



Números Reais

2. (a) $\frac{3}{8} > 0,37$

(b) $0,33 < \frac{1}{3}$

(c) $\sqrt{2} > 1,414$

(d) $5 = \sqrt{25}$

(e) $\frac{3}{7} > 0.428571$

(f) $\frac{22}{7} > \pi$

3. (a) $x = 2,25 = \frac{9}{4}$

(b) $x = 3,721 = \frac{3721}{1000}$

(c) $x = 5,(4) = \frac{49}{9}$

(d) $x = 0,(17) = \frac{17}{99}$

(e) $x = 9,(17) = \frac{908}{99}$

(f) $x = 3,66(087) = \frac{365721}{99900}$

4. (a) Por exemplo, $\frac{\pi}{100}$

(b) Por exemplo, $\frac{32}{11 \times 10} = \frac{32}{110}$.

5. (a) Afirmação falsa. Por exemplo, para $x = -5$ e $y = 1$, tem-se $-5 < 1$ e, no entanto, $|-5| = 5 > 1 = |1|$.

- (b) Afirmação falsa. Por exemplo, para $x = -5$ e $y = 2$, tem-se $-5 < 2$ e, no entanto, $(-5)^2 = 25 > 4 = 2^2$.
- (c) Afirmação falsa. Por exemplo, para $x = 2$ e $y = 4$, tem-se $2 < 4$ e, no entanto, $\frac{1}{2} > \frac{1}{4}$.
- (d) Afirmação verdadeira. Basta observar que a função $f(x) = x^3$, $x \in \mathbb{R}$, é estritamente crescente.
- (e) Afirmação verdadeira. Para quaisquer $x, y \in \mathbb{R}$, tem-se que:

$$x < y \Rightarrow x + x < x + y \Rightarrow 2x < x + y \Rightarrow x < \frac{x + y}{2}$$

e

$$x < y \Rightarrow x + y < y + y \Rightarrow x + y < 2y \Rightarrow \frac{x + y}{2} < y.$$

- (f) Afirmação falsa. Por exemplo, para $x = 5$ e $y = 10$, tem-se $5 < 10$ e, no entanto, $\frac{1}{|5|} > \frac{1}{|10|}$.

6. (a) $|x - 0| < 2$
 (b) $|x - (-2)| < 2$
 (c) $|x - 2| < 2$
 (d) $|x - 2| < 5$
 (e) $|x - (-2)| < 5$

7. (a) $[-1, +\infty[$ (b) $[0, \frac{1}{2}]$
 (c) $] - \infty, -\sqrt{5}[\cup]\sqrt{5}, +\infty[$ (d) $] - \infty, -1] \cup \{0\} \cup [1, +\infty[$
 (e) $[-\frac{3}{5}, -\frac{1}{5}]$ (f) $] - \infty, 1] \cup [5, +\infty[$
 (g) $[-2, 0] \cup [2, +\infty[$ (h) $[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}]$
 (i) $] - 3, -2[\cup]2, 3[$ (j) $] - \frac{3}{2}, 1[$
 (k) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$ (l) $[-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
 (m) $] - 3, -2[\cup]2, 3[$ (n) $[0, 2[$
 (o) $] - \infty, -3[\cup]1, +\infty[$ (p) $]1, +\infty[$

