8-AMALIY MASHG’ULOT. Bul algebrasi. Ikkilik mantiqiy amallar. Kon’yunksiya, diz’yunksiya, inkor, implikatsiya, ekvivalentlik amallari.

Reja:

1. Bul algebrasi. Ikkilik mantiqiy amallarga oid asosiy tushunchalar.
2. Mustaqil bajarish uchun masala va topshiriqlar
   2.1. Ikkilik mantiqiy amallarga oid misollar.

1. Bul algebrasi. Ikkilik mantiqiy amallarga oid asosiy tushunchalar.

Matematik mantiq diskret matemetikaning asosiy bo`limi bo`lib, bu bo`lim mulohazalar algebrasi bilan boshlanadi. Matematik mantiq hamda to`plamlar nazariyasi birgalikda hozirgi zamonaviy matematikaning fundamenti hisoblanadi.

Amaliy nuqtai nazardan qaraydigan bo`lsak, matematik mantiq ma`lumotlar bazasini qurishda, elektrotexnika, informatika va hisoblash texnikasi va umuman barcha raqamli qurilmalarda dasturlash tili uchun asos bo`lib hizmat qiladi. Shuning uchun ham tahliliy mulohaza yuritishga qiziquvchi har bir kishi matematik mantiq bo`limini o`rganishi kerak bo’ladi.

Insoniyat tomonidan to’plangan matematik bilimlarni jamlashda greklarning hissasi nihoyatda salmoqli bo`lgan, shuningdek, ular mantiq, ya`ni to`g`ri mulohaza yuritish san`ati bilan ham shug’ullanishgan.

Er. av. 389 yilda **Platon (er.av. 427-347 yy)** asos solgan falsafiy maktabda matematikaning ilk nazariy asoslari qurildi. Platon mantiqiy teoremalarni isbotlashning quyidagi 3 ta metodini ishlab chiqdi:

1) analitik metod;
2) sintetik metod;
3) apagogik metod.

Analitik metod – har biri o’zidan oldingisining bevosita natijasi bo’lgan gaplar zanjirini hosil qilishdan iborat. Bu zanjirning birinchi elementini isbotlash kerak bo’lgan mulohaza, oxirgi elementini esa isbotlangan haqiqat tashkil qiladi.

Sintetik metod – analitik metodning aksibo’lib, unda birinchi element isbotlangan haqiqat va har bitta mulohaza o’zidan keyingisining natijasi bo’ladi.

Apagogik metod – teskarisini faraz qilish yo’li bilan isbotlash metodi bo’lib, unda zanjirning birinchi elementi isbotlash kerak bo’lgan mulohazani inkor qilish bo’ladi, oxirida esa ziddiyatga olib kelinadi.

Platonning shogirdlaridan **Aristotel Stagirit (er.av. 384 -322 yy)** alohida ajralib turadi. Aristotelni mantiq ilmining asoschisi desak, yanglishmaymiz, chunki u o’zigacha bo’lgan barcha mantiqiy bilimlarni jamladi va mantiqiy qonuniyatlar sistemasini yaratdi. Bu qonunlardan tabiatni tadqiq qilishda mulohazalar quroli sifatida foydalandi. Aristotelning olamni o’rganishdagi bilimlari yagona bo’lib, **naturfalsafa** deb nom olgan.

Qadimgi greklar matematikani ikkiga ajratib o’rganishgan:

1) mantiqni hisoblash san`ati deb,
2) arifmetikani sonlar nazariyasi deb nomlashgan.

Ushbu bobda mulohazalar va ular ustida amallar, mantiqiy bog‘liqliklar, Bul (mantiqiy) formulalari, mantiq qonunlari, mantiq funksiyalari, mantiq funksiyalari uchun rostlik jadvalini tuzish va aksincha, rostlik jadvali berilgan bo’lsa, mantiq funksiyasi ko‘rinishini tiklash, mukammal diz’yunktiv va kon’yunktiv normal shakllar, rele - kontakt sxemalari, rele - kontakt sxemalarida analiz, sintez, minimallashtirish masalalari, Karno kartalari, Veych diagrammalari, yechimlar daraxti haqida so’z yuritiladi.

