

15-MA'RUZA. Graflarning berilish usullari. Qo'shnilik va insidentlik matritsalar. Graflarning izomorfligi (2 soat).

REJA

1. Grafning analitik usulda berilish usullar.
2. Grafning matritsalar ko'rinishida berilishi.
3. Qo'shnilik va insidentlik matritsalar.
4. Qo'shnilik va insidentlik matritsalariga ko'ra grafni yasash.
5. Izomorfizm tushunchasi. Graflarning izomorfligi

Kalit so'zlar: *Grafning analitik usulda berilish usullar, grafning matritsalar ko'rinishida berilishi, qo'shnilik matritsasi, insidentlik matritsasi, grafni yasash, Izomorfizm, graflarning izomorfligi.*

15.1. Grafning analitik usulda berilish usullar.

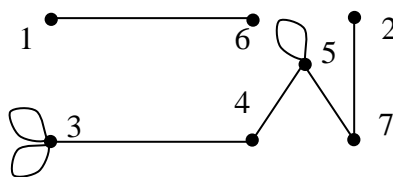
Grafning maxsus turdagi ko'phad yordamida berilishi. Grafni maxsus turdagi ko'phad yordamida ham berish mumkinligini ta'kidlaymiz. Uchlari to'plami $V = \{v_1, v_2, \dots, v_m\}$ bo'lgan G graf berilgan bo'lsin. G grafning yakka uchlari yo'q deb faraz qilamiz,. Bu grafni m ta x_1, x_2, \dots, x_m o'zgaruvchilarga bog'liq

$$f(G) = x_1^{\sigma_1} x_2^{\sigma_2} \dots x_m^{\sigma_m} \prod_{i < j} (x_j - x_i)^{\alpha_{ij}}$$

ko'rinishdagi ko'phad yordamida tasvirlash mumkin, bu yerda ko'paytma $i < j$ shartni qanoatlantiruvchi barcha (i, j) juftlar bo'yicha amalga oshiriladi, x_i o'zgaruvchi $v_i \in V$ uchga mos keladi, α_{ij} — v_i va v_j uchlarni tutashtiruvchi qirralar soni, σ_i — v_i uchdagi sirtmoqlar soni.

$f(G)$ ko'phad G grafga izomorflik aniqligida mos kelishini isbotlash mumkin.

Misol. 11- shaklda tasvirlangan G grafga mos ko'phadni aniqlaymiz. Berilgan oriyentirlanmagan grafda yettita uch va sakkizta qirra bor. Uning har bir uchiga bitta x_i ($i = 1, 2, \dots, 7$) o'zgaruvchini mos qilib qo'yamiz. G grafda karrali qirralari yo'q, uning uchta qirradi sirtmoq-lardan iborat bo'lib, ulardan ikkitasi 3 uchga, biri esa 5 uchga insidentdir. Shuning uchun $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_4 = \sigma_6 = \sigma_7 = 0$, $\sigma_3 = 2$, $\sigma_5 = 1$; $\alpha_{16} = \alpha_{27} = \alpha_{34} = \alpha_{45} = \alpha_{57} = 1$, qolgan barcha $\alpha_{ij} = 0$ bo'ladi. Berilgan G grafga mos ko'phad



11- shakl

$$f(G) = x_3^2 x_5 (x_6 - x_1)(x_7 - x_2)(x_4 - x_3)(x_5 - x_4)(x_7 - x_5)$$

ko'rinishga ega bo'ladi.

Misol. $f(G) = x_2(x_2 - x_1)(x_3 - x_1)^2(x_3 - x_2)(x_4 - x_3)$ ko'phadga mos keluvchi grafning geometrik tasvirini topamiz. Bu ko'phadning tarkibiga ko'ra unga mos keluvchi oriyentirlanmagan grafda 4ta uch va 6ta qirra bo'lib, bu qirralardan ikkitasi karrali ($\alpha_{13} = 2$) va bittasi sirtmoq ($\sigma_2 = 1$) ekanligini ta'kidlaymiz.

