

Ficha 4

Semântica das Linguagens de Programação

2023/24

1. Considere o seguinte programa P da linguagem **While**:

```
x := x + y;  
y := x - y;  
x := x - y;
```

Construa uma prova do seguinte triplo de Hoare:

$$\{x > 0 \wedge y > 0 \wedge x = x_0 \wedge y = y_0\} P \{x = y_0 \wedge y = x_0\}$$

2. Escreva uma especificação que descreva de forma precisa o comportamento do seguinte programa

```
if x < 0 then x := -x else skip
```

Apresente uma prova da correcção do programa face à especificação proposta.

3. Relembre a questão da Ficha 1 em que se estendia a linguagem **While** com ciclos *for*:

$\mathbf{Stm} \ni C ::= \dots \mid \mathbf{for} (C_1; b; C_3) \mathbf{do} C_2$

- (a) Escreva uma regra da lógica de Hoare para os ciclos **for** $(C_1; b; C_3)$, sem recorrer a outras formas de ciclo.
- (b) Prove a correcção da regra que propôs. *Sugestão*: tenha em conta a equivalência semântica entre

$\mathbf{for} (C_1; b; C_3) \mathbf{do} C_2$ e $C_1; \mathbf{while} b \mathbf{do} \{C_2; C_3\}$

4. Considere o seguinte programa P da linguagem **WHILE**:

```
x := 5;  
z := x*2;  
if x < y  
  then {x := x+y; z := y+x}  
  else x := 0
```

Apresente uma prova para o seguinte triplo de Hoare: $\{y < 5\} P \{x = 0\}$

5. Considere o seguinte programa que calcula o quadrado de um número natural.

```
r := 0;
i := 0;
a := 1;
while i < x do {
  i := i + 1;
  r := r + a;
  a := a + 2
}
```

- (a) Escreva a especificação que descreve de forma adequada o que este programa faz, e encontre um invariante do ciclo que lhe permita provar a correcção do programa face à especificação.
- (b) Determine um variante que lhe permita provar a correcção total e apresenta a prova.

6. Considere o seguinte programa E da linguagem **While**

```
i := 1;
y := 1;
while i <= z do {
  y := y * x;
  i := i + 1
}
```

- (a) Escreva asserções ϕ e ψ tais que o triplo de Hoare $\{\phi\}E\{\psi\}$ descreva de forma adequada o que este programa faz.
- (b) Escreva também um invariante para o ciclo de E que seja suficiente para derivar o triplo, e apresenta a árvore de derivação.

7. Relembre o comando **do** C **while** b apresentado na Ficha 2 e o resultado de equivalência dos comandos

do C **while** b e C ; **while** b **do** C

- (a) Escreva uma regra da lógica de Hoare para o comando **do** C **while** b , sem recorrer a outras formas de ciclo.
- (b) Prove a correcção da regra que propôs.