

# Τμήμα Μηχανικών Η/Υ και Πληροφορικής

---

## Εργαστήριο Επεξεργασίας Σημάτων και Τηλεπικοινωνιών



### Κινητά Δίκτυα Επικοινωνιών

#### *Μέρος Α: Τηλεπικοινωνιακά Θέματα:*

#### *Ενότητα Νο 4*

#### *Τεχνικές Ισοστάθμισης Διαύλου*



## Βασικές αρχές Ισοστάθμισης

---

- Το φαινόμενο της πολυδιόδευσης στα κανάλια των δικτύων κινητών επικοινωνιών προκαλεί την εμφάνιση **διασυμβολικής παρεμβολής (ISI - Intersymbol Interference)**.
- Έστω  $f(t)$  η κρουστική απόκριση του συνολικού καναλιού (φίλτρο πομπού, κανάλι, φίλτρο δέκτη). Το λαμβανόμενο σήμα θα έχει τη μορφή:

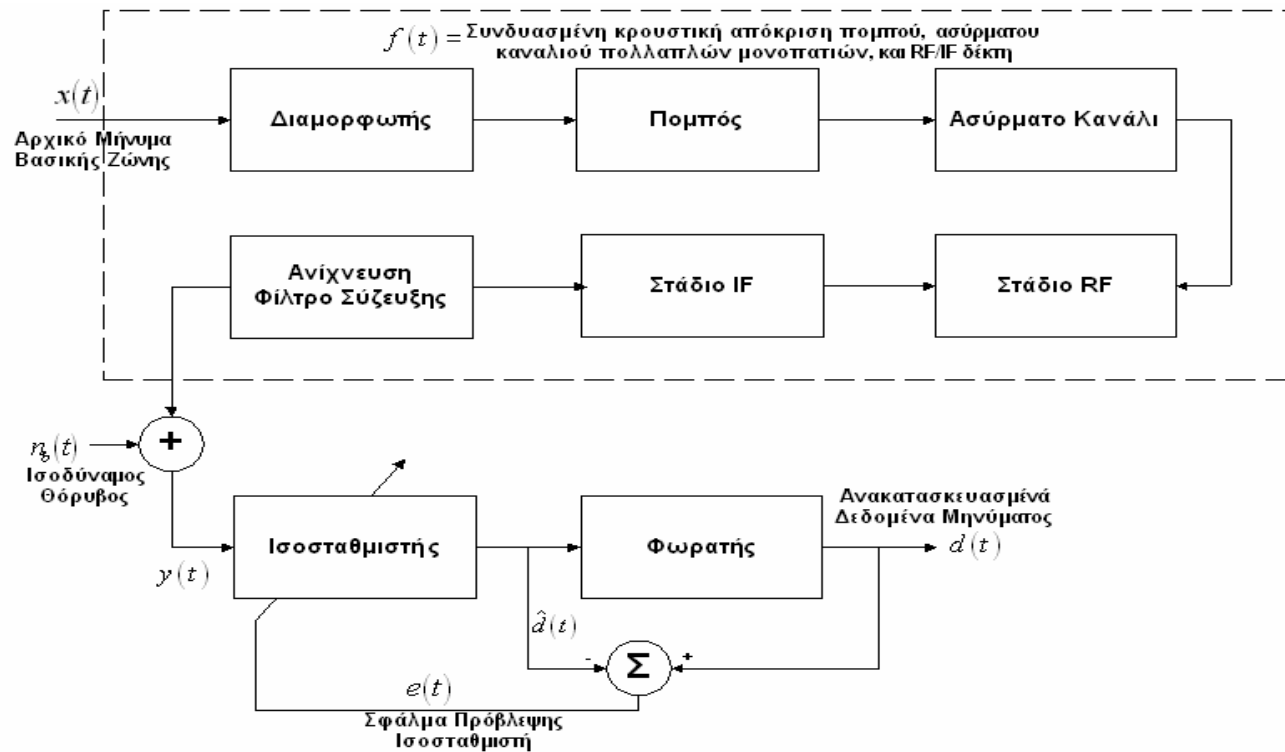
$$y(t) = x(t) * f(t) + n_b(t)$$

- Στο δέκτη, μια ειδική διάταξη που καλείται **ισοσταθμιστής (equalizer)**, αναλαμβάνει την αντιμετώπιση της ISI.
- **Ισοστάθμιση**, με μια ευρεία έννοια, ονομάζεται οποιαδήποτε λειτουργία επεξεργασίας σήματος που μειώνει δραστικά τη διασυμβολική παρεμβολή.



## Βασικές αρχές Ισοστάθμισης

### Τυπικό σύστημα επικοινωνίας με ενσωματωμένο ισοσταθμιστή



- Η έξοδος του ισοσταθμιστή έχει τη μορφή:  $\hat{d}(t) = x(t) * f(t) * h_{eq}(t) + n_b(t) * h_{eq}(t)$
- **Στόχος:** ο σχεδιασμός της  $h_{eq}(t)$ , ώστε η έξοδος  $d(t)$  του ισοσταθμιστή να τείνει στο  $x(t)$ .
- Σε αρκετές εφαρμογές ο ισοσταθμιστής πρέπει να είναι χρονικά μεταβαλλόμενος για να παρακολουθεί τις αλλαγές του καναλιού