15.2. Grafning matritsalar ko'rinishida berilishi.

Qo'shnilik matritsalar. Endi grafning boshqa bir berilish usuli negizida yotuvchi **graf uchlari qo'shniligi matritsasi** tushunchasini qarab chiqamiz.

$G = (V, U)$ – uchlari soni m ga teng bo'lgan belgilangan, sirtmoqsiz va karrali qirralarsiz graf bo'lsin.

Elementlari

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } i \text{ va } j \text{ uchlar qo'shni bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda.} \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan $A = (a_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, m$) matritsani grafning uchlari qo'shniligi matritsasi deb ataymiz.

Bu ta'rifdan sirtmoqsiz va karrali qirralari bo'lmagan graf uchlari qo'shniligi matritsasining bosh diagonalida faqat nollar bo'lishi, satrlaridagi birlar soni esa mos uchlarning darajalariga tengligi kelib chiqadi.

Uchlari soni m ga teng bo'lgan belgilangan **oriyentirlangan** $G = (V, U)$ **grafning uchlari qo'shniligi** $m \times m$ **-matritsasi** deb elementlari

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } (i, j) \in U \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda,} \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan $A = (a_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, m$) matritsaga aytiladi.

Endi G uchlari $1, 2, \dots, m$ bo'lgan belgilangan oriyentirlanmagan multigraf bo'lsin. a_{ij} elementlari G grafning i va j uchlarini tutashtiruvchi qirralar soniga teng bo'lgan $A = (a_{ij})$ ($i, j = 1, 2, \dots, m$) matritsa **oriyentirlanmagan multigrafning uchlari qo'shniligi matritsasi** deb ataladi.

Misol. 1- shaklda tasvirlangan oriyentirlanmagan multigraf uchlari qo'shniligi matritsasi quyidagicha bo'ladi:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Karrali yoylari bo'lgan **sirtmoqsiz orgraf uchlari qo'shniligi matritsasi** tushunchasini ham yuqoridagiga o'xshash ta'riflash mumkin.

Teorema. *Graflar faqat va faqat uchlari qo'shniligi matritsalarini bir-birlaridan satrlarining o'rinlarini va ustunlarining o'rinlarini mos almashtirishlar yordamida hosil bo'lsagina izomorf bo'lishadi.*

Isboti. Abstrakt grafga, uning uchlarini belgilashga (raqamlashga) bog'liq ravishda, turlicha qo'shnilik matritsalarini mos kelishi tabiiydir. Bu matritsalarini

solishtirish maqsadida har birining m ta uchlari bo'lgan ixtiyoriy ikkita belgilangan, o'zaro izomorf G va H graflarni qaraymiz. G va H graflar uchlariga mos qo'yilgan belgilar turlicha va ulardan biri boshqasidan uchlarning qo'shniligini saqlovchi qandaydir f qoidani qo'llab hosil qilingan bo'lsin, ya'ni H grafdagi $f(u_i)$ va $f(u_j)$ uchlari faqat va faqat G grafning u_i va u_j uchlari qo'shni bo'lsagina qo'shni bo'lsin. G grafning uchlari qo'shniligi matritsasini $A = (a_{ij})$ ($i, j = 1, 2, \dots, m$) bilan H grafning uchlari qo'shniligi matritsasini esa $B = (b_{ij})$ ($i, j = 1, 2, \dots, m$) bilan belgilasak, $b_{f(i)f(j)} = a_{ij}$ o'rinli bo'ladi.

Shunday qilib, manfiymas butun sonlardan tashkil topgan va graf uchun uchlari qo'shniligi matritsasi bo'lgan kvadrat matritsa bilan graf orasida bir qiymatli moslik (izomorflik aniqligida) bor degan xulosa va, bundan, graflar nazariyasi bo'yicha izlanishlar maxsus shartlarni qanoatlantiruvchi matritsalarini tadqiq qilishga keltirilishi mumkinligi kelib chiqadi.

u_1, u_2, \dots, u_n ($n \geq 1$) qirralarga ega yakkalangan uchlari, sirtmoq va karrali qirralari bo'lmagan graf uchun elementlari

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } u_i \text{ va } u_j \text{ qirralar umumiy uchga ega bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } u_i = u_j \text{ bo'lsa yoki ularning umumiy uchi bo'lmasa,} \end{cases}$$

quyidagicha aniqlangan $C = (c_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, n$) $n \times n$ -matritsagrafning qirralari qo'shniligimatritsasideb ataladi.

