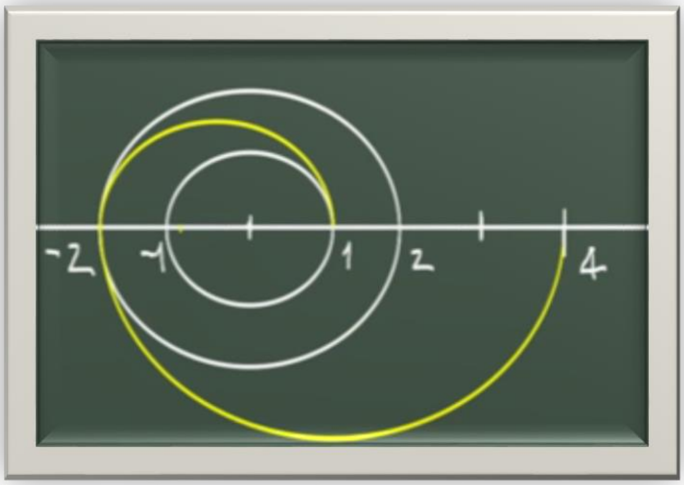
UTN

Universidad Técnica Nacional

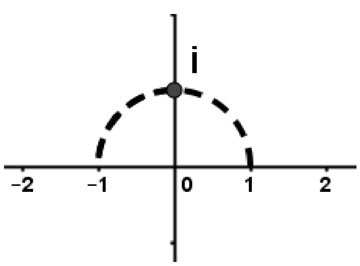
Profesora: Jackeline Cascante Paniagua

FOLLETO 1

Números Complejos



$\left(\sqrt{-1}\right)^2 = -1$ Lo llamaremos número imaginario



Por tanto multiplicar por **i** equivale a un giro de $90°$

Un número complejo es de la forma $x = a + bi$

$$x = a + bi \begin{cases} si \quad a = 0 \Rightarrow x = bi\,,\ 5i, 3i, -2i \\ si\ b = 0 \Rightarrow x = a \ \ , R \end{cases}$$

Conceptos y operaciones con números complejos

a) Un número complejo es de la forma $x = a + bi$

$$x = a + bi \begin{cases} si \quad a = 0 \Rightarrow x = bi \;,\; 5i, 3i, -2i \\ \\ si \; b = 0 \Rightarrow x = a \;\;, R \end{cases}$$

b) Si $a + bi = c + d\,i \Leftrightarrow a = c \;\; \wedge b = d$

c) Módulo: es la distancia que hay del origen al punto

$$x = a + bi \Rightarrow \|x\| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2}$$

d) Argumento: es el ángulo que forma el vector asociado con el eje “x”

$$x = a + bi \Rightarrow \theta = Arc\tan\left(\frac{b}{a}\right)$$

e) Opuesto de un número imaginario

$$x = a + bi \Rightarrow x = -a - bi$$

f) Conjugado de un número complejo

$$x = a + bi \Rightarrow \bar{x} = a - bi$$

Representemos números imaginarios en el plano cartesiano

a) 2 + i

b) 1 + 3i

Ahora realicemos la operación $i\,(2+i)$

Veamos las potencias de i

$i = \sqrt{-1}$

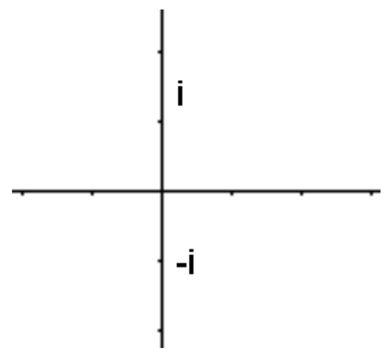
$i^{2} = -1$

$i^{3} = i^{2} \cdot i = -i$

$i^{4} = i^{3} \cdot i = -i \cdot i = 1$

$i^{5} = i^{4} \cdot i = 1 \cdot i = i$

Interpretación gráfica



Por lo tanto cada 4 potencias llegamos al mismo sitio

Calculemos

i^{256}

i^{307}

i^{37}

i^{50}

i^{104}

i^{219}

i^{500}

Ejemplo 1: Cuaderno

Sea $z_1 = 2 + i \quad z_2 = 1 + 3i$

a) Efectúe la operación $z_1 \cdot z_2$

b) Ubíquelos en el plano cartesiano

c) Calcule los módulos

d) Calcule los argumentos

Ejemplo 2:

