Métodos Numéricos
Ingeniería Electrónica
Universidad Técnica Nacional

Ing. Félix David Suárez Bonilla
Octubre, 2021

Práctica Examen Parcial #1

La siguiente asignación se debe resolver en forma individual. Su objetivo principal es preparar a los estudiantes para el examen. Se atenderán consultas por correo o WhatsApp.

Angie Marchena Mondell - 604650904

Ejercicio #1

Para la función $f(x) = 0$ y el intervalo inicial $[0,1]$, aplique el método de la bisección en forma manual (no programada), con un error relativo menor al 5%.

$$f(x) = x^2 + sen(x) - 1$$

Verificamos el teorema de Bolzano:

$$f(0) \cdot f(1) = -1 \cdot 0.84 = -0.84$$

Calculamos primer valor de x

$$x = \frac{0 + (-1)}{2} = -0.5$$

Verificamos el teorema de Bolzano:

$$f(0) \cdot f(-0.5) = -1 \cdot -1.22 \quad no\ cumple$$

$$f(1) \cdot f(-0.5) = 0.84 \cdot -1.22 \quad si\ cumple$$

Tenemos nuevo valor para el intervalo $[-0.5,1]$.

1 iteración - Calculamos valor de x

$$x = \frac{-0.5 + 1}{2} = 0.25$$

Verificamos error:

$$\left(\frac{|0.25 - (-0.5)|}{|0.25|}\right) \cdot 100\% = 300$$

Verificamos el teorema de Bolzano:

$$f(-0.5) \cdot f(0.25) = -1.22 \cdot -0.69 \quad no\ cumple$$

$$f(1) \cdot f(-0.5) = \ 0.84 \cdot 0.69 \ \ si\ cumple$$

Tenemos nuevo valor para el intervalo $[0.25{,}1]$.

2 iteración - Calculamos valor de x

$$x = \frac{-0.5 + 1}{2} = 0.625$$

Verificamos error:

$$\left(\frac{|0.625 - 0.25|}{|0.625|}\right) \cdot 100\% = 60$$

Verificamos el teorema de Bolzano:

$$f(0.25) \cdot f(0.625) = -0.69 \cdot -0.02 \quad no\ cumple$$

$$f(1) \cdot f(0.625) = \ 0.84 \cdot -0.02 \ \ si\ cumple$$

Tenemos nuevo valor para el intervalo $[0.625{,}1]$.

3 iteración - Calculamos valor de x

$$x = \frac{0.625 + 1}{2} = 0.8125$$

Verificamos error:

$$\left(\frac{|0.8125 - 0.625|}{|0.8125|}\right) \cdot 100\% = 23$$

Verificamos el teorema de Bolzano:

$$f(0.625) \cdot f(0.8125) = -0.02 \cdot 0.38 \quad si\ cumple$$

$$f(1) \cdot f(0.8125) = \ 0.84 \cdot 0.38 \ \ no\ cumple$$

Tenemos nuevo valor para el intervalo $[0.625{,}0.8125]$.

4 iteración - Calculamos valor de x

$$x = \frac{0.625 + 0.8125}{2} = 0.71875$$

Verificamos error:

$$\left(\frac{|0.71875 - 0.8125|}{|0.71875|}\right) \cdot 100\% = 13$$

Verificamos el teorema de Bolzano:

$$f(0.625) \cdot f(0.71875) = -0.02 \cdot 0.17 \quad si\ cumple$$

$$f(0.8125) \cdot f(0.71875) = \ 0.38 \ \cdot 0.17 \quad no\ cumple$$

Tenemos nuevo valor para el intervalo $[0.625, 0.71875]$.

5 iteración - Calculamos valor de x

$$x = \frac{0.625 + 0.71875}{2} = 0.67185$$

Verificamos error:

$$\left(\frac{|0.67185 - 0.71875|}{|0.67185|}\right) \cdot 100\% = 6.9$$

Verificamos el teorema de Bolzano:

$$f(0.625) \cdot f(0.67185) = -0.02 \cdot 0.07 \quad si\ cumple$$

$$f(0.71875) \cdot f(0.67185) = \ 0.17 \ \cdot 0.07 \quad no\ cumple$$

Tenemos nuevo valor para el intervalo $[0.625, 0.67185]$.

6 iteración - Calculamos valor de x

$$x = \frac{0.625 + 0.67185}{2} = 0.648425$$

Verificamos error:

$$\left(\frac{|0.648425 - 0.67185|}{|0.648425|}\right) \cdot 100\% = 3.6\%$$

Tenemos que el valor de x es 0.648425 con un error de 3.6% conseguido con 5 iteraciones.

