## 16-MA’RUZA. Yo‘l, zanjir, sikl. Eyler va Gamelton graflari(4 soat).

**REJA**

1. Yo’l, sikl, zanjir.
2. Bog’langanlik tushunchasi. Bog’langanlik kompanentlari.
3. Qirra vazni.
4. Eyler sikli. Eyler grafi.
5. Graflari haqidagi teoremalar.
6. Gamelton sikli. Gamelton grafi

**Kalit so’zlar:** *Yo’l, sikl, zanjir, bog’langanlik, bog’langanlik kompanentlari, qirra vazni, Eyler sikli, Eyler grafi, Gamelton sikli, Gamelton grafi.*

### 16.1.Yo’l, sikl, zanjir.

**Ta’rif 1.** Qo`shni yoylar ketma-ketligi *yo`l*, qo`shni qirralar ketma-ketligi **zanjir** deyiladi. Yopiq yo`l **kontur** deyiladi, yopiq zanjir esa **sikl** deyiladi.

**Ta’rif 2.** Grafning har bir uchidan bir martadan o`tgan **yo`l elementar** deyiladi. Graf yoylari orqali bir martadan o`tgan yo`l **oddiy yo`l** deyiladi. Aks holda **murakkab yo`l** deyiladi.

**Marshrutlar va zanjirlar haqida umumiy ma’lumotlar.** Uchlari to‘plami $V=\{v_1,v_2,...,v_m\}$ va qirralar korteji $U=\{u_1,u_2,...,u_n\}$ bo‘lgan oriyentirlanmagan $G=(V,U)$ graf berilgan bo‘lsin. Bu $G$ grafdagi uchlar va qirralarning har ikki qo‘shni qirralari umumiy chetki uchga ega

$(...,v_{i_1},u_{j_1},v_{i_2},u_{j_2},v_{i_3},...)$

ko‘rinishdagi chekli yoki cheksiz ketma-ketligi **marshrut** deb ataladi. Marshrutni uning uchlari ketma-ketligi $(...,v_{i_1},v_{i_2},...)$ yoki qirralari ketma-ketligi $(...,u_{j_1},u_{j_2},...)$ ko‘rinishda ham belgilash mumkin.

Agar marshrutda qandaydir uchdan oldin uchlar bo‘lmasa, bu uchni marshrutning **boshlang‘ich uchi** deb, shu uchdan keyin marshrutga tegishli uchlar bo‘lmaganda esa, uni marshrutning **oxirgi uchi** deb ataydilar.

Agar marshrutning boshlang‘ich uchi $v_p$ va oxirgi uchi $v_q$ bo‘lsa, u holda uni $v_p$ **uchdan** $v_q$ **uchga yo‘nalgan marshrut** yoki **chetlari** $v_p$ **va** $v_q$ **bo‘lgan marshrut** deb ataladi.

Marshrutdagi ikkita qoshni qirralarga tegishli uch **ichki uch** yoki **oraliq uch** deb ataladi.

Marshrutda qirralar va uchlar takrorlanishi mumkin bo‘lgani uchun marshrutning ichki uchi, bir vaqtning o‘zida, uning boshlang‘ich va (yoki) oxirgi uchi bo‘lishi ham mumkin va teskarisi, marshrutning boshlang‘ich va (yoki) oxirgi uchi uning ichki uchi bo‘lishi ham mumkin.

Tabiiyki, marshrut:

– boshlang‘ich uchga ham oxirgi uchga ham ega bo‘lmasligi mumkin (bunday marshrut **ikki tomonlama cheksiz marshrut** deb ataladi);

– boshlangich uchga ega bo‘lib, oxirgi uchga ega bo‘lmasligi mumkin yoki, aksincha, oxirgi uchga ega bo‘lib, boshlangich uchga ega bo‘lmasligi mumkin (**bir tomonlama cheksiz marshrut**);

– yagona qirradan iborat bo‘lishi mumkin (**notrivial marshrut**);

– birorta ham qirraga ega bo‘lmasligi mumkin (**nol marshrut** yoki **trivial marshrut**).

**Marshrutning uzunligi** deb undagi qirralar soniga aytiladi.

Turli qirralardan tashkil topgan marshrutga **zanjir** deb ataladi. Agar zanjirning chetlaridan tashqari barcha uchlari turlicha bo‘lsa, u holda uni **oddiy zanjir** deb ataydilar.