Sea $z = 5 + 7i \quad z' = -\sqrt{3} + 2i$. Realice las siguientes operaciones

a) $z + z'$

b) $z - z'$

c) $z \cdot z' \cdot z$

d) $(z')^{-1}$

e) $2z - 5\overline{z'}$

Solución

a) $z + z'$

$$(5+7i) + (-\sqrt{3}+2i) = 5+7i-\sqrt{3}+2i$$
$$= (5-\sqrt{3}) + 9i$$

b) $z - z'$

$$(5+7i) - (-\sqrt{3}+2i) = 5+7i+\sqrt{3}-2i$$
$$= (5+\sqrt{3}) + 5i$$

c) $z \cdot z' \cdot z$

$z^2 \cdot z'$

$(5+7i)^2 (-\sqrt{3} + 2i)$

$(25 + 70i - 49)(-\sqrt{3} + 2i)$

$-\underset{\sim}{25\sqrt{3}} + 50i - 70\sqrt{3}i - 140 + \underset{\sim}{49\sqrt{3}} - 98i$

$(24\sqrt{3} - 140) + (-48 - 70\sqrt{3})i$

d) $(z')^{-1}$

$(-\sqrt{3} + 2i)^{-1} = \dfrac{1}{-\sqrt{3} + 2i}$

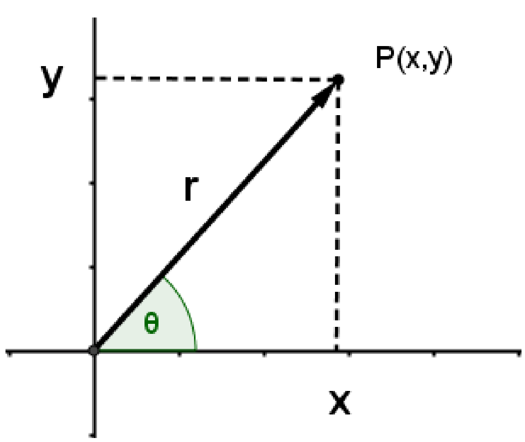
e) $2z - 5\bar{z}'$

$2(5+7i) - 5(-\sqrt{3} - 2i)$

$10 + 14i + 5\sqrt{3} + 10i$

$(10 + 5\sqrt{3}) + 24i$

Forma Polar de números complejos



$x = r\cos\theta$ $y = r\, sen\theta$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$z = x + yi = r(\cos\theta + i\, sen\theta)$

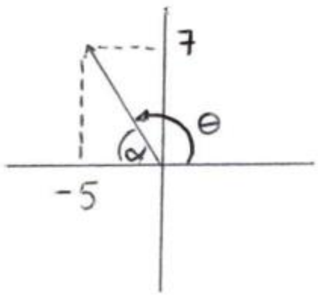
Ejemplo: Represente en forma polar los siguientes números