Misol.12- shaklda tasvirlangan grafda 5ta qirra bo'lib, uning qirralari qo'shniligi

$$\text{matritsasi } C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \text{ ko'rinishga egadir.}$$

Ravshanki, sirtmoqsiz va karrali qirralarsiz graf qirralari qo'shniligi matritsasi bosh diagonalga nisbatan simmetrik kvadrat matritsadir va uning bosh diagonal nollardan iborat.

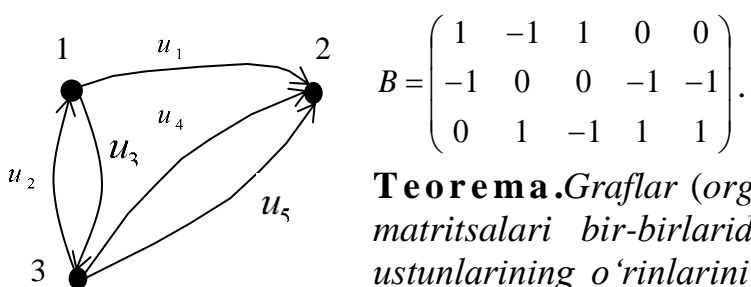
Insidentlik matritsalar. Uchlari $1, 2, \dots, m$ va qirralari u_1, u_2, \dots, u_n ($n \geq 1$) bo'lgan belgilangan graf berilgan bo'lsin. Bu grafning uchlariga satrlari, qirralariga esa ustunlari mos keluvchi va elementlari

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } i \text{ uch } u_j \text{ qirraga insident bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } i \text{ uch } u_j \text{ qirraga intsidient bo'lmasa,} \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan $B = (b_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$) matritsagrafning **insidentlik matritsasi** deb ataladi.

ko'rinishda aniqlangan $B = (b_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$) matritsaga grafning **insidentlik matritsasi** deb ataladi.

Misol. 13- shaklda tasvirlangan grafning insidentlik matritsasi quyidagicha bo'ladi:



$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Teorema. Graflar (orgraflar) faqat va faqat insidentlik matritsalarini bir-birlaridan satrlarining o'rinlarini va ustunlarining o'rinlarini mos almashtirishlar yordamida hosil bo'lsagina izomorf bo'lishadi.

15.3. Qo'shnilik va insidentlik matritsalarini.

Qo'shnilik matritsalarini. Endi grafning boshqa bir berilish usuli negizida yotuvchi graf uchlari qo'shniligi matritsasi tushunchasini qarab chiqamiz.

$G = (V, U)$ — uchlari soni m ga teng bo'lgan belgilangan, sirtmoqsiz va karrali qirralarsiz graf bo'lsin.

Elementlari

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } i \text{ va } j \text{ uchlari qo'shni bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda.} \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan $A = (a_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, m$) matritsani grafning uchlari qo'shniligi matritsasi deb ataymiz.

Bu ta'rifdan sirtmoqsiz va karrali qirralari bo'lmagan graf uchlari qo'shniligi matritsasining bosh diagonalida faqat nollar bo'lishi, satrlaridagi birlar soni esa mos uchlarning darajalariga tengligi kelib chiqadi.

Uchlari soni m ga teng bo'lgan belgilangan **oriyentirlangan** $G = (V, U)$ **grafning uchlari qo'shniligi** $m \times m$ -matritsasi deb elementlari

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } (i, j) \in U \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda,} \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan $A = (a_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, m$) matritsaga aytiladi.

