2 Teste A **Álgebra Linear CC** **17/01/2022** **90minutos**

ordem

Nome.......................................N^o.......................................

Assinale, em cada alínea, a única opção correcta.

Para cada questão deste grupo, assinale através de uma cruz na tabela qual das quatro respostas é verdadeira.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
A			X					X		X		X						X		
B		X		X			X				X					X				
C	X					X							X		X					X
D					X				X					X			X		X	

1. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & a \\ b & 2 \end{bmatrix}$ com $a, b \in \mathbb{R}$. Os vetores $(1, 0)$ e $(1, 2)$ são vetores próprios de A se e só se

   (A) $a = b = 0$. (B) $a = 0$ e $b \in \mathbb{R}$. (C) $b = 0$ e $a = 1/2$. (D) $a = 1/2$ e $b \in \mathbb{R}$.

2. Seja $p(\lambda) = \lambda(\lambda - 1)^2(\lambda - 2)$ o polinómio característico de uma dada matriz A. Então,

   (A) A é invertível e 1 e $\frac{1}{2}$ são valores próprios de A^{-1}.

   (B) o sistema $(A - 2I)\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ é possível e indeterminado.

   (C) os valores próprios de A são 0, 1 e 2, com a mesma multiplicidade algébrica.

   (D) o sistema $A\boldsymbol{x} = \mathbf{0}$ tem solução única.

3. Seja $\lambda = 1, 1, 2$ o conjunto dos valores próprios de uma matriz A de ordem 3. Então

   (A) os valores próprios de A^2 são $1, 1, 4$ e A^2 é invertível. (B) A não é invertível.

   (C) A é invertível e os valores próprios de A^{-1} são $-1, -1, -2$. (D) A^T não é invertível.

4. Considere a matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}$.

   (A) $(0, 0, 0)$ é um vetor próprio associado ao valor próprio 0.

   (B) $(-1, -1, -1)$ é um vetor próprio associado ao valor próprio 0.

   (C) $(1, 0, -1)$ é um vetor próprio associado ao valor próprio 0.

   (D) $(2, 2, 2)$ é um vetor próprio associado ao valor próprio 1.

5. Seja A uma matriz de ordem 3 com valores próprios $0, 1$ e 2. Então

   (A) o sistema $Ax = 0$ é possível e determinado. (B) $det(A^T) \neq 0$.

   (C) A invertível. (D) os valores próprios da matriz $2A - I$ são $-1, 1$ e 3.

6. Seja V um espaço vetorial real e $(\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3)$ uma base de V.

   (A) O vetor nulo $\mathbf{0}_V$ não pode escrever-se como combinação linear de $\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}$ e $\boldsymbol{v_3}$.

   (B) $\{\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_3}, 2\boldsymbol{v_1}\}$ não é um conjunto gerador de V. (C) $(2\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3)$ também é uma base de V.

   (D) $\{\boldsymbol{v_1}, \boldsymbol{v_2}, \boldsymbol{v_2} + \boldsymbol{v_3}\}$ é um conjunto linearmente dependente.

7. O seguinte conjunto F é um subespaço vetorial de $\mathbb{R}^3$.

   (A) $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x = 1, y = z\}$. (B) $F = \{(x, 2x, z) : x, z \in \mathbb{R}\}$.

   (C) $F = \{(0, 0, 0), (0, 2, 0), (0, -2, 0)\}$. (D) $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : x \geq y\}$.

8. Para que valores de k o conjunto $((k,6),(1,k))$ é uma base de $\mathbb{R}^2$.
(A) $k = \mathbb{R} \setminus \{\sqrt{6}, -\sqrt{6}\}$. (B) $k = -\sqrt{6}$. (C) $k = \{\sqrt{6}, -\sqrt{6}\}$. (D) $k = \sqrt{6}$.