a) – 5 + 7i

$z = -5 + 7i$

$r = \sqrt{(-5)^2 + (7)^2}$

$r = \sqrt{74}$



$z = r\,(\text{Cos}\,\theta + i\,\text{Sen}\,\theta)$

$z = \sqrt{74}\,(\text{Cos}\ 126 + i\,\text{Sen}\ 126)$

$z = (\sqrt{74})\ \frac{7}{10}\pi$

$\text{Tan}\ \alpha = \frac{7}{5}$

$\alpha = 54{,}46$

$\alpha = 54^\circ$

$\theta = 180 - 54$

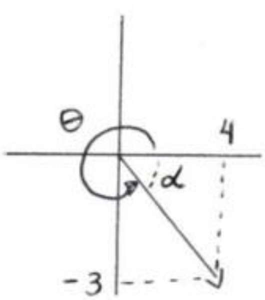
$\theta = 126$

b) 4 – 3i

$z = 4 - 3i$

$r = \sqrt{(4)^2 + (3)^2}$

$r = 5$



$z = r\,(\text{Cos}\,\theta + i\,\text{Sen}\,\theta)$

$z = 5\,(\text{Cos}\ 323 + i\,\text{Sen}\ 323)$

$z = (5)\ \frac{323}{180}\pi$

$\text{Tan}\ \alpha = \frac{3}{4}$

$\alpha = 36{,}87$

$\alpha = 37^\circ$

$\theta = 360 - 37$

$\theta = 323$

Multiplicación y División de los números complejos

a) $(-2+3i)(3+i)$

$$(-2+3i)(3+i)$$
$$-6-2i+9i-3$$
$$-9+7i$$

b) $(a+bi)(a-bi)$

$$a^2-b^2i^2$$
$$a^2+b^2$$

Para dividir números complejos se debe multiplicar por el conjugado. (Proceso de Racionalización)

a) $\frac{3+i}{1+2i}$

a) $$\frac{3+i}{1+2i}\cdot\frac{(1-2i)}{(1-2i)}=\frac{(3+i)(1-2i)}{1+4}=\frac{(3+i)(1-2i)}{5}=$$

$$\frac{3-6i+i+2}{5}=\frac{5-5i}{5}=1-i$$

b) $\frac{1}{i}$

b) $$\frac{1}{i}\cdot\frac{i}{i}=\frac{i}{-1}=-i$$

Ejemplo: Calcule el valor de $\frac{i^7 - i^{-7}}{2i}$

$$\frac{i^7 - i^{-7}}{2i} \qquad \begin{array}{c|l} 7 & 4 \\ \cline{2-2} 3 & 1 \end{array}$$

$$\frac{i^7 - \frac{1}{i^7}}{2i} = \frac{-i - \frac{1}{-i}}{2i} = \frac{-i + \frac{1}{i}}{2i} =$$

$$\frac{\frac{1+1}{i}}{\frac{2i}{1}} = \frac{2}{-2} = -1 \;/\!/$$

c) Si $z = 3-2i \quad w = -1 + i$. Cuál es el resultado de $\frac{z}{w}$

$$\frac{z}{w} = \frac{3-2i}{-1+i} \cdot \frac{-1-i}{-1-i} = \frac{(3-2i)(-1-i)}{1+1} = \frac{-3-3i+2i-2}{2}$$

$$\frac{-5-i}{2} = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i \;/\!/$$

PARA PODER REALIZAR POTENIAS Y RAICES ES NECESARIO PASAR EL NUMERO COMPLEJO A SU FORMA POLAR

Operaciones en forma polar y el teorema de Moivre

Teorema de Moivre

$$z^n = \{r(\cos\theta + i\, sen\theta)\}^n = r^n(\cos n\theta + i\, sen\, n\theta)$$

Operaciones en forma polar

Sean $z_1 = x_1 + i\, y_1 = r_1(\cos\theta_1 + i\, sen\theta_1)$ $\quad z_2 = x_2 + i\, y_2 = r_2(\cos\theta_2 + i\, sen\theta_2)$

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2\,\{Cos(\theta_1 + \theta_2) + i\, sen(\theta_1 + \theta_2)\}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\,\{Cos(\theta_1 - \theta_2) + i\, sen(\theta_1 - \theta_2)\}$$

Fórmula de Euler

$$e^{i\theta} = \cos\theta + i\, sen\theta$$

Operaciones en forma exponencial

$$z_1 \cdot z_2 = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{i\theta_1} \cdot e^{i\theta_2} = r_1 \cdot r_2 \cdot e^{i(\theta_1 + \theta_2)}$$

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2}\, e^{i(\theta_1 - \theta_2)}$$

$$z^n = r^n e^{in\theta}$$

Raíces con números complejos

$$z^{\frac{1}{n}} = \{r\,(\cos\theta + i\, sen\theta)\}^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}}\left(\cos\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right) + i\, sen\left(\frac{\theta + 2k\pi}{n}\right)\right)\quad k = 0,1,2,3....$$

$$z^{\frac{1}{n}} = r^{\frac{1}{n}} e^{i\frac{(\theta + 2k\pi)}{n}}$$

Ejemplo 1:

