

Actividad 2: Electrostática

Problema 1: (50 puntos)

Un anillo muy delgado hecho de material conductor tiene una carga positiva Q distribuida de manera uniforme alrededor de su circunferencia de radio R .

Un electrón restringido a moverse a lo largo del eje de simetría del anillo está inicialmente en reposo a una distancia z muy cerca del centro.

- (a) Determine la fuerza eléctrica que el anillo ejerce sobre el electrón. (10 puntos)
- (b) Muestre que si la distancia z es muy pequeña comparada con el radio del anillo $z \ll R$, luego de soltarlo, el electrón oscilará alrededor del centro del anillo con movimiento armónico simple. (10 puntos)

Ayuda: Necesitará el siguiente resultado que puede usar sin demostrar

$$\frac{1}{(\sqrt{1+x^2})^3} = 1 + \mathcal{O}(x^2) \approx 1$$

donde $\mathcal{O}(x^2)$ representa una cantidad infinita de términos con potencias cada vez más altas de x^2 que pueden despreciarse siempre y cuando $x^2 \ll 1$. Use la II ley de Newton para obtener la ecuación diferencial de movimiento armónico simple.

- (c) Si la carga del anillo es $Q = 7.5 \mu\text{C}$ y su radio $R = 50.0 \text{ cm}$ ¿Cuáles son el periodo y la frecuencia del movimiento del electrón? (4 puntos)
- (d) Sabiendo que la posición inicial del electrón es $z_0 = 5.0 \mu\text{m}$, determine las expresiones que describen la posición, velocidad y aceleración del movimiento en todo momento. (6 puntos)
- (e) ¿Cuáles son los valores máximos de rapidez y aceleración que puede alcanzar el electrón? (2 puntos)
- (f) Calcule la posición, velocidad y aceleración del electrón 10.0 ns luego de haber iniciado su movimiento. (3 puntos)

Ahora, en lugar del electrón, un protón restringido a moverse a lo largo del eje de simetría del anillo está inicialmente en reposo a una distancia z muy cerca del centro.

- (g) ¿Cuál es la energía potencial eléctrica del protón en su posición inicial $z_0 = 5.0 \mu\text{m}$? (10 puntos)
- (h) Debido a la repulsión entre las cargas positivas del anillo y del protón, éste no oscilará alrededor del centro, sino que se moverá a lo largo del eje del anillo hasta el infinito, acelerando de manera no uniforme. Encuentre la rapidez máxima que alcanza el protón. (5 puntos)

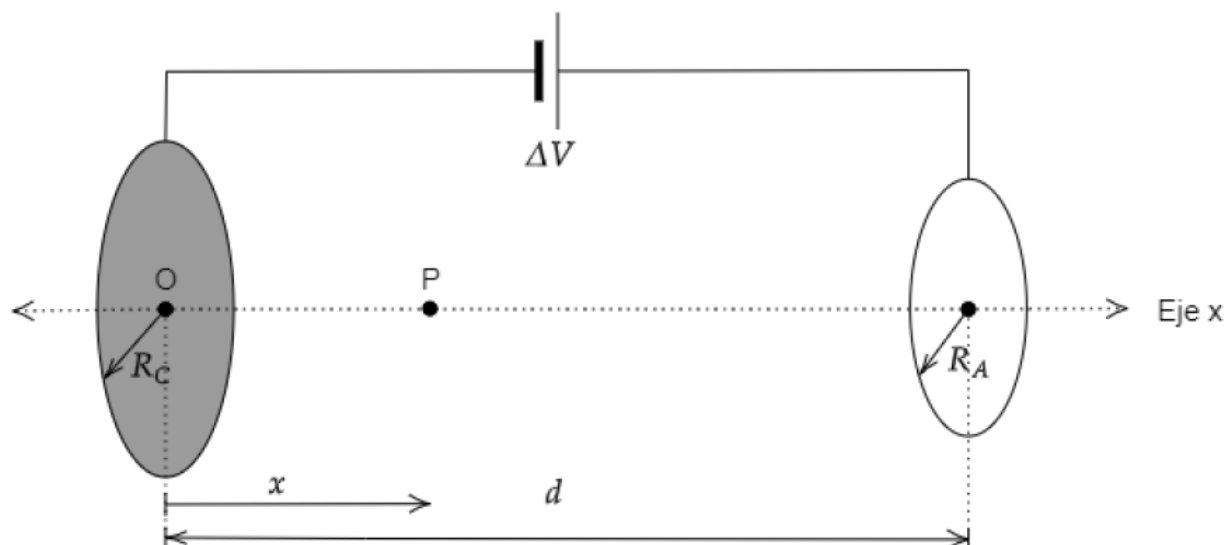
Ayuda: use el teorema de conservación de la energía mecánica.

Problema 2: (50 puntos)

La electropesca consiste en el uso de equipo eléctrico para capturar peces sin que el animal sufra daños en un proceso que funciona de la siguiente manera: se sumergen total o parcialmente en el agua dos electrodos que mantienen cargas de igual magnitud pero signo contrario, de modo que entre ellos se establece una diferencia de potencial eléctrico. Debido al campo eléctrico generado por la configuración de electrodos y la zona en que se encuentran, los peces nadarán hacia el electrodo que tiene carga positiva. Es posible identificar distintas zonas de acuerdo con el comportamiento de los peces como se explica a continuación:

- **Zona indiferente:** el pez está demasiado lejos para percibir el campo eléctrico.
- **Zona de repulsión:** el pez logra percibir el campo eléctrico, pero en lugar de sentirse atraído, escapa.
- **Zona de atracción:** en esta región el pez se alinea, comienza a nadar hacia el electrodo y experimenta galvanotaxis.
- **Zona de narcosis:** en esta región, el pez experimentará un campo eléctrico mucho más intenso que producirá una galvanonarcosis;
- **Zona de tetanización:** entre más se acerca el pez al electrodo, los efectos del campo eléctrico son más intensos, por lo que experimenta espasmos que permiten su captura.

Para comprender el funcionamiento de un equipo de electropesca, tenemos un electrodo con forma de anillo conductor, de radio $R_A = 0.125\text{ m}$ y un segundo electrodo con forma de disco conductor, de radio $R_C = 0.80\text{ m}$. Los electrodos están separados una distancia $d = 20\text{ m}$ y tienen cargas $Q_C = -Q$ y $Q_A = +Q$, como se muestra en la figura



- Determine la expresión para el campo eléctrico en el punto P . (20 puntos)
- Determine la expresión para el potencial electrostático en el punto P . (10 puntos)
- Si la diferencia de potencial entre los electrodos es 500 V , ¿Cuál es el valor de la carga Q ? (5 puntos)
- Confeccione las gráficas de campo eléctrico y potencial eléctrico en función de la posición x , según lo calculado en los incisos (a) y (b). (10 puntos)
- Investigue sobre los rangos de valores del campo eléctrico según las zonas para la electropesca y ubique las posibles zonas en los gráficos realizados en el inciso anterior. (5 puntos)