Shuningdek, elementlari 0 va 1 dan tashkil topgan to`plamlar ustida ish ko`riladi. Bu elementlar son sifatida emas, balki mantiqiy “ha”, “yo`q” ma`nolarida ishlatiladi.

Sodda va murakkab mulohazalar.

Ta’rif 1. Rost yoki yolg‘onligi aniq bo‘lgan darak gap **mulohaza** deyiladi.

So`roq va undov gaplar mulohaza hisoblanmaydi, ya`ni: “Bugun kinoga kiramizmi?” yoki “Kitobga tegma!”

Mulohazalar lotin alifbosining bosh harflari bilan belgilanadi: A, B, C, ….

Agar mulohaza rost bo`lsa A=1, yolg‘on bo`lsa A=0 deb belgilaymiz, ba`zi adabiyotlarda, shuningdek, “Informatika va hisoblash texnikasi” fanining **“ALGOL”, “BOOLEAN”, “C++”** dasturlash tillarida rost mulohazaga “T”, ya`ni “true” so´zining, yolg`on mulohazaga “F”, ya`ni “false” so`zining bosh harflari ishlatiladi.

8.1. Misol . 1. A=”Ikki ko`paytiruv olti 14 ga teng”=0
2. B=”Ikki qo`shuv ikki 4 ga teng”=1
3. C=”Qor oq”=1
4. Д="Bugun dushanba bo`lsa, u holda ertaga seshanba bo`ladi”=1
5. Z=”agar 1+1=3 bo`lsa, u holda jumadan keyin yakshanba keladi”=?

5-mulohazaning rost yoki yolg`onligi haqida hozircha bir nima deyish qiyin, biroq mantiqiy amallarni kiritganimizdan keyin bu savolga osongina javob topasiz.

Shunday fikrlar borki, ular tuzilishi bo`yicha mulohazaga o`xshaydi, lekin mulohaza emas. Masalan, ikki varaq qog`oz olamiz-da, ularni 1- va 2- deb raqamlaymiz. Birinchi qog`ozga “Ikkinchi varaqda yolg`on yozilgan” deb, ikkinchi qog`ozga esa “Birinchi varaqda rost yozilgan” degan mulohazani yozamiz. Bir qaraganda sodda mulohazaga o`xshaydi, biroq …! Savol beramiz, bu mulohazalar rostmi yoki yolg`onmi? Bu fikrlar ziddiyatga olib keladi, ya`ni ularni rost yoki yolg`onligi haqida aniq gapirib bo`lmaydi. Bunday mulohazalar matematikada **mantiqiy paradoks** deyiladi.

Demak, ko`rinishidan mulohazaga o`xshagan har qanday gap ham mulohaza bo`lavermaydi.

Mulohazalar sodda yoki murakkab bo‘lishi mumkin.

8.2-Ta’rif . Agar A mulohazaning o‘zi bir tasdiq bo‘lib, ma’nosi bo’yicha u bilan ustma - ust tushmaydigan bir qismini ajratib ko‘rsatish mumkin bo‘lmasa, u holda A mulohazaga **sodda mulohaza** deyiladi.

8.2-Misol. A: ”0 soni 1 sonidan kichik”

B: “Bugun havo iliq”.

8.3-Ta’rif . Sodda mulohazalardan mantiqiy bog`lovchilar yoki mantiqiy amallar yordamida hosil qilingan mulohazaga **murakkab mulohaza** deyiladi.

8.3-Misol. C: “7 tub son va 6 toq son”

D: “Oy Yer atrofida aylanadi yoki O`zbekiston Yevropada joylashgan”

Mulohaza ikkita qiymatdan birini “rost”, ya`ni “1” yoki “yolg‘on”, ya`ni “0” ni qabul qiladi. Bu qiymatlarga mulohazaning **rostlik qiymatlari** deyiladi.

