Métodos Numéricos
Ingeniería Electrónica
Universidad Técnica Nacional

Ing. Félix David Suárez Bonilla
Total: 45 pts

Nombre del estudiante: Angie Marchena Mondell

Fecha: 13/10/2021

Examen Parcial #1

1. Dado los cuatro puntos $(1,2)$, $(3,4)$, $(5,5)$ y $(6,6)$, use la mejor interpolación de Lagrange para calcular el valor aproximado de y para $x = 4.1$. (15 pts)

Respuesta

Utilizando la interpolación grado 3.

$$P_3(x) = y_0\frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)} + y_1\frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)} + y_2\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)} + y_3\frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)}{(x_3-x_0)(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$$

Valores iniciales:

$$x_0 = 1, \quad x_1 = 3, \quad x_2 = 5, \quad x_3 = 6$$
$$y_0 = 2, \quad y_1 = 4, \quad y_2 = 5\,, \quad y_3 = 6$$

Calculamos $P_3(x) = y$

$$P_3(x) = 2\frac{(x-3)(x-5)(x-6)}{(1-3)(1-5)(1-6)} + 4\frac{(x-1)(x-5)(x-6)}{(3-1)(3-5)(3-6)} + 5\frac{(x-1)(x-3)(x-6)}{(5-1)(5-3)(5-6)} + 6\frac{(x-1)(x-3)(x-5)}{(6-1)(6-3)(6-5)}$$

$$P_3(4.1) = 2\frac{(4.1-3)(4.1-5)(4.1-6)}{(1-3)(1-5)(1-6)} + 4\frac{(4.1-1)(4.1-5)(4.1-6)}{(3-1)(3-5)(3-6)} + 5\frac{(4.1-1)(4.1-3)(4.1-6)}{(5-1)(5-3)(5-6)} + 6\frac{(4.1-1)(4.1-3)(4.1-5)}{(6-1)(6-3)(6-5)}$$

$$P_3(4.1) = 2\cdot(-0.132525) + 4\cdot(0.44175) + 5\cdot(0.809875) + 6\cdot(-0.2046)$$
$$P_3(4.1) = -0.26505 + 1.767 + 4.049375 - 1.2276$$
$$P_3(4.1) = 4.323725$$

$\boxed{\text{El valor para la imagen de } x = 4.1 \text{ es } y = 4.323725}$

2. Dado los dos puntos $(0,2)$ y $(5,7)$, utilice interpolación lineal para determinar el valor aproximado de y para $x = 3$. (10 pts)

Respuesta

$$y = y_0 + (x - x_0) \cdot \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Valores iniciales:

$$x_0 = 0, \qquad x_1 = 5,$$
$$y_0 = 2, \qquad y_1 = 7,$$

Calculamos el valor para y

$$y = 2 + (x - 0) \cdot \frac{7 - 2}{5 - 0}$$
$$y = 2 + (3 - 0) \cdot \frac{7 - 2}{5 - 0}$$
$$y = 2 + (3) \cdot \frac{5}{5}$$
$$y = 2 + (3) \cdot 1$$
$$y = 5$$

El valor para la imagen de $x = 3$ es $y = 5$

3. Para la función $f(x)$ y el intervalo inicial $[-2{,}0]$, aplique el método de la bisección, debe realizar 4 iteraciones, lo puede realizar manualmente o en computadora. (10pts):

$$f(x) = x^3 + e^{x-1} - x$$

Respuesta

Código

```
import math

def f(x):
    #definicion de f(x)
    return x**3 + math.exp(x-1)-x

def biseccion(f1,a,b,tol,iterM):
    #listas con los datos
    sol=[] #soluciones
    e=[]   #errores
    #Teorema de Bolzano
    if(f(a)*f(b) > 0):
        print("No cumple con el teorema de Bolzano")

    else:
        k=0
        error=tol+1
        e+=[error]
        sol+=[a]
        while (k < iterM) and (error>tol):
            k+=1
            x=(b+a)/2
            error=abs((x-sol[-1])/abs(x))*100
            if(f(a)*f(x)<0):
                b=x
            else:
                a=x
            sol+=[x]
            e+=[error]
    #muestra los datos
    k=1
    print("i --- X(i)    --- Error")
    for i in sol[1:]:

        print(k, "---", i, "  ---", e[k])
        k+=1
#Llamada a la funcion
biseccion(f,-2,0,1,4)
```

Llamamos al método con la función f, valores de -2 y 0 que son el intervalo, una tolerancia de 1% y 4 iteraciones.

Resultados, i= iteraciones, $X(i)$=Valor calculado, Error por iteracion

```
i --- X(i)    --- Error
1 --- -1.0    --- 100.0
2 --- -1.5    --- 33.333333333333
3 --- -1.25    --- 20.0
4 --- -1.125    --- 11.1111111111111
```

4. Dado los dos puntos $(1,2)$ y $(3,4)$, utilice interpolación lineal para determinar el valor aproximado de y para $x = 2$. (10pts)

Respuesta

$$y = y_0 + (x - x_0) \cdot \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0}$$

Valores iniciales:

$$x_0 = 1, \qquad x_1 = 3,$$
$$y_0 = 2, \qquad y_1 = 4,$$

Calculamos el valor para y

$$y = 2 + (x - 1) \cdot \frac{4 - 2}{3 - 1}$$
$$y = 2 + (2 - 1) \cdot \frac{4 - 2}{3 - 1}$$
$$y = 2 + (1) \cdot \frac{2}{2}$$
$$y = 2 + (1) \cdot 1$$
$$y = 3$$

El valor para la imagen de $x = 2$ es $y = 3$