Sea $z = 1 + \sqrt{3}i$ Halle:

a) z^4

b) $\sqrt{z}$

a) $z^4 = r^n(\text{Cos } n\theta + i \text{ Sen } n\theta)$

$= (2)^4 (\text{Cos } 4 \cdot 60 + i \text{ Sen } 4 \cdot 60)$

$= 16 (\text{Cos } 240 + i \text{ Sen } 240)$

$= -8 - 8\sqrt{3}$

b) $\sqrt{z}$ $\qquad z = 2 (\text{Cos } 30 + i \text{ Sen } 30)$

$$\sqrt[n]{z} = (r)^{\frac{1}{n}} \left(\text{Cos} \left(\frac{\theta + 2K\pi}{n} \right) + i \text{ Sen} \left(\frac{\theta + 2K\pi}{n} \right) \right) \quad K = 0, 1, 2 \ldots$$

$$K = 1 \rightarrow (2)^{\frac{1}{2}} \left(\text{Cos} \left(\frac{30 + 360}{2} \right) \text{ Sen} \left(\frac{30 + 360}{2} \right) \right) \quad + i \text{ Sen } 15)$$

$$\rightarrow (2)^{\frac{1}{2}} (\text{Cos } 195 + i \text{ Sen } 195).$$

Raíces:

$(\sqrt{2})_{15^\circ}$ $\qquad (\sqrt{2})_{195^\circ}$

Ejemplo 2

a) Calcule la $\sqrt[6]{-\sqrt{3} - i}$ $\quad R/ \left(\sqrt[6]{2}\right)_{35} \ \left(\sqrt[6]{2}\right)_{95} \ \left(\sqrt[6]{2}\right)_{155} \ \left(\sqrt[6]{2}\right)_{215} \ \left(\sqrt[6]{2}\right)_{275} \ \left(\sqrt[6]{2}\right)_{335}$

b) Calcule la $\sqrt[5]{10 + 10i}$ $\quad R/ \left(\sqrt[5]{200}\right)_{9} \ \left(\sqrt[5]{200}\right)_{81} \ \left(\sqrt[5]{200}\right)_{153} \ \left(\sqrt[5]{200}\right)_{225} \ \left(\sqrt[5]{200}\right)_{297}$

c) Calcule la $\sqrt[3]{\dfrac{1+i}{\sqrt{3}+i}}$

$$\sqrt[3]{\frac{1+i}{\sqrt{3}+i}} \qquad \frac{1+i}{\sqrt{3}+i}\cdot\frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i} = \frac{(1+i)(\sqrt{3}-i)}{+1}$$

$$\frac{\sqrt{3}-i+\sqrt{3}i+1}{4} = \frac{(\sqrt{3}+1)}{4} + \frac{(\sqrt{3}-1)}{4}i$$

Pasado a polar: $z = \frac{\sqrt{2}}{2}(\text{Cos } 15 + i\text{Sen } 15)$

$$\measuredangle C = \frac{360}{3} = 120^\circ$$

$$K=0 \rightarrow \sqrt[3]{\frac{\sqrt{2}}{2}}\left(\text{Cos } \frac{15}{3} + i\,\text{Sen } \frac{15}{3}\right)$$

$$K=0 \rightarrow \sqrt[3]{0{,}71}\,(\text{Cos } 5 + i\,\text{Sen } 5)$$

$$K=1 \rightarrow \sqrt[3]{0{,}71}\,(\text{Cos } 125 + i\,\text{Sen } 125)$$

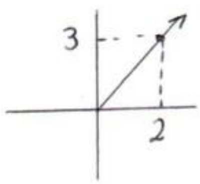
$$K=2 \rightarrow \sqrt[3]{0{,}71}\,(\text{Cos } 245 + i\,\text{Sen } 245)$$

Ejemplo 3:

Represente el número complejo $z = 2 + 3i$ en forma binómica o cartesiana, gráfica, polar, exponencial

$z = 2 + 3i$

- Binómica o cartesiana: $2 + 3i$
- Exponencial $\sqrt{13}\, e^{i56}$
- Gráfica



- Polar $r = \sqrt{(2)^2 + (3)^2} \Rightarrow r = \sqrt{13}$

$\tan \theta = \frac{3}{2} \Rightarrow \theta = 56{,}31$

$\theta = 56$

$\sqrt{13}\,(\cos 56 + i \operatorname{Sen} 56)$

$(\sqrt{13})_{56}$

Ejemplo 4

a) Resuelva las siguientes operaciones y escriba la respuesta en forma binómica

$z = (1 - i)^4 \quad R/\, z = -4$

b) Hallar las raíces cuartas de $\frac{i^5 - i^3}{i + 1}$ $\quad R/\, \left(\sqrt[8]{2}\right)_{11} \ \left(\sqrt[8]{2}\right)_{101} \ \left(\sqrt[8]{2}\right)_{191} \ \left(\sqrt[8]{2}\right)_{281}$

c) Calcule los valores de m y n en la siguiente igualdad $(3m + 2i) - (5 - 2ni) = 2 - 6i$

