Universidade do Minho	14 de janeiro de 2022

2º Teste de

Computabilidade e Complexidade

Lic. Ciências da Computação	Duração: 1h45min

*Este teste é constituído por 4 questões. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.*

1. Seja $h : \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ a função definida, para cada $(x,y,z) \in \mathbb{N}_0^3$, por $h(x,y,z) = xy + z$.

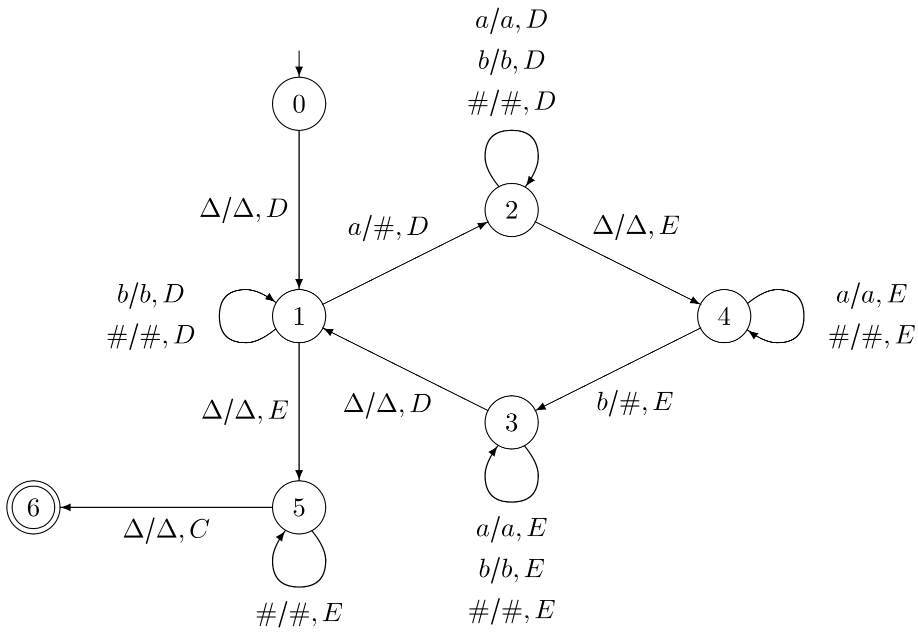
- **a)** Defina recursivamente a função h. Ou seja, determine funções $f : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ e $g : \mathbb{N}_0^4 \to \mathbb{N}_0$ tais que $h = \mathrm{Rec}(f,g)$.
- **b)** Mostre que h é uma função recursiva primitiva.
- **c)** Determine a função M_h de minimização de h.

2. Seja $A : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ a função de Ackermann que, recorde, é definida por:

i) $A(0,y) = y+1$; **ii)** $A(x+1,0) = A(x,1)$; **iii)** $A(x+1,y+1) = A\big(x, A(x+1,y)\big)$.

- **a)** Determine $A(1,4)$.
- **b)** Mostre que A é uma função total, isto é, que $(x,y) \in \mathrm{Dom}(A)$ para quaisquer $x,y \in \mathbb{N}_0$. *[**Sugestão:** use indução sobre x e, no passo indutivo, depois de assumir a hipótese de indução $(x,y) \in \mathrm{Dom}(A)$, prove que $(x+1,y) \in \mathrm{Dom}(A)$ por indução sobre y.]*

3. Seja $A = \{a,b\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A,



- **a)** Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir de $(0, \underline{\Delta}baabab)$.
- **b)** Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.
- **c)** Determine a função $tc_{\mathcal{T}}$, de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.
- **d)** Mostre que $L \in DTIME(n^2)$.
- **e)** Sendo K a linguagem $K = \{w \in A^* : |w|_a = |w|_b + 1\}$, mostre que $L \leq_p K$.

4. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

- **a)** Seja A a função de Ackermann e sejam $f, g : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ as funções parciais definidas por $f(x,y) = A(x,y) - 6$ e $g(x,y) = xy + 2$. Cada uma das funções A, f e g é computável.
- **b)** A função $f(n) = 2n^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^n$ é de ordem $\mathcal{O}(n^3)$.

Cotações	1.	2.	3.	4.
	2+1,5+2	1,5+2	1+1,5+2+1,5+2	1,5+1,5