## Κατηγοριοποίηση Ισοσταθμιστών

---

*Με βάση το κριτήριο βελτιστοποίησης:*

- **Κριτήριο μέγιστης πιθανοφάνειας (Maximum Likelihood Criterion - ML):** Σε κάθε χρονική στιγμή, ο ανιχνευτής παίρνει απόφαση υπέρ ενός συμβόλου, ώστε να μεγιστοποιείται η πιθανότητα σωστής απόφασης, δεδομένης της τιμής του λαμβανόμενου σήματος. Είναι βέλτιστοι ισοσταθμιστές, αλλά μεγάλης πολυπλοκότητας.
- **Κριτήριο μηδενισμού της διασυμβολικής παρεμβολής (Zero-forcing Criterion - ZF):** Ο ισοσταθμιστής μηδενίζει τη διασυμβολική παρεμβολή. Είναι πολύ απλό κριτήριο αλλά με βασικό μειονέκτημα ότι δεν λαμβάνει υπόψη το θόρυβο.
- **Κριτήριο ελάχιστου μέσου τετραγωνικού σφάλματος (Minimum Mean Square Error Criterion - MMSE):** Ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα της εξόδου του ισοσταθμιστή, σε σχέση με την αποστελλόμενη ακολουθία. Λαμβάνει υπόψη του τόσο τη διασυμβολική παρεμβολή όσο και τον προσθετικό θόρυβο.



## Κατηγοριοποίηση Ισοσταθμιστών

---



*Με βάση τη δομή του ισοσταθμιστή:*

- **Εγκάρσιοι Ισοσταθμιστές (transversal equalizers):** Κλασικά FIR φίλτρα, με σταθερό αριθμό συντελεστών, μέσα από τα οποία διέρχεται το λαμβανόμενο σήμα.
- **Ισοσταθμιστές με δομή lattice:** Ισοσταθμιστές με ειδική κλιμακωτή δομή που τους δίνει μεγαλύτερη ευελιξία (άγνωστη τάξη ισοσταθμιστή / δομή pipelined). Αποτελούνται από έναν αριθμό όμοιων βαθμίδων, που αντιστοιχεί στον αριθμό των συντελεστών ενός εγκάρσιου ισοσταθμιστή. Η προσθήκη επιπλέον βαθμίδων γίνεται εύκολα. Οι παράμετροι του φίλτρου lattice είναι διαφορετικές από τις παραμέτρους του εγκάρσιου αλλά υπάρχει ένα-προς-ένα αντιστοιχία.



## Κατηγοριοποίηση Ισοσταθμιστών

---

### *Με βάση τη χρονική μεταβολή του ισοσταθμιστή:*

- **Σταθεροί Ισοσταθμιστές (fixed or preset equalizers):** Οι συντελεστές υπολογίζονται μια φορά στην αρχή της λειτουργίας τους και παραμένουν σταθεροί.
- **Προσαρμοστικοί Ισοσταθμιστές (adaptive equalizers):** Οι συντελεστές μεταβάλλονται συνεχώς ώστε να παρακολουθούν τις χρονικές μεταβολές του καναλιού.

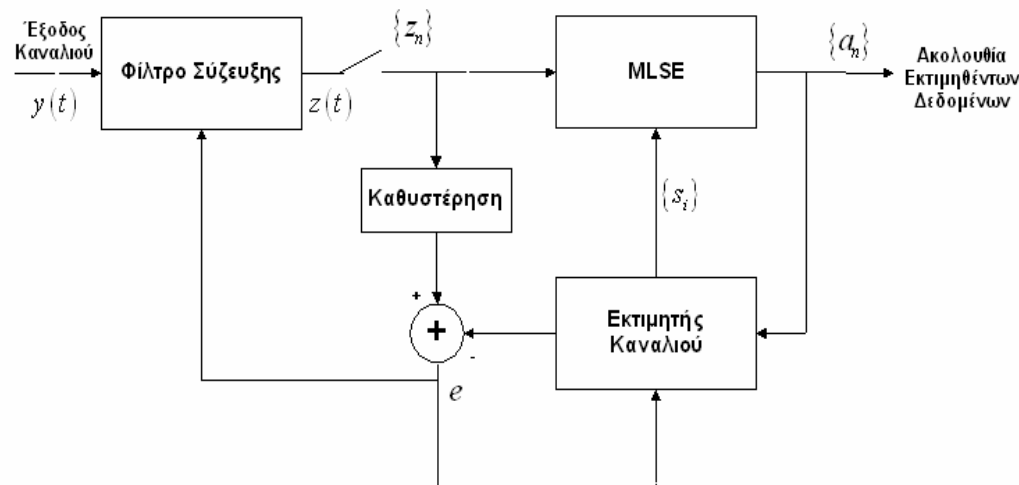
### *Με βάση τη γραμμικότητα ή μη της δομής τους:*

- **Γραμμικοί Ισοσταθμιστές:** Η έξοδος είναι γραμμική συνάρτηση της εισόδου τους.
- **Μη-γραμμικοί Ισοσταθμιστές:** Η έξοδος δεν είναι γραμμική συνάρτηση της εισόδου τους (π.χ. οι ισοσταθμιστές που στηρίζονται στο κριτήριο ML).