Endi G uchlari $1, 2, \dots, m$ bo'lgan belgilangan oriyentirlanmagan multigraf bo'lsin. a_{ij} elementlari G grafning i va j uchlari tutashtiruvchi qirralar soniga teng bo'lgan

$A = (a_{ij})$ ($i, j = 1, 2, \dots, m$) matritsa **oriyentirlanmagan multigrafning uchlari qo'shniligi matritsasi** deb ataladi.

Misol. 1- shaklda tasvirlangan oriyentirlanmagan multigraf uchlari qo'shniligi matritsasi quyidagicha bo'ladi:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Bizga G yo'naltirilmagan, chekli graf berilgan bo'lsin. Aytaylik, (v_1, \dots, v_n) , G grafning uchlari bo'lsin. U holda insidentlik matritsasi $\|A_{ij}\|$ ($i = 1, \dots, m$, $j = 1, \dots, n$)

deb m ta qator va n ta ustundan iborat quyidagi ko`rinishda hosil qilingan matritsaga aytiladi:

a) A_{ij} matritsaning satrlariga G ning uchlari, ustunlariga G ning qirralari mos qo`yiladi;

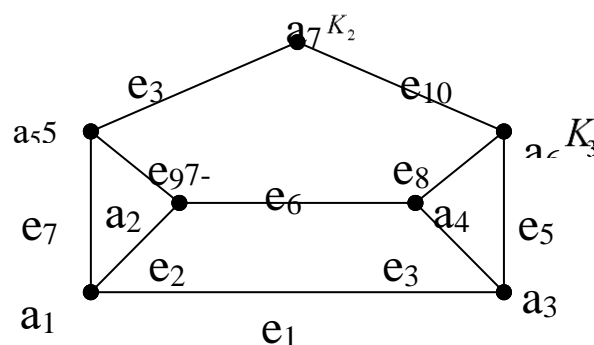
b) U holda

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } e_i \text{ qirra } a_j \text{ uchga insident bo`lsa,} \\ 0, & \text{aks holda.} \end{cases}$$

qoidadan foydalanib, insidentlik matritsasini hosil qilamiz.

Misol 1.

$$\begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 & e_8 & e_9 & e_{10} \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



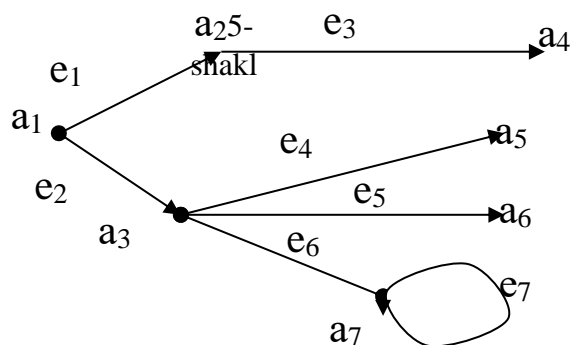
Agar G yo`naltirilgan graf bo`lsa, u holda

$$A_{ij} = \begin{cases} -1, & \text{agar } a_j \text{-uch } a_i \text{-qirraning boshlanishi bo`lsa,} \\ 1, & \text{agar } a_j \text{-uch } a_i \text{-qirraning oxiri bo`lsa,} \\ 0, & \text{agar } a_j \text{-uch } a_i \text{-qirraga insident bo`lmasa,} \\ 2, & \text{agar } a_j \text{-uch } a_i \text{-qirraga insident bo`lsa.} \end{cases}$$

qoidadan foydalanib insidentlik matritsasini hosil qilamiz.

Misol 2.

$$\begin{matrix} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 & e_7 \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



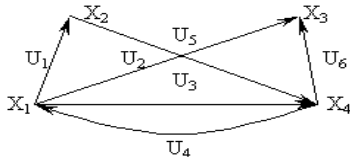
Oriyentirlangan graf uchun insidentlik matritsasi deb har bir elementi a_{ij} quyidagicha aniqlangan $[n * m]$ tartibli to`g`ri burchakli matritsaga aytiladi, bu erda n – uchlar to`plamining quvvati, m – qirralar to`plamining quvvati

agar x_i u_i uchning boshi bo`lsa,

agar x_i u_i uchning oxiri bo`lsa,

$$\alpha_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } x_i \text{ } u_i \text{ qirraga incident bo`lmasa.} \\ -1, \\ 0, \end{cases}$$

Misol 3. Rasmda tasvirlangan graf uchun insidentlik matritsasini yozamiz:



Buning uchun qirralarni u_1, u_2, \dots, u_6 bilan belgilab chiqamiz. Insidentlik matritsasining ko`rinishi quyidagicha bo`ladi.

$$\begin{matrix} & u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

15.4.Qo'shmalik va insidentlik matritsalariga ko'ra grafni yasash.

