Tutoría 1. Análisis Vectorial

1. Los tres vértices de un triángulo localizan en: *A*(6, −1, 2), *B*(−2, 3, −4) y *C*(−3, 1, 5). Encuéntre: *a*) **R***AB* × **R***AC*; *b*) el área del triángulo; *c*) un vector unitario perpendicular al plano en el cual se localiza el triángulo.

2. Dados los vectores $\boldsymbol{M} = -10\boldsymbol{a}_x + 4\boldsymbol{a}_y - 8\boldsymbol{a}_z \;\; y \;\; \boldsymbol{N} = 8\boldsymbol{a}_x + 7\boldsymbol{a}_y - 2\boldsymbol{a}_z$ encontrar: *a*) un vector unitario en la dirección de $\boldsymbol{M} + \boldsymbol{2N}$; *b*) la magnitud de $\boldsymbol{5a}_x + \boldsymbol{N} - \boldsymbol{3M}$; *c*) |**M**| |**2N**| (**M** + **N**).

3. *a*) Dé las coordenadas cartesianas del punto *C*(ρ = 4.4, ϕ = −115°, *z* = 2). *b*) Dé las coordenadas cilíndricas del punto *D*(*x* = −3.1, *y* = 2.6, *z* = −3). *c*) Especifique la distancia de *C* a *D*.

4. Los vértices de un triángulo están en *A*(-1, 2, 5), *B*(-4, -2, -3) y *C*(1, 3, -2). *a*) Encontrar el perímetro del triángulo. *b*) Encontrar un vector unitario dirigido desde el punto medio del lado *AB* al punto medio del lado *BC*. *c*) Demostrar que este vector unitario multiplicado por un escalar es igual al vector de *A* a *C* y que, por lo tanto, el vector unitario es paralelo al lado *AC*

5. Dados los puntos *M* (0.1, -0.2, -0.1), *N*(-0.2, 0.1, 0.3) y *P*(0.4, 0, 0.1), encontrar: *a*) el vector **R***MN*; *b*) el producto punto **R***MN* · **R***MP*; *c*) la proyección escalar de **R***MN* sobre **R***MP*; *d*) el ángulo entre **R***MN* y **R***MP*

6. Un vector desde el origen hasta el punto *A* está dado por (6, -2, -4), y un vector unitario dirigido desde el origen hasta el punto *B* está dado por (2, -2, 1)/3 . Si los puntos *A* y *B* se encuentran a diez unidades entre sí, encontrar las coordenadas del punto *B*.

7. Encontrar el ángulo agudo entre los vectores **A** = 2**a***x* + **a***y* + 3**a***z* y **B** = **a***x* − 3**a***y* + 2**a***z* usando la definición de *a*) el producto punto; *b*) el producto cruz.

8. Una superficie cerrada está definida por las superficies $\rho = 3$, $\rho = 5$, $\varphi = 100°$, $\varphi = 130°$, $z = 3$ y $z = 4.5$. *a*) Encontrar el volumen encerrado; *b*) hallar el área total de la superficie encerrada; *c*) encontrar la longitud total de las doce esquinas de las superficies; *d*) encontrar la longitud de la línea recta más larga que está encerrada dentro del volumen.

9. Dado el punto *P*($r = 0.8$, $\theta = 30°$, $\varphi = 45°$) y **E** $= 1/r^2$ (cos φ**a***r* + sen φ/sen θ **a**φ), *a*) encontrar **E** en *P*; *b*) encontrar |**E**| en *P*; *c*) hallar un vector unitario en la dirección de **E** en *P*

10. Expresar en componentes cilíndricas: *a*) el vector desde *C*(3, 2, -7) hasta *D*(-1, -4, 2); *b*) un vector unitario en *D* dirigido hacia *C*; *c*) un vector unitario en *D* dirigido hacia el origen.

Tutoría 2. Ley de Coulomb e intensidad de campo eléctrico

1. A lo largo de los ejes *x* y *y* (positivo y negativo) en el espacio libre se encuentran líneas de carga uniforme e infinitas de 5 nC/m. Encontrar el valor de **E** en: *a*) $P_A(0, 0, 4)$; *b*) $P_B(0, 3, 4)$.
Respuesta: 45$\mathbf{a}_z$ V/m; 10.8$\mathbf{a}_y$ + 36.9$\mathbf{a}_z$ V/m

2. Cuatro cargas positivas de 10nC se ubican en el plano z = 0 en las esquinas de un cuadrado de 8 cm de lado. Una quinta carga positiva se sitúa en un punto ubicado a 8 cm de distancia de las demás. Calcular la magnitud de la fuerza total sobre esta quinta carga para $\varepsilon = \varepsilon_0$.

3. Dos cargas puntuales de Q_1 coulombs cada una se encuentran en (0, 0, 1) y (0, 0, −1). Determinar la disposición de las posibles posiciones de una tercera carga Q_2 donde Q_2 puede tener cualquier valor positivo o negativo, de tal forma que el campo total E = 0 en el punto (0, 1, 0). ¿Cuál es la disposición si las dos cargas originales son Q_1 y $-Q_1$?

4. Cuatro cargas puntuales de 50nC cada una se ubican en el espacio libre en los puntos A(1, 0, 0), B(−1, 0, 0), C(0, 1, 0) y D(0, −1, 0). Encontrar la fuerza total sobre la carga que está en A.

5. Ocho cargas puntuales idénticas de Q C se ubican en las esquinas de un cubo de arista a, con una carga en el origen y las tres cargas más cercanas en (a, 0, 0), (0, a, 0) y (0, 0, a). Encontrar la expresión de la fuerza vectorial total sobre la carga en el punto P(a, a, a), suponiendo que están en el espacio libre.