8.4-Ta’rif. Mulohazaning rostlik qiymatlaridan tuzilgan jadvalga **rostlik jadvali** deyiladi.

Asosiy mantiqiy bog‘liqliklar.

Sodda mulohazalardan murakkab mulohazalarni hosil qilish uchun mulohazalar ustida bajarilishi mumkin bo`lgan mantiqiy amal(bog’liqlik)larning belgilaridan foydalaniladi.

Mulohazalar ustida quyidagi asosiy 5 ta mantiqiy amal bajariladi: **i**nkor qilish amali, kon’yunktsiya amali, diz’yunktsiya amali, implikatsiya amali va ekvivalentlik amali.

Mulohazalar ustida maxsus amallar bajariladi va buning natijasida yana mulohazalar xosil buladi. Bu amallarga logik (mantiqiy) amallar deb nom berilgan. Bu amallar quyidagilardir

1. Inkor qilish amali. x mulohazaning inkori deb atalgan $\bar{x}$ mulohaza shu bilan harakterlanadiki x mulohaza 1 (chin) qiymatni qabul qilganda, mulohaza $\bar{x}$ 0 (yolg‘on) qiymatni qabul qiladi va aksincha x ning qiymati 0 bo’lganda $\bar{x}$ ning qiymati 1 bo’ladi, inkor amali $\bar{x}$ belgilanganda bu tarif quyidagi jadval ko’rinishida bo’ladi.

x	$\bar{x}$
1 0	0 1

x mulohazani «emas» so’zi vositasi bilan inkor qilish natijasida hosil bo’lgan mulohaza xuddi *x* ning $\bar{x}$ inkoriga mos keladi.

Masalan: *x* – Toshkent O‘zbekistonning poytaxti. – chin. $\bar{x}$ - Toshkent O‘zbekistonning poytaxti emas - yolg‘on

yoki y=sinα - uzluksiz funksiya emas – yolg‘on. $\bar{y}$ =sinα -uzluksiz funksiya – chin.

2. Konyunksiya amali (k.a**).** x va y o‘zgaruvchi mulohazalar ustida bajariladigan k.a (^), (·) yoki (&) ko‘rinishda va bu amal natijasida xosil bo‘ladigan mulohazani $x \wedge y$ yoki $x \bullet y$ yoki *x&y* yoki *x&y=min(x,y)* ko‘rinshda belgilaymiz.

8.5-Ta’rif. Ikkala *x* va *y* mulohaza chin bo‘lsagina ularning kon’yunksiyasi $x \wedge y$ mulohaza qiymati chin, *x* va *y* ning kamida bitasi yolg‘on bo‘lsa $x \wedge y$ mulohaza yolg‘ondir.

Konyunksiya amali «va» bog‘lovchisiga mos keladi. Bu tarif jadval ko’rinishida quyidagicha bo’ladi.

x	*y*	$x \wedge y$
1	1	1
0	1	0
1	0	0
0	0	0

3. Dizyunksiya amali. *x* va *y* o‘zgaruvchi mulohazalar ustida bajariladigan diz’yunksiya amali v ko‘rinishda va bu amal natijasida hosil bo‘ladigan mulohazani *xvy* yoki *xvy=max(x,y)* ko‘rinishda belgilanadi.

8.6-Ta’rif. Ikkala *x* va *y* mulohaza xam yolg‘on bo‘lgandagina ularning dizyunksiyasi *xvy* mulohaza qiymati yolg‘on, *x* va *y* ning kamida bittasi chin bo‘lsa *xvy* chindir.

Dizyunksiya amali «yoki» bog‘lovchisiga mos keladi. Bu tarif jadval ko’rinishida quyidagicha bo’ladi.

x	*y*	*xvy*
1	1	1
0	1	1
1	0	1

0	0	0

4. Implikatsiya amali. *x* mulohaza *y* mulohazani implikatsiyalaydi degan amal kiritilib, bu amal $\rightarrow$ ko‘rinishda belgilanadi. Bu amal natijasida hosil bo‘lgan mulohaza $x \rightarrow y$ shaklda yoziladi.