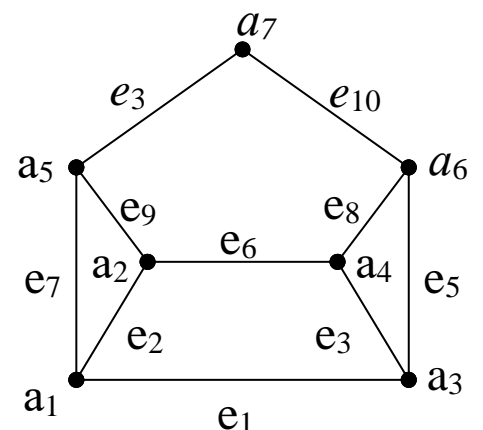
Faraz qilaylik, G graf yo`naltirilmagan bo`lsin. Grafning qo'shnilik matritsasi A_{ij} ning ustunlariga ham qatorlariga ham grafning uchlarini mos qo`yamiz. U holda

$$A_{ij} = \begin{cases} k, & \text{agar } a_i \text{ va } a_j \text{ uchlarini } k \text{ ta qirra birlashtirsa,} \\ 0, & \text{agar } a_i \text{ va } a_j \text{ uchlarini birlashtiruvchi qirra mavjud bo`lmasa.} \end{cases}$$

qoidadan foydalanib qo'shnilik matritsasini hosil qilamiz.

Misol. Rasmda keltirilgan yo`naltirilmagan graf uchun qo'shnilik matritsasi quyidagicha bo`ladi.

$$\begin{matrix} & a_1 & a_2 & a_3 & a_4 & a_5 & a_6 & a_7 \\ \begin{matrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \\ a_6 \\ a_7 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$



G yo'naltirilgan graf bo'lsin. U holda qo'shnilik matritsasi A_{ij} ning ustunlariga ham satrlariga ham grafning uchlarini mos qo'yamiz. U holda quyidagi qoidadan foydalanib qo'shnilik matritsasini hosil qilamiz.

$$A_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } a_i \text{ uch } a_j \text{ uchning boshlanishi bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } a_i \text{ uch } a_j \text{ uchga qo'shni bo'lmasa va } a_i \text{ uch } a_j \text{ uchning oxiri bo'lsa.} \end{cases}$$

Qo'shnilik matritsasining diagonalida turgan birlar grafning ilmoqlariga mos keladi.

Izolyatsiyalangan uchga nollardan tashkil topgan satr va ustun mos keladi.

Qo'shnilik matritsasiidagi birlar soni grafidagi qirralar soniga teng.
iborat.

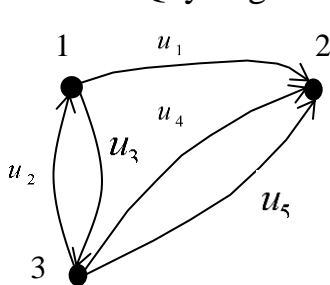
Insidentlik matritsalar. Uchlari $1, 2, \dots, m$ va qirralari u_1, u_2, \dots, u_n ($n \geq 1$) bo'lgan belgilangan graf berilgan bo'lsin. Bu grafning uchlariga satrlari, qirralariga esa ustunlari mos keluvchi va elementlari

$$b_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } i \text{ uch } u_j \text{ qirraga insident bo'lsa,} \\ 0, & \text{agar } i \text{ uch } u_j \text{ qirraga intsident bo'lmasa,} \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan $B = (b_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$) matritsagrafning **insidentlik matritsasi** deb ataladi.

ko'rinishda aniqlangan $B = (b_{ij})$ ($i = 1, 2, \dots, m$, $j = 1, 2, \dots, n$) matritsaga grafning **insidentlik matritsasi** deb ataladi.

