11-AMALIY MASHG’ULOT. Mantiq to’rlarini minimallashtirish. Karno kartalari tuzish.

Reja:

1. Mantiq to’rlarini minimallashtirishga oid tushunchalar
2. Mustaqil bajarish uchun masala va topshiriqlar

2.1. Minimal DNSh ko’rinishiga keltiring

1. Mantiqiy funksiyalarni minimallashtirish

Bul funksiyasini to‘liq sistemaning funksiyalari orqali cheksiz ko‘p ifodalash mumkin. Ular orasida kamida bitta shunday formula mavjudki, undagi o‘zgaruvchilar, harflar soni boshqa formulalardagi o‘zaruvchilar, harflar soniga nisbatan eng kam bo‘ladi. Bunday shakl berilgan funksiyaning minimal shakli, uni topish bilan bog‘iq bo‘lgan masalalar esa minimallashtirish masalalari deyiladi.

Ma’lumki, ixtiyoriy funksiyalar sistemasi uchun minimallashtirish masalasini umumiy holda yechish juda qiyin va hozirgi vaqtgacha hal etilmagan. Bu masalada, muhim natijalar asosan, $(-, \vee, \wedge.)$ lardan iborat to‘liq sistema uchun olingan. Unda funksiyaning diz’yunktiv va kon’yunktiv normal shakli asos qilib olinadi. Bunday masala Bul funksiyalarini minimallashtirishning kanonik masalasi deyiladi. Minimallik shartlari har xil bo‘lishi mumkin. Biz faqat simvollar, o‘zgaruvchilar, inkorlar va elementar konyunksiyalar yig‘iindilari soni bo‘yicha minimallashtirish usularinini keltiramiz.

Ma’lumki, ixtiyoriy $f(x_1 .., x_n) \neq 0$ funksiyani DNSh ko‘rinishda ifodalash mumkin, ya’ni $f(x_1 .., x_n) = ДНШ$.

Agar DNSh sifatida TDNSh olsak, u holda

$$ТДНШ = \bigvee_{\substack{(\delta_1, \dots, \delta_n) \\ f(\delta_1, \dots \delta_n) = 1}} x_1^{\delta_1} \,\&\ldots\&\, x_n^{\delta_n}$$

ko‘rinishda bo‘ladi.

11.1-Ta’rif. E.k (E.d)da ishtirok etuvchi o‘zgaruvchilar soniga, shu e.k.(ed)ning rangi deyiladi va r bilan belgilanadi.

Masalan:
$$K = x_1 \,\&\, x_2 \,\&\, \bar{x}_3; \;\; r(k) = 3$$
$$D = x_1 \vee \bar{x}_2 \vee x_3; \;\; r(D) = 3$$

Bizga ixtiyoriy $f(x_1, ..., x_n)$ funksiyani ifodalovchi $f(x_1, ... x_n)$ =DNSh berilgan bo‘lsin.

DNSh ning quyidagi 3 xil o‘lchami mavjud:

1) Kon’yunksiyalar soni;

2) O‘zgaruvchilar soni;
3) Inkor amallari soni.

Bu o‘lchamlarning har biri quyidagi 4 ta aksiomani qanoatlantiradi. Umuman o‘lcham tushunchasini R desak,

1) R_u - o‘zgaruvchilar soni;
2) R_i - inkorlar soni;
3) R_k -konyunksiyalar soni;

bo‘ladi.

R(DNSh) orqali DNSh ning murakabligini ifodalaydigan, “oddiylik indeksi”ni belgilaymiz. Funksional R(DNSh) uchun quyidagi aksiomalarning bajarilishini talab qilamiz.

I aksioma: - Manfiymaslik aksiomasi.

Ixtiyoriy $ДНШ$ учун $R(ДНШ) \geq 0$.

II aksioma: - Monotonlik aksimasi (konyunksiyaga nisbatan). Aytaylik

$ДНШ = ДНШ' \vee x_i^{\delta_i} K'$ bo‘lsin.

U holda $R(ДНШ) \geq R(ДНШ') \vee R(K^1)$.