Berilgan $(v_1, v_2, ..., v_s)$ zanjir yoki oddiy zanjir uchun $v_1 = v_s$ bo‘lsa, u **yopiq zanjir** deb ataladi. Hech bo‘lmaganda bitta qirraga ega yopiq oddiy zanjir **sikl** deb ataladi.

Sirtmoq yoki bir juft karrali qirralar sikl tashkil etishi ravshandir.

Tushunarliki, grafdagi zanjir grafning qism grafi deb qaralishi mumkin.

**Misol.** Ushbu bobning 2- paragrafidagi 1- shaklda tasvirlangan graf uchun

$(3, u_4, 2, u_1, 1, u_1, 2, u_6, 2, u_4, 3, u_5, 4)$

ketma-ketlik 3 belgili uchdan 4 belgili uchga yo‘nalgan marshrutdir, bunda 3 – boshlang‘ich uch, 4 – oxirgi uchdir. Bu marshrutda 1, 2 va 3 belgili uchlar oraliq uchlar hisoblanadi. Qaralayotgan marshrutning uzunligi 6a teng bo‘lib, u zanjir bo‘la olmaydi, chunki unda 1 belgili uch 2 marta (bir marta oraliq uch sifatida, ikkinchi marta esa oxirgi uch sifatida) qatnashmoqda.

Yana o‘sha graf uchun $(3,2,1,3)$ zanjirning oxirgi bo‘g‘ini sifatida $u_2$ yoki $u_3$ qirralardan qaysisi olinishiga bog‘liqsiz ravishda, u yopiq zanjir va sikldir.

Oriyentirlangan graflar uchun ham undagi yoylarning yo‘nalishini (oriyentatsiyasini) inobatga olmasdan oriyentirlanmagan marshrut, zanjir va oddiy zanjir tushunchalarini kiritish mumkin. Lekin, oriyentirlangan graflar uchun oriyentirlangan marshrut tushunchasini kiritish tabiiydir.

Yoylarning oriyentatsiyalari hisobga olingan yoylar va uchlar ketma-ketligi **oriyentirlangan marshrut** deb ataladi.

Oriyentirlangan marshrut uchun zanjir tushunchasiga o‘xshash **yo‘l** (yoki **oriyentirlangan zanjir**) tushunchasini ham kiritish mumkin. Boshlang‘ich va oxirgi uchlari ustma-ust tushadigan oriyentirlangan zanjir **kontur** deb ataladi.

**Misol.** Ushbu bobning 2- paragrafidagi 2- shaklda tasvirlangan grafni qaraymiz. Uning uch va qirralaridan tuzilgan

$(3, u_3, 1, u_4, 4, u_5, 5, u_2, 2, u_1, 1)$

ketma-ketlik oriyentirlanmagan marshrut va zanjirdir, lekin u oddiy zanjir bo‘la olmaydi. Bu ketma-ketlik oriyentirlangan marshrut ham bo‘la olmaydi, chunki unda marshrut yo‘nalishiga teskari yo‘nalishga ega yoylar bor ($u_3, u_4, u_1$).

Qaralayotgan graf uchun $(u_6, u_5, u_2)$ ketma-ketlik oriyentirlangan marshrutni tashkil etadi. Bu marshrut yo‘ldir, lekin u kontur emas. Berilgan grafda faqat bitta kontur bo‘lib, bu konturni $(4, u_5, 5, u_6, 4)$ yoki $(5, u_6, 4, u_5, 5)$ ko‘rinishda ifodalash mumkin.

**Teorema.** *Agar grafdagi har bir uchning lokal darajasi ikkidan kichik bo‘lmasa, u holda bu graf siklga ega.*

**Isboti.** Agar grafda sirtmoqlar yoki karrali qirralar bo‘lsa, teoremaning tasdig‘i to‘g‘riligi ravshandir. Shuning uchun teorema tasdig‘ini graf sirtmoqsiz va karrali qirralari bo‘lmagan holda isbotlaymiz.

