



Παράδειγμα 17

Θεματική ενότητα: Ενεργός επιφάνεια κεραιών

Εκφώνηση

Να αποδειχτεί ότι το ενεργό μήκος γραμμικής κεραιάς ισούται με $l_e = \sqrt{\frac{A_e |Z|^2}{n R_T}}$, το οποίο για μια κεραιά χωρίς απώλειες και για συνθήκες μέγιστης μεταφοράς ισχύος (προσαρμογή της κεραιάς στο φορτίο και απορρόφηση από την κεραιά το μέγιστο της προσπίπτουσας ισχύος) γίνεται $l_e = 2 \sqrt{\frac{A_{em} R_r}{n}}$. A_e και A_{em} είναι αντίστοιχα η ενεργός και μέγιστη ενεργός επιφάνεια της κεραιάς και n η χαρακτηριστική αντίσταση του μέσου. Επιπλέον $Z_T = R_T + jX_T$ και $Z_A = R_r + R_L + jX_A$ είναι οι εμπεδήσεις του φορτίου και της κεραιάς αντίστοιχα, με R_r και R_L την αντίσταση ακτινοβολίας και την αντίσταση απωλειών της κεραιάς. $Z = Z_T + Z_A$ είναι η ολική εμπεδότητα του κυκλώματος κεραιά-φορτίο.

Λύση

Η τάση V_{oc} που επάγεται στην κεραιά όταν προσπίπτει κύμα με πυκνότητα ισχύος W , του οποίου το μέτρο του ηλεκτρικού πεδίου είναι E , είναι:

$$V_{oc} = E l_e \quad (1)$$

Η τάση αυτή ισούται με την τάση στα άκρα του φορτίου, δηλαδή:

$$V_{oc} = V_T \quad (2)$$

Το ρεύμα του φορτίου είναι:

$$I_T = \frac{V_T}{|Z|} \quad (3)$$

Η πραγματική ισχύς που φτάνει στο φορτίο είναι:



$$P_T = I_T^2 R_T \quad (4)$$

και

$$P_T = W A_e \quad (5)$$

Επιπλέον:

$$W = \frac{E^2}{n} \quad (6)$$

Τελικά από (3) και (4) έχουμε:

$$P_T = \frac{V_T^2}{|Z|^2} R_T, \text{ ή (λόγω 5)}$$

$$W A_e = \frac{V_T^2}{|Z|^2} R_T, \text{ ή (λόγω 2 και 6)}$$

$$\frac{E^2}{n} A_e = \frac{V_{oc}^2}{|Z|^2} R_T, \text{ ή (λόγω 1)}$$

$$\frac{E^2}{n} A_e = \frac{E^2 l_e^2}{|Z|^2} R_T.$$

Τελικά:

$$l_e = \sqrt{\frac{A_e |Z|^2}{n R_T}}.$$

Για κεραία χωρίς απώλειες ($R_L = 0$) και για συνθήκες μέγιστης μεταφοράς ισχύος ($R_T = R_r + R_L$,
 $X_T = -X_A$ και $A_e = A_{em}$) έχουμε:



$$R_T = R_r$$

και

$$Z = Z_T + Z_A = R_T + R_r + R_L + j(X_T + X_A) = 2R_r.$$

Άρα

$$l_e = 2\sqrt{\frac{A_{em}R_r}{n}}$$