III aksioma: - Qavariqlik aksiomasi (dizyunksiyaga nisbatan). Aytaylik $ДНШ = ДНШ_1 \vee ДНШ_2$, agar $ДНШ_1 \,\&\, ДНШ_2 = 0$ bo‘lsa, u holda $R(ДНШ) \geq R(ДНШ_1) + R(ДНШ_2)$

IV aksioma: - Invariantlik aksiomasi (izomorflikka nisbatan). Aytaylik $ДНШ^1$ o‘zgaruvchilarni kayta nomlash usuli bilan DNSh dan olingan bo‘lsin.

U holda $R(ДНШ^1) = R(ДНШ)$.

Misol: $f(x_1, x_2, x_3) = ТДНШ$ ko‘rinishda berilgan bo‘lsin.

$x_1x_2x_3$	$f(x_1x_2x_3)$	$x_1x_2x_3$	$f(x_1x_2x_3)$
0 0 0	1	1 0 0	1
0 0 1	0	1 0 1	1
0 1 0	0	1 1 0	1
0 1 1	0	1 1 1	1

$ДНШ_1 = \bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2\bar{x}_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 = 1$.

Ushbu funksiyani minimallashtirsak quyidagi ko‘rinishni oladi.

$$ДНШ_2 = \bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1 = 1$$

Ushbu misol uchun $R(ДНШ_1)$ *ва* $R(ДНШ_2)$ oddiylik indeksini keltiramiz.

$1. R_y(ДНШ_1)=15; \quad R_y(ДНШ_2)=3 \Rightarrow \; R(ДНШ_2)<R(ДНШ_1);$

$2. R_н(ДНШ_1)=7 \quad R_н(ДНШ_2)=2 \Rightarrow R(ДНШ_2)<R(ДНШ_1);$

$3. R_k(ДНШ_1)=5 \quad R_k(ДНШ_2)=2 \Rightarrow R(ДНШ_2)<R(ДНШ_1)$

Endi

$R_y(ДНШ_1), R_y(ДНШ_2), R_н(ДНШ_1), R_н(ДНШ_2), R_к(ДНШ_1), R_к(ДНШ_2),$

indekslar uchun I-IV aksiomalar bajariladi. Bittasini tekshirib ko'ramiz ya'ni R_y

$1. R_y(ДНШ_1)=15 \geq 0;\; R_y(ДНШ_2)=3 \geq 0$

$2. R_y(ДНШ_1)=15 \geq;\; R_y(ДНШ_1\; VK^1);$

$3.\; R_y(ДНШ_1)=15 \geq;\; R_y(ДНШ_1)+R_y(ДНШ_2);$

$4.\; R_y(ДНШ_1)=15 \geq;\; R_y(ДНШ_1)$

Ma'lumki $\{x_1,......,x_n\}$ o'zgaruvchilardan 3^n ta turli xil elementar konyunksiyalar tuzish mumkin.

Masalan $n=2$ hol uchun $\underbrace{\{1, x_1, \bar{x}_1, x_2, \bar{x}_2, \bar{x}_1\bar{x}_2, \bar{x}_1x_2, x_1\bar{x}_2, x_1x_2\}}$

Mumkin bo'lgan barcha Bul funksiyalar soni $2^{3^2}=2^9;$ bo'ladi.

11.2-Ta'rif. $f(x_1,\ldots,x_n)$ funksiyani ifodalaydigan barcha DNSh lar (2^{3^n}) ichida eng kam o'zgaruvchilarga ega bo'lgan DNSh f funksiyaning minimal DNSh deyiladi R_u ga nisbatan.

Masalan: $ДНШ_2=\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee x_1$ minimal DNSh dir, chunki $f(x_1,x_2,x_3)$ funksiya $x_1x_2x_3$ o'zgaruvchilardan bog'liq, shuning uchun f funksiyani ifodalaaydigan DNSh da 3 ta o'zgaruvchidan kam o'zgaruvchi bo'lmasligi kerak.

11.3-Ta'rif. $f(x_{.1},\ldots,x_3)$ funksiyani ifodalovchi barcha DNSh lar ichida eng kam elementar konyunksiyaga ega bo'lgan DNSh f funksiyanining qisqa DNSh deyiladi.

Masalan $ДНШ \quad \bar{x}_2x_3 \vee x_1$ minimal (qisqa) DNSh dir. Chunki bu DNSh da e.k. soni 2 ta.

