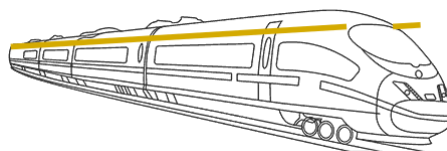


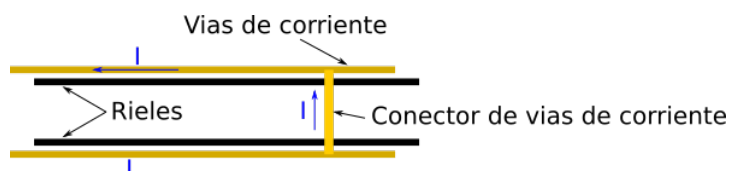
Actividad 2: Electrostatica

Problema 1: (50 puntos)

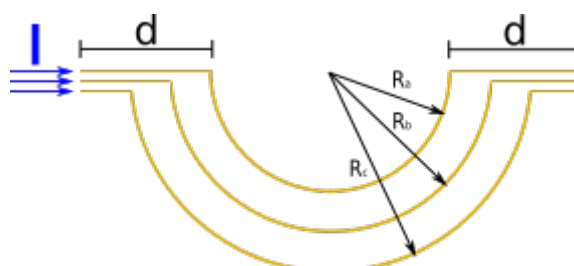
El **Hyperloop** se considera el siguiente medio de transporte revolucionario. Consiste en capsulas que levitan y son propulsadas por medio de fuerzas magnéticas. Aunque dicho medio de transporte es teórico, podemos estudiar modelos similares para comprender su funcionamiento. La forma usual para levitar uno de estos trenes es por medio de imanes que se repelen. Una situación más interesante es como podría ser propulsado un tren por medio de fuerzas magnéticas.



Considere un tren pero que además de los rieles, posee vías de corriente que se encuentran en la parte superior. En la parte trasera del tren existe un conector que se utiliza para completar el circuito entre las vías de corriente como se muestra en la siguiente figura



El conector se compone de 3 semicírculos con la concavidad hacia abajo. Una vez conectado, por cada uno de los semicírculos pasa una corriente I , que en presencia de un campo magnético externo experimenta una fuerza magnética y que a su vez mueve todo el tren.



- ¿Que dirección debe tener el campo magnético para que el tren se mueva hacia la derecha? (2 puntos)
- El coeficiente de fricción entre el acero y los rieles es de 0,001 y el tren tiene una masa de 500 toneladas (500 000 kg). Calcule la corriente que debe pasar por el conector para que el tren viaje a velocidad constante, si $R_a = 30.0$ cm, $R_b = 40.0$ cm, $R_c = 50.0$ cm, $d = 25$ cm y el campo magnético tiene una magnitud de 25 T. (25 puntos)
- El tren se encuentra inicialmente en reposo y debe acelerar hasta llegar a una velocidad crucero, sin embargo, aumentar la corriente de forma indiscriminada es costoso, por lo que se decide que la corriente debe aumentar en escala logarítmica

$$I = k \ln(t + 1) + I_0$$

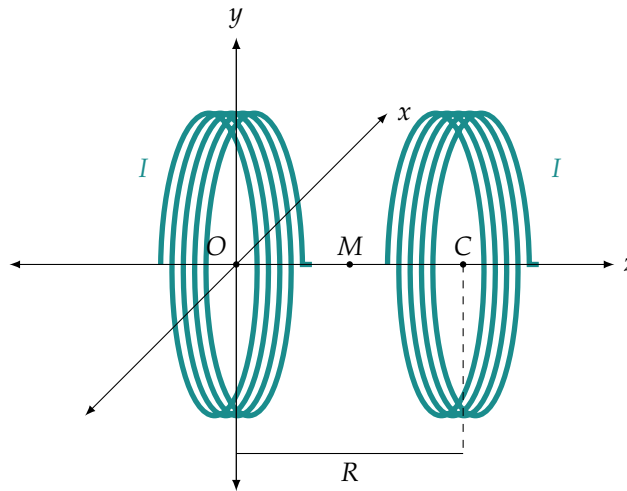
donde k es una constante, e I_0 es la corriente mínima encontrada en el inciso anterior. Calcule el valor de k sabiendo que el tren parte del reposo y alcanza 200 km/h en 1.5 s. (13 puntos)

Ayuda: Recuerde que $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$.

- Realice gráficos de la corriente del inciso anterior y de la velocidad con respecto al tiempo. (10 puntos)

Problema 2: (50 puntos)

Dos bobinas circulares planas de radio R , cada una con N vueltas, son perpendiculares a un eje común. Los centros O y C de las bobinas están separados por una distancia que es igual a sus radios R . Cada bobina lleva una corriente estable I en la misma dirección (antihoraria), como se muestra en la figura



En esta configuración, las bobinas se llaman *Bobinas de Helmholtz* y son de importancia en diversas aplicaciones ya que producen un campo magnético muy uniforme en la región entre ellas.

- (a) Demuestre que la magnitud del campo magnético total en cualquier punto sobre el eje de las bobinas, a una distancia z del centro O de la bobina izquierda viene dada por

$$B(z) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left[\frac{1}{(\sqrt{R^2 + z^2})^3} + \frac{1}{(\sqrt{2R^2 + z^2 - 2zR})^3} \right]. \quad (25 \text{ puntos})$$

- (b) Demuestre que las primeras dos derivadas de la magnitud del campo magnético se anulan al ser evaluadas en el punto medio M entre los centros O y C de las bobinas, es decir

$$\left. \frac{dB}{dz} \right|_{z=R/2} = 0 \quad \text{y} \quad \left. \frac{d^2B}{dz^2} \right|_{z=R/2} = 0.$$

Explique cómo este resultado muestra que la magnitud del campo magnético es muy uniforme en los alrededores del punto medio M . (15 puntos)

- (c) Usando el resultado del inciso (a), determine una expresión para la magnitud del campo magnético en el punto medio M entre los centros O y C de las bobinas. (5 puntos)
- (d) Calcule el valor de la magnitud del campo magnético en el punto medio M si las bobinas de radio 50.0 cm tienen 100 vueltas cada una y conducen ambas una corriente de 10.0 A. (5 puntos)