$(3m + 2i) - (5 - 2ni) = 2 - 6i$

$3m + 2i - 5 + 2ni = 2 - 6i$

$(3m - 5) + (2 + 2n)i = 2 - 6i$

$3m - 5 = 2$

$m = \frac{7}{3}$

$2 + 2n = -6$

$n = -4$

Ecuaciones con números complejos

Ejemplo 5:

Resuelva las siguientes ecuaciones

a) $4x-2(3-2i)=6yi$

a) $4x-2(3-2i)=6yi$

$4x-6+4i=6yi$

$4x-6=0 \qquad 4=6y$

$x=\frac{3}{2} \qquad \frac{2}{3}=y$

b) $z^4-5+5i=0$

c) $z^4-5+5i=0$

$z^4=5-5i$

$z=\sqrt[4]{5-5i}$ Polar: $z=5\sqrt{2}\,(\text{Cos}\,315+i\,\text{Sen}\,315)$

$\measuredangle c=\frac{360}{4}=90$

$K=0 \quad (5\sqrt{2})^{\frac{1}{4}}_{79^\circ} \qquad K=2 \quad (5\sqrt{2})^{\frac{1}{4}}_{259^\circ}$

$K=1 \quad (5\sqrt{2})^{\frac{1}{4}}_{169^\circ} \qquad K=3 \quad (5\sqrt{2})^{\frac{1}{4}}_{349^\circ}$

c) Resuelva la siguiente ecuación: $\frac{z-1}{1+iz\sqrt{3}}=3i\sqrt{3}$

$\frac{z-1}{1+iz\sqrt{3}}=3i\sqrt{3}$

$z-1=3i\sqrt{3}-9z$

$z+9z=3i\sqrt{3}+1$

$10z=3i\sqrt{3}+1$

$z=\frac{1}{10}+\frac{3\sqrt{3}}{10}i$

d) $x^2 - 6x + 10 = 0$ $\quad R/\ x = 3 + i \quad x = 3 - i$

e) $z^3 - 2z - 4 = 0$ $\quad R/\ z = 2 \quad z = -1 + i \quad z = -1 - i$

f) $ix^2 - (2 + 2i)x + 2 - i = 0$ $\quad R/\ x = 2 - i \quad x = -i$

g) Dado $z = 3 - 4i$ encuentre un $w \in C$ tal que: $\bar{z} \cdot \bar{w} = 2i - 1$ $\quad R/\ w = \dfrac{-11}{25} - \dfrac{2}{25}i$

Ejemplo 6:

a) Encuentre las ecuaciones de segundo grado cuyas raíces son $\left(\sqrt{2}\right)_{\angle 45}$ $\quad \left(\sqrt{2}\right)_{\angle 315}$

$X_1 = \sqrt{2}\,(\text{Cos } 45 + i \text{ Sen } 45) \Rightarrow X_1 = 1 + i$

$X_2 = \sqrt{2}\,(\text{Cos } 315 + i \text{ Sen } 315) \Rightarrow X_2 = 1 - i$

$(x - 1 - i)(x - 1 + i)$

$(x - 1)^2 + 1$

$x^2 - 2x + 1 + 1$

$x^2 - 2x + 2 = 0$

b) Hallar el valor de "x" sabiendo que $5 + xi = 6 - 3i$ $\quad R/\ x = -3 - i$

c) Sea $M = (3 + 2xi)^2$. Qué valor debe tomar "x"

c.1) para que sea un imaginario puro $R/\ x = \pm \dfrac{2}{3}$

c.2) para que M sea un numero real $R/\ x = 0$

Recordemos: Ecuaciones de curvas

Ecuación del círculo

$(x-h)^2+(y-k)^2=r^2 \qquad C=(h,\ k)$

$x^2+y^2=r^2$ Ecuación centrada en el origen

Ecuación de la elipse

$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}=1 \qquad C=(h,\ k)$

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ Ecuación centrada en el origen