## Το κριτήριο ML

### Δομή ενός ισοσταθμιστή MLSE (Maximum Likelihood Sequence Estimation)



$$\max P\{\mathbf{a}_m / \mathbf{r}\} \equiv \max f\{\mathbf{r} / \mathbf{a}_m\}$$

- Ελέγχει όλες τις πιθανές ακολουθίες δεδομένων και επιλέγει εκείνη με τη μέγιστη πιθανοφάνεια του λαμβανόμενου σήματος
- Απαιτεί γνώση του καναλιού μετάδοσης και της κατανομής του θορύβου.
- Μεγάλη πολυπλοκότητα. Η χρήση του αλγορίθμου Viterbi μειώνει δραστικά τους υπολογισμούς και επιτρέπει την εφαρμογή σε μικρού μήκους κανάλια. Πολυπλοκότητα: από  $O(N^L)$  σε  $O(NM^L)$ , όπου:  $L$  το μήκος καναλιού,  $M$  η τάξη του αλφαβήτου και  $N$  το πλήθος των συμβόλων



# MLSE

- Παράδειγμα: έστω κανάλι μήκους  $L=2$  ,  $\{f(0), f(1)\}$ , και δυαδική διαμόρφωση (π.χ. δυαδικό PAM  $a_m = +1, -1$ )
- Αν εξαιρέσουμε το θόρυβο, τότε η τιμή που λαμβάνουμε είναι:

$$y(m) = f(0)a_m + f(1)a_{m-1}$$

- Και ανάλογα με τα σύμβολα που στάλθηκαν, μπορούμε να πάρουμε τους παρακάτω συνδυασμούς:

$$y_1(m) = f(0)(+1) + f(1)(+1)$$

$$y_2(m) = f(0)(+1) + f(1)(-1)$$

$$y_3(m) = f(0)(-1) + f(1)(+1)$$

$$y_4(m) = f(0)(-1) + f(1)(-1)$$





# MLSE (συνέχεια)

- Εφόσον:
  - έχουμε το  $y(m)$
  - και με κάποιο τρόπο **έχουμε υπολογίσει το κανάλι**, δηλαδή γνωρίζουμε τα  $f(0), f(1)$
- Τότε, μπορούμε:
  - να υπολογίσουμε όλα τα δυνατά  $y_i(m)$
  - να δούμε ποιο είναι πιο κοντά στο ληφθέν  $y(m)$
  - και να αποφασίσουμε ποια ήταν τα σύμβολα που στάλθηκαν
- Μεγιστοποίηση της συνάρτησης κόστους:  $\log[f(y/a)]$   
(για ακολουθία  $N$  συμβόλων απαιτεί:  $M^N$  )
- Προσέξτε ότι:
  - θεωρούμε ότι το κανάλι είναι γνωστό με κάποιο τρόπο
  - την επόμενη χρονική στιγμή (που θα λάβουμε το  $y(m+1)$ ), θα εμπλέκεται και πάλι το σύμβολο  $a_m$ , και αυτή η πληροφορία θα πρέπει να αξιοποιηθεί



# MLSE με τον αλγόριθμο Viterbi

- **Viterbi:** αλγόριθμος υλοποίησης του φωρατή MLSE
- **MLSE:** είναι ο βέλτιστος εκτιμητής της ακολουθίας των συμβόλων:
  - αντιμετωπίζει πλήρως την ISI
  - πλήττεται μόνο από την επίδραση του AWGN θορύβου που είναι τυχαίος
- Η πολυπλοκότητα του αλγ. Viterbi είναι  $O(M^L)/\text{symbol}$
- Λόγω της εκθετικής πολυπλοκότητας, ο MLSE χρησιμοποιείται πρακτικά μόνο σε περιπτώσεις
  - μικρών  $M, L$
  - π.χ. συστήματα κινητής επικοινωνίας με σχετικά χαμηλό ρυθμό δεδομένων [ $M=2:4, L=2:5$ ]
- Για μεγάλα  $M$  και  $L$ , χρησιμοποιούνται άλλες υπο-βέλτιστες μέθοδοι
- Ο MLSE αποτελεί benchmark



## Το κριτήριο ZF

- Ο ισοσταθμιστής σχεδιάζεται έτσι ώστε να μηδενίζει τη διασυμβολική παρεμβολή (απαιτείται: εκτίμηση του καναλιού)

$$y(t) = x(t) * h_{ch}(t) + n_b(t)$$

$$\hat{d}(t) = x(t) * h_{ch}(t) * h_{eq}(t) + n_b(t) * h_{eq}(t)$$

$$h_{eq}(t) * h_{ch}(t) = \delta(t) \quad \text{ή} \quad H_{eq}(f)H_{ch}(f) = 1$$

- Δηλαδή ένας ισοσταθμιστής ZF άπειρου μήκους είναι ένα αντίστροφο φίλτρο για το σύστημα του καναλιού:

$$H_{eq}(f) = \frac{1}{H_{ch}(f)}$$

- Βασικό μειονέκτημα: δε λαμβάνει υπόψη το θόρυβο με αποτέλεσμα να προκαλεί ενίσχυση στις συχνότητες όπου η απόκριση συχνότητας του καναλιού παρουσιάζει μεγάλες βυθίσεις.



