το σήμα στο δέκτη (στην είσοδο του αποδιαμορφωτή) ισούται με $y(t) = x_m(t) + n(t)$.

Εάν ο $n(t)$ είναι AWGN με (δίπλευρη) φασματική πυκνότητα ισχύος $S_{NN}(f) = \frac{\mathcal{N}_0}{2}$, τι κατανομή ακολουθούν τα $\tilde{n}_1$ και $\tilde{n}_2$ στις εξόδους του αποδιαμορφωτή (που χρησιμοποιεί τις $\phi_1(t-\tau)$ και $\phi_2(t-\tau)$); Είναι τα $\tilde{n}_1$ και $\tilde{n}_2$ ανεξάρτητα μεταξύ τους;

Υπόδειξη: Μπορείτε να απαντήσετε γρήγορα αν χρησιμοποιήσετε την απάντηση του Ερωτήματος (γ).

(στ) **(10 μονάδες)**

Υπολογίστε το NNUB για την πιθανότητα σφάλματος συμβόλου στο δέκτη αν τα $\mathbf{x}_m$ αποστέλλονται με την ίδια πιθανότητα από τον πομπό και ο δέκτης χρησιμοποιεί αποκωδικοποιητή μέγιστης πιθανοφάνειας (ML). Αν προτιμάτε, μπορείτε να δώσετε την ακριβή έκφραση για την πιθανότητα σφάλματος.

Η απάντησή σας θα πρέπει να περιέχει τα α και σ ως παραμέτρους.

Προσοχή: Ο δέκτης δε γνωρίζει το πρόβλημα με το χρονισμό, οπότε σχεδιάζει τον αποκωδικοποιητή ML υποθέτοντας ότι τα σήματα φτάνουν στο δέκτη τ s ενωρίτερα σε σχέση με την πραγματικότητα. Δηλαδή, χρησιμοποιεί τις περιοχές απόφασης που βρήκατε στο Ερώτημα (α). Για εμάς που γνωρίζουμε το τ, ο αποκωδικοποιητής δεν είναι ML, αλλά ο δέκτης που δε γνωρίζει ότι $\tau \neq 0$ νομίζει ότι είναι.

Στις επόμενες ερωτήσεις δώστε γρήγορες (αλλά αιτιολογημένες) απαντήσεις. Δε χρειάζεται να αποδείξετε κάτι με μαθηματικό τρόπο.

(ζ) **(5 μονάδες)**

Αλλάζει η πιθανότητα σφάλματος αν αυξήσουμε την ενέργεια με την οποία στέλνουμε τα $\mathbf{x}_m$; Αν, δηλαδή, στέλνουμε $\mathbf{x}'_m = c\mathbf{x}_m$, $c \in \mathbb{R}$, $c > 1$; **(3 μονάδες)**

Αλλάζουν οι περιοχές απόφασης στο δέκτη; **(2 μονάδες)**

Υποθέτουμε ότι το τ είναι το ίδιο με τα προηγούμενα ερωτήματα (και *άγνωστο* στο δέκτη).

(η) **(5 μονάδες)**

Σε αντίθεση με την υπόθεση που κάναμε έως τώρα ότι μεταδίδουμε μόνο μία φορά, αν η μετάδοση επαναληφθεί (πάρα) πολλές φορές και $0 < \tau < \frac{T}{4}$ θα καταλάβει κάποια στιγμή ο δέκτης ότι $\tau \neq 0$;

Αν ναι, υπάρχει τρόπος να εκτιμήσει την τιμή του τ προκειμένου να ανακτήσει το (σωστό) συγχρονισμό μετακινώντας τις $\phi_1(t-\tau)$ και $\phi_2(t-\tau)$ στη σωστή τους θέση ($\phi_1(t)$ και $\phi_2(t)$);

Σημείωση: Υποθέτουμε ότι ο δέκτης *δε* γνωρίζει τη διασπορά, σ^2, του θορύβου.

Πρόχειρο ☐ ή συνέχεια Άσκησης ______