

Actividad 2: Angie Marchena Mondell

Mercedes Rojas

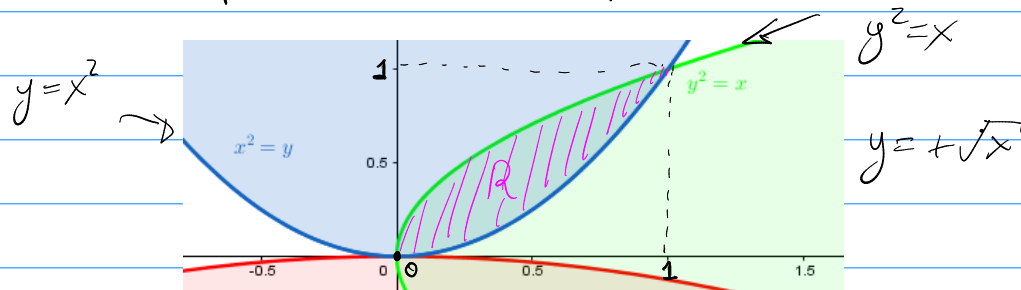
Rodolfo Martin

Problema:

Determine el volumen del sólido limitado por el paraboloide $x^2 + 4y^2 = z$, el plano $z = 0$ y los cilindros $y^2 = x$ e $x^2 = y$.

$$V = \iint_R f(x, y) dA$$

Graficamos la proyección en el plano XY



Determinamos los límites de la región R en XY

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1 \\ x^2 \leq y \leq \sqrt{x} \end{cases}$$

$$\text{Volumen} \iint_R f_{\text{techo}} - f_{\text{piso}} dA$$

$$\begin{aligned} f_{\text{techo}} &\Rightarrow z = x^2 + 4y^2 \\ f_{\text{piso}} &\Rightarrow z = 0 \end{aligned}$$

$$V = \int_0^1 \int_{x^2}^{\sqrt{x}} (x^2 + 4y^2) dy dx = \int_0^1 \left[x^2 y + \frac{4}{3} y^3 \right]_{x^2}^{\sqrt{x}} dx$$

$$V = \int_0^1 \left[x^2 \sqrt{x} + \frac{4}{3} (\sqrt{x})^3 - x^2 \cdot x^2 - \frac{4}{3} (x^2)^3 \right] dx$$

$$V = \int_0^1 \left(x^{\frac{5}{2}} + \frac{4}{3} x^{\frac{3}{2}} - x^4 - \frac{4}{3} x^6 \right) dx = 0,4286 \text{ u}^3 \quad (\text{unidades} = u)$$