Faraz qilaylik, $v \in V$ berilgan sirtmoqsiz va karrali qirralari bo‘lmagan $G = (V, U)$ grafning ixtiyoriy uchi bo‘lsin. Qaralayotgan $v$ uchga qo‘shni $v_1$ uchni va bu uchga $v$dan farqli boshqa qo‘shni $v_2$ uchni, $v_2$ uchga esa $v_1$ dan farqli boshqa qo‘shni $v_3$ uchni, va hakoza, $v_i$ uchga $v_{i-1}$dan farqli boshqa qo‘shni $v_{i+1}$ uchni, va hakoza, tanlab,

$((v, v_1), (v_1, v_2), (v_2, v_3), ..., (v_{i-1}, v_i), (v_i, v_{i+1}), ...)$

qirralar ketma-ketligini tuzamiz. Teoremaning shartlariga ko‘ra yuqoridagi jarayonni amalga oshirish va talab etilgan xossaga ega $v_{i+1}$ uchni topish mumkinligini ta’kidlaymiz.

Grafning uchlari to‘plami $V$ chekli to‘plam bo‘lganligidan, yuqorida bayon etilgan uchlar ketma-ketligini qurish jarayonida chekli qadamdan so‘ng albatta oldin uchragan uchlardan birini tanlashga majbur bo‘lamiz. Agar $v_k$ uch ketma-ketlikda ikki marta uchragan dastlabki uch bo‘lsa, ketma-ketlikka qirralar qo‘shish jarayonini to‘xtatamiz, chunki tuzilgan qirralar ketma-ketligining $v_k$ uch ikki marta qatnashgan qismi biz izlayotgan sikldir.

## 16.2.Bog’langanlik tushunchasi. Bog’langanlik kompanentlari.

Agar oriyentirlanmagan grafda chetlari $a$ va $b$ uchlardan iborat marshrut topilsa, bu $a$ va $b$ uchlar **bog‘langan** deb, marshrutning o‘zi esa $a$ va $b$ **uchlarni bog‘lovchi marshrut** debataladi.

Tabiiyki, agar qandaydir uchlarni bog‘lovchi marshrut biror $a_i$ uchdan bir necha marta o‘tsa, u holda marshrutning siklik qismini olib tashlab (bunda siklik qismning o‘rniga marshrutda faqat $a_i$ uch qoldiriladi) yana o‘sha uchlarni bog‘lovchi oddiy zanjir ko‘rinishdagi marshrutni hosil qilish mumkin. Shuning uchun, marshrut bilan bog‘langan uchlar doimo oddiy zanjir bilan ham bo‘glangan bo‘ladi degan xulosaga kelamiz.

Bir-biri bilan ustma-ust tushmaydigan ixtiyoriy ikkita uchlari bog‘langan graf **bog‘lamli graf** deb ataladi.

Agar grafdagi ikkita uchni biror oddiy zanjir bilan tutashtirish mumkin bo‘lsa, u holda bu ikkita uch **ekvivalent** (**bog‘langan**) deyiladi. Bunday uchlar to‘plami grafda **ekvivalentlik munosabati** bilan aniqlangan deb hisoblanadi. Uchlar to‘plami bo‘yicha ekvivalentlik munosabatini inobatga olgan holda berilgan grafni **bog‘lamlilik komponentalari** (qisqacha, **komponentalari**) deb ataluvchi bog‘lamli qismlarning birlashmasi deb qarash mumkin. Bu yerda berilgan graf bog‘lamlilik komponentalariga bo‘laklandi (ajratildi) deb aytish mumkin. Isbotlash mumkinki, har qanday graf o‘zining bog‘lamlilik komponentalarining diz’yunktiv birlashmasi sifatida ifodalanishi mumkin, bunda grafning bog‘lamlilik komponentalariga bo‘laklanishi bir qiymatli aniqlanadi.

Keyingi ma’lumotlarni bayon etish uchun **yoq** tushunchasi zarur bo‘ladi. Tekislikda geometrik ifodalanuvchi grafni qaraymiz. Bu grafga tegishli bo‘lmagan (ya’ni grafning hech qaysi uchi bilan ustma-ust tushmaydigan va uning hech qaysi qirrasida yotmaydigan) biror $A$ nuqtani hech qaysi nuqtasi grafga tegishli bo‘lmagan uzluksiz chiziq bilan tutashtirish mumkin bo‘lgan barcha nuqtalar to‘plami grafning $A$ nuqtani o‘zida saqlovchi **yoqi** deb ataladi.