Ejercicio #2

Considere la siguiente ecuación:

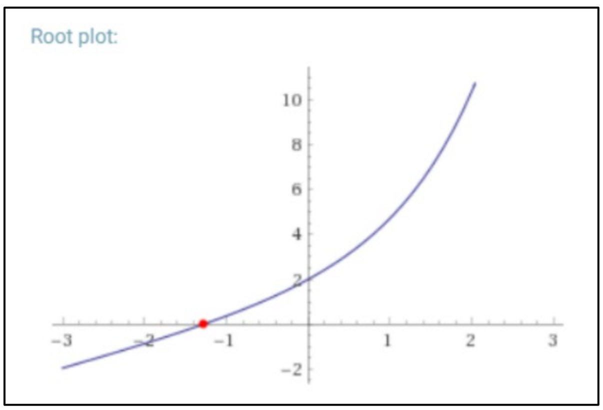
$$e^{x} + 1 + x = 0$$

Escoja uno de los siguientes métodos:

- Método de la Bisección

- Método de Newton-Raphson

Realice únicamente cuatro iteraciones. La raíz está en el intervalo [-3,1] tal como se observa en la gráfica:



Mediante Newton-Raphson

$$f(x) = e^{x} + 1 + x$$

$$f'(x) = e^{x} + 1$$

1 iteración - Primero definimos una $x_0 = -1$

$$x_1 = x_0 - \frac{f(x_0)}{f'(x_0)}$$

$$x_1 = -1 - \frac{e^{-1} + 1 + -1}{e^{-1} + 1}$$

$$x_1 = -1.2689$$

2 iteracion $x_1 = -1.2689$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_2 = -1 - \frac{e^{-1.2689} + 1 + -1.2689}{e^{-1.2689} + 1}$$

$$x_2 = -1.2784$$

3 iteración $x_2 = -1.2784$

$$x_3 = x_2 - \frac{f(x_2)}{f'(x_2)}$$

$$x_3 = -1 - \frac{e^{-1.2784} + 1 + -1.2784}{e^{-1.2784} + 1}$$

$$x_3 = -1.2784$$

4 iteración $x_3 = -1.2784$

$$x_4 = x_3 - \frac{f(x_3)}{f'(x_3)}$$

$$x_4 = -1 - \frac{e^{-1.2784} + 1 + -1.2784}{e^{-1.2784} + 1}$$

$$x_4 = -1.2784$$

Por lo que el valor final es

$$x = -1.2784$$

Ejercicio #3

Determine x, tal que $f(x) = 0$, para $f(x) = x^3 - \mathrm{sen}(\mathrm{x})$. Use el método de punto fijo con el punto de inicio $x_0 = 1$, y realice 20 iteraciones. Deberá **programar el algoritmo** y adjuntar el código correspondiente.

Despejamos la x primero

$$0 = x^3 - \mathrm{sen}(x)$$

$$\mathrm{sen}(x) = x^3$$

$$\left(\mathrm{sen}(x)\right)^{1/3} = x$$

Código y tabla de resultados.

```python
import math

def f(x):
#funcion definida
    return (math.sin(x))**(1/3)

def punto_fijo(f1,a,iterM):

    x=a
        k=0
        sol = []
        while (k < iterM):
            sol+=[x]
            x=f1(x)
            k+=1

        #Tabla de iteraciones
        i=0
        print("i      X(i)")
        for j in sol:
            print(i, "     ", j)
            i+=1
```

i	X(i)
0	1
1	0.9440892412430648
2	0.932155606858O482
3	0.9294407446158734
4	0.9288147206605677
5	0.9286699210797867
6	0.9286364051716104
7	0.9286286461714411
8	0.9286268498792437
9	0.9286264340145851
10	0.9286263377363928
11	0.928626315446702
12	0.9286263102863396
13	0.9286263090916465
14	0.9286263088150589
15	0.9286263087510251
16	0.9286263087362004
17	0.9286263087327684
18	0.9286263087319738
19	0.9286263087317899

Ejercicio #4

Dado los dos puntos $(-2,2)$ y $(5,7)$, utilice interpolación lineal para determinar el valor aproximado de y para $x = 3$ y $x = 4$.

Primero definimos los valores iniciales:

$$x_0 = -2, \qquad y_0 = 2$$

$$x_1 = 5, \qquad y_1 = 7$$

Tenemos la formula general

$$y = y_0 + (x - x_0) \cdot \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

$$y = 2 + (x + 2) \cdot \frac{7 - 2}{5 + 2}$$

$$y = 2 + (x + 2) \cdot \frac{5}{7}$$

Calculamos y para $x = 3$

$$y = 2 + (3 + 2) \cdot \frac{5}{7}$$

$$y = \frac{39}{7}$$

Calculamos y para $x = 4$

$$y = 2 + (4 + 2) \cdot \frac{5}{7}$$

$$y = \frac{44}{7}$$