17-MA’RUZA. Planar graflar. Tekis graflar haqida Eyler formulasi. Gomeomorfizm. Pontryagin- Kuratovskiy teoremasi(2 soat).

REJA

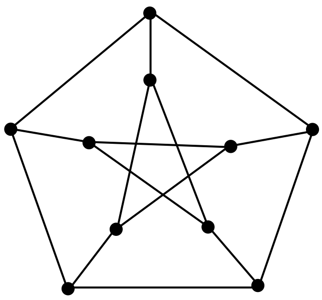
1. Planar(tekis) graflar. Graflarda yoq tushunchasi.
2. Bog‘langan va bog‘lanmagan tekis graflar uchun Eyler formulasi.
3. Qirrani bo‘lish. Gomeomof graflar. Gomeomorfizm.
4. Pontryagin-Kuratovskiy teoremasi

Kalit so’zlar: *Planar(tekis) graflar, graflarda yoq, Eyler formulasi, qirrani bo‘lish, gomeomof graflar, gomeomorfizm, Pontryagin-Kuratovskiy teoremasi.*

17.1.Planar(tekis) graflar. Graflarda yoq tushunchasi.

Petersen[1] **grafi**[2] deb ataluvchi 17.1- shaklda tasvirlangan graf ham kubik grafdir.
Agar graf tekislikda geometrik ifodalanishga ega bo‘lsa, u holda bunday graf **tekis (yassi) graf** deb ataladi. Bunday graf **tekislikda yotuvchi graf** deb ham atalishi mumkin.

Boshqacha so‘zlar bilan aytganda, tekis grafning barcha uchlari bir tekislikda yotadi hamda barcha qirralari (yoylari) o‘sha tekislikda yotuvchi o‘zaro kesishmaydigan uzluksiz chiziqlar bo‘lib, ular faqat o‘zlari insident bo‘lgan uchlardagina umumiy nuqtalarga ega.



17.1-

Platon jismlariga mos barcha graflar tekis graflardir.

Tekis grafga izomorf graf **planar graf** deb ataladi.

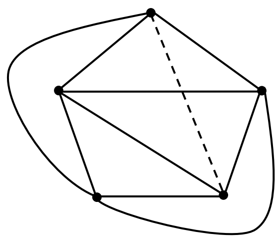
Tekis bo‘lmagan grafga ajoyib misol **uchta uy va uchta quduq haqidagi boshqotirma masalaga** mos grafdir. Uchta u_1, u_2, u_3 uylar va uchta q_1, q_2, q_3 quduqlar bor.

Har bir uydan har bir quduqqa ixtiyoriy ikkitasi kesishmaydigan qilib uzluksiz yo‘lakchalar o‘tkazish mumkinmi?

Qog‘ozda masala shartini qanoatlantiradigan grafni chizishga urinishlar muvaffaqiyatsiz tugaydi.

Darvoqe, uchta uy va uchta quduq haqidagi boshqotirma masalaga mos graf har bir bo‘lagida uchtadan uchi bo‘lgan ikki bo‘lakli to‘la grafga misol bo‘la oladi.

Tekis bo‘lmagan grafga yana bir misol beshta uchga ega bo‘lgan to‘la graf – K_5 grafdir. Bu grafning o‘nta qirralari borligi ravshan. Bu yerda ham K_5 grafni hech qaysi ikkita qirralari kesishmaydigan qilib tekislikda chizish



17.1.1-

[1]**Petersen (Julius Peter Christian, 1839-1910) – Daniya matematigi.**

[2]**Bu graf haqidagi dastlabki ma’lumot 1891 yilda e’lon qilingan: J. Petersen, Die Theorie der regulären graphs, Acta Math.** 15 **(1891) 193-220.**

muvaffaqiyatsiz tugaydi. 17.1.1- shaklda K_5 grafning to‘qqizta qirrasi kesishmaydigan uzluksiz chiziqlar qilib chizilgan, lekin o‘ninchi chiziq esa uzilishlarga ega, unga tekislikda «joy yo‘q»!