8.7-Ta’rif. Faqat *x* chin va *y* yolg‘on bo‘lgandagina $(x \rightarrow y)$ implikatsiya yolg‘on bo‘lib, boshqa hamma hollarda $(x \rightarrow y)$ chindir.

$x \rightarrow y$ implikatsiya ushbu mazmundagi mulohazalarga: *x* bajarilsa y bajariladi, *x* dan *y* hosil bo‘ladi, *x* dan *y* kelib chiqadi, *x* bajarilgani uchun y bajariladi va x.k.larga mos keladi.

x	y	$x \rightarrow y$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

Bunday muloxazalar shartli mulohazalar deyiladi.

Matematikada $x \rightarrow y$ implikatsiya zaruriy shartni ifodalovchi, yani *u* bajarilishi uchun *x* bajarilishi zarur degan teoremaga mos keladi. Matematikada yana yetarli shartni ifodalavchi, yani u bajarilishi uchun *x* bajarilishi yetarli degan teorema xam implikatsiyaga mos keladi.

5. Ekvivalensiya amali. ***x*** va *u* mulohazalar ustida bajariladigan ekvivalensiya amali $\leftrightarrow$ belgi va buning natijasida hosil bo‘ladigan murakab mulohaza $x \leftrightarrow u$ shaklda yoziladi.

8.8-Ta’rif. *x* va *u* mulohozalar bir xil qiymatga ega bo‘lgandagina $x \leftrightarrow u$ mulohaza chin bo‘lib, boshqa hollarda $x \leftrightarrow u$ yolg‘ondir.

Ekvivalentlik $\longleftrightarrow$ yoki ~ deb belgilanadi, $x \leftrightarrow u$ ekvivalensiya *x* bo‘lsa *u* bo‘ladi va *u* bo‘lsa *x* bo‘ladi yoki *x* dan *u* kelib chiqadi va *u* dan x kelib chiqadi degan mulohazaga mos keladi, ya’ni $x \leftrightarrow u = (x \rightarrow y) \wedge (u \rightarrow x)$ ko‘rinishda ifodalash mumkin.

6. Ikki modul bo‘yicha qo‘shish. ***x*** va *u* mulohazalar ustida bajariladigan ikki modul bo‘yicha qo‘shish amali $\oplus$ bilan va buning natijasida hosil bo‘lgan murakkab mulohaza esa $x \oplus u$ shaklda ifodalanadi.

8.9-Ta’rif. *x* va *u* mulohozalar bir xil qiymatga ega bo‘lgandagina $x \oplus u$ murakab mulohaza yolg’on bo‘lib, boshqa hollarda $x \oplus u$ chindir.

x	*u*	$x \oplus u$

1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

7. Pirs strelkasi amali. *x* va *u* mulohazalar ustida bajariladigan Pirs strelkasi amali $\downarrow$ bilan va uning natijasida hosil bo‘lgan mulohaza esa $x \downarrow u$ shaklda ifodalanadi.

8.10-Ta’rif. *x* va *u* mulohazalarning ikkalasi xam yolg’on qiymatga ega bo‘lgandagina $x \downarrow u$ murakab mulohaza chin bo‘lib, qolgan boshqa hollarda $x \downarrow u$ yolg’ondir.

x	u	$x \downarrow u$	$\overline{x \vee y}$
1	1	0	0
1	0	0	0
0	1	0	0
0	0	1	1

Albatta mulohazalar to‘plamida aniqlanishi mumkin bo‘lgan binar amallar yuqorida keltirilgan yetti amal bilan chegaralanmaydi.

