1-MA’RUZA. Kirish. Diskret tuzilmalar va ularga misollar. To‘plamlar. Qism to‘plamlar (4 soat).

REJA

1. Diskret tuzilmalar fani nimani o`rganadi. Algebraik tuzilmalar.
2. To’plamlar tushunchasi, to’plamlar elementlari.
3. To’plamga tegishlilik tushunchasi.
4. Universal to’plam.
5. Qism to‘plam, bo’sh to’plam, chekli(cheksiz) to’plamlar, xos to’plam.
6. To’plamlarning berilish usullari.

Kalit so’zlar: *Diskret tuzilmalar, algebraik tuzilmalar, to’plamlar, to’plamlar elementlari, to’plamga tegishliligi, universal to’plam, bo’sh to’plam, chekli(cheksiz) to’plamlar, xos to’plam, to’plamlarning berilish usullari.*

1.1 Diskret tuzilmalar fani nimani o`rganadi? Algebraik tuzilmalar.

Diskret tushunchasi “uzluksizlik” tushunchasiga teskari tushuncha hisoblanib, to`plamlar nazariyasi, diskret avtomatlar nazariyasi, matematik mantiq, graflar va zanjirlar nazariyasi, kombunatorika, halqa va maydonlar nazariyasi, algebraik sistemalar va algoritmlar nazariyasi kabi bir qancha bo`limlardan iborat bo`ladi.

Diskret tuzilma(matematika)ning elementar kirish qismini o’rganmay turib, informatika va dasturlashdan muvaffaqiyatga erishib bo’lmaydi. Bundan ko’rinadiki, diskret (tuzilma)matematika fani “Informatika va hisoblash texnikasi”, “Raqamli qurilmalar va ularning matematik asoslari”, “Elektrotexnika” kabi fanlar bilan chambar – chas bog’liqdir. Mazkur fanning fundamental tushunchalari – to’plamlar, munosabatlar, kombinatorika, mantiq hamda graflar qiziqarli misollar tarzida tushunarli bayon qilingan. Nazariy bilimlar oliy matematikaning bo’limlaridan xabari bo’lmagan kishilar uchun ham tushunarli tilda yozilgan.

Hozirgi kunda diskret tuzilmalarga(matematikaga) bo‘lgan qiziqish oshib bormoqda. Oliy o‘quv yurtlari majburiy dasturlariga to‘plamlar nazariyasi, kombinatorika elementlari, matematik mantiq, graflar nazariyasi kurslari kiritilmoqda. Zamonaviy kompyuter texnologiyalari mutaxassislari matematikaning ushbu bo‘limlari axborot texnik tizimlar uchun zarur matematik ta‘minot nazariyasini yaratishda asos bo‘lishini anglab yetishdi.

Ushbu fanda nafaqat matematik mantiqning asosiy fundamental tushunchalari to‘g‘risida nazariy bilimlar va ularga oid misollar keltirilgan bo‘lib, undan tashqari matematik mantiqning texnikada, dasturlash texnologiyasida uchraydigan masalalrda qo‘llanilishi, tadbiqlariga real misollar va ularni yechish uchun uslubiy ko‘rsatmalar keltirilgan. Undan tashqari matemarik mantiqning asosiy masalaridan bo‘lgan Bul ifodalarini soddalashtirishda eng amaliy usul bo‘lgan Karno kartalari va ularning qo‘llanilishiga oid nazariy bilimlar, amaliy misollar keltirilgan.

1.2. To’plamlar tushunchasi, to’plamlar elementlari

To‘plamlar nazariyasi – bu matematika minorasining eng kerakli g’ishtlaridan biri bo’lib, matematika singari informatikada ham ma’lumotlarni eng qulay tilda ifodalash imkoniyatini beradi. Ushbu bo`limda to`plam, to’plamning berilish usullari, to’plamlar ustida amallar, to’plamlarni Eyler-Venn diagrammasi orqali tasvirlash, to’plamlarni akslantirish, munosabatlar va ularning kompozitsiyasi, akslantirishlar va ularning turlari, akslantirishlar superpozitsiyasi, to’plamlar nazariyasining aksiomatik tuzilishi haqida so`z boradi.

Inson ongi olamni alohida “ob`yekt” lardan iborat deb tasavvur qiladi, faylasuflar esa antik davrdan buyon olamni ajralmas bir butunlikdir deb hisoblashgan.

