Universidade do Minho	5 de janeiro de 2023
2º Teste de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2 horas

*Este teste é constituído por 4 questões. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.*

1. Seja $h : \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ a função definida, para cada $(x, y, z) \in \mathbb{N}_0^3$, por $h(x, y, z) = (x + 1)(y + z)$.

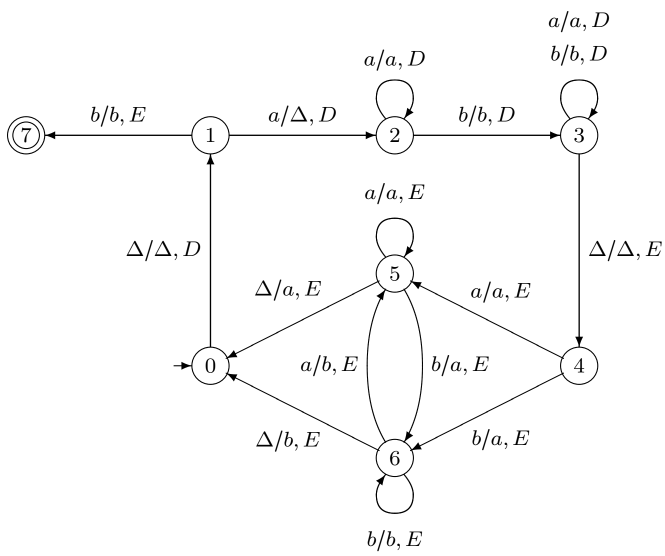
- **a)** Defina recursivamente a função h. Ou seja, determine funções $f : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ e $g : \mathbb{N}_0^4 \to \mathbb{N}_0$ tais que $h = \mathrm{Rec}(f, g)$.
- **b)** Mostre que h é uma função recursiva primitiva.
- **c)** Determine a função M_h de minimização de h.

2. Seja $A : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ a função de Ackermann que, recorde, é uma função total definida por:

i) $A(0, y) = y + 1$; **ii)** $A(x + 1, 0) = A(x, 1)$; **iii)** $A(x + 1, y + 1) = A\big(x, A(x + 1, y)\big)$.

- **a)** Sabendo que $A(1, 3) = 5$ e que $A(2, y) = 2y + 3$ para todo o $y \in \mathbb{N}_0$, determine $A(3, 1)$.
- **b)** Mostre que $A(x, y) > 0$ para quaisquer $x, y \in \mathbb{N}_0$.

3. Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A,



- **a)** Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aababb)$.
- **b)** Identifique, justificando, a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.
- **c)** Identifique a função parcial $g : A^* \to A^*$ calculada por $\mathcal{T}$.
- **d)** Determine a função $tc_{\mathcal{T}}$, de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.
- **e)** Mostre que $L \in DTIME(n^2)$.
- **f)** Sendo K a linguagem $K = \{w \in A^* : |w|_b \geq 2\}$, mostre que $L \leq_p K$.

4. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

- **a)** Seja A a função de Ackermann e sejam $f, g : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ as funções parciais definidas por $f = pred \circ A$ e $g(x, y) = x(y + 1) - yx + 2$, onde $pred$ designa a função predecessor. Todas as funções A, f e g são funções totais.
- **b)** A função $f(n) = 4n^3 + 2n + sen(n)$ é de ordem $\mathcal{O}(n^3)$.

Cotações	1.	2.	3.	4.
	1,5+1,5+1,5	1,5+2	1+1,5+1,5+2+1+2	1,5+1,5