DNSh ni minimallashtirishning trivial usuli. Funksiyalarning minimal (qisqa) DNSh sini aniqlash usullari bir qancha bo'lib, ulardan eng soddasi va umumiysi *trivial* usul hisoblanadi. Bu usul $\forall \; f(x_1,\ldots,x_n)$ funksiya uchun

$x_1,...., x_n$ $\overline{x}_1,...., \overline{x}_n$ simvollardan barcha elementlar konyunksiyalar tuziladi, ulardan barcha $f_1, f_2,..., f_k$, ya'ni $k = 2^{3^n}$ ta DNSh qurilib, e.k. lar soni o'sib borish bo'yicha tartiblanadi. Har bir f_i uchun $f_i = f(x_1,...,x_n)$ munosabat tekshiriladi. Bu munosabatni qanoatlantiruvchi birinchi DNSh berilgan $f(x_1,..., x_n)$ funksiyalarni minimal (qisqa) DNSh ni bildiradi.

Bu usulni algoritm ko'rinishida quyidagicha beramiz.

1. $\forall$ $f(x_1,..., x_n)$ uchun $x_1,..., x_n,\ \overline{x}_1.., \overline{x}_n$ dan 3^n ta e.k. tuziladi.

2. Barcha 3^n ta e.k. uchun $f_1,..., f_{2^{3^n}}$ funksiyalarining qiymati hisoblanadi.

3. f_i, $i = 1,...,2^{3^n}$ funksiyalar e.k. sonining o'sib borishi tartibida joylashtiriladi.

4. Har bir f_i uchun $f_i = f(x_1,..., x_n)$ tekshiriladi. Agar tenglik o'rinli bo'lsa, $f_i = f(x_1,..., x_n)$ funksiya minimal DNSh bo'ladi.

Bu usul amaliy jihatdan qo'llanilishi qiyin, chunki $n \geq 3$ bo'lganda $2^{3^3} = 2^{27}$ ta DNSh kurish kerak va ularni tekshirib ko'rish kerak.

Minimal (qisqa) DNSh ko'rinishning bir necha usuli bor, ulardan ba'zilarini quyida keltiramiz.

Aytaylik DNSh - ixtiyoriy DNSh bo'lib,

$ДНШ = ДНШ^1 VK \quad ёки \quad ДНШ = ДНШ^1 V \underbrace{x_i^{\delta i} K^1}_{к}$ bo'lsin. Bu yerda K-DNSh dan olingan e.k., DNSh[I] – K e.k. dan tashqari DNSh tarkibidagi K_i e.k. lar dizyunksiyasi, $x_1^{\delta i} - K^1$ e.k. dagi had, K' , $x_1^{\delta i}$ haddan tashqari K dagi hadlarning konyuksiyasi. DNSh uchun quyidagi ikkita almashtirishlarni qaraymiz.

I. *Elementar kon'yunksiyalarni tashlab yuborish masalasi.* DNSh dan $DNSh^1$ ni DNSh tarkibidan ba'zi bir e.k. K_i ni tashlab yuborish yo'li bilan olish. K_i ni tashlash mumkin, qachonki $DNSh^1$=DNSh bo'lsa, ya'ni $K_1 \vee K_1 = K_1$ ga asosan.

II. *Hadlarni tashlab yuborish masalasi.* $ДНШ = ДНШ^1 V x_i^{\delta i} K^1$ dan $ДНШ_1 = ДНШ^1 V K^1$ ga $x_i^{\delta i}$ hadni tashlab yuborish yo'li bilan o'tish mumkin, qachonki $ДНШ = ДНШ_1$ bo'lsa.

11.4-Ta'rif. $f(x_1,...,x_n)$ funksiyani ifodalovchi DNSh- tupikli DNSh deyiladi, agarda uning tarkibida birorta ham e.k. va birorta ham $x_i^{\delta_i}$ hadni tashlab yuborish mumkin bo'lmasa.

Masalan: $ДНШ_2 = x_1 V \overline{x_2} \bar{x}_3$ tupikli DNSh, chunki bundan x_1 ёки x_2 ёки x_3 ni tashlab yuborish, shuningdek, $K_1 = x_1$ ёки $K_2 = \bar{x}_2 \bar{x}_3$ e.k. ni ham tashlab yuborish mumkin emas.

Faraz qilaylik, $ДНШ_1, ДНШ_2$ лар $f(x_1, x_2)$ funksiyani ifodalaydigan tupikli DNSh lar bo'lsin.