17.2. Bog‘langan va bog‘lanmagan tekis graflar uchun Eyler formulasi.
Agar oriyentirlanmagan grafda chetlari a va b uchlardan iborat marshrut topilsa, bu a va b uchlar **bog‘langan** deb, marshrutning o‘zi esa a va b **uchlarni bog‘lovchi marshrut** debataladi.

Tabiiyki, agar qandaydir uchlarni bog‘lovchi marshrut biror a_i uchdan bir necha marta o‘tsa, u holda marshrutning siklik qismini olib tashlab (bunda siklik qismning o‘rniga marshrutda faqat a_i uch qoldiriladi) yana o‘sha uchlarni bog‘lovchi oddiy zanjir ko‘rinishdagi marshrutni hosil qilish mumkin. Shuning uchun, marshrut bilan bog‘langan uchlar doimo oddiy zanjir bilan ham bo‘glangan bo‘ladi degan xulosaga kelamiz.

Bir-biri bilan ustma-ust tushmaydigan ixtiyoriy ikkita uchlari bog‘langan graf **bog‘lamli graf** deb ataladi.

Agar grafdagi ikkita uchni biror oddiy zanjir bilan tutashtirish mumkin bo‘lsa, u holda bu ikkita uch **ekvivalent** (**bog‘langan**) deyiladi. Bunday uchlar to‘plami grafda **ekvivalentlik munosabati** bilan aniqlangan deb hisoblanadi. Uchlar to‘plami bo‘yicha ekvivalentlik munosabatini inobatga olgan holda berilgan grafni **bog‘lamlilik komponentalari** (qisqacha, **komponentalari**) deb ataluvchi bog‘lamli qismlarning birlashmasi deb qarash mumkin. Bu yerda berilgan graf bog‘lamlilik komponentalariga bo‘laklandi (ajratildi) deb aytish mumkin. Isbotlash mumkinki, har qanday graf o‘zining bog‘lamlilik komponentalarining diz’yunktiv birlashmasi sifatida ifodalanishi mumkin, bunda grafning bog‘lamlilik komponentalariga bo‘laklanishi bir qiymatli aniqlanadi.

Keyingi ma’lumotlarni bayon etish uchun **yoq** tushunchasi zarur bo‘ladi. Tekislikda geometrik ifodalanuvchi grafni qaraymiz. Bu grafga tegishli bo‘lmagan (ya’ni grafning hech qaysi uchi bilan ustma-ust tushmaydigan va uning hech qaysi qirrasida yotmaydigan) biror A nuqtani hech qaysi nuqtasi grafga tegishli bo‘lmagan uzluksiz chiziq bilan tutashtirish mumkin bo‘lgan barcha nuqtalar to‘plami grafning A nuqtani o‘zida saqlovchi **yoqi** deb ataladi.

Yoq tushunchasiga berilgan ta’rifga ko‘ra yoq grafning geometrik ifodalanishi yordamida tekislikning “qirqib” olinadigan qismidan iboratdir. Tekislikda geometrik ifodalanuvchi ixtiyoriy grafning hech bo‘lmaganda bitta yoqi bo‘lishi va uning bitta yoqi chegaraga ega emasligi (cheksizligi) o‘z-o‘zidan ravshandir.

Teorema (Eyler 1752). *Tekis va bog‘lamli* $G=(V,U)$ *graf uchun* $m+r=2+n$ *tenglik o‘rinlidir, bu yerda* $m=|V|$, $n=|U|$, r *– yoqlar soni.*

Teoremaning tasdig‘idagi $m+r=2+n$ tenglik **Eyler formulasi** deb ataladi.

Eyler formulasi stereometriyada ham qo‘llaniladi: uchlari m ta, yoqlari r ta va qirralari n ta ixtiyoriy ko‘pyoqli uchun Eyler formulasi o‘rinlidir. Bu tasdiqning negizida isboti o‘quvchiga havola qilinayotgan quyidagi tasdiq yotadi:

stereometriyada berilgan ta'rifga ko'ra aniqlangan ixtiyoriy ko'pyoqliga mos tekis izomorf graf mavjuddir.

