Universidade do Minho	31 de outubro de 2018
	1º Teste de
	Computabilidade e Complexidade
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2h15min

Este teste é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $A = \{a, b\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	Δ
0			$(1, \Delta, D)$
1	$(2, a, D)$	$(3, a, E)$	
2	$(1, b, D)$		
3	$(3, a, E)$	$(3, b, E)$	$(4, \Delta, C)$

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aaaabaab)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Construa uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, com duas fitas, que calcule a função

$$\begin{array}{rccc} g: & \mathbb{N}_0 & \longrightarrow & \mathbb{N}_0 \\ & n & \longmapsto & 3n \end{array} .$$

3. Seja A o alfabeto $\{a, b\}$. Considere a linguagem

$$L = \{ua^n : u \in A^*, |u|_b = n\}.$$

a) Construa uma máquina de Turing que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

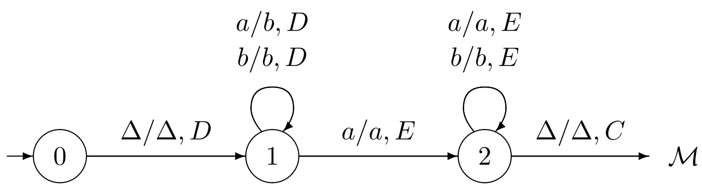
b) Explique se o problema de decisão $P(w)$: "$w \in \overline{L \cap b^*a^*}$?" é ou não decidível.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathcal{M}$ uma máquina de Turing que reconhece a linguagem

$$K = \{w \in A^* : |w|_a = |w|_b\}$$

e para a qual a configuração inicial de qualquer palavra de $\overline{K}$ é uma configuração de ciclo. Seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing não-determinista,



a) Indique uma palavra $u \in A^*$ para a qual é possível computar a configuração $(2, \underline{\Delta}bbbaabaa)$ a partir da configuração inicial $(0, \underline{\Delta}u)$ de u. Indique a sequência de configurações que permitem passar de $(0, \underline{\Delta}u)$ para $(2, \underline{\Delta}bbbaabaa)$ e justifique se a palavra u é aceite por $\mathcal{T}$.

b) Para que palavras $v \in A^*$, pode ser computada uma configuração de ciclo a partir de $(0, \underline{\Delta}v)$? Justifique.

c) Para que palavras $x \in A^*$, pode ser computada uma configuração de rejeição a partir de $(0, \underline{\Delta}x)$? Justifique.

d) Identifique, justificando, a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.

e) Diga, justificando, se a linguagem L é recursiva.

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) Uma máquina de Turing $\mathcal{T}$ é um algoritmo se e só se a linguagem $L(\mathcal{T})$ é recursiva.

b) A palavra $x^3yx^2yxyx^2yxyx^3y^2x^3yx^3yx^2yx^3yx^6y^2x^2yx^2yx^2yx^2yx^2y^2x^6yx^4yxyxy^2$ é o código de alguma máquina de Turing.

c) Se L e K são linguagens tais que $L \cap K$ e $L \cap \overline{K}$ são ambas recursivamente enumeráveis, então L é recursivamente enumerável.

d) Se $\mathcal{T}$ é a máquina de Turing da questão 1, então existe uma máquina de Turing $\mathcal{T}'$ tal que a linguagem reconhecida pela composição sequencial $\mathcal{T} \longrightarrow \mathcal{T}'$ é $\{a, b\}^*$.

(Fim)

Cotação:
$$\begin{cases} \textbf{1.}\ \ 4{,}25 \text{ valores } (1 + 1 + 1 + 1{,}25) \\ \textbf{2.}\ \ 2 \text{ valores} \\ \textbf{3.}\ \ 3{,}25 \text{ valores } (2 + 1{,}25) \\ \textbf{4.}\ \ 5{,}5 \text{ valores } (1{,}5 + 1 + 1 + 1 + 1) \\ \textbf{5.}\ \ 5 \text{ valores } (1{,}25 + 1{,}25 + 1{,}25 + 1{,}25) \end{cases}$$