## Το κριτήριο MMSE

- Ο ισοσταθμιστής σχεδιάζεται έτσι ώστε να ελαχιστοποιεί το μέσο τετραγωνικό σφάλμα στην έξοδό του:

$$y(t) = x(t) * h_{ch}(t) + n_b(t)$$

$$\hat{d}(t) = x(t) * h_{ch}(t) * h_{eq}(t) + n_b(t) * h_{eq}(t)$$

$$\min \{E(|e(t)|^2)\} = \min \{|\hat{d}(t) - x(t)|^2\}$$

- Αν ο ισοσταθμιστής έχει άπειρο μήκος και ο θόρυβος είναι AWG:

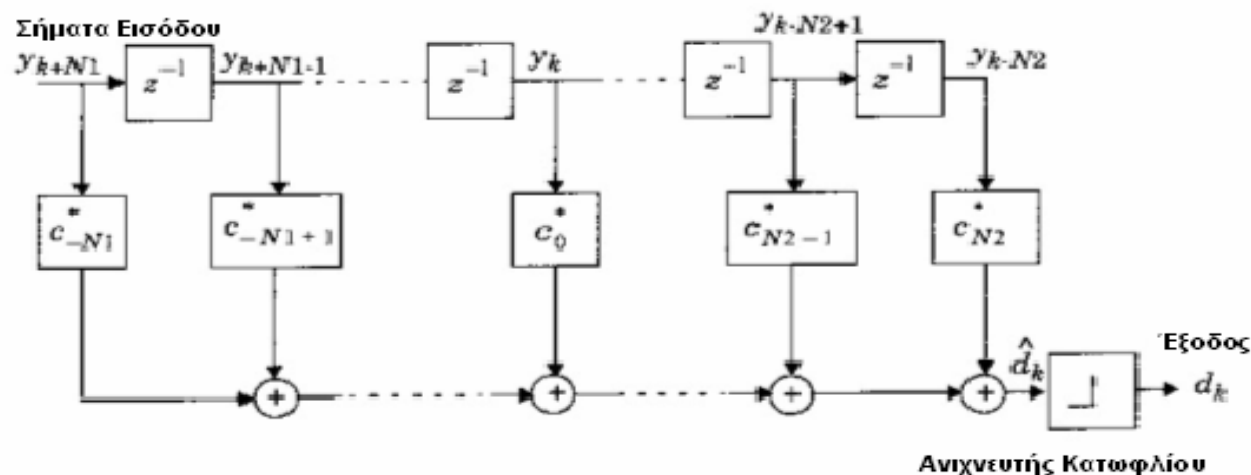
$$H_{eq}(f) = \frac{1}{H_{ch}(f) + N_0}$$

- Πλεονέκτημα: ελαχιστοποιεί το άθροισμα της ισχύος της ISI και του προσθετικού θορύβου και πετυχαίνει μικρότερο ρυθμό σφαλμάτων.



## Γραμμική Ισοστάθμιση

Βασική δομή ενός γραμμικού εγκάρσιου ισοσταθμιστή



- Η είσοδος στη διάταξη απόφασης είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των εισόδων του ισοσταθμιστή στην τρέχουσα και τις προηγούμενες χρονικές στιγμές, με βάρη που καθορίζονται από το εκάστοτε κριτήριο:

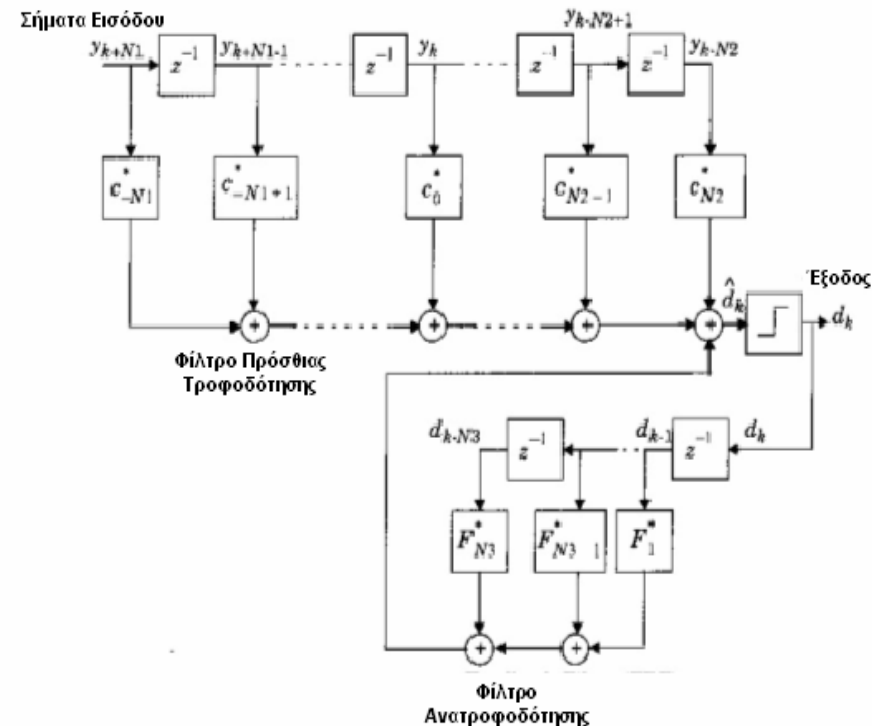
$$\hat{d}_k = \sum_{n=-N_1}^{N_2} (c_n^*) y_{k-n}$$

- Ένας γραμμικός ισοσταθμιστής μπορεί να είναι είτε ZF είτε MMSE.
- Μπορεί να υλοποιηθεί και στη δομή lattice.