11.5-Ta'rif. Agar DNSh$_1$ tupikli DNSh ning o'zgaruvchilar soni, DNSh$_2$ tupikli DNSh ning o'zgaruvchilar soniga nisbatan kichik bo'lsa, u xolda tupikli DNSh$_1$ minimal DNSh deyiladi.

11.6-Ta'rif. Agar DNSh$_1$ tupikli DNSh ning kon'yunksiyalar soni, DNSh$_2$ tupikli DNSh ning konyuksiyalar soniga nisbattan kichik bo'lsa, u xolda tupikli DNSh$_1$ qisqa DNSh deyiladi.

11.7-Ta'rif. Har qanday minimal DNSh eng qisqa DNSh bo'ladi.

11.8-Ta'rif. Har qanday qisqa DNSh minimal DNSh bo'lmaydi.

11.9-Ta'rif. E.k. $K = x_1^{\delta_1}, x_2^{\delta_2}, \dots, x_n^{\delta n}$ da ishtirok etayotgan barcha belgilar $(-, \vee, \wedge)$ soni K ning uzunligi deyiladi.

Masalan, $K = \overline{x_1 \,\&\, x_2 \,\&\, \bar{x}_3}$ ning uzunligi $R(K) = 7$.

11.10-Ta'rif. Tupikli DNSh eng qisqa DNSh deyiladi, agarda undagi konyunsiyalari uzunliklarining yig'indisi boshqa tupikli DNSh larga nisbatan eng kichik bo'lsa.

Masalan,
$$m.ДНШ_1 = \bar{x}_1 \,\&\, \bar{x}_2 V \bar{x}_1 \,\&\, x_2 \,\&\, \bar{x}_3; \quad R(mДНШ_1) = 13$$
$$m.ДНШ_2 = \bar{x}_1 \,\&\, x_2 V x_1 \,\&\, x_3 V x_1 \,\&\, x_2; \quad R(mДНШ_2) = 12$$
$$m.ДНШ_3 == \bar{x}_1 \,\&\, \bar{x}_2 V x_1 \,\&\, \bar{x}_3 V x_1 \,\&\, x_2; \; R(mДНШ_2) = 14$$

Demak, mDNSh$_2$ minimal DNSh bo'ladi, chunki $R(mДНФ_3) \geq R(mДНФ_1) \geq R(mДНФ_2) = 12$

Endi qisqatritirilgan DNSh larni hosil qilishining umumiy qonuniyatlarini ko'rib chiqamiz:

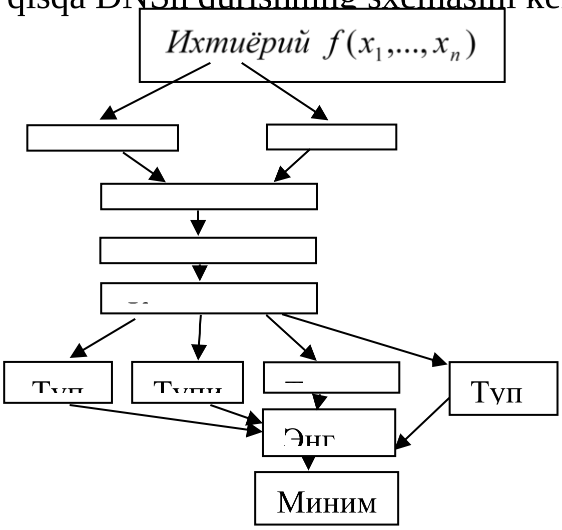
1. $xKV\bar{x}K = K(xv\bar{x}) = K \cdot 1 = K$ - oddiy birlashtirish qonuni.

2. $K_1 V K_1 K_2 = K_1$ - yutilish qonuni.

3. $K_1xVK_2\bar{x} = xK_1V\bar{x}K_2VK_1K_2$ -umumiy birlashtirish qonuni.

4. $KxVK\bar{x} = KxVK\,\bar{x}VK$ - to‘liq bo‘lmagan birlashtirish qonuni.

Minimal va eng qisqa DNSh qurishning sxemasini keltiramiz:



Endi yuqoridagi qonunlarga asoslangan minimal DNSh qurish usulini ko‘rib chiqamiz.