Yoq tushunchasiga berilgan ta’rifga ko‘ra yoq grafning geometrik ifodalanishi yordamida tekislikning “qirqib” olinadigan qismidan iboratdir. Tekislikda geometrik ifodalanuvchi ixtiyoriy grafning hech bo‘lmaganda bitta yoqi bo‘lishi va uning bitta yoqi chegaraga ega emasligi (cheksizligi) o‘z-o‘zidan ravshandir.

### 16.3. Qirra vazni.

**Ta’rif 1.** Qirraning boshi yoki oxirini ifodalovchi uchga bu qirraga **intsident uch** deyiladi.

**Ta'rif 2.** Graf uchining darajasi deb bu uchga **intsident qirralar** soniga aytiladi.

$x_i$ uchning darajasini $P(x_i)$ bilan belgilanadi.

Boshqacha aytganda uchdan chiquvchi qirralar soni uchning darajasi hisoblanadi. Darajasi 1 ga teng uch osilgan uch bo`ladi.

**Ta'rif 3.** Hech qanday yoy yoki qirralarga ega bo`lmagan va izolyatsiyalangan uchlardan iborat graf **nol graf** deyiladi. Ko`rinib turibdiki, nol grafning uchlari darajasi nolga teng.

**Lemma 1**. Agar grafning barcha uchlarining darajalari 2 dan katta yoki 2 ga teng bo`lsa, graf, albatta, konturni o`z ichiga oladi.

## 16.4. Eyler sikli. Eyler grafi.

**Teorema (Eyler 1752)**. *Tekis va bog'lamli* $G=(V,U)$ *graf uchun* $m+r=2+n$ *tenglik o'rinlidir, bu yerda* $m=|V|$, $n=|U|$, $r$ *– yoqlar soni.*

**Isboti.** Teoremani isbotlash uchun matematik induksiya usulini grafdagi qirralar soni $n$ bo'yicha qo'llaymiz. Induksiya usulining bazasi sifatida $n=0$ bo'lgan holni qaraymiz. Bu holda teoremaning tasdig'iga ko'ra $m+r=2$ bo'lishi kerak. Haqiqatdan ham, $G$ tekis va bog'lamli graf bo'lgani uchun, u yagona uchdan tashkil topadi va bu uch yagona (cheksiz) yoqda yotadi, ya'ni $m=1$ va $r=1$. Demak, bu holda teoremaning tasdig'i to'g'ridir.

Induksion o'tish: teoremaning tasdig'i $n=k$ uchun to'g'ri bo'lsin deb faraz qilib, uning $n=k+1$ uchun ham to'g'ri ekanligini ko'rsatamiz. Farazimizga ko'ra $m+r=2+k$ tenglik o'rinlidir. $k$ta qirraga ega $G$ tekis va bog'lamli grafga $(k+1)$-qirrani (uni $e$ bilan belgilaymiz) shunday qo'shish kerakki, bunda $e$ qirra $G$ graf joylashgan tekislikda yotsin va hosil bo'lgan graf ham bog'lamli bo'lsin. Bu amalni bajarganda quyidagi uchta holdan biri ro'y beradi:

1) qo'shilayotgan qirra sirtmoqdir – bu holda $e$ qirra, albatta, $G$ grafdagi uchlardan biriga insident bo'lib, yoqlardan birida yotadi va bu yoqni ikkiga (sirtmoq yotgan yoqning sirtmoq chizig'i bilan chegaralangan ichki va tashqi qismlari) ajratadi, ya'ni uchlar soni o'zgarmaydi, yoqlar soni esa birga oshadi: $m+r+1=2+k+1$;

2) qo'shilayotgan qirra $G$ grafda bor bo'lgan ikkita uchlarni tutashtiradi – bu holda ham grafning biror ($e$ qirra yotgan) yoqi ikkiga ajraladi, uchlari soni esa o'zgarmaydi: $m+r+1=2+k+1$;

3) qo'shilayotgan qirra sirtmoq emas va u $G$ grafdagi uchlardan faqat bittasiga insidentdir – bu holda grafning biror yoqida $e$ qirraga insident bo'lgan bitta boshqa uch yasaladi (grafning uchlari soni bittaga oshadi) va $e$ qirra joylashgan yoq yaxlitlikni saqlagan holda $e$ qirrani o'z ichiga oladi (yoqlar soni o'zgarmaydi): $m+1+r=2+k+1$.