8.4-Misol: A =- $(\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge \bar{z} \rightarrow \overline{x \wedge y \vee \bar{z}}$ formulani matematik almashtiring va soddalashtiring.

$$A = (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge \bar{z} \rightarrow \overline{x \wedge y \vee \bar{z}} = [\,x \rightarrow u = \bar{x} \vee u\,] = \overline{(\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge \bar{z}} \vee \overline{x \wedge y \vee \bar{z}} = [$$

$$\overline{x \vee y} = \bar{x} \wedge \bar{y}\,;\ \overline{x \wedge y} = \bar{x} \vee \bar{y}\,] = \overline{(\bar{x} \vee \bar{y})} \vee \bar{z} \vee (\overline{x \vee y} \wedge \bar{\bar{z}}) =$$

[Yana shunga asosan]=

$$(\bar{\bar{x}} \wedge \bar{\bar{y}}) \vee \bar{z} \vee (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge \bar{\bar{z}} = [\bar{\bar{x}} = x] = (x \wedge y) \vee \bar{z} \vee (\bar{x} \vee \bar{y}) \wedge z = (x \wedge y) \vee (\bar{z} \vee \bar{x} \vee \bar{y}) \wedge (\bar{z} \vee z)$$

$$\equiv \begin{bmatrix} x \vee y \equiv y \vee x \\ x \vee \bar{x} \equiv 1 \end{bmatrix} = (x \wedge y) \vee (\bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z}) \wedge 1 = \begin{bmatrix} x \vee 1 = 1 \\ x \vee 0 = x \\ x \wedge 1 = x \end{bmatrix}$$

$$(x \wedge y) \vee \bar{x} \vee \bar{y} \vee \bar{z} = [x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z)] = (x \vee \bar{x}) \wedge (y \vee \bar{x}) \vee \bar{y} \vee \bar{z} =$$

$$[x \vee \bar{x} = 1] = 1 \wedge (y \vee \bar{x}) \vee \bar{y} \vee \bar{z} \equiv$$

$$\begin{bmatrix} x \vee y = y \vee x \\ x \wedge 1 = x \end{bmatrix} = \bar{x} \vee y \vee \bar{y} \vee \bar{z} = [x \vee \bar{x} = 1] = \bar{x} \vee 1 \vee \bar{z} = 1$$

Demak A formula aynan chin formula ekan.

$x\,y\,z$	$\overline{x}$	$\overline{z}$	$\overline{x} \vee 1$	$\overline{x} \vee 1 \vee \overline{z}$
000	1	1	1	1
001	1	0	1	1
010	1	1	1	1
011	1	0	1	1
100	0	1	1	1
101	0	0	1	1
110	0	1	1	1
111	0	0	1	1

8.11-Ta'rif 1. To'g'ri tuzilgan murakkab mulohazaga **formula** deyiladi. Formulalar grek harflari bilan belgilanadi: α, β, γ, δ, ….

Agar A_1, A_2, …, A_n mulohazalar α formulada qatnashadigan barcha mulohazalar bo'lsa, $\alpha = \alpha(A_1, A_2, \dots, A_n)$ kabi belgilanadi.

8.5-Misol. a) $\alpha(A) = \neg A$;

b) $\beta(A, B, C) = A \& B \to C$;

c) $\gamma(A, B) = A \& B \vee \neg A \& \neg B$)

bunda A, B, C, … sodda mulohazalar **argument** yoki **mantiqiy o'zgaruvchilar**, α, β, γ, … formulalar esa **funktsiya** deb ham yuritiladi.

Formulaning to'g'ri tuzilgan bo'lishida qavslarning o'rni juda muhim. Mantiqda ham xuddi algebra va arifmetikadagi singari qavslar amallar tartibini belgilab beradi.

Formulalarda qavslarni kamaytirish maqsadida amallarning bajarilish tartibi quyidagicha kelishib olingan. Agar formulada qavslar bo`lmasa,

birinchi inkor amali - ¬,

ikkinchi kon`yunktsiya - &,

uchinchi bo'lib diz`yunktsiya - ∨,

undan so'ng implikatsiya - → va

oxirida ekvivalentlik - ~ amali bajariladi.

