Universidade do Minho

11 de novembro de 2022

## 1º Teste de

## Computabilidade e Complexidade

Lic. Ciências da Computação

Duração: 1h45min

Este teste é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente justificadas.

1. Seja  $A = \{a, b, c\}$ . Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição  $\delta$  é definida pela tabela seguinte:

$\delta$	a	b	c	Δ
0				$(1, \Delta, D)$
1	(1, a, D)	(1, a, D)		(2,b,D)
2		(2, c, D)	(2, c, D)	$(3, \Delta, E)$
3	(3, a, E)	(3,b,E)	(3, c, E)	$(4, \Delta, C)$

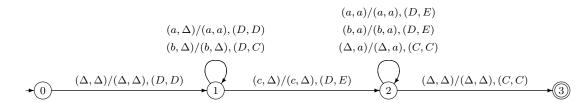
A máquina  $\mathcal{T}$  calcula uma função parcial  $g: A^* \times A^* \to A^*$ .

- a) Represente  $\mathcal{T}$  graficamente.
- b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração  $(0,\underline{\Delta}bab\Delta bbcb).$
- c) Identifique o domínio D da função g.
- **d**) Para cada elemento  $(u, v) \in D$ , determine a palavra g(u, v).
- **2.** Seja A o alfabeto  $\{a,b\}$ . Considere a linguagem

$$L = \{wba^n : w \in A^*, n \in \mathbb{N}_0, |w|_b = n\}.$$

- Construa uma máquina de Turing que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina. A linguagem L é recursiva?
- 3. Considere o problema  $Uni\tilde{a}o Total$ : dadas máquinas de Turing  $\mathcal{T}_1$  e  $\mathcal{T}_2$  de alfabeto A, será que  $L(\mathcal{T}_1) \cup L(\mathcal{T}_2) = A^*$ ?
  - a) Mostre que o problema Aceita Tudo se reduz a União Total.
  - b) Conclua que o problema *União Total* é indecidível.

4. Seja  $A = \{a, b, c\}$  e seja  $\mathcal{T}$  a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas,



- a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração  $(0, \underline{\Delta}abaacaab, \underline{\Delta})$  e diga se a palavra abaacaab é aceite por  $\mathcal{T}$ .
- b) Para que palavras  $u \in A^*$ ,  $(0, \underline{\Delta}u, \underline{\Delta})$  é uma configuração de ciclo?
- c) Para que palavras  $v \in A^*$ , a partir de  $(0, \underline{\Delta}v, \underline{\Delta})$  pode ser computada uma configuração de rejeição?
- d) Identifique a linguagem L reconhecida por  $\mathcal{T}$ .
- 5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.
  - a) Se  $L\subseteq A^*$  é uma linguagem regular e  $\mathcal T$  é uma máquina de Turing que reconhece L, então  $\mathcal T$  é um algoritmo.
  - **b)** A palavra  $x^2yxyxyxy^2x^2yxy^2yx^2yx^2y^2$  é o código de alguma máquina de Turing.
  - c) A função característica  $\chi_L$  da linguagem  $L=a^*ba^*$  é Turing-computável.
  - d) Dadas máquinas de Turing  $\mathcal{T}_1$  e  $\mathcal{T}_2$ , se  $\mathcal{T}_1$  aceita uma palavra w e  $\mathcal{T}_2$  aceita a palavra vazia, então a composição sequencial  $\mathcal{T}_1 \longrightarrow \mathcal{T}_2$  reconhece a palavra w.

(FIM)

$$\text{Cotação:} \begin{cases} \textbf{1.} & 4,5 \text{ valores } (1+1+1,25+1,25) \\ \textbf{2.} & 3,5 \text{ valores } (2,5+1) \\ \textbf{3.} & 3 \text{ valores } (2+1) \\ \textbf{4.} & 5 \text{ valores } (1,25+1,25+1,25+1,25) \\ \textbf{5.} & 4 \text{ valores } (1+1+1+1) \end{cases}$$