1. DNSh sifatida $f(x_1,...,x_n)$ funksiyaning TDNSh ni olamiz.
2. Berilgan DNSh da kon’yunksiyalarni inkorlar sonining kamayish tartibida yozib chiqiladi, ya’ni avval hammasi inkor amali bilan qatnashgan o‘zgaruvchilardan tashkil topgan kon’yunksiya, undan keyin bitta o‘zgaruvchidan tashqari inkor belgisi bilan qatnashgan kon’yunksiya va h.k.
3. Barcha qo‘shni kon’yuksiyalar uchun oddiy birlashtirish $\underline{xKV\bar{x}K = K}$ qonuni qo‘llaniladi. Agar qo‘llash mumkin bo‘lmasa, u holda hosil bo‘lgan DNSh tupikli DNSh bo‘ladi.
4. Barcha qo‘shni konyuksiyalarga $K_1VK_1K_2 = K_1$ yutilish qonuni qo‘llaniladi.

1-misol. $\bar{x}_1x_2 \vee x_1\bar{x}_2 \vee x_1x_2$ TDNSh berilgan.

1. Inkor bo‘yicha tartiblashtiramiz

$$\bar{x}_1x_2 \vee x_1x_2 \vee x_1\bar{x}_2 .$$

2. $xKv\bar{x}K = K$ birlashtirish qonunga asosan

x_1x_2	$f(x_1,x_2,x_3)$
0 0	0
0 1	1
1 0	1
1 1	1

$$\left.\begin{aligned} \bar{x}_1x_2 \vee x_1x_2 = (\bar{x}_1Vx_1)x_2 = x_2 \\ x_1x_2 \vee x_1\bar{x}_2 = (\bar{x}_2Vx_2)x_1 = x_1 \end{aligned}\right\}$$

hosil qilinadi.

3. $x_1 v x_2$ - minimal DNSh.

2-misol. $f(x_1, x_2, x_3)$ funksiyaning qiymati jadval usulda berilgan.

$x_1x_2x_3$	$f(x_1, x_2, x_3)$
0 0 0	1
0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	0
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	0
1 1 1	1

1. Ushbu jadvaldan $\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 \vee \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3$ TDNSh ni xosil qilamiz.
2. TDNSh da elementar kon'yunksiyalar inkorlar sonining kamayishi bo'yicha tartiblangan.
3. TDNSh dan $xK \vee \bar{x}K = K$ ga asosan

$$\bar{x}_1\bar{x}_2\bar{x}_3 v\ \bar{x}_1\bar{x}_2x_3 = \bar{x}_1\bar{x}_2(\bar{x}_3 v x_3) = \bar{x}_1\bar{x}_2,$$

$\bar{x}_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1\bar{x}_2x_3 = \bar{x}_2x_3$, $x_1\bar{x}_2x_3 \vee x_1x_2x_3 = x_1x_3$ larni xosil qilamiz.

U holda qisqartirilgan DNSh $\bar{x}_1\bar{x}_2 v \bar{x}_2 x_3 v x_1 x_3$ keladi.

Endi qisqartirilgan DNSh dan tupikli DNSh hosil qilish algoritmni ko'rib o'tamiz.

1. Qisqartirilgan DNSh dagi har bir e.k. $K_i = f_j(x_1, \ldots, x_n);\quad i = 1, \ldots, s;\ j = 1, \ldots, 2^n$ funksiyaning qiymatlarini hisoblash uchun quyidagi jadval tuziladi.

	α_1^n	α_2^n	$\cdots$	$\alpha_{2^n}^n$
K_1	β_{11}	β_{12}	$\cdots$	β_{12^n}
K_2	β_{21}	β_{21}	$\cdots$	β_{22^n}
:	:	:	$\cdots$	:
K_s	β_{s1}	β_{s2}	$\cdots$	β_{s2^n}

2. Jadval katakchalari $\beta_{ij} = \begin{cases} 1, \ агар \ K_i(\alpha_j^n) = 1 \\ 0, \ акс \ олда, \quad j = \overline{1,s}; \quad j = \overline{1,2^n}; \end{cases}$ qoidaga asosan to‘ldiriladi.

	α_1^n	α_2^n	. . .	$\alpha_{2^n}^n$
K_1	0	1	. . .	1
K_2	1	0	. . .	1
:	:	:	. . .	:
K_s	1	0	. . .	0

3. Jadvaldagi har bir ustunda β_{ij} larning qiymati $\beta_{ij}=1$ bo‘lgan joylarda $\beta_{ij} = a_i \ (i = 1, s, \ j = 1, 2^n)$ larni qo‘yib chiqamiz va har bir ustun uchun $a_1, a_2, .., a_s$ larning elementar diz’yunksiyasini $a_1 \vee \ a_2 \ \vee ... \ \vee a_s$ tuzamiz. Har bir ustun uchun tuzilgan elementar diz’yunksiyalarning kon’yuksiyasini tuzsak, natijada KNSh hosil bo‘ladi.

