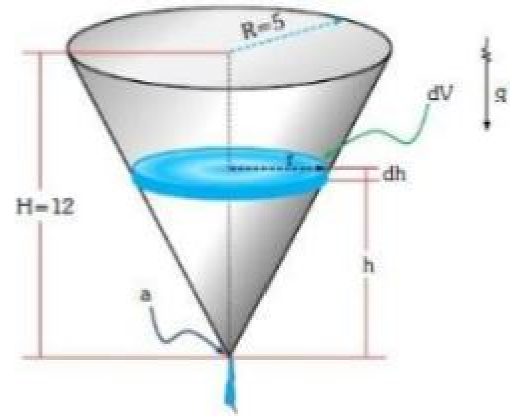
Un tanque en forma de cono circular recto de altura H radio R y vértice debajo de la base, esta totalmente lleno con agua.
Determine el riempo de vaciado total si $H = 12$ pies, $R = 5$ pies, $a = 1\text{pulg}^2$ y $C = 0{,}6$



$$A(h)\frac{dh}{dt} = ac\sqrt{2gh}$$

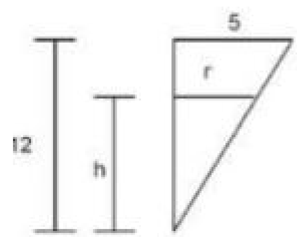
Como las dimensiones de el tanque esta en pies se pasa el valor de a a pies.

$$a = 1\,\text{pulg}^2$$
$$a = (1/12)^2\,\text{pies}^2$$
$$a = 1/44\ \text{pies}^2$$

Como se puede ver en la figura la sección transversal son circunferencias de radio r, con r variable.

$$A(r) = \pi r^2$$

Ahora se ocupa dejar r en función de h mediante igualdad de triangulos.



$$\frac{r}{h} = \frac{5}{12}$$
$$r = \frac{5h}{12}$$

Con esto sustituimos en A

$$A(h) = \pi\left(\frac{5h}{12}\right)^2$$
$$A(h) = \frac{25\pi h^2}{144}$$

Con esto sustituimos:

$$\frac{25\pi h^2}{144}dh = -\frac{1}{144}(0{,}6)\sqrt{64h}dt$$

Acá se construye la ecuación diferencial asociada.

$$\begin{aligned}
25\pi h^2 dh &= -4{,}8\sqrt{h}dt \\
25\pi h^{3/2} dh &= -4{,}8dt \\
\int 25\pi h^{3/2} dh &= \int -4{,}8dt \\
10\pi h^{5/2} &= -4{,}8t + C
\end{aligned}$$

Luego tenemos las condiciones para calcular el valor de C

$$\begin{aligned}
10\pi(12)^{5/2} &= -4{,}8(0) + C \\
C &= \frac{25\pi(12)^{5/2}}{12}
\end{aligned}$$

Simplificando en la expresión y despejando el valor de h tenemos.

$$\begin{aligned}
10\pi h^{5/2} &= \frac{25\pi(12)^{5/2}}{12} - 4{,}8t \\
h(t) &= \left(12^{5/2} - \frac{12}{25\pi}t\right)^{2/5}
\end{aligned}$$

Por ultimo para determinar el valor del tiempo total del vaciado t eso ocurre cuando $h = 0$

$$\begin{aligned}
0 &= \left(12^{5/2} - \frac{12}{25\pi}t\right)^{2/5} \\
t &= \frac{25\pi(12)^{5/2}}{12} \\
t &= 3264{,}83 \text{ s}
\end{aligned}$$

Por lo tanto el tanque se vacía en 3264.83 segundo o 54,25 min.