Ecuación de la hipérbola

$\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1 \qquad C=(h,\ k)$

$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ Ecuación centrada en el origen

Ejercicios

Determine el lugar geométrico de las siguientes expresiones

$|z-2|=3$

Sea $z=x+yi$

$|x+yi-2|=3$

$|x-2+yi|=3$

$\sqrt{(x-2)^2+y^2}=3$ Circunferencia centrada $(2,0)$

$(x-2)^2+y^2=9$ $r=3$

$|z-2| = |z+4|$

$$|x+yi-2| = |x+yi+4|$$
$$|x-2+yi| = |x+4+yi|$$
$$\sqrt{(x-2)^2+y^2} = \sqrt{(x+4)^2+y^2}$$

$$(x-2)^2+y^2 = (x+4)^2+y^2$$
$$\cancel{x^2}-4x+4+\cancel{y^2} = \cancel{x^2}+8x+16+\cancel{y^2}$$
$$-12x = 12$$
$$x=-1 \qquad \text{Recta}$$

$|z-3| + |z+3| = 10$

$$|x+yi-3| + |x+yi+3| = 10$$
$$|x-3+yi| + |x+3+yi| = 10$$
$$\sqrt{(x-3)^2+y^2} + \sqrt{(x+3)^2+y^2} = 10$$
$$\left(\sqrt{(x-3)^2+y^2}\right)^2 = \left(10-\sqrt{(x+3)^2+y^2}\right)^2$$
$$(x-3)^2+y^2 = 100-20\sqrt{(x+3)^2+y^2} + (x+3)^2+y^2$$
$$\cancel{x^2}-6x+\cancel{9}+\cancel{y^2} = 100-20\sqrt{(x+3)^2+y^2} + \cancel{x^2}+6x+\cancel{9}+\cancel{y^2}$$
$$-12x-100 = -20\sqrt{(x+3)^2+y^2}$$

$$12x+100 = 20\sqrt{(x+3)^2+y^2}$$

$$(12x+100)^2 = \left(20\sqrt{(x+3)^2+y^2}\right)^2$$

$$144x^2+2400x+10000 = 400\left[(x+3)^2+y^2\right]$$

$$144x^2+2400x+10000 = 400(x^2+6x+9+y^2)$$

$$144x^2+\cancel{2400x}+10000 = 400x^2+\cancel{2400x}+3600+400y^2$$

$$144x^2-400x^2-400y^2 = 3600-10000$$

$$-256x^2-400y^2 = -6400$$

$$256x^2+400y^2 = 6400 \qquad (\div 6400)$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{16} = 1$$ Elipse centrado en el origen, con ejes 5 y 4

Ejercicio: La suma de un número complejo y su conjugado es 24 y la suma de sus módulos es 26. ¿Cuáles son esos números?

$$(a+bi)+(a-bi) = 24$$

$$2a = 24$$

$$a = 12$$

$$\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{a^2+b^2} = 26$$

$$2\sqrt{144+b^2} = 26$$

$$\sqrt{144+b^2} = 13$$

$$144+b^2 = 169$$

$$b^2 = 169-144$$

$$b = \pm 5$$

Los números son:

$12+5i$

$12-5i$

Práctica 1

1. Resuelva las siguientes operaciones

a) $(4-2i)+(-6+5i)$ $\quad R/3i-2$

b) $(-7+3i)-(2-4i)$ $\quad R/-9+7i$

c) $(3-2i)\ (1+3i)$ $\quad R/9+7i$

d) $\dfrac{-5+5i}{4-3i}$ $\quad R/\dfrac{-7}{5}+\dfrac{1}{5}i$

e) $\dfrac{i+i^2+i^3+i^4+i^5}{1+i}$ $\quad R/\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$