Eyler teoremasidan bir qator natijalar kelib chiqadi. Masalan, bu teoremadan foydalanib uni osonlik bilan bog'lamli bo'lmagan graflar uchun quyidagicha umumlashtirish mumkin.

1- natija. *Tekis* $G=(V,U)$ *graf uchun* $m+r=1+n+k$ *tenglik o'rinlidir, bunda* $m=|V|$, $n=|U|$, r *– yoqlar soni,* k *–bog'lamlilik komponentalar soni.*

Isboti o'quvchiga havola qilinadi.

2- natija. *Karrali qirralari bo'lmagan sirtmoqsiz tekis* (m,n) *-graf uchun* $n \le 3m-6$ *tengsizlik o'rinlidir*.

Isboti. Haqiqatdan ham, har bir yoq hech bo'lmaqanda uchta qirra bilan chegaralanganligi va yoqlarni chegaralovchi qirralarni sanaganda har bir qirra ikki marta hisobda qatnashganligi uchun $3r \le 2n$ tengsizlik o'rinlidir (ta'kidlaymizki, agar grafda uchta uch va ikkita qirra bo'lsa, u holda $n \le 3m-6$ tengsizlik bajariladi). $3r \le 2n$ tengsizlikdan Eyler formulasini $r=2+n-m$ ko'rinishda qo'llab, $n \le 3m-6$ tengsizlikni hosil qilamiz.

Ushbu bobning 2- paragrafida K_5 va $K_{3,3}$ graflarning planar emasligi ta'kidlangan (isbotsiz keltirilgan) edi. Endi bu tasdiqlarni qat'iy isbotlash mumkin.

Teorema. K_5 *graf planar emas.*

Isboti. K_5 planar graf bo'lsin deb faraz qilamiz. Planar graf uchun $n \le 3m-6$ tengsizlik o'rinlidir. K_5 graf uchun $m=5$ va $n=10$ bo'lganligidan bu tengsizlik $10 \le 9$ ko'rinishdagi noto'g'ri munosabatga olib keladi. Demak, K_5 graf planar emas.

Teorema. $K_{3,3}$ *graf planar emas.*

Isboti. $K_{3,3}$ planar graf bo'lsin deb faraz qilamiz. Bugrafda 6ta uch ($m=6$) va 9ta qirra ($n=9$) bo'lgani uchun, Eyler teoremasiga ko'ra, unda 5ta ($r=2+n-m=2+9-6=5$) yoq bo'lishi kerak. $K_{3,3}$ grafning har bir yoqi kamida to'rtta qirra bilan chegaralanganligi sababli bu graf uchun $4r \le 2n$ tengsizlik o'rinlidir. Lekin bu tengsizlik $K_{3,3}$ graf uchun $20 \le 18$ ko'rinishdagi noto'g'ri munosabatga olib keladi. Demak, $K_{3,3}$ graf planar emas.

Isbotlash mumkinki, quyidagi tasdiq o'rinlidir.

Teorema. *Agar biror graf* K_5 *yoki* $K_{3,3}$ *grafga gomeomorf bo'lgan qism grafga ega bo'lsa, u holda bu graf tekislikda yotuvchi bo'lmaydi*.

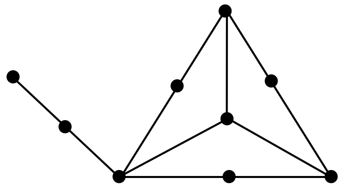
1930 yilda K. Kuratovskiy[3] bu tasdiqqa teskari tasdiqni isbot qildi: *agar graf tekislikda yotuvchi bo'lmasa, u holda u* K_5 *yoki* $K_{3,3}$ *grafga gomeomorf bo'lgan qism grafga ega bo'ladi.* Umuman olganda, graflarning planarligi haqidagi bu asosiy natija K. Kuratovskiydan oldin 1922 yilda L. S. Pontryagin[4] tomonidan isbotlangan, lekin bu natija o'sha vaqtda matbuotda e'lon qilinmagan edi.