# Μη Γραμμική Ισοστάθμιση

## Βασική δομή ενός ισοσταθμιστή με επανατροφοδότηση αποφάσεων (DFE)



- Βασική ιδέα: Η ISI που οφείλεται σε προηγούμενα σύμβολα (που έχουν ανιχνευθεί) μπορεί να εκτιμηθεί και να αφαιρεθεί από το λαμβανόμενο σήμα πριν από την ανίχνευση των επόμενων συμβόλων.
- Η έξοδος του ισοσταθμιστή δίνεται από τη σχέση:

$$\hat{d}_k = \sum_{n=-N_1}^{N_2} (c_n^*) y_{k-n} + \sum_{n=1}^{N_3} (F_n^*) d_{k-n}$$



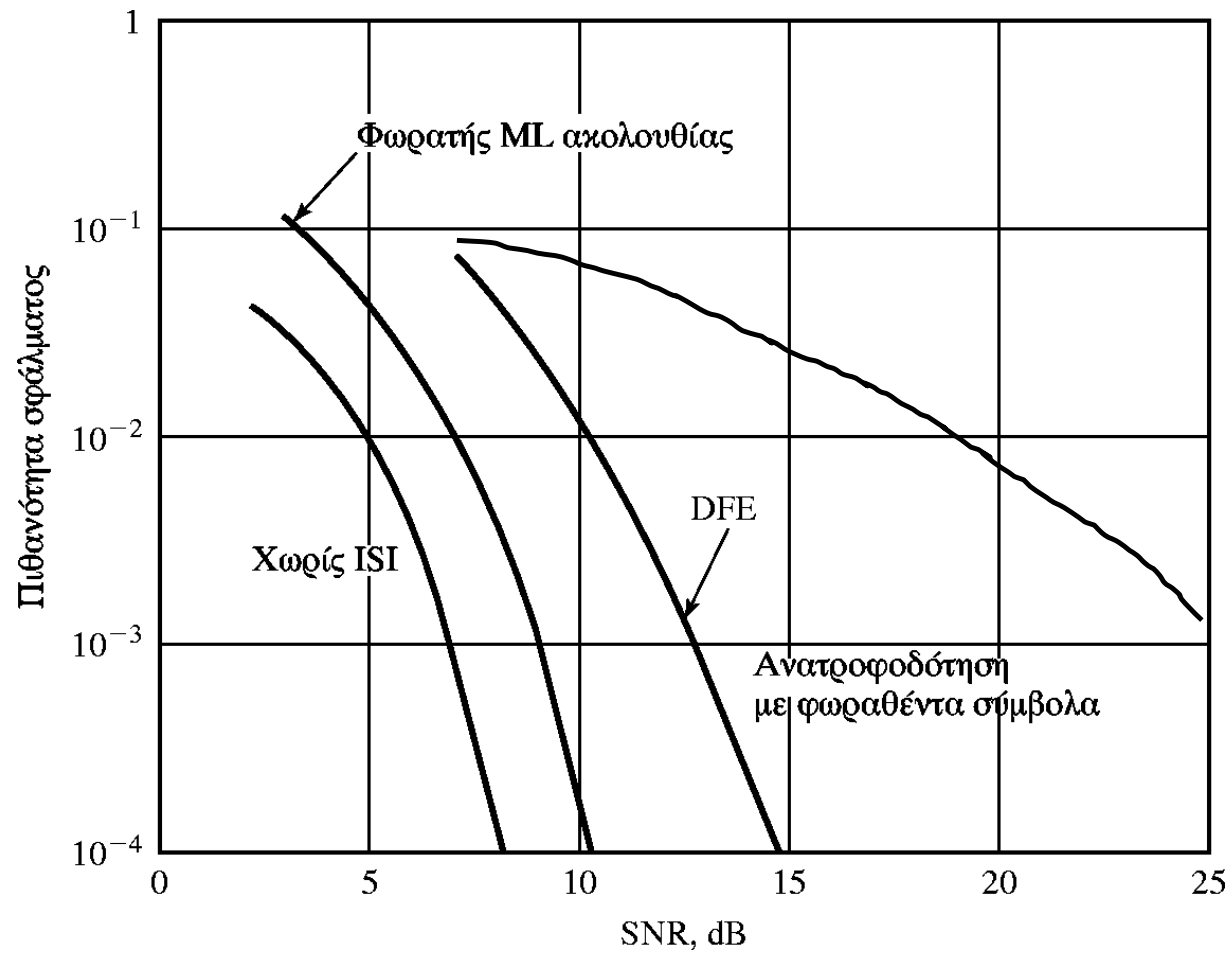
## Μη Γραμμική Ισοστάθμιση

---

- Ένας μη-γραμμικός ισοσταθμιστής μπορεί να είναι είτε ZF είτε MMSE, ανάλογα με το κριτήριο που χρησιμοποιείται στον υπολογισμό των συντελεστών του.
- Αν οι προηγούμενες αποφάσεις είναι σωστές και το μήκος του feedback φίλτρου αρκετά μεγάλο, επιτυγχάνεται πλήρης εξάλειψη της ISI.
- Πρόβλημα αποτελεί το **φαινόμενο της διάδοσης λαθών**: Λάθη σε προηγούμενες αποφάσεις διαδίδονται στα επόμενα σύμβολα μέσω του φίλτρου ανάδρασης (feedback) προκαλώντας ενδεχομένως νέα λάθη.
- Γενικά ο DFE παρουσιάζει καλύτερη συμπεριφορά από τους γραμμικούς ισοσταθμιστές.