6. Una carga puntual $Q_1 = 25nC$ está en el punto $P_1(4, -2, 7)$ y una carga $Q_2 = 60nC$ está en $P_2(-3, 4, -2)$. a) Si $\varepsilon = \varepsilon_0$, encontrar E en el punto $P_3(1, 2, 3)$. b) ¿En qué punto sobre el eje y $E_x = 0$?

7. Tres cargas puntuales de $5 \times 10^{-9} C$ están sobre el eje x en x = −1, 0, 1 en el espacio libre. a) Encontrar E en x = 5. b) Determinar el valor y ubicación de una única carga puntual equivalente que produciría el mismo campo a grandes distancias. c) Determinar E en x = 5 utilizando la aproximación de b).

8. Una carga puntual de 2 μC está en el espacio libre en A(4, 3, 5). Encontrar E_ρ, E_φ y E_z en el punto P(8, 12,2).

9. Dos cargas lineales uniformes del mismo valor con ρ_l = 75 nC/m están ubicadas en el espacio libre en x = 0, y = ±0.4 m. ¿Qué fuerza por unidad de longitud ejerce cada una de las cargas lineales sobre la otra?

10. Dos láminas de cargas uniformes idénticas tienen el valor ρ_s = 100 nC/m2 y están ubicadas en el espacio libre en z = ±2.0 cm. ¿Cuál es la fuerza por unidad de área que una hoja ejerce sobre la otra?

11. Dada la densidad de carga de superficie $\rho_s = 2\ \mu C/m^2$, en la región $\rho < 0.2$ m, $z = 0$, y tiene el valor de cero en cualquier otro punto, encontrar **E** en: *a*) $P_A(\rho = 0, z = 0.5)$; *b*) $P_B(\rho = 0, z = -0.5)$

12. Para el caso del disco cargado del problema 11, demostrar que: *a*) el campo a lo largo del eje *z* se reduce al correspondiente de una lámina de carga infinita para valores pequeños de *z*; *b*) el campo en el eje *z* se reduce al correspondiente de una carga puntual para valores grandes de *z*.

Tutoría 3. Densidad de flujo , ley de Gauss y divergencia

1. Una carga puntual de 20 nC se encuentra en (4, -1, 3) y una carga lineal uniforme de -25 nC/m se extiende a lo largo de la intersección de los planos x = -4 y z = 6. *a*) Calcular **D** en (3, -1, 0). *b*) ¿Qué cantidad de flujo eléctrico abandona la superficie de una esfera de radio 5 y con centro en el origen? *c*) Repetir la parte *b* si el radio de la esfera es de 10

2. Sea $\boldsymbol{D} = 4xy\boldsymbol{a}_x + 2(x^2 + z^2)\boldsymbol{a}_y + 4yz\boldsymbol{a}_z \ \ C/m^2$ **.** Evaluar las integrales de superficie y encontrar la carga total encerrada en el paralelepípedo rectangular 0 < x < 2, 0 < y < 3, 0 < z < 5 m.

3. Una densidad volumétrica de carga en coordenadas esféricas de $\rho_v = 10e^{-2r} \ C/m^3$ se encuentra presente. *a*) Determinar **D**. *b*) Verificar el resultado del inciso *a*) evaluando $\nabla \cdot \mathbf{D}$

Tutoría 4. Energía y potencial

1. Calcular el trabajo realizado para llevar una carga de 4 C de *B*(1, 0, 0) a *A*(0, 2, 0) a lo largo de la trayectoria $y = 2 - 2x$, $z = 0$ en el campo **E** =: *a*) $5\mathbf{a}_x$ V/m; *b*) $5x\mathbf{a}_x$ V/m; *c*) $5x\mathbf{a}_x + 5y\mathbf{a}_y$ V/m.

2. Dado el campo de potencial $V = 2x^2$y-5z y el punto *P*(-4, 3, 6), se desea encontrar algunos valores numéricos en el punto *P*: el potencial *V*, la intensidad de campo eléctrico **E**, la dirección de **E**, la densidad de flujo eléctrico **D** y la densidad volumétrica de carga ρ_v.

3. Dos líneas de carga uniformes de 8 nC/m, cada una se localizan en x = 1, z = 2, y en x = -1, y = 2 en el espacio libre. Si el potencial en el origen en 100 V, encontrar *V* en *P*(4, 1, 3).

4. Dos densidades de carga de superficie uniformes de 6 y 2 nC/m^2 están presentes en ρ = 2 y 6 cm, respectivamente, en el espacio libre. Suponer que *V* = 0 en ρ = 4 cm y calcular *V* en: *a*) ρ = 5 cm; *b*) ρ = 7 cm.

5. Dentro del cilindro ρ = 2, 0 < z < 1, el potencial está dado por $V = 100 + 50\rho + 150\rho$ sen φ V. *a*) Encontrar *V*, **E**, **D** y ρ_v en *P*(1, 60°, 0.5) en el espacio libre. *b*) ¿Cuánta carga se encuentra dentro del cilindro?

6. Un dipolo tiene un momento $\mathbf{p} = 3\mathbf{a}_x - 5\mathbf{a}_y + 10\mathbf{a}_z$ nC · m y se localiza en *Q*(1, 2, -4) en el espacio libre. Encontrar *V* en *P*(2, 3, 4).

7. Cuatro cargas puntuales de 0.8 nC se ubican en el espacio libre en las esquinas de un cuadrado de 4 cm de lado. *a*) Encontrar la energía potencial total almacenada. *b*) Una quinta carga de 0.8 nC está en el centro del cuadrado. Encontrar de nuevo la energía total almacenada.