60465004

Sistema de ecuaciones por el método de Gauss

A)

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1\\ 3x + 2y - z = 5 \end{cases}$$

Respuesta

Matriz expandida

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

$$F_2 - \left(\frac{3}{2}\right)F_1 \rightarrow F_2$$

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & \frac{7}{2} & -\frac{11}{2} & \frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

Formamos el sistema nuevo

$$\begin{cases} 2x - y + 3z = 1\\ \frac{7}{2}y - \frac{11}{2}z = \frac{7}{2} \end{cases}$$

Despejamos y de la ecuación de abajo

$$\frac{7}{2}y - \frac{11}{2}z = \frac{7}{2}$$

$$\frac{7}{2}y = \frac{7}{2} + \frac{11}{2}z$$

$$7y = 7 + 11z$$

$$y = 1 + \frac{11}{7}z$$

Sustituimos en la primera ecuación

$$2x - \left(1 + \frac{11}{7}z\right) + 3z = 1$$
$$2x = 1 + \left(1 + \frac{11}{7}z\right) - 3z$$
$$2x = 2 - \frac{10}{7}z$$
$$x = 1 - \frac{5}{7}z$$

Con esto tenemos la solución:

$$\begin{cases} x = 1 - \frac{5}{7}z \\ y = 1 + \frac{11}{7}z \\ z = z \end{cases}$$

B)

$$\begin{cases} 2x + y = 1 \\ -x + 2y = 7 \\ 3x + y = 0 \end{cases}$$

Respuesta

Matriz expandida

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -1 & 2 & 7 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$F_2 - \left(\frac{-1}{2}\right) F_1 \to F_2$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{5}{2} & \frac{15}{2} \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$F_3 - \left(\frac{3}{2}\right)F_1 \to F_3$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{5}{2} & \frac{15}{2} \\ 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \end{pmatrix}$$

$$F_3 - \left(\frac{-1}{5}\right) F_2 \to F_3$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 0 & \frac{5}{2} & \frac{15}{2} \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Con esto podemos despejar las ecuaciones resultantes

$$\begin{cases} 2x + y = 1\\ \frac{5}{2}y = \frac{15}{2} \end{cases}$$

Despejamos y

$$\frac{5}{2}y = \frac{15}{2}$$
$$5y = 15$$

$$y = 3$$

Reemplazamos en la ecuación de arriba

$$2x + (3) = 1$$

$$2x = 1 - 3$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Con esto obtenemos la solución del sistema:

$$\begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$$