To‘plamlar nazariyasiga chex faylasufi va matematik-mantiqchisi Bernardo Boltsano (1781-1848 yy) va nemis matematiklari Rixard Dedekind (1831-1916 yy) hamda Georg Kantor (1845-1918 yy) lar asos solishdi. Asosan G.Kantorning hizmatlari katta bo`ldi, shuning uchun ham ko`pgina tushunchalar uning nomi bilan bog`liq.

Keyinchalik to`plamlar nazariyasi rivojiga ingliz matematigi, mantiqchi va faylasuf Al`fred Nort Uaytxed (1861-1947 yy), golland matematigi, hissiy matematika asoschisi Leytzen Egbert yan Brauer (1881-1966 yy), nemis matematigi, fizik va faylasufi German Veyl (1885-1955 yy), amerikalik matematik, mantiqchi va faylasuf Xaskell Bruks Karri (1900-1998 yy), ingliz matematigi Bertran Rassel (1872-1970 yy) va boshqalar hissa qo`shdilar.

J. Adamar (1865-1963 yy) va A. Gurvitslar 1897 yilda I Xalqaro matematiklar kongressida nutq so`zlab, turli matematik jumboqlarni yechishda to`plamlar nazariyasining tadbiqlariga doir bir qancha misollarni keltirishdiki, natijada to`plamlar nazariyasi matematikaning alohida bo`limi sifatida rasman tan olindi.

Hozirda o’zbek matematiklari ham to’plamlar algebrasi yo’nalishi bo’yicha katta izlanishlar olib borishmoqda. O’zFA akademiklari Sh. A. Ayupov, Sh. A. Alimov va ularning ko’plab shogirdlari mazkur fanga o’z hissalarini qo`shishmoqda.

To‘plam tushunchasiga birinchi bo‘lib 1896 yilda G. Kantor ta’rif bergan:

To‘plam bu birgalikda deb idrok etiladigan juda ko‘plikdir.

To`plamlar nazariyasiga kantorcha yondoshishni aksiomatik asosda qurilgan nazariyadan farq qilish uchun “nafis to`plamlar nazariyasi” deb atala boshlandi.
Atoqli matematik va uslubchi N. N. Luzin (1883-1950 yy) o`zining to`plamlar nazariyasiga bag`ishlangan ma`ruzalarida to`plamni “To`plam – bu turlicha ob`yektlarni solish mumkin bo`lgan qop” deb ta`riflar edi.

Demak, to`plamlar nazariyasi chekli va cheksiz to`plamlarning umumiy xossalarini o`rganuvchi matematikaning bo`limidir.

Ta’rif 1. To‘plam deb, biror bir umumiy xususiyatga ega bo‘lgan ob’yektlar majmuasiga aytiladi.

To`plamni tashkil qiluvchi ob’yektlar uning **elementlari** deyiladi.

To`plam elementlari katta qavs ichiga olib yoziladi: $\{\quad\}$. To`plamning bunday belgilanishi 1961 yilda Xalqaro matematiklar kongressida qabul qilingan.

Misol 1. {Toshkent, Samarqand, Urganch} – shaharlar to’plami;
{stol, stul, parta, divan} – jihozlar to’plami;

{5, 6, 7, 8, 9} – sonlar to’plami.

Eslab qoling: To’plam haqida faqat uning elementlari biror xususiyati bilan farqlanadigan bo’lsagina gapirish mumkin. Masalan, stakandagi suv tomchilari to’plami deyish mumkin emas.

Matematikada “to’plam” terminining quyidagi sinonimlari ishlatiladi: tizim, sinf, oila, majmua.

To‘plamlarni belgilash uchun lotin alifbosining bosh harflari:

A, B, C, ..., P, Q, S, … , X, Y, Z

yoki indekslar bilan berilgan bosh harflar qo’llaniladi:

A_1, A_2, …, P_1, P_2, … , X_1, X_2, …,

to‘plamning elementlari esa lotin alifbosining kichik harflari

a, b, c, ... p, q, s, … x, y, z,

yoki indekslar bilan berilgan kichik harflar

a_1, a_2, ... p_1, p_2, … x_1, x_2, …

bilan belgilanadi.

To‘plam elementining to‘plamga tegishliligini bildiruvchi $\in$ belgisi - bu grekcha “$\varepsilon\sigma\tau\iota$” so`zining bosh harfi “$\varepsilon$” dan olingan bo’lib, u rus tilida “есть”, ya`ni “bor”, “bo‘lmoq” ma`nolarini beradi. Shunday qilib, x element X to‘plamga tegishli bo`lsa, $x \in X$ kabi, tegishli bo`lmasa, $x \notin X$ yoki $\overline{x \in A}$ kabi belgilanadi va ular mos ravishda “x element X to`plamga tegishli” , “x element X to`plamga tegishli emas” deb o`qiladi.