f) $|3-4i||4+3i|$ $\quad R/25$

g) $\left|\dfrac{1}{1+3i}-\dfrac{1}{1-3i}\right|$ $\quad R/\dfrac{3}{5}$

h) $-3i\div(2i+3)$ $\quad R/\dfrac{-6}{13}-\dfrac{9}{13}i$

i) $\left(\dfrac{2i^5+3i^{17}}{1+i}\right)^2$ $\quad R/\dfrac{25}{2}i$

j) $(-1+i)^{30}$ $\quad R/\left(\sqrt{2}\right)^{30}_{4050}$

k) $\left(-3\sqrt{2}+3\sqrt{2}\,i\right)^4$ $\quad R/1296$

l) $6_{30} \cdot 2_{120}$ $R/12_{150}$

m) $\frac{6_{30} \cdot 2_{120}}{3_{40}}$ $R/4\left(Cos\frac{11}{18}\pi + i\ Sen\frac{11}{18}\pi\right)$

2. Sea $z_1 = 2+3i$ $z_2 = 4-5i$ Calcule

a) $5z_1 + 7z_2$ $R/38-20i$

b) $z_1 - \overline{z_2}$ $R/-2-2i$

c) $z_1 \cdot z_2$ $R/23+2i$

d) $\overline{z_1} \div z_2$ $R/\frac{23}{41}-\frac{2}{41}i$

e) $\left|\overline{z_1 \cdot + z_2}\right|$ $R/2\sqrt{10}$

3. Sea $z_1 = -3+4i$ $z_2 = 5-2i$ Calcule $\left(\overline{z_1}\right)^2 - \left(z_2\right)^3$ $R/-72+166i$

4. Encuentre los valores de a y b para que: $2a+3bi-b+ai=2-i$ $R/a=\frac{5}{7}$ $b=\frac{-4}{7}$

5. Sea $z=10-10\sqrt{3}\,i$. Calcule z^5 $\sqrt[4]{z}$

$R/\ \sqrt[4]{z} = \left(\sqrt[4]{20}\right)_{75}\ \left(\sqrt[4]{20}\right)_{165}\ \left(\sqrt[4]{2}\right)_{255}\ \left(\sqrt[4]{20}\right)_{345}$

$R/\ z^5 = 3200000_{60}$

6. Encontrar el valor de $\frac{i^{243}+i^{14}}{i^{221}+i^{200}}$ $R/-1$

7. Calcule $\sqrt[3]{\frac{1-i}{1+i}}$ y de la respuesta en forma binómica

$R/\ -i\,,\ \frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i\,,\ \frac{-1}{2}+\frac{1}{2}i$

8. Determine el valor de “b” para que el módulo del número $\frac{b+4i}{1+i}$ sea $\sqrt{26}$

$R/\ 6\ y\ -6$

9. Determine el valor del perímetro de un triángulo equilátero cuyos vértices son las soluciones de $\sqrt[3]{-64}$

$R/\ 20{,}79ul$

10. Halle las ecuaciones de segundo grado cuyas soluciones son (2 + 3i) (2 – 3i)

$R/\ x^2-4x+3i=0$

11. Exprese en forma polar los siguientes números complejos

a) 3 + 3i $R/\ 3\sqrt{2}\,e^{\frac{\pi i}{4}}$

b) $-2-2\sqrt{3}i$ $R/\ 4e^{\frac{4\pi i}{3}}$

12. Encuentre las soluciones de las siguientes ecuaciones

a) $x^2-4x+13=0$ $R/\ 2+3i\quad 2-3i$

b) $x^2+16=0$ $R/\ 4i\quad -4i$

c) $2z^2+(2+6i)-16+8i=0$ $R/\ \frac{3i-1+\sqrt{24-10i}}{4}\,,\ \frac{3i-1-\sqrt{24-10i}}{4}$

13. Determine el lugar geométrico de

a) $|z-3i|=4$ $\quad R/\ x^2+(y-3)^2=16 \quad$ *Circunfencia* $C(0,3) \quad r=4$

b) $|z-1|+|z+3|=10 \quad R/\ \dfrac{(x+1)^2}{25}+\dfrac{(y)^2}{21}=1 \quad$ *Elipse centrada en* $(1,0)$

c) $|z|\leq 1$ $\quad R/\ x^2+y^2<1 \quad$ *Interior del círculo* $C(0,0) \quad r=1$

14. Determine el valor de “k” para que $\frac{2-ki}{k-i}$

a) Sea un imaginario puro R/ $k=0$

b) Sea un número real R/ $k=\pm\sqrt{2}$