

7-MA'RUZA. Takroriy o'rinlashtirishlar, o'rinalmashtirish va guruhlash (4 soat).

REJA

1. Takroriy o'rinlashtirish.
2. Takroriy o'rin almashtirish.
3. Takroriy guruhlashlar. Ularning formulalari.
4. Takroriy o'rinlashtirish, takroriy o'rin almashtirish va takroriy guruhlashlarga doir misollar.

Kalit so'zlar: *Takroriy o'rinlashtirish, takroriy o'rin almashtirish, takroriy guruhlashlar, formulalar.*

7.1.Takroriy o'rinlashtirish.

n – elementli to'plamning barcha k – elementli to'plam ostilar soni

$$C_n^k = \frac{n!}{k! * (n - k)!}$$

teng bo'ladi.

n – elementli to'plamning ixtiyoriy k – elementli to'plam ostilari ***n – elementdan k tadan guruhlash*** deb nomlanadi. Ayrim hollarda guruhlash so'zining o'rniga ***kombinatsiya n elementdan k tadan*** termini ham ishlatiladi.

7.2.Takroriy o'rin almashtirish.

N ta elementdan iborat A to'plamni m ta qism to'plamlar yig'indisi ko'rinishida necha xil usulda yoyish mumkin degan savol qo'yamiz.

$$A = B_1 \cup B_2 \cup \dots \cup B_m$$

Shunday bo'lishi kerakki $N(B_1)=k_1$, $N(B_2)=k_2$, ..., $N(B_m)=k_m$ bo'lib, k_1, k_2, \dots, k_m berilgan sonlar uchun

$$k_i \geq 0, \quad k_1 + k_2 + \dots + k_m = n$$

shartlar bajariladi. B_1, B_2, \dots, B_m to'plamlar umumiy elementlarga ega emas.

A to'plamning k_1 elementli B_1 to'plam ostisini $C_n^{k_1}$ usulda tanlash mumkin, $n-k_1$ qolgan elementlardan k_2 elementli B_2 to'plam ostisini $C_{n-k_1}^{k_2}$ usulda tanlash mumkin va hokazo. Turli xil B_1, B_2, \dots, B_m to'plamlarni tanlash usullari ko'paytirish qoidasiga ko'ra

$$C_n^{k_1} * C_{n-k_1}^{k_2} * C_{n-k_1-k_2}^{k_3} * \dots * C_{n-k_1-k_2-\dots-k_{m-1}}^{k_m} =$$

$$= \frac{n!}{k_1! * (n-k_1)!} * \frac{(n-k_1)!}{k_2! * (n-k_1-k_2)!} * \frac{(n-k_1-k_2)!}{k_3! * (n-k_1-k_2-k_3)!} * \dots * \frac{(n-k_1-k_2-\dots-k_{m-1})!}{k_m! * (n-k_1-k_2-\dots-k_m)!} =$$

$$= \frac{n!}{k_1! * k_2! * \dots * k_m!}$$

Demak quyidagi teorema isbotlandi.

Teorema. Aytaylik k_1, k_2, \dots, k_m - butun manfiy mas sonlar bo'lib, $k_1 + k_2 + \dots + k_m = n$ va A to'plam n ta elementdan iborat bo'lsin. A ni elementlari mos ravishda k_1, k_2, \dots, k_m ta bo'lgan B_1, B_2, \dots, B_m m ta to'plam ostilar yigindisi ko'rinishida ifodalash usullari soni

$$C_n(k_1, \dots, k_m) = \frac{n!}{k_1! * k_2! * \dots * k_m!}$$

ta bo'ladi.

$C_n(k_1, \dots, k_m)$ sonlar **polynomial ko'effitsiyentlar** deyiladi.

Misol 1. "Matematika" so'zidagi harflardan nechta so'z yasash mumkin?

$k_1=2$ ("m"- harfi), $k_2=3$ ("a" - harfi), $k_3=2$ ("t" - harfi), $k_4=1$ ("e" - harfi), $k_5=1$ ("i"-harfi), $k_6=1$ ("k"- harfi), $n=10$ (so'zidagi harflar soni)

$$C_{10}(2,3,2,1,1,1) = \frac{10!}{2! * 3! * 2! * 1! * 1! * 1!} = 151200$$

Misol 2. "Dada" so'zidagi harflardan nechta so'z yasash mumkin?

$$C_4(2,2) = \frac{4!}{2! * 2!} = 6$$

Dada, daad, ddaa, adda, adad, aadd.

Teorema. Elementlarining k_1 tasi 1- tipda, k_2 tasi 2-tipda, va hokazo k_m tasi m -tipda bo'lgan n elementli to'plamning barcha ***o'rin almashtirishlar soni***

$$C_n(k_1, \dots, k_m) = \frac{n!}{k_1! * k_2! * \dots * k_m!}$$

ta bo'ladi.

7.3. Takroriy guruhlashlar. Ularning formulalari.

Ta'rif. Har bir elementi n ta xildan biri bolishi mumkin k ta elementli guruxlarga n ta elementdan k ta elementli takrorlanuvchi guruhlashlar deb aytiladi.

Teorema. N ta elementdan k ta elementli takrorlanuvchi guruhlashlar soni

$$f_n^k = C_{n+k-1}^{n-1} = C_{n+k-1}^k$$

ta bo'ladi.