Misol 2. A to`plam sifatida (-1;9) oraliqni oladigan bo`lsak, bu to’plam $A = \{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$ ko’rinishida yoziladi. Bundan

$0 \in (-1;9)$, ya`ni $0 \in A$

$2 \in (-1;9)$, ya`ni $2 \in A$

$10 \notin (-1;9)$, ya`ni $10 \notin A$.

Misol 3. 1) juft sonlar to’plami $A = \{x : x = 2n, n \in N\}$,

2) toq sonlar to’plami $B = \{x : x = 2n - 1, n \in N\}$,

3) Barcha raqamlar to’plami $D = \{x : 0 \le x \le 9\}$.

To`plamda bir xil ma`noni anglatuvchi element faqat bir marta yoziladi.

1.3. To’plamga tegishlilik tushunchasi. To’plamlarning tengligi.

Ta’rif 2. Ikkita **to’plam teng** deyiladi, agar ular bir xil elementlardan iborat bo’lsa (ya’ni to’plamlar bir xil elementlarni saqlasa va elementlarning tartibi inobatga olinmasa) va $A = B$ kabi belgilanadi.

Aksincha, A va B **to’plamlar teng emas** deyiladi, agarda yo A da B ga tegishli bo’lmagan element mavjud, yoki B to’plam A ga tegishli bo’lmagan elementga ega bo’lsa. Bunda $A \ne B$ kabi belgilanadi.

$A \subset B$ va $A = B$ bajarilsa, $A \subseteq B$ kabi belgilanadi.

Teorema 1. Ixtiyoriy A , B , C to`plamlar uchun quyidagilar o`rinli:

а) $A \subseteq A$;

б) $A \subseteq B$ va $B \subseteq C$ bo’lsa, u holda $A \subseteq C$ o’rinli.

Isboti: a) Haqiqatan ham $x \in A$ bo`lishidan $x \in A \Rightarrow x \in A$ ekanligi kelib chiqadi, ya`ni $x \in A \Rightarrow x \in A$ implikatsiya o`rinli.

b) Haqiqatan ham $(x \in A \Rightarrow x \in B) \cap (x \in B \Rightarrow x \in C) \Rightarrow (x \in A \Rightarrow x \in C)$ni to`g`riligini ko`rsatish yetarli. Teorema isbotlandi.

Teorema 2. Ixtiyoriy A va B to`plamlar uchun $A = B$ tenglik o`rinli bo`ladi, faqat va faqat $A \subseteq B$ va $B \subseteq A$ bo‘lsa.

Demak, to‘plamlarning sonli qiymatlarining tengligi ularning bir-biriga tegishli ekanligini bildirmaydi, shuning uchun ham quyidagi shartlarni kiritamiz: $\forall a \in A$ uchun $\exists в \in B$ topilsaki, $a = b$ bolib, $a \in B$ va $b \in A$ shart bajarilsa , u holda $A = B$ bo‘ladi.

Misol 4. Teng va teng bo`lmagan to`plamlar:

a) {a, b, c, d} = {c, d, a, b}.

b) {a, b, c, d} ≠ {a, c, b}.

d) $\{x|x^2-3x+2=0\} = \{1,2\}$

Misol 5. $A = \{1^2;2^2;3^2\}$ va $B = \{\sqrt{1};\sqrt{16};\sqrt{81}\}$ bu to`plamlar teng emas, chunki ularning berilish shakliga ko`ra elementlari mos kelmaydi. Agar ularni matematik amallarni bajarib, bir xil ko`rinishga keltirilsa, ya`ni $A = B = \{1;4;9\}$ ko`rinishda teng deb hisoblanadi.

Misol 6. $A = \{n : n^2 \text{ - toq butun son}\}$ va $B = \{n : n \text{ - toq butun son}\}$ to’plamlarning tengligini isbotlang.

Yechilishi: Agar $x \in A$ bo’lsa, u holda x^2 - toq butun son. Toq sonning kvadrati har doim toq son bo’ladi, demak, x ning o’zi ham toq va butun son. Bundan, $x \in B$, ya’ni $A \subset B$ ekanligi kelib chiqadi.

Teskarisini isbotlaymiz: aytaylik, $x \in B$ bo’lsin. U holda x - toq va butun son, demak, x^2 ham toq butun son, ya’ni $x \in A$. Olingan x elementni ixtiyoriy ekanligidan B ning barcha elementlari A ga tegishli, ya’ni $B \subset A$. Xulosa $A = B$.

