

## Exemplos de avaliação CBV

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.  
Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f &\equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \end{aligned}$$

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f &\equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) \end{aligned}$$

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f &\equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \end{aligned}$$

$\text{let } f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} & \text{let } f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ & \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \\ & \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) \\ & \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \\ & \rightarrow (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \langle 5, 6 \rangle \end{aligned}$$

$\text{let } f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle & \\ \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) & \\ \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) & \\ \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) & \\ \rightarrow (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \langle 5, 6 \rangle & \\ \rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) \langle 5, 6 \rangle.1 \langle 5, 6 \rangle.2 & \end{aligned}$$

$\text{let } f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle & \\ \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) & \\ \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) & \\ \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) & \\ \rightarrow (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \langle 5, 6 \rangle & \\ \rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) \langle 5, 6 \rangle.1 \langle 5, 6 \rangle.2 & \\ \rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) 5 \langle 5, 6 \rangle.2 & \end{aligned}$$



let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f &\equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \\ &\rightarrow (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \langle 5, 6 \rangle \\ &\rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) \langle 5, 6 \rangle.1 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) 5 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda y. 5 + y) \langle 5, 6 \rangle.2 \end{aligned}$$

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} & \text{let } f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ & \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \\ & \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) \\ & \doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \\ & \rightarrow (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \langle 5, 6 \rangle \\ & \rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) \langle 5, 6 \rangle.1 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ & \rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) 5 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ & \rightarrow (\lambda y. 5 + y) \langle 5, 6 \rangle.2 \\ & \rightarrow (\lambda y. 5 + y) 6 \end{aligned}$$

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f &\equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \\ &\rightarrow (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \langle 5, 6 \rangle \\ &\rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) \langle 5, 6 \rangle.1 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) 5 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda y. 5 + y) \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda y. 5 + y) 6 \\ &\rightarrow 5 + 6 \end{aligned}$$

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f &\equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \\ &\rightarrow (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \langle 5, 6 \rangle \\ &\rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) \langle 5, 6 \rangle.1 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) 5 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda y. 5 + y) \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda y. 5 + y) 6 \\ &\rightarrow 5 + 6 \\ &\rightarrow 11 \end{aligned}$$

let  $f \equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y$  in  $f \langle 5, 6 \rangle$

Sequência de redução usando a semântica de avaliação *call-by-value*.

Primeiro passo: traduzir o açúcar sintático utilizado.

$$\begin{aligned} \text{let } f &\equiv \lambda\langle x, y \rangle. x + y \text{ in } f \langle 5, 6 \rangle \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda\langle x, y \rangle. x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. \text{let } x \equiv v.1, y \equiv v.2 \text{ in } x + y) \\ &\doteq (\lambda f. f \langle 5, 6 \rangle) (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \\ &\rightarrow (\lambda v. (\lambda x. \lambda y. x + y) v.1 v.2) \langle 5, 6 \rangle \\ &\rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) \langle 5, 6 \rangle.1 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda x. \lambda y. x + y) 5 \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda y. 5 + y) \langle 5, 6 \rangle.2 \\ &\rightarrow (\lambda y. 5 + y) 6 \\ &\rightarrow 5 + 6 \\ &\rightarrow 11 \end{aligned}$$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1) \text{ in } (\text{fact } 1)$

Vamos mostrar que

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1) \text{ in } (\text{fact } 1) \Rightarrow 1$

fazendo a redução passo a passo pela estratégia CBV.

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1) \text{ in } (\text{fact } 1)$

Vamos mostrar que

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1) \text{ in } (\text{fact } 1) \Rightarrow 1$

fazendo a redução passo a passo pela estratégia CBV.

Seja

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$   
in if  $n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)



★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)  
 $\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact} \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact} \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact} \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow \text{if False then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow \text{if False then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow \text{if False then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) 0$



★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact} \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow \text{if False then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) 0$

$\rightarrow 1 * \text{letrec fact} \equiv \dots$  in if  $0 = 0$  then 1 else  $0 * \text{fact } (0-1)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow \text{if False then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) 0$

$\rightarrow 1 * \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $0 = 0$  then 1 else  $0 * \text{fact } (0-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda \text{fact}. \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * \text{fact } (0-1)) (\lambda n. \star)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow \text{if False then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) 0$

$\rightarrow 1 * \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $0 = 0$  then 1 else  $0 * \text{fact } (0-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda \text{fact}. \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * \text{fact } (0-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow 1 * \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * (\lambda n. \star) (0-1)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow \text{if False then } 1 \text{ else } 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) 0$

$\rightarrow 1 * \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $0 = 0$  then 1 else  $0 * \text{fact } (0-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda \text{fact}. \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * \text{fact } (0-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow 1 * \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * (\lambda n. \star) (0-1)$

$\rightarrow 1 * \text{if True then } 1 \text{ else } 0 * (\lambda n. \star) (0-1)$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)  
→  $(\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$   
→  $(\lambda n. \star) 1$   
→ letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$   
→  $(\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$   
→ if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * (\lambda n. \star) (1-1)$   
→ if False then 1 else  $1 * (\lambda n. \star) (1-1)$   
→  $1 * (\lambda n. \star) (1-1)$   
→  $1 * (\lambda n. \star) 0$   
→  $1 * \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $0 = 0$  then 1 else  $0 * \text{fact } (0-1)$   
→  $1 * (\lambda \text{fact}. \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * \text{fact } (0-1)) (\lambda n. \star)$   
→  $1 * \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * (\lambda n. \star) (0-1)$   
→  $1 * \text{if True then } 1 \text{ else } 0 * (\lambda n. \star) (0-1)$   
→  $1 * 1$

★  $\doteq$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $n = 0$  then 1 else  $n * \text{fact } (n-1)$

letrec fact  $\equiv \lambda n. \text{if } n = 0 \text{ then } 1 \text{ else } n * \text{fact } (n-1)$  in (fact 1)

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{fact } 1) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow (\lambda n. \star) 1$

$\rightarrow$  letrec fact  $\equiv \dots$  in if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * \text{fact } (1-1)$

$\rightarrow (\lambda \text{fact}. \text{if } 1 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 1 * \text{fact } (1-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow$  if  $1 = 0$  then 1 else  $1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow$  if False then 1 else  $1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) (1-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda n. \star) 0$

$\rightarrow 1 * \text{letrec fact } \equiv \dots$  in if  $0 = 0$  then 1 else  $0 * \text{fact } (0-1)$

$\rightarrow 1 * (\lambda \text{fact}. \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * \text{fact } (0-1)) (\lambda n. \star)$

$\rightarrow 1 * \text{if } 0 = 0 \text{ then } 1 \text{ else } 0 * (\lambda n. \star) (0-1)$

$\rightarrow 1 * \text{if True then } 1 \text{ else } 0 * (\lambda n. \star) (0-1)$

$\rightarrow 1 * 1$

$\rightarrow 1$