8. (a) $\{-7, -1\}$ (b) $\{-4, 2\}$
 (c) $\{-1\}$ (d) $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$
9. (a) Afirmação falsa. Por exemplo, para $x = 4$ e $y = 4$, tem-se $\sqrt{4+4} = \sqrt{8} \neq 4 = \sqrt{4} + \sqrt{4}$.
 (b) Afirmação falsa. Por exemplo, para $n = 2$, $x = 2$ e $y = 1$, tem-se $(2+1)^2 = 9 \neq 4+1 = 2^2 + 1^2$.
 (c) Afirmação verdadeira. Justifique.
10. (a) Conjunto dos majorantes: $[7, +\infty[$; $\sup A = 7$; $\max A = 7$
 Conjunto dos minorantes: $] -\infty, 0]$; $\inf A = 0$; $\min A = 0$
 A é limitado porque é majorado e minorado
 (b) Majorantes: $[2, +\infty[$; $\sup B = 2$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: \emptyset ; não existe ínfimo nem mínimo
 B não é limitado porque não é minorado
 (c) Conjunto dos majorantes: $[2, +\infty[$; $\sup C = 2$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: $] -\infty, 1]$; $\inf C = 1$; não existe mínimo
 C é limitado porque é majorado e minorado
 (d) Conjunto dos majorantes: $[\sqrt{2}, +\infty[$; $\sup D = \sqrt{2}$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: $] -\infty, 1]$; $\inf D = 1$; $\min D = 1$
 D é limitado porque é majorado e minorado
 (e) Conjunto dos majorantes: \emptyset ; não existe supremo nem máximo
 Conjunto dos minorantes: $] -\infty, 1]$; $\inf E = 1$; $\min E = 1$
 E não é limitado porque não é majorado
 (f) Conjunto dos majorantes: $[\sqrt{5}, +\infty[$; $\sup F = \sqrt{5}$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: $] -\infty, -\sqrt{5}]$; $\inf F = -\sqrt{5}$; não existe mínimo
 F é limitado porque é majorado e minorado
 (g) Conjunto dos majorantes: $[0, +\infty[$; $\sup G = 0$; $\max G = 0$
 Conjunto dos minorantes: $] -\infty, 0]$; $\inf G = 0$; $\min G = 0$
 G é limitado porque é majorado e minorado
 (h) Conjunto dos majorantes: $[1, +\infty[$; $\sup H = 1$; $\max H = 1$
 Conjunto dos minorantes: $] -\infty, 0]$; $\inf H = 0$; não existe mínimo
 H é limitado porque é majorado e minorado
 (i) Conjunto dos majorantes: $[\frac{1}{2}, +\infty[$; $\sup I = \frac{1}{2}$; $\max I = \frac{1}{2}$
 Conjunto dos minorantes: $] -\infty, -1]$; $\inf I = -1$; $\min I = -1$
 I é limitado porque é majorado e minorado

11. (a) $A' = \mathbb{R}$
 Conjunto dos majorantes: \emptyset ; não existe supremo nem máximo
 Conjunto dos minorantes: \emptyset ; não existe ínfimo nem mínimo
- (b) $B =] - \sqrt{2}, \sqrt{2}[$
 $B' = [-\sqrt{2}, \sqrt{2}]$
 Conjunto dos majorantes: $[\sqrt{2}, +\infty[$; $\sup B = \sqrt{2}$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: $] - \infty, -\sqrt{2}]$; $\inf B = -\sqrt{2}$; não existe mínimo
- (c) $C =] - \sqrt{50}, \sqrt{50}[\cap \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
 $C' = [-\sqrt{50}, \sqrt{50}]$
 Conjunto dos majorantes: $[\sqrt{50}, +\infty[$; $\sup C = \sqrt{50}$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: $] - \infty, -\sqrt{50}]$; $\inf C = -\sqrt{50}$; não existe mínimo
- (d) $D =] - \infty, 0[$
 $D' =] - \infty, 0]$
 Conjunto dos majorantes: $[0, +\infty[$; $\sup D = 0$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: \emptyset ; não existe ínfimo nem mínimo
- (e) $E =] - 1, 0[\cup] 1, +\infty[$
 $E' = [-1, 0] \cup [1, +\infty[$
 Conjunto dos majorantes: \emptyset ; não existe supremo nem máximo
 Conjunto dos minorantes: $] - \infty, -1]$; $\inf E = -1$; não existe mínimo
- (f) $F = (] - 2, 2[\cap \mathbb{Q}) \cup ([1, \pi] \cap \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$
 $F' = [-2, \pi]$
 Conjunto dos majorantes: $[\pi, +\infty[$; $\sup F = \pi$; $\max F = \pi$
 Conjunto dos minorantes: $] - \infty, -2]$; $\inf F = -2$; não existe mínimo
- (g) $G' = [0, 1]$
 Conjunto dos majorantes: $[1, +\infty[$; $\sup G = 1$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: $] - \infty, 0]$; $\inf G = 0$; $\min G = 0$
- (h) $H = (] - 7, -1[\cap \mathbb{Q}) \cup (] - \sqrt{3}, \sqrt{3}[\cap \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q})$
 $H' = [-7, \sqrt{3}]$
 Conjunto dos majorantes: $[\sqrt{3}, +\infty[$; $\sup H = \sqrt{3}$; não existe máximo
 Conjunto dos minorantes: $] - \infty, -7]$; $\inf H = -7$; não existe mínimo