Teorema 3. Ixtiyoriy A, B, C to`plamlar uchun $A \subseteq B$ va $B \subset C$ munosabat o`rinli bo`lsa, u holda $A \subset C$ bo`ladi.

Ta’rif 2. Agar to’plamning elementlari ham to`plamlardan iborat bo’lsa, bu berilgan to’plamga **to`plamlar oilasi** deyiladi va lotin alifbosining bosh harflarini yozma shaklida belgilanadi.

Misol 4. 1) $A = \{\{0\},\{3,\ d,\ e\},\{1,\ 2\}\}$,

2) agar KP580 mikroprotsessor qurilmasining 8-razryad buyruq tizimi qaralayotgan bo`lsa, $D$ to`plamlar oilasi quyidagicha yoziladi.

$$D = \{P_i : P_i - \text{buyruq berish guruhi}\},$$

bunda P_1- jo`natish buyruqlari to`plami,

P_2- arifmetik amallar buyruqlari to`plami,

P_3- mantiqiy amallar buyruqlari to`plami va hakozo.

3) $C = \{\{a\},\{b,\ c\},\{e,\ f,\ g\}\}$ va $E = \{b,\ c\}$ bo’lsa, $E \not\subset C$, chunki bu holda E to’plamning o’zi C to’plamlar oilasining elementi bo`ladi.

Ta’rif 3. A to‘plamning barcha xos va xosmas qism to‘plamlaridan tuzilgan to‘plamga **Bul to‘plami** deyiladi va 2^A kabi belgilanadi.

Tasdiq 1. Agar to‘plam chekli bo‘lib, n ta elementdan iborat bo‘lsa, u holda bu to‘plamning barcha qism to‘plamlari soni 2^n tani tashkil etadi.

Misol 5. $A=\{3,\ 5,\ 6\}$ to‘plamning barcha qism to‘plamlarini yozamiz:

$$A_1=\{3\},\qquad A_4=\{3,\ 5\},\qquad A_7=\{3,\ 5,\ 6\},$$
$$A_2=\{5\},\qquad A_5=\{3,\ 6\},\qquad A_8=\{\varnothing\}.$$
$$A_3=\{6\},\qquad A_6=\{5,\ 6\},$$

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$- to‘plamlar A to‘plamning xos qism to‘plamlari,

A_7, A_8- to‘plamlar A to‘plamning xosmas qism to‘plamlari,

$2^A=\{\{3\},\{5\},\{6\},\{3;5\},\{3;6\},\{5;6\},\{3;5;6\},\{\varnothing\}\}$ - Bul to‘plami hisoblanadi, demak 3 ta elementdan iborat to`plamning $2^3=8$ ta qism to`plami mavjud.

1.4. Universal to’plam

Ta’rif 4. Agar qaralayotgan to’plamlarning barchasi biror U to’plamning qism to’plamlaridan iborat bo’lsa, U to’plamga **universal to’plam** yoki **universum** deyiladi.

Masalan, sonlar nazariyasida C kompleks sonlar to’plami universal to’plam bo’ladi. Analitik geometriyada esa tekislik barcha koordinata juftliklar to’plami uchun universum bo’ladi.

A va B to‘plamlar bitta U universal to`plamga tegishli bo‘lsagina ular ustida amallar bajarish mumkin.

Agar A va B to‘plamlar turli xil universal to`plamlarga tegishli bo‘lsa-chi, ya’ni $A\subset U_1$ va $B\subset U_2$ bo‘lsa, ular ustida amallar bajarish uchun quyidagi 3 ta bosqichni amalga oshirish kerak:

1) A va B to’plamlar bitta universumga keltiriladi, bunda ular uchun universal to’plam $U=U_1\times U_2$ ularning dekart ko‘paytmasidan iborat bo’ladi.

2) A va B to‘plamlarning yangi U universumdagi A^1 va B^1 ko`rinishi aniqlanadi.

3) Hosil bo’lgan A^1 va B^1 to‘plamlar ustida amallar bajarish mumkin bo‘ladi.

Misol 7. $A=\{1\}$ va $B=\{a,b\}$ berilgan bo`lsa, hamda $A\subset U_1=\{1,2,3\}$ va $B\subset U_2=\{a,b,c\}$ ekanligi ma`lum bo`lsa, $A\cap B$ to`plamlar kesishmasini toping.

