

Probabilidades e Aplicações

1. Numa dada população, certa doença está presente sob a forma grave em 2% dos indivíduos, sob a forma moderada em 10% e ausente nos restantes 88%. Um exame dá resultado positivo (i.e., diz que o indivíduo tem a doença) em 90% dos casos graves, em 70% dos casos moderados e em 10% dos saudáveis. Um indivíduo é escolhido, ao acaso, na população e é submetido a exame.
 - (a) Qual a probabilidade de o seu exame dar positivo?
 - (b) Se o exame der positivo, qual a probabilidade de o indivíduo ser doente moderado?
 - (c) Se o exame der positivo, qual a probabilidade de o indivíduo ser doente?
 - (d) Se o exame der negativo, qual a probabilidade de o indivíduo ser doente?
 - (e) Os acontecimentos “indivíduo é doente” e “exame deu positivo” são independentes?
2. Uma determinada caixa automática da UM está 5% das vezes fora de serviço. Mesmo quando está em serviço nem todas as opções estão disponíveis. Em particular sabe-se que, quando a caixa está em serviço, em 10% das vezes não é possível consultar o saldo. Suponha que um aluno da UM, escolhido ao acaso, vai utilizar esta caixa automática.
 - ☒ (a) Determine a probabilidade de ele conseguir consultar o saldo.
 - ☒ (b) Sabendo que ele não conseguiu consultar o saldo, qual a probabilidade de a caixa estar fora de serviço?
 - ☒ (c) Os acontecimentos “aluno não conseguiu consultar o saldo” e “o aluno encontrou a máquina fora de serviço” são independentes?
3. Em 3 lançamentos consecutivos de um dado equilibrado, qual a probabilidade de:
 - ☒ (a) saírem 3 faces iguais?
 - ☒ (b) saírem 2 faces iguais?
 - ☒ (c) saírem 3 faces distintas?
 - ☒ (d) a soma das faces obtidas nos 2 primeiros lançamentos ser igual ao valor do 3º? (Sugestão: use raciocínio semelhante ao efetuado na demonstração do T.P.T.).
 - ☒ (e) saírem 3 faces por ordem estritamente crescente?
4. No tratamento de uma certa doença, um médico receita aos doentes pelo menos um de dois medicamentos A e B . Em 70% dos casos o médico receita o medicamento A enquanto que o medicamento B é receitado em 40% dos casos. É introduzido no mercado um novo medicamento, C , para complementar o efeito dos medicamentos já existentes mas que só pode ser usado com um e um só dos outros dois medicamentos, i.e., não é compatível com a utilização em simultâneo de A e B . O médico receita C a 30% dos doentes que só tomam A e a 60% dos que só tomam B .
 - (a) Determine a percentagem de doentes que:

<div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">{</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"><ol style="list-style-type: none">i. toma ambos os medicamentos A e B;iii. toma B mas não toma A;v. só toma o medicamento A;</div>	<div style="display: inline-block; vertical-align: middle;">{</div> <div style="display: inline-block; vertical-align: middle;"><ol style="list-style-type: none">ii. toma A mas não toma B;iv. toma o medicamento C;<input checked="" type="checkbox"/> vi. só toma um dos medicamentos.</div>
---	--
 - ☒ (b) Sabendo que o médico não receitou o medicamento C a um doente, qual a probabilidade de este utilizar o medicamento A ?

5. Considere a experiência aleatória que consiste em efectuar dois lançamentos consecutivos de um dado equilibrado.

- (a) Identifique o espaço de probabilidade (Ω, \mathcal{A}, P) associado a esta experiência aleatória.
- (b) Identifique, justificando, dois acontecimentos incompatíveis decorrentes desta experiência.
- (c) Identifique, justificando, dois acontecimentos independentes decorrentes desta experiência.
- (d) Sabendo que saíram duas faces par nos dois lançamentos, qual a probabilidade de ter saído face seis no primeiro lançamento? Justifique.
- (e) Sabendo que saiu pelo menos uma face ímpar nos dois lançamentos, qual a probabilidade de ter saído face seis no primeiro lançamento? Justifique.
- (f) Sabendo que saiu pelo menos uma face ímpar nos dois lançamentos, qual a probabilidade de ter saído 6 no primeiro lançamento? Justifique. **considereí ás == 6 e deu me 1/9**

6. No país Maravilha decorre uma campanha em que os carros são inspeccionados relativamente ao seu Índice de Poluição (IP). Sabe-se que, dos carros existentes neste país, 20% têm IP alto e os restantes têm um IP baixo. Sabe-se ainda que, dos carros que têm IP alto, 50% têm um IP considerado perigoso para a saúde pública. Os carros que têm IP baixo não são considerados perigosos para a saúde pública. Escolheu-se, ao acaso, um carro neste país.

- (a) Calcule a probabilidade de o carro ter um IP considerado perigoso para a saúde pública.
- (b) O objetivo da inspecção é declarar inaptos os carros que têm IP alto e declarar aptos os carros que têm IP baixo. No entanto, processo de inspecção tem algumas falhas. Em particular, sabe-se que a inspecção declara:
 - aptos apenas 80% dos carros que têm IP baixo;
 - inaptos apenas 50% dos carros que têm IP alto considerado não perigoso para a saúde;
 - inaptos todos os carros que têm um IP alto considerado perigoso para a saúde.

Suponha que o carro escolhido vai ser submetido a inspecção.

- i. Mostre que a probabilidade de o carro ser declarado inapto é de 0.31.
- ii. Sabendo que o carro foi declarado inapto, qual a probabilidade de ter um IP alto considerado perigoso para a saúde?
- iii. Sabendo que o carro foi declarado apto, qual a probabilidade de ter IP baixo?

7. Um hospital abriu concurso para uma vaga de enfermeiro e todos os candidatos foram submetidos a duas provas, A e B . Sabe-se que 40% dos candidatos reprovou na prova A , 30% reprovou na prova B e 10% reprovou em ambas as provas. Depois de efectuar estas provas, alguns candidatos passam à fase seguinte, em que são entrevistados, de acordo com o seguinte:

- os candidatos aprovados em ambas as provas passam à entrevista;
- os candidatos que reprovam na prova B são automaticamente excluídos (e não seguem para a entrevista);
- dos candidatos que só reprovam na prova A , 10% são escolhidos aleatoriamente para seguir para a entrevista.

Escolheu-se, ao acaso, um indivíduo que se candidatou a esta vaga.

- (a) Mostre que a probabilidade de ele ter sido aprovado em ambas as provas é igual a 0.4.
- (b) Mostre que a probabilidade de ele ter reprovado apenas na prova A é igual a 0.3.
- (c) Qual a probabilidade de este indivíduo seguir para a entrevista?
- (d) Sabendo que este indivíduo foi à entrevista, qual a probabilidade de ter reprovado em A ?
- (e) Diga, justificando, se os seguintes acontecimentos, R_A e R_B , são independentes:
 R_A : “o indivíduo reprovou na prova A ”, R_B : “o indivíduo reprovou na prova B ”.