Clase 8 asíncrona

Wednesday, 4 de November de 2020 6:28 PM

Ejercicios:

1. Si $\vec{J} = \frac{1}{r^3}(2cos\theta\overrightarrow{a_r} + sen\theta\overrightarrow{a_\theta})A/m^2$, calcule la corriente que pasa por
   a) Un cascarón hemisférico de 20cm de radio
   b) Un cascarón esférico de 10cm de radio

$I = \int \vec{J}\cdot dS$ donde $dS = r^2 sen\theta\, d\phi\, d\theta\, \vec{a}_r$

a) $I = \int_{\theta=0}^{\theta=\pi/2}\int_{\phi=0}^{\phi=2\pi} \frac{2}{\cancel{r^3}}\cos\theta\cdot \cancel{r^2} sen\theta\, d\phi\, d\theta \Big|_{r=0,2}$

$I = \frac{2}{r}\cdot 2\pi\cdot \int_0^{\pi/2} \cos\theta\cdot sen\theta\, d\theta = \frac{4\pi}{0,2}\cdot \frac{\cos^2\theta}{2}\Big|_0^{\pi/2}$

$I = \frac{2\pi\cdot 1}{0,2} = 10\pi = \underline{31,4A}$

b) $0 \le \theta \le \pi$, $0 \le \phi \le 2\pi$, $r = 0,1m$

$I = \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi} \frac{2}{r^3}\cdot\cos\theta\cdot r^2 sen\theta\, d\theta\, d\phi$

$I = \frac{2\cdot 2\pi}{r}\cdot\int_0^{\pi}\cos\theta\, sen\theta\, d\theta = \frac{4\pi}{r}\cdot\frac{\cos^2(\theta)}{2}\Big|_0^{\pi}$

$I = \underline{0A}$

2. Con la relación de corriente $\vec{J} = 10z(sen\phi)^2\,\overrightarrow{a_\rho}$, halle la corriente a través de la superficie cilíndrica $\rho = 2, 1 \le z \le 5m$.

$I = \int \vec{J}\cdot dS$ $\quad d\vec{l} = d\rho\vec{a}_\rho + r d\phi\, a_\phi + dz\vec{a}_z$

$dS = \rho d\phi\cdot dz\vec{a}_\rho$, $\vec{a}_\rho\cdot\vec{a}_\rho = 1$

a) $I = \int_0^{2\pi}\int_1^5 10z\,(sen\phi)^2\cdot\rho\, dz\, d\phi$

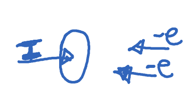
$\int sen^2\phi = \frac{\phi}{2} - \frac{1}{4}sen(2\phi)$

$I = \rho\, 10\cdot\frac{z^2}{2}\Big|_1^5\cdot\int_0^{2\pi}(sen\phi)^2 d\phi$

$I = \cancel{2}\cdot 10\cdot\frac{(5^2-1^2)}{\cancel{2}}\cdot\pi = 240\pi = \underline{754A}$

3. Un cable de 1mm de diámetro y conductividad de $5.7\times10^7 S/m$ posee 10^{29} electrones libre/m^3 cuando se aplica un campo eléctrico de 10mV/m. Determine

a) La densidad de carga de los electrones libre
b) La densidad de corriente
c) La corriente en el cable



d) La velocidad de deriva de los electrones. Adopte la carga electrónica $e = -1.6 \times 10^{-19} C$

$\rho_v = n \cdot e \quad , \quad J = \sigma E \quad , \quad I = J \cdot S \quad , \quad J = \rho_v \cdot u = \rho_v v$

a) $\rho_v = n \cdot e = (10^{29}) \cdot (-1,6 \times 10^{-19}) = -1,6 \times 10^{10}\ C/m^3$

b) $J = \sigma \cdot E = (5 \times 10^7) \cdot (10 \times 10^{-3}) = 50 \times 10^4 = 500 KA/m^2$

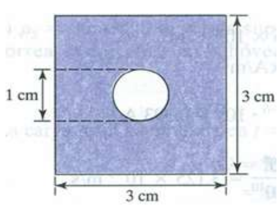
c) $I = J \cdot S$ donde $J = 500 KA/m^2$ y $S = \pi r^2 = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \pi \frac{d^2}{4}$

$S = \frac{\pi}{4} \cdot (1 \times 10^{-3})^2 = 7,85 \times 10^{-7}$

$I = 500K \cdot 7,85 \times 10^{-7} = \frac{\pi}{8} A = \underline{0,393 A}$

d) $u = \frac{J}{\rho_v} = \frac{500K}{1,6 \times 10^{10}} = 3,125 \times 10^{-5}\ \underline{m/s}$

4. Una barra de plomo $\sigma = 5 \times 10^6 S/m$ de sección transversal cuadrada presenta un orificio de 1cm de diámetro a lo largo de su longitud de 4m, de manera que su sección transversal corresponde a la que aparece en la figura. Encuentre la resistencia entre los extremos cuadrados.



$R = \frac{l}{\sigma \cdot S}$ donde $l = 4m$

$S = A_{cua} - A_{cir} = b \cdot h - \pi r^2$

$R = \frac{4}{5 \times 10^6 \cdot (9 - \pi/4) \times 10^{-4}}$

$S = 3^2 - \pi \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 9 - \frac{\pi}{4} cm^2$

$R = 974 \mu\Omega$

$1 cm^2 \times \left(\frac{1m}{100cm}\right)^2 = 10^{-4}$

5. Con la relación de corriente $\vec{J} = 3r^2 cos\theta\, \vec{a_r} - r^2 sen\theta\, \vec{a_\theta}$, halle la corriente que cruza la superficie definida por $\theta = 30º, 0 < \varphi < 2\pi,\ 0 \le r \le 2m$. R/ -6.283A

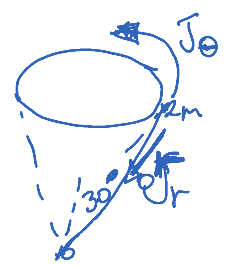
$d\vec{L}_e = dr\vec{a}_r + rd\theta\vec{a}_\theta + rsen\theta d\varphi\vec{a}_\varphi$ esféricas

$I = \int_S \vec{J} \cdot dS$

$\vec{J} = -r^2 sen\cancel{\phi}\theta\, \vec{a}_\theta$

$\vec{a}_\theta \cdot \vec{a}_\theta = 1$

$dS = dr \cdot r\, sen\theta\, d\phi\, \vec{a}_\theta$



$I = \int_0^{2\pi}\int_0^2 -r^2 \cdot r \cdot sen\theta\, sen\theta \cdot dr d\phi \Big|_{\theta=30}$

$I = -\frac{r^4}{4}\Big|_0^2 \cdot sen^2(30) \cdot 2\pi$

$I = -\frac{2^4}{4} \cdot sen^2(30) \cdot 2\pi = -2\pi = \underline{-6,283A}$