---

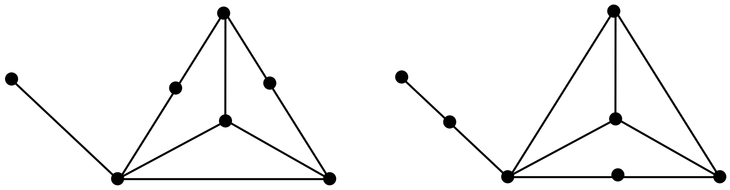
[3] **Kuratovskiy (Kuratowski Kazimej, 1896-1980) – Polsha matematigi.**

[4] **Pontryagin Lev Semyonovich (ПонтрягинЛевСеменович, 1908-1988) – rus matematigi, akademik.**

17.3. Qirrani bo‘lish. Gomeomof graflar. Gomeomorfizm.



Grafga yangi uchni qo‘shish turlicha usul bilan amalga oshirilishi mumkin. Masalan, yangi v uchni berilgan grafga qo‘shish shu grafning v_1 va v_2 uchlariga insident bo‘lgan qandaydir u qirrasiga qo‘shish orqali quyidagicha ikki bosqichda bajarilishi mumkin:
1) u qirra berilgan grafdan olib tashlanadi;
2) hosil bo‘lgan grafga ikkita yangi qirralar: v va v_1 uchlarga insident u_1 qirra hamda v va v_2 uchlarga insident u_2 qirra qo‘shiladi.
Bu jarayon grafda **qirraga darajasi 2 bo‘lgan yangi uchni qo‘shish** (**kiritish**) yoki **qirrani ikkiga bo‘lishamali** deb ataladi.
Agar G graf G' grafdan qirrani ikkiga bo‘lish amalini chekli marta ketma-ket qo‘llash vositasida hosil qilingan bo‘lsa, u holda G **graf** G' **grafning bo‘linish grafi** deb ataladi.
Bo‘linish graflari izomorf bo‘lgan graflar **gomeomorf graflar** deb ataladi.
3- shakldа tasvirlangan graflar izomorf emas, lekin ular gomeomorf, chunki bu



graflarning har biri 4- shakldа tasvirlangan bo‘linish grafiga ega.

17.4. Pontryagin-Kuratovskiy teoremasi

Teorema (Pontryagin-Kuratovskiy). *Graf planar bo‘lishi uchun u K_5 yoki $K_{3,3}$ grafga gomeomorf qism graflarga ega bo‘lishi zarur va yetarlidir*.
Isboti topshiriq sifatida o‘quvchiga havola qilinadi.
Teorema.*Agar karrali qirralari bo‘lmagan sirtmoqsiz grafda m ta uch, n ta qirrai va k ta bog‘lamlilik komponentalari bo‘lsa, u holda quyidagi munosabat o‘rinlidir:*
$$m-k \le n \le \frac{(m-k)(m-k+1)}{2}.$$
Isboti. Avval qirralar soni n bo‘yicha matematik induksiya usulini qo‘llab $m-k \le n$ tengsizlikni isbotlaymiz. Agar grafda qirralar bo‘lmasa (ya’ni, matematik induksiya usulining bazasi sifatida $n=0$ deb olinsa), u holda grafdagi uchlar soni uning bog‘lamlilik komponentalari soniga tengdir: $k=m$. Demak, $n=0$ bo‘lganda $m-k \le n$ munosabat to‘g‘ridir.
Induksion o‘tish. Grafdagi qirralar sonini n_0 bilan belgilab, bu son minimal bo‘lsin, ya’ni grafdan istalgan qirrani olib tashlash amali bog‘lamlilik komponentalari soni o‘zgargan graf hosil qilsin deb faraz qilamiz. Bundan tashqari, matematik induksiya

