Universidade do Minho
Departamento de Matemática

Extremos locais e condicionados

1. Considere a função $f\colon \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $f(x,y) = x^2 + 6xy + y^2 - 8x - 8y$.

   (a) Determine os pontos estacionários de f.

   (b) Verifique se a função possui máximos ou mínimos locais.

2. Determine, caso existam, os pontos de extremo locais das seguintes funções:

   (a) $f(x,y) = x^2 + y^2$;

   (b) $f(x,y) = x^2 + y^2 + 4x - 6y$;

   (c) $f(x,y) = 2x^3 + xy^2 + 5x^2 + y^2$;

   (d) $f(x,y) = x^2 - 4xy + y^3 + 4y$;

   (e) $f(x,y) = xy\,(1 - x - y)$;

   (f) $f(x,y) = e^x \cos y$;

   (g) $f(x,y) = x \cos y$;

   (h) $f(x,y) = 5 - x^2 - y^2$;

   (i) $f(x,y) = \log(x^2 + y^2 + 1)$;

   (j) $f(x,y) = 2x^3 - y^3 - 24x + 75y + 7$.

3. Determine, caso existam, os valores máximo e mínimo das funções dadas, sujeitas à(s) condição(ões) indicada(s).

   (a) $f(x,y) = x^2 - y^2$; $x^2 + y^2 = 1$.

   (b) $f(x,y) = 2x + y$; $x^2 + 4y^2 = 1$.

   (c) $f(x,y) = xy$; $9x^2 + y^2 = 4$.

   (d) $f(x,y,z) = x + 3y + 5z$; $x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

   (e) $f(x,y,z) = x + 2y$; $x + y + z = 1$, $y^2 + z^2 = 4$.

   (f) $f(x,y,z) = 3x - y - 3z$; $x + y - z = 0$, $x^2 + 2z^2 = 1$.

4. Determine os três números positivos, cuja soma é 100 e cujo produto é máximo.

5. Determine os três números positivos, cujo produto é 8 e cuja soma é mínima.

6. Determine três números positivos, cuja soma é 13 tais que a soma dos seus quadrados seja mínima.

7. Determine o ponto do plano $2x - y + z = 1$ mais próximo do ponto $(-4, 1, 3)$.