Yechilishi:

1) U_1 va U_2 universumlarning dekart ko‘paytmasi topiladi:

$$U=U_1\times U_2=\{(1,a),(1,b),(1,c),(2,a),(2,b),(2,c),(3,a),(3,b),(3,c)\}$$

2) Hosil qilingan U universal to`plamdagi A va B larning yangi ko‘rinishi aniqlanadi: $A^1=\{(1,a),(1,b),(1,c)\}$,

$B^1=\{(1,a),(2,a),(3,a),(1,b),(2,b),(3,b)\}$

3) yangi ko`rinishdagi A^1 va B^1 to’plamlarning kesishmasi topiladi:

Natija $A^1\cap B^1=\{(1,a),(1,b)\}$ ko’rinishida bo’ladi.

To’plamni qism to’plamlarga ajratish amali – bu to’plamlar ustida amallarning eng ko’p uchraydigan turi hisoblanadi.

Misol 5. 1) Laboratoriya qurilmalari to’plami asstillograf, vol`tmetr, generator va hakozolarga ajratiladi.

2) Natural sonlar to'plamini toq va juft sonlar to'plamlariga ajratish mumkin.

Aytaylik, $S = \{A_1, A_2, ..., A_n\}$ biror to'plamlar oilasi va qandaydir elementlar to'plami $S^{/}$ berilgan bo'lsin.

Ta`rif 8. s to'plamlar oilasi $S^{/}$ **to'plamning bo'lagi** deyiladi, agar u quyidagi shartlarni qanoanlantirsa:

1) s to'plamlar oilasidan olingan ixtiyoriy A_i to'plam $S^{/}$ to'plamning qism to'plami bo'lsa, ya'ni $\forall A_i : A_i \in S \rightarrow A_i \subseteq S^{|}$;

2) s to'plamlar oilasidan olingan ixtiyoriy A_i va A_j to'plamlar o'zaro kesishmaydigan to'plamlar bo'lsa, ya'ni $\forall A_i \in S, \forall A_j \in S : A_i \neq A_j \rightarrow A_i \cap A_j = \varnothing$;

3) Bo'laklarning birlashmasi $S^{/}$ to'plamni hosil qilsa, ya'ni $\bigcup\limits_{A_i \in M} A_i = \bigcup\limits_{i=1}^{n} A_i = S^{|}$;

A_i - to'plamlar **bo'laklar sinflari** deyiladi.

Misol 6. $S^{/} = \{a; b; c; d\}$ to'plam uchun $S_1 = \{\{a;b\}; \{c;d\}\}$ va $S_2 = \{\{a\}; \{b;c\}; \{d\}\}$ to'plamlar oilasini hosil qilish mumkin. U holda $S^{|} = S_1 \cup S_2$ bo'ladi, bunda S_1 uchun $A_1 = \{a; b\}$, $A_2 = \{c; d\}$ va S_2 uchun $A_1 = \{a\}$, $A_2 = \{b; c\}$, $A_3 = \{d\}$ bo'laklar bo'ladi.

1.5. Qism to'plam, bo'sh to'plam, chekli(cheksiz) to'plamlar, xos to'plam.

Ta'rif 6. Birorta ham elementi bo'lmagan to'plam **bo'sh to'plam** deyiladi va Ø kabi belgilanadi. Bitta elementi bo`lgan to`plam **singleton** deyiladi (inglizcha *"single"* - *"yakka"* degan ma`noni beradi).

Ta'rif 7. Agar cheksiz to'plam elementlarini natural sonlar qatori bilan raqamlab chiqish mumkin bo'lsa, u holda bu to'plam **sanoqli to'plam** deyiladi, aks holda **sanoqsiz to'plam** bo`ladi.

Bo'sh to'plam chekli va sanoqli to'plam hisoblanadi va $\varnothing \neq \{0\}$.

Misol 8. a) butun sonlar to`plamini sanoqli,

b) irratsional sonlar to`plamini sanoqsiz deb qarash mumkin.

d) juft sonlar to'plami ham sanoqli to`plamga misol bo`la oladi.

Ta'rif 5. Chekli va sanoqli to'plamlarga **diskret to'plamlar** deyiladi.

m dan n gacha bo'lgan butun sonlar to'plami – diskret to'plam bo'lib, uni

$$\{k \in Z \mid m \leq k \text{ va } k \leq n\} = \{k \in Z \mid \text{for } k \text{ from } m \text{ to } n \text{ do yield } k \text{ end for}\}$$

ko'rinishida yozish mumkin.

Shunday to'plamlar borki, ularning barcha elementlari boshqa biror kattaroq to'plamga tegishli bo'ladi. Masalan, $K = \{0, 2, 4, ..., 2n, ...\}$ ning barcha elementlari $Z = \{0, \pm1, \pm2, \pm3, ...\}$ ning ichida yotibdi.