usuli talabiga binoan $n=n_0$ uchun isbotlanishi kerak bo‘lgan tengsizlik o‘rinli bo‘lsin deb faraz qilamiz. Tabiiyki, bu holda grafdan istalgan qirrani olib tashlasak (bunda olib tashlangan qirraning chetlaridagi uchlar grafga tegishli bo‘lib qolaveradi), hosil bo‘lgan grafning uchlari soni m ga, qirralari soni (n_0-1)ga, bog‘lamlilik komponentalari soni esa $(k+1)$ga teng bo‘ladi.

Induksiya faraziga binoan $m-(k+1)\le n_0-1$ tengsizlik o‘rinlidir. Bu tengsizlikdan $m-k\le n_0$ kelib chiqadi. Shunday qilib, $m-k\le n$ tengsizlik isbotlandi.

Endi $n\le\frac{(m-k)(m-k+1)}{2}$ tengsizlikni isbotlaymiz. Buning uchun grafning har bir bog‘lamlilik komponentasi to‘la graf bo‘lsin deb faraz qilamiz. Berilgan grafning uchlari sonlari mos ravishda m_i va m_j bo‘lgan ikkita bog‘lamlilik komponentalari D_i va D_j graflardan iborat bo‘lsin, bu yerda $m_i\ge m_j>1$. Tushunarliki, D_i va D_j graflarning uchlari umumiy soni (m_i+m_j)ga tengdir. Bu D_i va D_j graflarni uchlari sonlari mos ravishda (m_i+1) va (m_j-1) bo‘lgan to‘la graflar bilan almashtirsak, uchlar umumiy soni o‘zgarmaydi, lekin qirralarning umumiy soni $(C^2_{m_i+1}+C^2_{m_j-1})-(C^2_{m_i}+C^2_{m_j})$ miqdorga o‘zgaradi. Oxirgi ifodaning ko‘rinishini quyidagicha o‘zgartiramiz:

$$(C^2_{m_i+1}+C^2_{m_j-1})-(C^2_{m_i}+C^2_{m_j})=$$

$$=\frac{1}{2}\left[(m_i+1)m_i+(m_j-1)(m_j-2)-m_i(m_i-1)-m_j(m_j-1)\right]=$$

$$=\frac{1}{2}(m_i^2+m_i+m_j^2-m_j-2m_j+2-m_i^2+m_i-m_j^2+m_j)=m_i-m_j+1>0$$

Shunday qilib, uchlari soni m va bog‘lamlilik komponentalari soni k bo‘lgan grafda maksimal sondagi qirralar bo‘lishi uchun u $(k-1)$ta yakkalangan uchlar va $(m-k+1$)ta uchga ega to‘la graf birlashmasidan tashkil topishi kerak ekan. Bu yerdan isbotlanishi kerak bo‘lgan tengsizlik kelib chiqadi.

Teoremaning tatbiqi sifatida quyidagi tasdiqni keltiramiz.

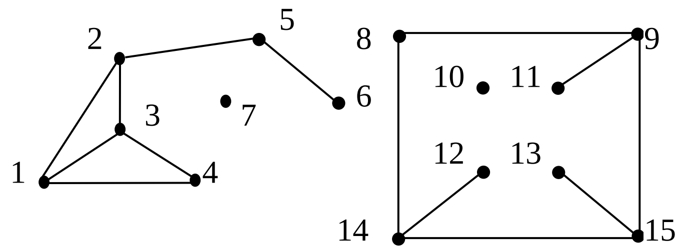
3- natija. *m ta uchga ega, qirralari soni $\frac{(m-1)(m-2)}{2}$ dan katta, karrali qirralari bo‘lmagan sirtmoqsiz grafbog‘lamlidir.*

Isboti. Birinchidan, agar sirtmoqsiz va karrali qirralari bo‘lmagan grafning bog‘lamlilik komponentalari soni $k$ga teng bo‘lsa ($k\in\mathbf{N}$), u holda, 7- teoremaga binoan, bunday grafning qirralari soni $\frac{(m-k)(m-k+1)}{2}$ dan katta emas. Ikkinchidan, $\frac{(m-1)(m-2)}{2}<\frac{(m-k)(m-k+1)}{2}$ tengsizlik faqat $k=1$ bo‘lsagina to‘g‘ridir.

