Exemplos de avaliação CBN

letrec map $\equiv \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase} \, \, l \, \, \text{of} \, \, (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h :: \, \text{map} \, f \, t) \, \, \text{in} \, \, \text{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \, \text{nil})$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase} \, \, l \, \, \text{of} \, \, (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h :: \text{map} \, f \, t) \, \, \text{in} \, \, \text{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \text{nil})$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f.\,\lambda l.\,$ listcase l of $(\mathrm{nil},\lambda h.\,\lambda t.\,f\,h::\mathrm{map}\,f\,t)$ in $\mathrm{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathrm{nil})$

$$\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map. } \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase } l \, \text{ of } (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h \, :: \, \text{map} \, f \, t))}_{\mathbf{F}}$$

in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of $(nil, \lambda h. \lambda t. f h :: map <math>f t)$ in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f.\,\lambda l.\,$ listcase l of $(\mathrm{nil},\lambda h.\,\lambda t.\,f\,h::\mathrm{map}\,f\,t)$ in $\mathrm{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathrm{nil})$

 $\stackrel{\dot{=}}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{ \left(\lambda \text{map.} \ \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{ of} \ \left(\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t \right) \right)}_{\mathbf{F}}$ in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$

 $\doteq (\lambda \text{map.map}(\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil})) (\text{rec } \mathbf{F})$

letrec map $\equiv \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase} \, \, l \, \, \text{of} \, \, (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h :: \, \text{map} \, f \, t) \, \, \text{in} \, \, \text{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \, \text{nil})$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

$$\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map.} \ \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase} \ l \ \text{of} \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$$
 in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$

```
 \stackrel{\doteq}{=} (\lambda \operatorname{map}. \operatorname{map}(\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})) (\operatorname{rec} \mathbf{F}) \\ \rightarrow (\operatorname{rec} \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})
```

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of $(nil, \lambda h. \lambda t. f h :: map <math>f t)$ in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

- $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map. } \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase } l \ \text{ of } \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$ $\text{in map} (\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$
- $\doteq (\lambda \text{map.map}(\lambda x. 2 * x) (7 :: \text{nil})) (\text{rec } \mathbf{F})$
- \rightarrow (rec **F**) $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$
- \rightarrow **F** (rec **F**) (λx . 2 * x) (7 :: nil)

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of (nil, $\lambda h. \lambda t. fh :: map <math>ft$) in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

letrec map $\equiv \lambda f.\,\lambda l.\,$ listcase l of $(\mathrm{nil},\lambda h.\,\lambda t.\,f\,h::\mathrm{map}\,f\,t)$ in $\mathrm{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathrm{nil})$

$$\stackrel{\doteq}{=} \mathsf{let} \ \mathsf{map} \equiv \mathsf{rec} \ \underbrace{ (\lambda \mathsf{map}. \ \lambda f. \ \lambda l. \ \mathsf{listcase} \ l \ \ \mathsf{of} \ (\mathsf{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h :: \mathsf{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$$

 $\mathsf{in}\, \mathsf{map}\, (\lambda x.\, 2*x)\, (7::\mathsf{nil})$

$$\doteq (\lambda \mathsf{map} \, . \, \mathsf{map} \, (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \mathsf{nil})) \, (\mathsf{rec} \, \mathbf{F})$$

$$\rightarrow (\operatorname{rec} \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})$$

$$\rightarrow$$
 F (rec **F**) (λx . 2 * x) (7 :: nil)

$$\rightarrow$$
 istcase $(7::$ nil $)$ of $($ nil $)$, λh . λt . $(\lambda x.\ 2*x)\ h$ $::$ $($ rec $\mathbf{F})$ $(\lambda x.\ 2*x)\ t)$

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of $(nil, \lambda h. \lambda t. f h :: map <math>f t)$ in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

- $\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map. } \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase } l \ \text{ of } \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$ $\text{in map} (\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$
- $\doteq (\lambda \operatorname{map}.\operatorname{map}(\lambda x.2*x)(7::\operatorname{nil}))(\operatorname{rec}\mathbf{F})$
- \rightarrow (rec **F**) $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$
- \rightarrow **F** (rec **F**) (λx . 2 * x) (7 :: nil)
- $ightarrow^3$ listcase (7:: nil) of (nil $, \lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2*x) h:: ($ rec $\mathbf{F}) (\lambda x. 2*x) t)$
- $\rightarrow (\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2 * x) h :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) t) 7 \text{ nil}$

letrec map $\equiv \lambda f. \lambda l.$ listcase l of (nil, $\lambda h. \lambda t. fh :: map <math>ft$) in map $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

```
letrec map \equiv \lambda f. \, \lambda l. \, \text{listcase} \, l \, \, \text{of} \, \, (\text{nil}, \lambda h. \, \lambda t. \, f \, h :: \, \text{map} \, f \, t) in map (\lambda x. \, 2 * x) \, (7 :: \, \text{nil})
```

$$\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map. } \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase } l \ \text{ of } \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$$
 in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$

- $\doteq (\lambda \operatorname{map} . \operatorname{map} (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})) (\operatorname{rec} \mathbf{F})$
- \rightarrow (rec **F**) (λx . 2 * x) (7 :: nil)
- \rightarrow **F** (rec **F**) (λx . 2 * x) (7 :: nil)
- \rightarrow^3 listcase (7:: nil) of (nil) $\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2*x) h:: ($ rec $\mathbf{F}) (\lambda x. 2*x) t)$
- $\rightarrow (\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2 * x) h :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) t) 7 \text{ nil}$
- $\rightarrow^2 (\lambda x. 2 * x) 7 :: (\operatorname{rec} \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) \operatorname{nil}$

```
letrec map \equiv \lambda f. \lambda l. listcase l of (nil, \lambda h. \lambda t. f h :: map <math>f t) in map (\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)
```

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-name*. Primeiro passo: traduzir o açúcar sintáctico utilizado.

```
letrec map \equiv \lambda f.\,\lambda l.\, listcase l of (\mathrm{nil},\lambda h.\,\lambda t.\,f\,h::\mathrm{map}\,f\,t) in \mathrm{map}\,(\lambda x.\,2*x)\,(7::\mathrm{nil})
```

$$\stackrel{\doteq}{=} \text{ let map} \equiv \text{rec} \underbrace{(\lambda \text{map. } \lambda f. \ \lambda l. \ \text{listcase } l \ \text{ of } \ (\text{nil}, \lambda h. \ \lambda t. \ f \ h \ :: \ \text{map} \ f \ t))}_{\mathbf{F}}$$
 in map $(\lambda x. \ 2 * x) \ (7 :: \ \text{nil})$

- $\doteq (\lambda \operatorname{map} . \operatorname{map} (\lambda x. 2 * x) (7 :: \operatorname{nil})) (\operatorname{rec} \mathbf{F})$
- \rightarrow (rec **F**) $(\lambda x. 2 * x) (7 :: nil)$
- \rightarrow **F** (rec **F**) (λx . 2 * x) (7 :: nil)
- \rightarrow^3 listcase (7:: nil) of (nil) $\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2*x) h:: ($ rec $\mathbf{F}) (\lambda x. 2*x) t)$
- $\rightarrow (\lambda h. \lambda t. (\lambda x. 2 * x) h :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) t) 7 \text{ nil}$
- $\rightarrow^2 (\lambda x. 2 * x) 7 :: (\text{rec } \mathbf{F}) (\lambda x. 2 * x) \text{ nil}$ forma canónica CBN