9. Considere, em $\mathbb{R}^4$, o subespaço $U = \{(a,b,c,d) \in \mathbb{R}^4 : a = b,\ d = a + c\}$. Uma base de U é
(A) $(0,0,0,0),(1,1,0,1),(0,0,1,1)$. (B) $(1,0,0,0),(0,1,0,0),(0,0,1,0),(0,0,0,1)$.
(C) $(1,1,1,2),(1,1,0,1),(0,0,1,1)$. (D) $(1,1,0,1),(0,0,1,1)$.

10. Considere o subespaço vectorial de $\mathbb{R}^4$, $F =< (2,1,0,4),(1,1,0,4) >$. Assinale o vector que pertence a F:
(A) $v = (0,0,0,0)$ (B)$v = (3,-3,0,12)$ (C) $v = (3,0,5,0)$ (D) $v = (-1,-2,0,0)$

11. Seja A uma matriz de ordem 3×4.
(A) $car(A) < 3$. (B) As colunas de A são linearmente dependentes.
(C) As linhas de A são linearmente independentes. (D) $Ax = 0$ tem solução única.

12. O vetor $(2,k,-1)$ é combinação linear dos vetores $(1,3,1)$ e $(-1,2,1)$. Então
(A) $k = -\frac{3}{2}$ (B) $k = -\frac{1}{2}$ (C) $k = -\frac{2}{3}$ (D) $k = 1$.

13. Os seguintes vetores formam um conjunto gerador de $\mathbb{R}^3$.
(A) $(1,2,0),(0,1,-1)$ (B) $(1,2,-1),(1,-1,3),(2,1,2)$
(C) $(1,2,0),(1,0,0),(0,0,2)$ (D) $(1,2,0),(3,6,0),(0,1,-1),(0,2,-2)$.

14. Considere os subespaços: $S_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+y=0\}$ *e* $S_2 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x-y+2z=0\}$. O vetor que pertence $S_1 \cap S_2$ é.
(A) $(1,1,1)$ (B) $(-1,1,-1)$ (C) $(1,3,2)$ (D) $(-1,1,1)$.

15. Seja $f : \mathbb{R}^4 \to \mathbb{R}^3$ uma aplicação linear e M a matriz de f.
(A) f é injetiva. (B) f não pode ser sobrejetiva.
(C) M é uma matriz 3×4. (D) Se $\dim Nuc(f) = 2$, então $\dim\ Im(f) = 1$.

16. $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^2$ uma aplicação linear definida por $f(x,y,z) = (x+z, y+z)$. Então a matriz da aplicação f relativamente às bases canónicas de $\mathbb{R}^3$ e $\mathbb{R}^2$ é a matriz
(A) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e dim Im(f)=3. (B) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ e dim Nuc(f)=1.
(C) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e dim Im(f)=4. (D) $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ e dim Nuc(f)=4.

17. Considere a aplicação linear f definida por $f(x,y,z) = (x-y+2z, x+y-z, x+y);\ (x,y,z) \in \mathbb{R}^3$.
(A) $\dim(Imf) = 2$. (B) $Nuc(f) =< (-2,1,1) >$.
(C) f nem injetiva nem sobrejetiva. (D) f é uma aplicação bijetiva.

18. Encontre os valores de k para a aplicação $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 & k \\ 1 & 1 & 1 \\ k & 0 & 3 \end{bmatrix}$ é injetiva.
(A) $k \neq \pm 3$ (B) $k = \pm 3$ (C) $k = -3$ (D) $k = 3$.

19. Seja $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^4$ a aplicação linear definida por $f(x,y,z) = (2x, x+z, y+z, -z)$. A imagem de f Im(f)=
(A) $Imf = \mathbb{R}^3$ (B) $Imf =< (2,0,0),(1,0,0),(0,1,1),(0,0,-1) >$
(C) $Imf = \mathbb{R}^4$ (D) $Imf =< (2,1,0,0),(0,0,1,0),(0,1,1,-1) >$.

20. Seja A, de ordem 3×4, a matriz da aplicação f com caraterística 2. Então
(A) $\dim(Imf) = 3$ (B) f é injetiva
(C) $\dim(Nucf) = 2$. (D) f é sobrejetiva.