Tabiiyki, bog‘lamli grafdan qirrani yoki bir necha qirralarni olib tashlash natijasida hosil bo‘lgan graf bog‘lamli bo‘lishi ham bo‘lmasligi ham mumkin. Agar bog‘lamli grafdan qirrani olib tashlash amali grafning bog‘lamlilik xususiyatini buzsa, u holda bunday qirrani **ajratuvchi qirra** deb ataymiz.

Ravshanki, berilgan bog‘lamli grafda ajratuvchi qirralar ko‘p bo‘lishlari mumkin. Ajratuvchi qirralar to‘plamining hech qaysi qism to‘plami elementlari ajratuvchi qirralar bo‘lmasa, bu qirralar to‘plamini **kesim** deb ataymiz. Grafdan kesimga tegishli qirralar olib tashlansa, natijada ikki bog‘lamli komponentalari bo‘lgan graf hosil bo‘lishi ravshandir. Agar kesim yagona qirradan iborat bo‘lsa, u holda bu qirra **ko‘prik** deb ataladi.

3- misol. 1- shakldа tasvirlangan (15,14)-grafni G bilan belgilaymiz.
Bu graf bog‘lamli graf emas, uning to‘rtta bog‘lamli komponentalari bor:



17.4-

$G = G_1 \cup G_2 \cup G_3 \cup G_4$, bu yerda G_1 – uchlari to‘plami $\{1,2,3,4,5,6\}$ bo‘lgan oriyentirlanmagan (6,7)-graf, G_2 – bitta 7 belgili uchga ega oriyentirlanmagan (1,0)-graf, G_3 ham bitta 10 belgili uchga ega oriyentirlanmagan (1,0)-graf, G_4 esa uchlari to‘plami $\{8,9,11,12,13,14,15\}$ bo‘lgan oriyentirlanmagan (7,7)-grafdir. Agar G grafning G_4 bog‘lamli komponentasini alohida graf deb qarasak, bu grafda $\{(8,9),(14,15)\}$ ko‘rinishdagi ajratuvchi qirralar to‘plamini ko‘rsatish mumkin. Bu qirralar kesim tashkil etadi. G grafning G_1 va G_4 bog‘lamli komponentalari ko‘priklarga egadir. Masalan, $(2,5)$ va $(5,6)$ qirralar G_1 graf uchun ko‘priklardir.

Nazorat uchun savollar:

1. Insidentlik tushunchasini ta’rifini bering.
2. Nol graf nima?
3. Tolerant graf ta’rifini bering.
4. Planar graf nima?
5. Qanday graflar gomeomorf deyiladi?
6. Yig`indi graf deb nimaga aytiladi?
7. Ko`paytma graf deb nimaga aytiladi?
8. Grafning diametri deb nimaga aytiladi?
9. Pontryagin-Kuratovskiy teoremasini ayting.

TESTLAR

1. Графда Эйлер цикли мавжуд бўлиши учун:

A. Граф богланган бўлиши ва барча тугунларининг локал даражалари жуфт бўлиши керак;

B. Графнинг 2 та тугуни(бошланиш ва охирги) локал даражалари тоқ бўлиб, қолган барча тугунларининг локал даражалари жуфт бўлиши керак.

