

# Ficha 7

## Semântica das Linguagens de Programação

2023/24

1. Considere o lambda calculus com tipos. Apresente (se possível) juízos de tipificação para os seguintes termos (omitimos anotações de tipos nos termos para simplificar a apresentação).

- (a)  $\lambda f.\lambda y. f y y$
- (b)  $\lambda g.\lambda x.\lambda y.\lambda z. g (x z) (y z)$
- (c)  $(\lambda x. x x)$
- (d)  $(\lambda f.\lambda y. f y y) (\lambda f.\lambda y. f y y)$
- (e)  $(\lambda f. (\lambda y. y) (f x)) g$
- (f)  $(\lambda c.\lambda a. a b c) (\lambda u. u b)$
- (g)  $(\lambda f. f y x) ((\lambda z. z) x x)$
- (h)  $(\lambda y. y 1) (\lambda x.\lambda z. z 3 x)$

2. Recorde os combinadores

$$\begin{aligned} K &\equiv \lambda x.\lambda y. x \\ S &\equiv \lambda x.\lambda y.\lambda z. x z (y z) \end{aligned}$$

- (a) Escreva as anotações de tipo para os termos  $K$  e  $S$  de forma a que eles sejam termos bem tipificados, e indique os seus tipos.
- (b) Apresente as árvores de derivação no sistema de tipos que justificam as suas respostas à alínea anterior.
- (c) Proponha juízos de tipificação que sejam possíveis de provar formalmente (mas não precisa de o fazer) para os termos:
  - i.  $K z$
  - ii.  $S K (K 8)$

3. Considere o sistema  $\lambda_{\rightarrow}$ . Indique quais dos seguintes termos são bem tipificados.

$$\begin{aligned} t_1 &\equiv (\lambda f:\text{Int} \rightarrow \text{Int}. \lambda x:\text{Int}. f (f x)) (\lambda y:\text{Int}. h y 2) \\ t_2 &\equiv (\lambda y:\text{Int} \rightarrow \text{Bool}. \lambda x:\text{Bool} \rightarrow (\text{Int} \rightarrow \text{Bool}) \rightarrow \text{Int}. x (y a) y) (\lambda z:\text{Int}. f z) \\ t_3 &\equiv \lambda z:\text{Int} \rightarrow \text{Int} \rightarrow \text{Bool}. h (z 5 (h (z 1))) \end{aligned}$$

Apresente uma justificação (informal) para a sua resposta.