Ta'rif 9. Agar A to'plamning har bir elementi B to'plamning ham elementi bo'lsa, u holda A to'plam B to'plamning **qism to'plami** yoki **to'plam ostisi** deyiladi va $A \subset B$, ba`zan **xos qism to`plam** deb ham yuritiladi.

Ø to'plam va to'plamning o'zi **xosmas qism to`plam** deyiladi.

Ø to'plam ixtiyoriy to'plamning xosmas qism to'plami bo'ladi.

$N \subseteq Z$, $N \subseteq R$, $Z \subseteq R$, bunga N, Z, R – mos ravishda natural, butun, haqiqiy sonlar to`plami.

Misol 9. A – barcha daraxtlar to'plami,

B – mevali daraxtlar to'plami bo'lsa, $B \subset A$ bo'ladi.

Teorema 4. Sanoqli to'plamning har qanday qism to'plami chekli yoki sanoqli bo'ladi.

Isboti: A - sanoqli to'plam va $B \subseteq A$ bo'lsin. Agar $B = \varnothing$ bo'lsa, u holda ta'rifga ko'ra u sanoqli bo'ladi. $B \neq \varnothing$ bo'lsin. Sanoqli to'plam ta'rifi ga ko'ra A to'plamning barcha elementlari raqamlangan, lekin to'plamning o'zi $a_1, a_2, ..., a_n, ...$ cheksiz ketma-ketlik shaklida tasvirlanishi mumkin. Agar $B \subseteq A$ bo'lsa, u holda a_{n1} – element B to'plamning birinchi elementi, a_{n2} – ikkinchi elementi va hakozo deyish mumkin. Bunda 2 hol bo'ladi: bir qancha qadamdan keyin B to'plamning barcha elementlarini ajratib olish mumkin yoki B to'plamning elementlari $a_{n1}, a_{n2}, a_{n3}, ...$ cheksiz ketma-ketlikdan iborat bo'ladi.

Birinchi holda B to'plam chekli, ikkinchi holda esa sanoqli bo'ladi.

Teorema isbotlandi.

1.6. To'plamlarning berilish usullari.

To'plamlar 3 xil usulda beriladi:

1) To`plamga tegishli elementlarning barchasini keltirish orqali beriladi, bunda elementlar katta qavs ichiga olinib, vergul bilan ajratiladi, ya`ni agar $x_1, x_2, ..., x_n$ lar A to'plamning elementlari bo'lsa, u holda $A = \{x_1, x_2, ..., x_n\}$ kabi yoziladi;

2) To'plam elementlarini qanoatlantiradigan xossalarini keltirish bilan berish mumkin – bu xarakteristik predikat deyiladi: $A = \{x : \mathrm{P}(x)\}$;

3) To`plam elementlari formula ko'rinishida berilishi mumkin.

Misol 10. Toq natural sonlar to`plamini 3 xil usulda yozing.

Yechilishi: 1) barcha elementlarini keltirish: $A = \{1,3,5,7,...\}$;

2) xarakteristik predikat:

$A = \{\exists x:\ x - \text{toq natural sonlar}\}$.

3) formula shaklida: $A = \{2n - 1:\ \mathrm{n} \in N\}$.

Misol 10.

1) barcha elementlarini keltirish: $P = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$;

2) xarakteristik predikat:

$$P = \{n \mid n := 0; \text{for } i \text{ from} 1 \text{ to } 9 \text{ do } n := n + 1; \text{ yield } n \text{ end for}\};$$

3) formula shaklida: $P = \{n : \mathrm{n} \in \mathrm{N}, \mathrm{n} < 10\}$.

To`plam elementlarining xossalari bilan berilganda, to'plamni unga tegishli elementlarning barchasini keltirish orqali berishga qaraganda ko`proq ma`lumot keltiriladi. Masalan, $B = \{\exists x:\ x^2 - x - 2 = 0\}$, B to`plam elementlari berilgan tenglamaning yechimlaridan iborat to`plam deb o`qiladi, bu to`plam $A$ ={-1;2} ko`rinishda berilganiga qaraganda mukammalroqdir.

Misol 11. Quyidagi to'plamni soddaroq usulda yozing:

$$A = \{x:\ x\text{ - butun son va } x^2 + 5x - 6 = 0\}$$

Yechilishi: Agar $x^2 + 5x - 6 = 0$ bo'lsa, u holda tenglamani yechib, ildizlari topiladi. Natijada $A = \{-6;1\}$ ko'rinishga kelamiz.

Ta’rif 9. Agar to‘plam elementlari soni chekli bo‘lsa, u holda to‘plam **chekli to‘plam** deyiladi, aks holda esa **cheksiz to‘plam** bo`ladi.