C. Графнинг барча тугунларининг локал даражалари тоқ бўлиши керак;

D. Граф богланмаган бўлиши керак

2. Graf uchlarining lokal darajasi deb nimaga aytiladi?
A. Berilgan uchga tutashgan qirralari soni
B. Grafdagi uchlarining soni
C. Tuguni bor uchlarining soni
D. Bunday tushuncha yo'q
3. Graflar izomorf bo'lishi uchun zaruriy shartlar to'liq ifodalansin
A. Uchlari va qirralari soni teng bo'lishi kerak
B. Uchlari soni teng bo'lishi kerak
C. Qirralari soni teng bo'lishi kerak
D. Uchlari va qirralari soni teng bo'lib ular orasida biyektiv akslantirish mavjud bo'lishi kerak
4. Ориентирланган граф деб қандай графга айтилади?
A. Хар бир қирраси маълум бир йўналишга эга бўлган графга
B. Граф хар бир учига кирувчи ва чиқувчи қирралари бўлган графга
C. Хар бир учидан бошқа учларига туташтируфчи маршрут бўлган графга
D. Қирралари орасида йўқолган қирралари бўлган графга
5. Qism graf deb nimaga aytiladi?
A. G grafning o'zaro bog'langan qirralari ixtiyoriy ketma-ketlik
B. {A} to'plam graf uchlari V ning qismi bo'lsa G grafning shkala uchi xam A ga tegishli bo'lgan qirralaridan iborat qismi
C. Grafda qism graf bo'lmaydi
D. G grafning qiralaridan istalgan qismi qism graf bo'ladi
6. Qanaqa ko`rinishdagi ko`phad Jegalkin ko`phadi deb ataladi-?
A. $\sum x_{i_1} x_{i_2} ... x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
B. $\sum x_{i_1} - x_{i_2} ... - x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
C. $\sum x_{i_1} + x_{i_2} ... - x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
D. $\sum \sum x_{i_1} x_{i_2} ... x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
7. Nomonoton funksiya deb nimaga aytiladi-?
A. Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) > f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
B. Agar $\alpha \succ \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) > f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
C. Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) \geq f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
D. Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) < f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
8. Superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb nimaga aytiladi?
A. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo'lsa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.
B. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo'lmasa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.

C. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo‘lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo‘lmasa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.
D. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo‘lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinf deb ataladi.
9. Funksional yopiq sinf bu-?
A. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo‘lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinf deb ataladi.
B. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo‘lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional ochiq sinf deb ataladi.
C. mantiq algebrasining bo‘sh sinfdan hamma funksiyalari
D. to‘plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf funksional yopiq sinf deb ataladi.
10. Xususiy funksional yopiq sinf deb nimaga aytiladi?
A. Bo‘sh sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari
B. to‘plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf xususiy funksional yopiq sinf deb ataladi.
C. Bo‘sh bo`lmagan sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari
D. to‘plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf xususiy funksional yopiq sinf deb ataladi.
11. Maksimal funksional yopiq sinf bu-?
A. O‘z-o‘zidan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari sinfidan (P_2 dan) farq qiluvchi funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.
B. O‘z-o‘zidan va mantiq algebrasining bir funksiyasi sinfidan (P_2 dan) farq qiluvchi funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.
C. O‘z-o‘zidan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari sinfidan (P_2 dan) farq qilmaydigan funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.
D. O‘z-o‘zidan va mantiq algebrasining bir funksiyasi sinfidan (P_2 dan) farq qilmaydigan funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.
12. Ekvivalent funksional elementlar deb nimaga aytiladi?
A. Faqatgina kirishlarning raqamlanish tartibi va soxta kirishlari bilan farq qiladigan funksional elementlar ekvivalent funksional elementlar deb ataladi.
B. Faqatgina kirishlarning soxta kirishlari bilan farq qiladigan funksional elementlar ekvivalent funksional elementlar deb ataladi.
C. Faqatgina kirishlarning raqamlanishi farq qiladigan funksional elementlar ekvivalent funksional elementlar deb ataladi.
D. Faqatgina kirishlarning raqamlanish tartibi va soxta kirishlari bilan farq qilmaydigan funksional elementlar ekvivalent funksional elementlar deb ataladi.
13. To‘liq sistema nimaga aytiladi-?