$x_1 + x_2 + \dots + x_n = k$ ko‘rinishdagi tenglama butun manfiy mas yechimlari soni ham f_n^k ta bo‘ladi.

7.4. Takroriy o‘rinlashtirish, takroriy o‘rin almashtirish va takroriy guruhlashlarga doir misollar.

2.4.0. “Matematika” so‘zidagi harflardan nechta so‘z yasash mumkin?

2.4.1. “Kombinatorika” so‘zidagi harflardan nechta so‘z yasash mumkin?

2.4.2. Familiyangizdagi harflardan nechta so‘z yasash mumkin?

2.4.3. a, b, c harflaridan a harfi ko‘pi bilan 2 marta, b harfi ko‘pi bilan bir marta, c harfi ko‘pi bilan 3 marta qatnashadigan nechta 5 ta harfli so‘z yasash mumkin?

2.4.4. $(1+x)^n$ yoyilmasida x^5 va x^{12} hadlar oldidagi koeffitsiyentlar teng bo‘lsa, n nimaga teng?

2.4.5. $(\sqrt{2} + \sqrt[4]{3})^{100}$ yoyilmasida nechta ratsional had mavjud?

2.4.6. Polinomial teorema yordamida $(x+y+z)^3$ yoyilmani toping?

2.4.7. $(x+y+z)^7$ ning yoyilmasida $x^2y^3z^2$ had oldidagi koeffitsiyent nimaga teng?

2.4.8. 8 ta fanning har biridan 3, 4, 5 baholar olish mumkin. Baholar yig‘indisi 30 ga teng bo‘ladigan qilib imtixonlarni necha xil usulda topshirish mumkin?

2.4.9. Abituriyent 3 ta fandan imtixon topshirishi lozim. Har bir imtixondan ijobiy baho (3,4,5-baholar) olgandagina, keyingi imtixonga qo‘yiladi. O‘qishga kirish uchun o‘tish bali 17 ball bo‘lgan bo‘lsa, abituriyent imtixonlarni necha xil usulda topshirishi mumkin?

Nazorat savollari

1. Takrorlanuvchi o‘rin almashtirishlar qanday hisoblanadi?
2. Polinomial koeffitsiyentlar qanday hisoblanadi?
3. Takrorlanuvchi o‘rin almashtirishni Excel dasturlar paketidagi qaysi komanda orqali hisoblanadi?
4. Takrorlanuvchi guruhlashlar soni qanday hisoblanadi?
5. Takrorlanuvchi guruhlashlarning tadbiqi?

TESTLAR

1. 7 ta olma va 3 ta nok bor. Ularni necha xil usul bilan har birida 5 tadan meva bo‘lgan va ulardan hech bo‘lmaganda 1 tasida nok bo‘lgan ikkita taqsimchaga qo‘yish mumkin?
A) 225 B) 231 C) 250 D) 300
2. 12 ta oq atirgul va 13 ta qizil atirguldin ikkita oq atirgul va uchta qizil atirguldin iborat guldasta tuzish kerak. Buni necha xil usulda bajarish mumkin?
A) 25 B) 156 C) 122·133 D) 18 876

- 3.** Gu l sotuvchida 5 ta qizil va 10 ta oq chinnigul qolibdi. A‘zamxon singlisi Mubinabonuga 2 ta qizil va 3 ta oq chinniguldan iborat guldasta sovg‘a qilmoqchi. Buni u necha xil usul bilan amalga oshirishi mumkin?
A) 500 B) 1000 C) 1200 D) 800
- 4.** Ay lanada olingan 6 ta nuqta A, B, C, D, E, F harflari bilan belgilangan. Har bir nuqta qolgan har bir nuqta bilan tutashtirilsa, nechta kesma hosil bo‘ladi?
A) 15 B) 12 C) 9 D) 8
- 5.** Ay lanada yotuvchi 20 ta turli nuqta belgilandi. Uchlari belgilangan nuqtalarda yotuvchi vatarlar soni nechta?
A) 40 B) 80 C) 200 D) 190
- 6.** Ay lanada olingan $(n+1)$ ta nuqta orqali nechta vatar o‘tkazish mumkin?
A) $n(n+1)/2$ B) $n(n-1)/2$ C) $(n+1)^2$ D) $2n$
- 7.** Ay lanada yotuvchi 20 ta turli nuqta belgilandi. Uchlari belgilangan nuqtalarda yotuvchi uchburchaklar sonini hisoblang.
A) 1140 B) 1200 C) 1700 D) 500
- 8.** Ay lanada yotuvchi 20 ta turli nuqta belgilandi. Uchlari belgilangan nuqtalarda yotuvchi qavariq to‘rtburchaklar sonini hisoblang.
A) 1140 B) 1200 C) 1700 D) 4845
- 9.** 7 ta to‘g‘ri chiziqlar ko‘pi bilan nechta nuqtada kesishadi?
A) 12 B) 28 C) 15 D) 21
- 10.** 10 ta to‘g‘ri chiziqlar ko‘pi bilan nechta nuqtada kesishadi?
A) 20 B) 45 C) 90 D) 60
- 11.** Markazlari har xil nuqtalarda bo‘lgan 4 ta aylana ko‘pi bilan nechta nuqtada kesishadi?
A) 5 B) 6 C) 12 D) 16