Misol 13. a) Barcha uch xonali sonlar to`plami chekli:

$$\{100,101,102,...,998,999\};$$

b) Tub sonlar to`plami cheksiz bo`ladi.

Cheksiz to‘plamlar asosan xarakteristik predikat orqali beriladi, masalan, $N = \{n \mid n := 0; \text{while true do } n := n+1 \text{ yield } n \text{ end while}\}$.

Cheksiz to‘plamlar ikkiga bo‘linadi:

1) sanoqli to‘plamlar;
2) sanoqsiz to‘plamlar.

Ba’zi to’plamlar birmuncha ko’p ishlatilganligi bois o’zining nomi va belgilanishiga ega:

natural sonlar to‘plami $N = \{1,2,3,......,n,...\}$,

butun sonlar to‘plami $Z = \{0,\pm1,\pm2,\pm3,.....\}$ va

ratsional sonlar to‘plamini $Q = \left\{\frac{m}{n}, m,n \in Z, n \neq 0\right\}$,

irratsional sonlar to’plamini $I = \{\sqrt[p]{m^q},\ p,q,m \in Z,\}$,

haqiqiy sonlar to’plamini $R = Q \cup I$ va

kompleks sonlar to’plamini C harflari bilan belgilashga kelishib olingan.

Nazorat uchun savollar:

1. To‘plamlar nazariyasining asoschilari deb kimlarni bilasiz?
2. To‘plam tushunchasiga kim birinchi ta’rif bergan?
3. To`plamlar nazariyasi matematikaning alohida bo`limi sifatida qachon rasman tan olindi?
4. To‘plamlar qanday belgilanadi?
5. To‘plam elementlari qanday belgilanadi?
6. Bo`sh to`plam deb nimaga aytiladi?
7. Sanoqli to`plam deb nimaga aytiladi?
8. Qism to`plam deb nimaga aytiladi?
9. Xos qism to`plam deb nimaga aytiladi?
10. Xosmas qism to`plam deb nimaga aytiladi?
11. Chekli to`plam deb nimaga aytiladi? Misol keltiring.
12. Cheksiz to`plam deb nimaga aytiladi? Misol keltiring.
13. Diskret to`plam deb nimaga aytiladi?
14. To‘plam qanday usullarda beriladi?
15. Bul to’plami qanday tuzilgan?
16. Qanday to’plamlar teng deyiladi?
17. Ixtiyoriy A to`plam uchun $A \subseteq A$ o’rinli bo’lishini ko’rsating.
18. Ixtiyoriy A, B, C to`plamlar uchun $A \subseteq B$ va $B \subseteq C$ bo’lsa, u holda
19. $A \subseteq C$ o’rinli bo’lishini ko’rsating.
20. To’plamlar oilasi deganda nimani tushunasiz?

TESTLAR

1. A va B to‘plamlarning **birlashmasi (yig‘indisi)** quyidagi javoblarning qaysi birida to‘liq ifodalangan?

A) $A,\ B \in U$ $\quad A \bigcup B = \{\exists x:\ x \in A\ ,\ x \in B\ \}$

B) $A,\ B \in U$ $\quad A \bigcup B = \{\exists x:\ x \notin A\ ,\ x \in B\ \}$

C) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \bigcup B = \{\exists x:\ x \in A\ \text{yoki}\ x \in B\ \}$

D) $A,\ B \in U$ $\quad A \bigcup B = \{\exists x:\ x \in A\ ,\ x \notin B\ \}$

E) $A \in U_1, B \in U_2$ $\quad A \bigcup B = \{\exists x, y:\ x \in A\ ,\ y \in B\ \}$

2. A to‘plamdan B to‘plamning **ayirmasi** quyidagi javoblarning qaysi birida to‘liq ifodalangan?

A) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \setminus B = \{\exists (x, y):\ x \in A\ ,\ y \in B\ \}$

B) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \setminus B = \{\exists x:\ x \in A\,\text{yoki}\ x \in B\ \}$

C) $A \in U_1, B \in U_2$ $\quad A \setminus B = \{\exists x:\ x \in A\ ,\ x \notin B\ \}$

D) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \setminus B = \{\exists x:\ x \in A\ ,\ x \in B\ \}$

E) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \setminus B = \{\exists x:\ x \in A\ ,\ x \notin B\ \}$

3. A va B to‘plamlarning **kesishmasi (ko‘paytmasi)** quyidagi javoblarning qaysi birida to‘liq ifodalangan?

A) $A \in U_1, B \in U_2$ $\quad A \bigcap B = \{\exists (x, y):\ x \in A\ ,\ y \in B\ \}$

B) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \bigcap B = \{\exists x:\ x \notin A,\ x \in B\ \}$

C) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \bigcap B = \{\exists x:\ x \in A\ ,\ x \in B\ \}$

D) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \bigcap B = \{\exists x:\ x \in A\ \text{yoki}\ x \in B\ \}$

E) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \bigcap B = \{\exists x:\ x \in A\ ,\ x \notin B\ \}$

4. A va B to‘plamlarning **simmetrik ayirmasi (halqali yig‘indisi)** quyidagi javoblarning qaysi birida to‘liq ifodalangan?