Teoremaning tasdig'idagi $m+r=2+n$ tenglik **Eyler formulasi** deb ataladi.

Eyler formulasi stereometriyada ham qo'llaniladi: uchlari $m$ ta, yoqlari $r$ ta va qirralari $n$ ta ixtiyoriy ko'pyoqli uchun Eyler formulasi o'rinlidir. Bu tasdiqning negizida isboti o‘quvchiga havola qilinayotgan quyidagi tasdiq yotadi: *stereometriyada berilgan ta’rifga ko‘ra aniqlangan ixtiyoriy ko‘pyoqliga mos tekis izomorf graf mavjuddir.*

Eyler teoremasidan bir qator natijalar kelib chiqadi. Masalan, bu teoremadan foydalanib uni osonlik bilan bog‘lamli bo‘lmagan graflar uchun quyidagicha umumlashtirish mumkin.

**Natija.** *Tekis* $G=(V,U)$ *graf uchun* $m+r=1+n+k$ *tenglik o‘rinlidir, bunda* $m=|V|$, $n=|U|$, $r$ *– yoqlar soni,* $k$ *–bog‘lamlilik komponentalar soni.*

**Isboti** o‘quvchiga havola qilinadi.

**Natija.** *Karrali qirralari bo‘lmagan sirtmoqsiz tekis* $(m,n)$ *-graf uchun* $n\le 3m-6$ *tengsizlik o‘rinlidir*.

**Isboti.** Haqiqatdan ham, har bir yoq hech bo‘lmaqanda uchta qirra bilan chegaralanganligi va yoqlarni chegaralovchi qirralarni sanaganda har bir qirra ikki marta hisobda qatnashganligi uchun $3r\le 2n$ tengsizlik o‘rinlidir (ta’kidlaymizki, agar grafda uchta uch va ikkita qirra bo‘lsa, u holda $n\le 3m-6$ tengsizlik bajariladi). $3r\le 2n$ tengsizlikdan Eyler formulasini $r=2+n-m$ ko‘rinishda qo‘llab, $n\le 3m-6$ tengsizlikni hosil qilamiz.

Ushbu bobning 2- paragrafida $K_5$ va $K_{3,3}$ graflarning planar emasligi ta’kidlangan (isbotsiz keltirilgan) edi. Endi bu tasdiqlarni qat’iy isbotlash mumkin.

**Eyler grafi:** Bizga yo'naltirilmagan G graf berilgan bo'lsin. Eyler tsikli shunday tsiklki, unda grafning ma'lum bir tugunidan chiqib, barcha qirralardan faqat bir marta o'tib, yana shu tugunga qaytib kelishi kerak.

## 16.5. Graflari haqidagi teoremalar.

**Teorema (Eyler 1752)**. *Tekis va bog‘lamli* $G=(V,U)$ *graf uchun* $m+r=2+n$ *tenglik o‘rinlidir, bu yerda* $m=|V|$, $n=|U|$, $r$ *– yoqlar soni.*

**Isboti.** Teoremani isbotlash uchun matematik induksiya usulini grafdagi qirralar soni $n$ bo‘yicha qo‘llaymiz. Induksiya usulining bazasi sifatida $n=0$ bo‘lgan holni qaraymiz. Bu holda teoremaning tasdig‘iga ko‘ra $m+r=2$ bo‘lishi kerak. Haqiqatdan ham, $G$ tekis va bog‘lamli graf bo‘lgani uchun, u yagona uchdan tashkil topadi va bu uch yagona (cheksiz) yoqda yotadi, ya’ni $m=1$ va $r=1$. Demak, bu holda teoremaning tasdig‘i to‘g‘ridir.

**Teorema**. $K_5$ *graf planar emas.*

**Isboti.** $K_5$ planar graf bo‘lsin deb faraz qilamiz. Planar graf uchun $n\le 3m-6$ tengsizlik o‘rinlidir. $K_5$ graf uchun $m=5$ va $n=10$ bo‘lganligidan bu tengsizlik $10\le 9$ ko‘rinishdagi noto‘g‘ri munosabatga olib keladi. Demak, $K_5$ graf planar emas.