4. Hosil bo‘lgan KNSh ni DNSh ga keltiramiz va soddalashtiramiz. Hosil bo‘lgan DNSh da har bir elementar kon’yunksiyani aloxida-aloxida qaraymiz. Ushbu kon’yunksiyalardagi kon’yunksiya belgisini diz’yunksiya belgisiga almashtirib chiqamiz hamda 3- qadamdagi almashtirishga teskari almashtirish bajaramiz. Ya’ni a_1 belgisini K_1 kon’yunksiya bilan, a_2 ni K_2 bilan, a_3 ni K_3 va x.k a_s ni K_s bilan almashtiramiz. Natijada 4- qadamda hosil bo‘lgan DNSh da nechta kon’yunksiyalar bo‘lsa, shuncha DNSh lar hosil bo’ladi. Bu DNSh larning har biri tupikli DNSh hisoblanadi.

Misol: Kisqartirilgan DNSh berilgan bo’lsin. DNSh = $\bar{x}\,\bar{y} \vee \bar{y}\,z \vee x\,z \vee xy \ \vee y\,\bar{z} \ \vee \bar{x}\bar{z}$.

	000	001	010	011	100	101	110	111
$\bar{x}\,\bar{y}$	1(a_1)	1(a_1)	0	0	0	0	0	0
$\bar{y}\,z$	0	1(a_2)	0	0	0	1(a_2)	0	0
$x\,z$	0	0	0	0	0	1(a_3)	0	1(a_3)
xy	0	0	0	0	0	0	1(a_4)	1(a_4)
$y\,\bar{z}$	0	0	1(a_5)	0	0	0	1(a_5)	0
$\bar{x}\bar{z}$	1(a_6)	0	1(a_6)	0	0	0	0	0

KNSh= $(a_1 \vee a_6) \& (a_1 \vee a_2) \& (a_5 \vee a_6) \& (a_2 \vee a_3) \& (a_4 \vee a_5) \& (a_3 \vee a_4);$

Qavslarni ochamiz, ya’ni KNSh ni DNSh ga keltiramiz.

$a)\quad (1,2):\quad (a_1 \vee a_6)\,\&\,(a_1 \vee a_2) = a_1a_1 \vee a_1a_2 \vee a_1a_6 \vee a_2a_6 = \vee a_1 \vee a_1a_2 \vee a_1a_6 \vee a_2a_6 =$

$\left[\ [K_1 \vee K_2K_2 = K_1 \vee K_1] = a_1 \vee a_1a_2 = a_1\ \right] = \underbrace{a_1 \vee a_1a_6 \vee a_2a_6}_{a_1} = a_1 \vee a_2a_6$

$б)\ (3,4):\quad (a_5 \vee a_6)\,\&\,(a_2 \vee a_3) = a_2a_5 \vee a_3a_5 \vee a_2a_6 \vee a_3a_6$

$c)\ (5,6):\quad (a_4 \vee a_5)(a_3 \vee a_4) = a_3a_4 \vee a_4a_4 \vee a_3a_5 \vee a_4a_5 = \underbrace{a_3a_4 \vee a_4}_{a_4} \vee a_3a_5 \vee a_4a_5 =$

$a_4 \vee a_3a_5 \vee a_4a_5 = \underbrace{a_4 \vee a_4a_5}_{a_4} \vee a_3a_5 = a_4 \vee a_3a_5$