Misol. Quyidagi tasvirlangan grafning insidentlik matritsasi quyidagicha bo'ladi:



$$B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Teorema. Graflar (oragraflar) faqat va faqat insidentlik matritsalarini bir-birlaridan satrlarining o'rinlarini va ustunlarining o'rinlarini mos almashtirishlar yordamida hosil bo'lsagina izomorf bo'lishadi.

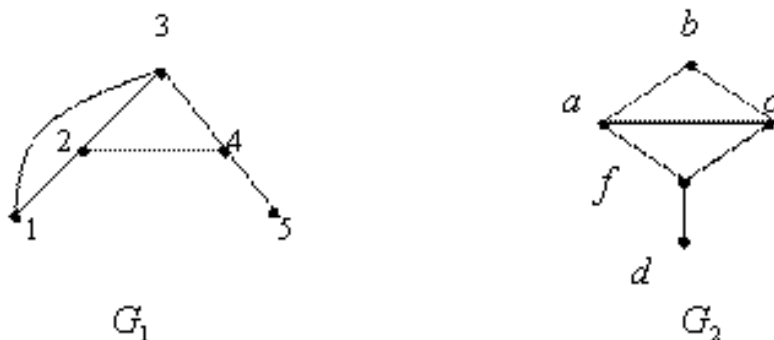
15.5. Izomorfizm tushunchasi. Graflarning izomorfligi

Agar $G = (V, U)$ va $G' = (V', U')$ graflarning uchlarini to'plamlari, ya'ni V va V' to'plamlar orasida uchlarining qo'shnilik munosabatini saqlaydigan o'zaro bir qiymatli moslik o'rnatish mumkin bo'lsa, u holda G va G' graflar **izomorf graflar** deb ataladi. Bu ta'rifni quyidagicha ham ifodalash mumkin: agar $\forall x, y \in V$ va ularga mos bo'lgan $x', y' \in V'$ ($x \leftrightarrow y$, $x' \leftrightarrow y'$) uchun $xy \leftrightarrow x'y'$ ($xy \in U$, $x'y' \in U'$) bo'lsa, u holda G va G' graflar izomorfdir. Agar izomorf graflardan biri oriyentirlangan bo'lsa, u holda ikkinchisi ham, albatta, oriyentirlangan bo'lishi va ulardagi mos yoylarning yo'nalishlari ham bir-birlariga mos bo'lishlari shart.

Graf uchiga incident qirralar soni shu **uchning lokal darajasi**, yoki, qisqacha, **darajasi**, yoki **valentligi** deb ataladi. Grafdagi uchning darajasini bilan belgilaymiz.

Ta'rif 2. Agar graflarning uchlari to'plami orasida qo'shnilik munosabatini saqlovchi biyeksiya mavjud bo'lsa, bu ikkita **graf izomorf** deyiladi. G graf H grafga izomorf bo'lsa, $G \cong H$ kabi belgilanadi.

Misol 2:



$\varphi: V(G_1) \rightarrow V(G_2)$ qo'shnilik munosabatini saqlovchi biyeksiya $\varphi(1) = b, \varphi(2) = a, \varphi(3) = c, \varphi(4) = f, \varphi(5) = d$ mavjud bo'lgani uchun $G_1 \cong G_2$ bo'ladi.

Nazorat uchun savollar:

1. Incidentlik tushunchasini ta'rifini bering.
2. Nol graf nima?
3. Tolerant graf ta'rifini bering.
4. Planar graf nima?
5. Qanday graflar homeomorf deyiladi?
6. Yig'indi graf deb nimaga aytiladi?
7. Ko'paytma graf deb nimaga aytiladi?
8. Grafning diametri deb nimaga aytiladi?
9. Pontryagin-Kuratovskiy teoremasini ayting.