**Teorema**. $K_{3,3}$ *graf planar emas.*

**Isboti.** $K_{3,3}$ planar graf bo‘lsin deb faraz qilamiz. Bugrafda 6ta uch ($m=6$) va 9ta qirra ($n=9$) bo‘lgani uchun, Eyler teoremasiga ko‘ra, unda 5ta (

$r = 2 + n - m = 2 + 9 - 6 = 5$ ) yoq bo‘lishi kerak. $K_{3,3}$ grafning har bir yoqi kamida to‘rtta qirra bilan chegaralanganligi sababli bu graf uchun $4r \le 2n$ tengsizlik o‘rinlidir. Lekin bu tengsizlik $K_{3,3}$ graf uchun $20 \le 18$ ko‘rinishdagi noto‘g‘ri munosabatga olib keladi. Demak, $K_{3,3}$ graf planar emas.

Isbotlash mumkinki, quyidagi tasdiq o‘rinlidir.

**Teorema**. *Agar biror graf* $K_5$ *yoki* $K_{3,3}$ *grafga gomeomorf bo‘lgan qism grafga ega bo‘lsa, u holda bu graf tekislikda yotuvchi bo‘lmaydi*.

1930 yilda K. Kuratovskiy[1] bu tasdiqqa teskari tasdiqni isbot qildi: *agar graf tekislikda yotuvchi bo‘lmasa, u holda u* $K_5$ *yoki* $K_{3,3}$ *grafga gomeomorf bo‘lgan qism grafga ega bo‘ladi.* Umuman olganda, graflarning planarligi haqidagi bu asosiy natija K. Kuratovskiydan oldin 1922 yilda L. S. Pontryagin[2] tomonidan isbotlangan, lekin bu natija o‘sha vaqtda matbuotda e’lon qilinmagan edi.

## 16.6. Gamelton sikli. Gamelton grafi

Grafda Eyler tsikli mavjud bulishi uchun:

a) Graf bog`langan bo'lishi;

b) Grafning barcha tugunlarining lokal darajalari juft bo`lishi kerak;

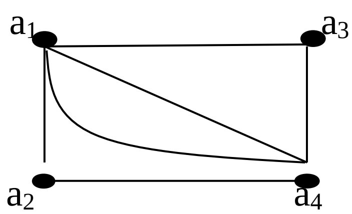
Grafda Eyler zanjiri mavjud bo`lishi uchun:

a) Graf boglangan bo'lishi;

b) Grafning 2 ta tuguni(boshlanish va oxirgi) lokal darajalari tos bo`lib, solgan barcha tugunlarining lokal darajalari juft bo`lishi kerak.

Agar G yo'naltirilmagan grafda Eyler tsikli mavjud bo'lsa, bunday grafga Eyler grafi deyiladi.

Misol.




**Gamilton grafi.** Agar grafda oddiy cikl mavjud bo'lib, bu ciklda grafning barcha tugunlari qatnashsa, bunday tsikl Gamilьton tsikli deyiladi.

Oddiy zanjir Gamilton zanjiri deyiladi, agar bunday grafda tugunlarning hammasi ishtirok etsa. Tugun va qirralar takrorlanmasligi kerak.

Grafda Gamilton tsikli mavjud bo'lsa, bu graf Gamilton grafi deyiladi.

### Nazorat uchun savollar:

1. Insidentlik tushunchasini ta’rifini bering.

---

2. Nol graf nima?
3. Tolerant graf ta’rifini bering.
4. Planar graf nima?
5. Qanday graflar gomeomorf deyiladi?
6. Yig`indi graf deb nimaga aytiladi?
7. Ko`paytma graf deb nimaga aytiladi?
8. Grafning diametri deb nimaga aytiladi?
9. Pontryagin-Kuratovskiy teoremasini ayting.