$1)\ a_1a_2a_5$

$2)\ a_1a_3a_5$

$3)\ a_1a_2a_6 \vee a_2a_6 = [K_1 \vee K_1K_2 = K_1] = a_2a_6$

$4)\ a_1a_2a_6$

$5)\ a_2a_5a_6 \vee a_2a_3a_5a_6 = [K_1 \vee K_1K_3 = K_1] = a_2a_5a_6$

$6)\ a_2a_6 \vee a_2a_3a_6 = [K_1 \vee K_1K_2 = K_1] = a_2a_6$

$7)\ a_2a_6 \vee a_2a_6 = a_2a_6;$

$8)\ a_2a_6 \vee a_2a_5a_6 = a_2a_6$

Demak DNSh= $a_1a_2a_5 \vee a_1a_3a_5 \vee a_1a_2a_1 \vee a_1a_3a_6 \vee a_2a_6$

$c)(5,6)\,\&\,(7,2)\,\&\,(3,4) = (a_4 \vee a_3a_5)(a_1a_2a_5 \vee a_1a_3a_5 \vee a_1a_3a_6 \vee a_2a_6) = a_1a_2a_4a_5 \vee a_1a_3a_4a_5 \vee a_2a_4a$

$a_1a_2a_3a_5 \vee a_1a_3a_5 \vee a_1a_3a_5a_6 \vee a_2a_3a_5a_6 = a_1a_2a_4a_5 \vee a_1a_3a_5 \vee a_1a_3a_4a_6 \vee a_3a_5a_6 \vee a_2a_4a_6a_2.$

Endi $a_1 \wedge a_2 \wedge,\dots,\wedge a_n$ НИ $a_1 \vee a \vee,\dots,\vee a_n$ ga almashtiramiz.

U holda

1) $a_1a_2a_4a_5 \Rightarrow \bar{x}\bar{y} \vee \bar{y}\bar{z} \vee xy \vee y\bar{z};\qquad R = 19;$

2) $a_1a_3a_5 \Rightarrow \bar{x}\bar{y} \vee xz \vee y\bar{z};\qquad R = 14;$

3) $a_1a_3a_4a_6 \Rightarrow \bar{x}\bar{y} \vee xz \vee xy \vee x\bar{z};\qquad R = 19;$

4) $a_2a_4a_6 \Rightarrow \bar{y}z \vee xy \vee x\bar{z};\qquad R = 14;$

5) $a_2a_3a_5a_6 \Rightarrow \bar{y}z \vee xz \vee y\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z};\qquad R = 19.$

Bulardan minimali 2) va 4) chilaridir.

Demak DNSh$_m$ = $\bar{x}\,\bar{y} \vee xz \vee y\bar{z}$ yoki DNSh$_m$ = $\bar{y}z \vee xy \vee \bar{x}\bar{z}$.

Topshiriq variantlari.

2.1. Mak-Klaski usuli bilan minimal DNSh ko'rinishiga keltiring:

2.1.1. $A(x,y,z) = (01101010)$

2.1.2. $A(x,y,z) = (01110110)$

2.1.3. $A(x,y,z)=(11100001)$

2.1.4. $A(x,y,z)=(10100110)$

2.1.5. $A(x,y,z)=(01111010)$

2.1.6. $A(x,y,z)=(11110001)$

2.1.7. $A(x,y,z)=(01111110)$

2.1.8. $A(x,y,z)=(01010101)$

2.1.9. $A(x,y,z)=(10110001)$

2.1.10. $A(x,y,z)=(01011110)$

2.1.11. $A(x,y,z,u)=(0011101110001101)$

2.1.12. $A(x,y,z,u)=(1001011100111001)$

2.1.13. $A(x,y,z,u)=(1101011000011110)$

2.1.14. $A(x,y,z,u)=(0010110101110111)$

2.1.15. $A(x,y,z,u)=(0011101101100010)$

2.1.16. $A(x,y,z,u)=(1011010111001100)$

2.1.17. $A(x,y,z,u)=(0001101010111010)$

2.1.18. $A(x,y,z,u)=(1001101000101101)$

2.1.19. $A(x,y,z,u)=(1001101010110101)$

2.1.20. $A(x,y,z,u)=(0011101000111001)$

2.1.21. $A(x,y,z,u)=(1011001110101101)$

2.1.22. $A(x,y,z,u)=(1101011100011001)$

2.1.23. $f(x,y,z,u)=(0011101110001101)$

2.1.24. $f(x,y,z,u)=(1001011100111001)$

2.1.25. $f(x,y,z,u)=(1101011000011110)$

2.1.26. $f(x,y,z,u)=(0010110101110111)$

2.1.27. $f(x,y,z,u)=(0011101101100010)$

2.1.28. $f(x,y,z,u)=(1011010111001100)$

2.1.29. $f(x,y,z,u)=(0001101010111010)$

2.1.30. $f\left(x,y,z,u\right)=\left(1001101000101101\right)$