# Σύγκριση Viterbi και DFE (Proakis, κανάλι B)







## Προσαρμοστική Ισοστάθμιση (1/3)

- Για να υπολογίσουμε τους συντελεστές του MMSE ισοσταθμιστή, απαιτείται να λύσουμε **ένα γραμμικό σύστημα**

$$\mathbf{R}_y \mathbf{c} = \mathbf{r}_{ay}$$

- Η λύση του συστήματος είναι

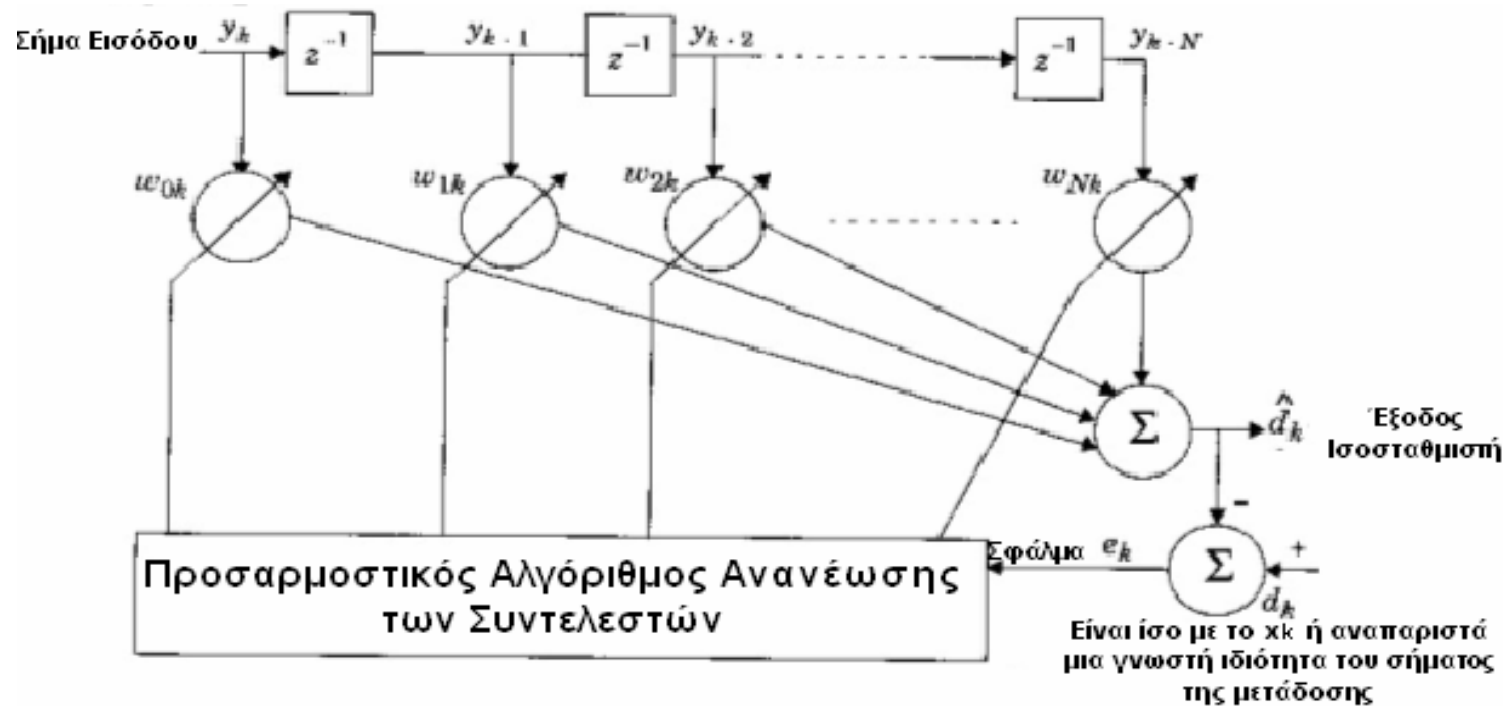
$$\mathbf{c}_{opt} = \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{r}_{ay}$$

- Σε πρακτικές εφαρμογές ισοσταθμιστών:
  - για να βρούμε τον ισοσταθμιστή συνήθως εφαρμόζουμε μια **επαναληπτική διαδικασία**
  - αποφεύγουμε την άμεση αντιστροφή του  $\mathbf{R}_y$
- Η ιδέα της επαναληπτικής διαδικασίας θα οδηγήσει στους **προσαρμοστικούς ισοσταθμιστές**
- Με παρόμοιο τρόπο μπορούν να σχεδιαστούν προσαρμοστικοί ισοσταθμιστές βασισμένοι στο κριτήριο ZF



## Προσαρμοστική Ισοστάθμιση (2/3)

### Βασική δομή ενός προσαρμοστικού γραμμικού ισοσταθμιστή



- Οι συντελεστές του ισοσταθμιστή δεν είναι σταθεροί αλλά ενημερώνονται με τη βοήθεια κατάλληλου αλγορίθμου ώστε να παρακολουθούν τις αλλαγές του καναλιού.
- Υπάρχει μια πληθώρα αλγορίθμων για την προσαρμογή των συντελεστών.