## TESTLAR

1. Графда Эйлер цикли мавжуд бўлиши учун:
A. Граф богланган бўлиши ва барча тугунларининг локал даражалари жуфт бўлиши керак;
B. Графнинг 2 та тугуни(бошланиш ва охирги) локал даражалари тоқ бўлиб, қолган барча тугунларининг локал даражалари жуфт бўлиши керак.
C. Графнинг барча тугунларининг локал даражалари тоқ бўлиши керак;
D. Граф богланмаган бўлиши керак
2. Graf uchlarining lokal darajasi deb nimaga aytiladi?
A. Berilgan uchga tutashgan qirralari soni
B. Grafdagi uchlarining soni
C. Tuguni bor uchlarining soni
D. Bunday tushuncha yo’q
3. Graflar izomorf bo’lishi uchun zaruriy shartlar to’liq ifodalansin
A. Uchlari va qirralari soni teng bo’lishi kerak
B. Uchlari soni teng bo’lishi kerak
C. Qirralari soni teng bo’lishi kerak
D. Uchlari va qirralari soni teng bo’lib ular orasida biyektiv akslantirish mavjud bo’lishi kerak
4. Ориентирланган граф деб қандай графга айтилади?
E. Хар бир қирраси маълум бир йўналишга эга бўлган графга
A. Граф хар бир учига кирувчи ва чиқувчи қирралари бўлган графга
B. Хар бир учидан бошқа учларига туташтируфчи маршрут бўлган графга
C. Қирралари орасида йўқолган қирралари бўлган графга
5. Qism graf deb nimaga aytiladi?
A. G grafning o’zaro bog’langan qirralari ixtiyoriy ketma-ketlik
B. {A} to’plam graf uchlari V ning qismi bo’lsa G grafning shkala uchi xam A ga tegishli bo’lgan qirralaridan iborat qismi
C. Grafda qism graf bo’lmaydi
D. G grafning qiralaridan istalgan qismi qism graf bo’ladi
6. Qanaqa ko`rinishdagi ko`phad Jegalkin ko`phadi deb ataladi-?
A. $\sum x_{i_1} x_{i_2} ... x_{i_k} + a$ ko‘rinishdagi ko‘phad Jegalkin ko‘phadi deb ataladi
B. $\sum x_{i_1} - x_{i_2} ... - x_{i_k} + a$ ko‘rinishdagi ko‘phad Jegalkin ko‘phadi deb ataladi
C. $\sum x_{i_1} + x_{i_2} ... - x_{i_k} + a$ ko‘rinishdagi ko‘phad Jegalkin ko‘phadi deb ataladi
D. $\sum \sum x_{i_1} x_{i_2} ... x_{i_k} + a$ ko‘rinishdagi ko‘phad Jegalkin ko‘phadi deb ataladi
7. Nomonoton funksiya deb nimaga aytiladi-?
A. Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) > f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.

B. Agar $\alpha \succ \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) > f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.

C. Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) \geq f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.

D. Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1,...,\alpha_n) < f(\beta_1,...,\beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1,...,x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.

8. Superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb nimaga aytiladi?

A. Agar $A$ sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo‘lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo‘lsa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.

B. Agar $A$ sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo‘lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo‘lmasa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.

C. Agar $A$ sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo‘lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo‘lmasa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.

D. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo‘lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinf deb ataladi.

9. Funksional yopiq sinf bu-?

A. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo‘lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinf deb ataladi.

B. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo‘lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional ochiq sinf deb ataladi.

C. mantiq algebrasining bo‘sh sinfdan hamma funksiyalari

D. to‘plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf funksional yopiq sinf deb ataladi.

10. Xususiy funksional yopiq sinf deb nimaga aytiladi?

A. Bo‘sh sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari

B. to‘plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf xususiy funksional yopiq sinf deb ataladi.

C. Bo‘sh bo`lmagan sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari

D. to‘plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf xususiy funksional yopiq sinf deb ataladi.

11. Maksimal funksional yopiq sinf bu-?

A. O‘z-o‘zidan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari sinfidan ($P_2$dan) farq qiluvchi funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.

B. O‘z-o‘zidan va mantiq algebrasining bir funksiyasi sinfidan ($P_2$dan) farq qiluvchi funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.

C. O‘z-o‘zidan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari sinfidan ($P_2$dan) farq qilmaydigan funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.

D. O‘z-o‘zidan va mantiq algebrasining bir funksiyasi sinfidan ($P_2$dan) farq qilmaydigan funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.