A) $A \in U_1, B \in U_2$ $\quad A \Delta B = A \oplus B = (A \setminus B) \bigcup (B \setminus A)$

B) $A,\ B \in U$ $\quad A \Delta B = A \oplus B = \{\exists x:\ x \in A,\ x \in B\ \}$

C) $A,\ B \in U$ $\quad A \Delta B = A \oplus B = \{\exists (x, y):\ x \in A\ ,\ y \in B\ \}$

D) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \Delta B = A \oplus B = (A \setminus B) \bigcup (B \setminus A)$

E) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \Delta B = A \oplus B = \{\exists x:\ x \in A \setminus B,\ x \notin B\ \}$

5. A to‘plamning to‘ldiruvchisi (qarama-qarshisi) quyidagi javoblarning qaysi birida to‘liq ifodalangan?

A) $\forall A,\ B \in U$ $\quad \overline{A} = \{\exists x:\ x \notin A,\ x \notin B\}$

B) $\forall A,\ B \in U$ $\quad \overline{A} = \{\exists x:\ x \notin A,\ x \in B\}$

C) $\forall A \in U$ $\quad \overline{A} = \{\exists x:\ x \notin U,\ x \in A\}$

D) $\forall A \in U$ $\quad \overline{A} = \{\exists x:\ x \in U,\ x \in A\}$

E) $\forall A \in U$ $\quad \overline{A} = \{\exists x:\ x \in U,\ x \notin A\}$

6. A va B to‘plamlarning dekart ko‘paytmasi quyidagi javoblarning qaysi birida to‘liq ifodalangan?

A) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \times B = \{< a, b >:\ a \in A,\ b \notin B\}$

B) $\forall A,\ B \in U$ $\quad A \times B = \{< a, b >:\ a \notin A,\ b \in B\}$

C) $A \in U_1, B \in U_2$ $A \times B = \{< a, b >: a \in U_1 \setminus A,\ b \in U_2 \setminus B\}$

D) $\forall A,\ B$ $A \times B = \{< a, b >: a \in A,\ b \in B\}$

E) $\forall A,\ B \in U$ $A \times B = \{< a, b >: a \in U \setminus A,\ b \in U \setminus B\}$

7. AUB ifoda quyidagi ifodalarning qaysi biriga teng?

A) $B \setminus A$ B) $B \oplus A$ C) $B \setminus A$ D) BUA E) $B \cap A$

8. $A \cap B$ ifoda quyidagi ifodalarning qaysi biriga teng?

A) $B \cap A$ B) $B \oplus A$ C) $B \setminus A$ D) BUA E) $B \setminus A$

9. $(A \cup B) \cup C$ ifoda quyidagi ifodalarning qaysi biriga teng?

A) $A \cap B \cap C$ B) $A \setminus B \setminus C$ C) $A \cup B \cap C$ D) $A \cap B \cup C$ E) $A \cup (B \cup C)$

10. $(A \cap B) \cap C$ ifoda quyidagi ifodalarning qaysi biriga teng?

A) $A \cap (B \cap C)$ B) $A \setminus B \setminus C$ C) $A \cup B \cap C$ D) $A \cap B \cup C$ E) $A \cup (B \cup C)$

Mustaqil yechish uchun masalalar:

1. Quyidagi to’plamlar uchun soddaroq berilish usulini yozing:

a) $A = \{x:\ x\text{ - butun son va } x^2 + 4x - 12 = 0\}$;

b) $B = \{x:\ x\text{ - "r" harfi qatnashmaydigan oy nomlari}\}$;

c) $C = \{n:\ \text{n - butun son}\}$.

2. Quyidagi to’plamlar elementlarini yozing:

a) $A = \{x:\ x \in Z,\ 16 \le x \le 23\}$;

b) $B = \{x:\ x \in \mathrm{Z},\ \mathrm{x}^2 < 18\}$;

c) $C = \{x:\ x \in N,\ -6 \le x \le 3\}$;