## Προσαρμοστική Ισοστάθμιση (3/3)

### *Βασικές αρχές προσαρμοστικής ισοστάθμισης:*

- Συνήθως πριν τη μετάδοση της πληροφορίας, μεταδίδεται μια **ακολουθία εκμάθησης** που βοηθάει στην αρχική προσαρμογή των συντελεστών του ισοσταθμιστή.
- **Διαδικασία σύγκλισης**: με βάση το σήμα λάθους  $e_k$ , ανανεώνονται συνεχώς οι συντελεστές του ισοσταθμιστή και μειώνεται επαναληπτικά η συνάρτηση ελαχιστοποίησης.
- Μετά τη σύγκλιση, ο αλγόριθμος είτε “παγώνει” τους συντελεστές (μέχρι να λάβει νέα ακολουθία εκμάθησης) είτε μεταβαίνει στην **καθοδηγούμενη από τις αποφάσεις** λειτουργία (χρησιμοποιεί τις αποφάσεις για τα σύμβολα πληροφορίας ως ακολουθία εκμάθησης).
- **Τυφλοί προσαρμοστικοί αλγόριθμοι**: σχετικά πρόσφατη κατηγορία αλγορίθμων που αξιοποιούν τα χαρακτηριστικά του μεταδιδόμενου σήματος και δεν απαιτούν ακολουθία εκμάθησης.



## Επιλογή προσαρμοστικού αλγορίθμου

---

### Βασικοί παράγοντες της απόδοσης προσαρμοστικών αλγορίθμων :

- **Ρυθμός σύγκλισης:** Ο αριθμός των απαιτούμενων επαναλήψεων ώστε ο αλγόριθμος να συγκλίνει αρκετά κοντά στη βέλτιστη λύση, όταν η είσοδος είναι στάσιμη.
- **Misadjustment:** Παράμετρος που μετράει την απόκλιση του τελικού μέσου σφάλματος ενός αλγορίθμου (**σφάλμα σταθερής κατάστασης**) από το βέλτιστο ελάχιστο τετραγωνικό σφάλμα.
- **Tracking:** Σχετίζεται με την ικανότητα του αλγορίθμου να παρακολουθεί τις μεταβολές στο κανάλι.
- **Υπολογιστική πολυπλοκότητα:** Ο αριθμός των απαιτούμενων πράξεων για την εκτέλεση μιας επανάληψης του αλγορίθμου. Ιδιαίτερα σημαντική για αλγορίθμους πραγματικού-χρόνου.
- **Αριθμητικές ιδιότητες:** Αναφέρεται σε σφάλματα στρογγυλοποίησης ή σφάλματα αναπαράστασης που προκύπτουν κατά την υλοποίηση ενός αλγορίθμου. Συσσώρευση λαθών μπορεί να οδηγήσει σε αστάθεια.



## Επιλογή προσαρμοστικού αλγορίθμου

---

### Κριτήρια επιλογής ισοσταθμιστή στις κινητές επικοινωνίες:

- Κόστος υπολογιστικής πλατφόρμας.
- Κατανάλωση ισχύος.
- Ρυθμός δεδομένων και ταχύτητα κίνησης (επιδρούν στα χαρακτηριστικά του καναλιού, άρα καθορίζουν τις απαιτήσεις από τον ισοσταθμιστή).
- Μέγιστη αναμενόμενη χρονική διασπορά του καναλιού (υπαγορεύει τον απαιτούμενο αριθμό συντελεστών του ισοσταθμιστή, άρα επηρεάζει το κόστος του, το χρόνο επεξεργασίας κλπ).



## Παραδείγματα προσαρμοστικών αλγορίθμων

### *Ο αλγόριθμος LMS (Least Mean Square)*

- Χρησιμοποιεί το κριτήριο MMSE.
- Αποτελεί απλοποίηση του αλγορίθμου “steepest descent”. Απαιτεί μόλις  $2N+1$  πολ/σμούς ανά επανάληψη (για  $N+1$  συντελεστές):

$$\hat{d}(n) = \mathbf{w}_N^T(n) \mathbf{y}_N(n)$$

$$e(n) = x(n) - \hat{d}(n)$$

$$\mathbf{w}_N(n+1) = \mathbf{w}_N(n) - \mu \cdot e^*(n) \mathbf{y}_N(n)$$

- Το βήμα  $\mu$  ελέγχει το ρυθμό σύγκλισης και την ευστάθεια.
- Το  $x(n)$  σχηματίζεται είτε από την ακολουθία εκμάθησης είτε από την έξοδο του στοιχείου απόφασης.



## Παραδείγματα προσαρμοστικών αλγορίθμων

### *Ο αλγόριθμος RLS (Recursive Least Squares)*

- Ελαχιστοποιεί το χρονικό μέσο όρο του σφάλματος:

$$J(n) = \sum_{i=1}^n \lambda^{n-i} e^*(i, n) e(i, n)$$

$$\hat{d}(n) = \mathbf{w}^T(n-1) \mathbf{y}(n),$$

$$e(n) = x(n) - \hat{d}(n)$$

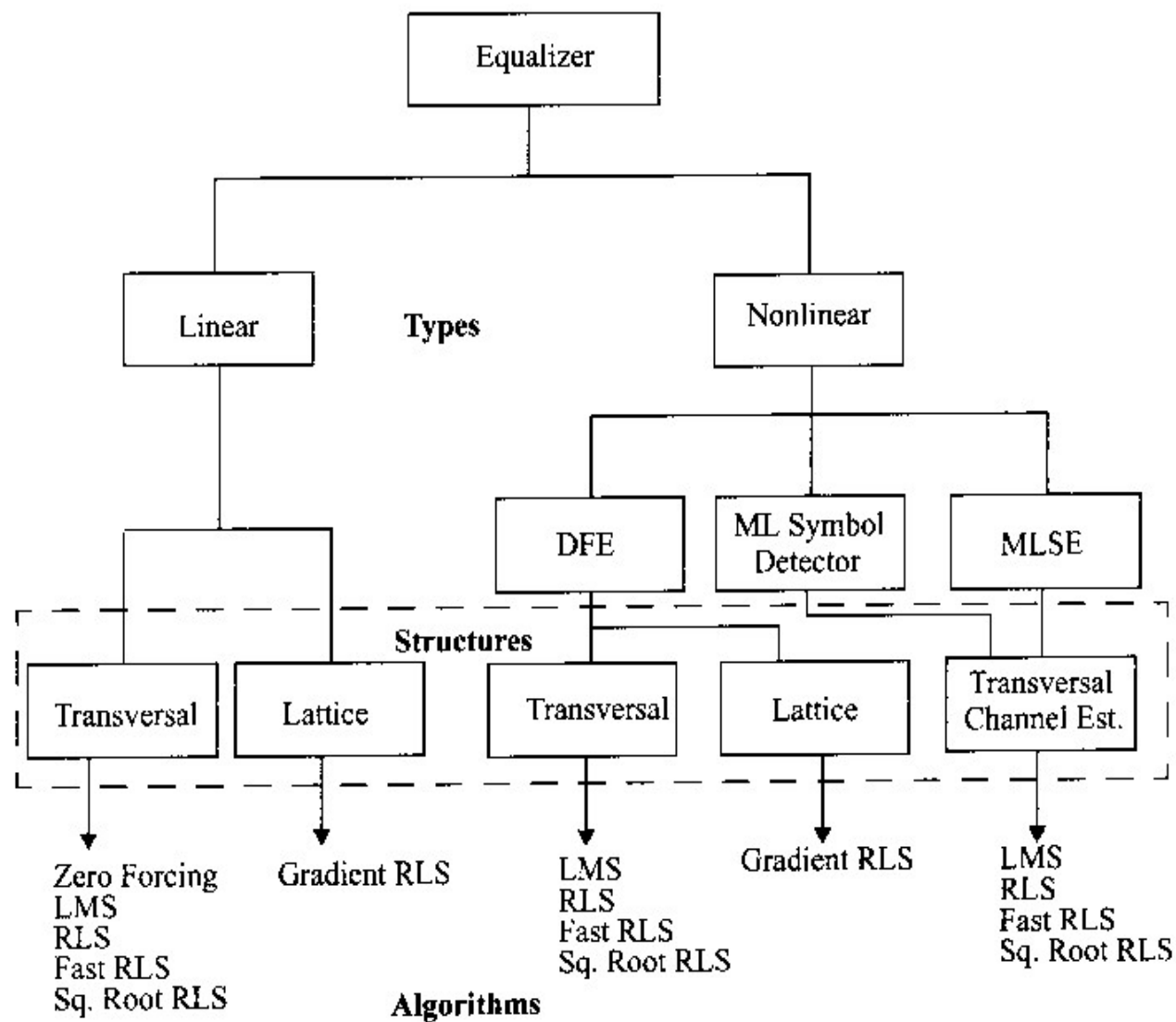
$$\mathbf{k}(n) = \frac{\mathbf{R}^{-1}(n-1) \mathbf{y}(n)}{\lambda + \mathbf{y}^T(n) \mathbf{R}^{-1}(n-1) \mathbf{y}(n)}, \quad \mathbf{R}^{-1}(n) = \frac{1}{\lambda} \left[ \mathbf{R}^{-1}(n-1) - \mathbf{k}(n) \mathbf{y}^T(n) \mathbf{R}^{-1}(n-1) \right]$$

$$\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}(n-1) + \mathbf{k}(n) e^*(n)$$

- Η παράμετρος  $\lambda$  καθορίζει την ικανότητα παρακολούθησης αλλαγών.
- Ο ρυθμός σύγκλισης καθορίζεται από τον πίνακα  $\mathbf{R}$ .
- Πιο γρήγορη σύγκλιση από τον LMS, αλλά και μεγαλύτερη πολυπλοκότητα ( $2.5N^2 + 4.5N$ )



## Σύνοψη τεχνικών ισοστάθμισης







# Ειδικότερα θέματα

- Ισοστάθμιση Μη-Γραμμικών Καναλιών:

$y(t) = NL\{a_n\}$  , όπου NL μη-γραμμικός τελεστής

π.χ. δορυφορικές ζεύξεις / οπτικά κανάλια κλπ.

Πιθανές μέθοδοι αντιμετώπισης:

- Μη-Γραμμικά μοντέλα (Volterra Series Expansion)
  - Νευρωνικά Δίκτυα (Μη-Γραμμική Απεικόνιση)
  - MLSE (Viterbi) (απαιτεί εκτίμηση μη-γραμμικού καναλιού)
- Blind (and Semi-Blind) Equalization:
    - Ισοστάθμιση χωρίς χρήση (ή με ελάχιστη χρήση) ακολουθίας εκμάθησης