Agar mulohazada bir xil amal qatnashgan bo`lsa, u holda ularni tartibi bilan ketma-ket bajariladi: $A \to B \to C \to D = \left(\left(\left(A \to B\right) \to C\right) \to D\right)$.

Tashqi qavslar qo`yilmaydi. Shuning uchun ham $A \to B$ mulohazani $A \leftrightarrow \left(B \wedge C\right)$ ko`rinishda yozish mumkin.

Kon`yunktsiya amali diz`yunktsiyaga qaraganda kuchliroq bog`lovchi hisoblanadi, ya`ni $A \vee B \wedge C = A \vee \left(B \wedge C\right)$.

Diz`yunktsiya implikatsiyaga qaraganda kuchliroq bog`laydi, shuning uchun ham quyidagi tenglik o`rinli:

$$A \wedge B \vee C \to D = ((A \wedge B) \vee C) \to D.$$

Implikatsiya ekvivalentlikka qaraganda kuchliroq, ya`ni

$$A \leftrightarrow B \to C = A \leftrightarrow (B \to C).$$

8.6-Misol.

$$A \to \overline{B \vee C} \leftrightarrow C \leftrightarrow \overline{A} \vee B \to C \cdot \overline{A} \vee B \to A =$$
$$= A \to \overline{B \vee C} \leftrightarrow \overline{A} \vee B \to ((C \cdot \overline{A}) \vee B) \to A =$$
$$= A \to \overline{B \vee C} \leftrightarrow (\overline{A} \vee B) \to ((C \cdot \overline{A}) \vee B) \to A =$$
$$= (A \to \overline{B \vee C}) \leftrightarrow ((\overline{A} \vee B) \to ((C \cdot \overline{A}) \vee B)) \to A =$$
$$= ((A \to \overline{B \vee C}) \leftrightarrow ((\overline{A} \vee B) \to ((C \cdot \overline{A}) \vee B)) \to A).$$

8.7-Ta’rif. Argumenti va funksiya qiymati 0 yoki 1 qiymatni qabul qiluvchi n ta o‘zgaruvchi $A_1, A_2, \dots, A_n$ ga bog‘liq bo‘lgan har qanday $\alpha = \alpha(A_1, A_2, \dots, A_n)$ funksiya **Bul funksiyasi** deyiladi.

8.8-Ta‘rif. $\alpha(A_1, A_2, \dots, A_n)$ formulaning **mantiqiy imkoniyati** deb, $A_1, A_2, \dots, A_n$ o‘zgaruvchilarning bo‘lishi mumkin bo‘lgan barcha rosrlik qiymarlariga aytiladi.

8.9-Ta‘rif. α formulaning barcha mantiqiy imkoniyatlarini o‘z ichiga olgan jadvalga α formulaning **mantiqiy imkoniyatlari jadvali** deyiladi.

8.1-Teorema. n ta o`zgaruvchi qatnashgan formulaning 0 va 1 qiymatlarni qabul qiluvchi mumkin bo`lgan manrtiqiy imkoniyatlari soni 2^n ga teng.

Isboti: Ushbu sonni I_n ko`rinishida belgilab va $I_n = 2^n$ ekanligini isbotlaymiz.

Aytaylik, n=1 bo`lsin. Bir o`zgaruvchili 0 va 1 qiymatlarni qabul qiluvchi formulaning barcha mumkin bo`lgan manrtiqiy imkoniyatlari soni 2 ta, ya`ni 0 va 1. Bundan $I_1 = 2^1$ kelib chiqadi.

Matematik induktsiya qonunidan foydalanib, n=2, n=3 da, … , n=k da to`g`ri deb faraz qilib, n=k+1 da to`g`riligini, ya`ni $I_{k+1} = 2^{k+1}$ tenglik to`g`riligini isbotlaymiz.

Haqiqatan, qandaydir k elementli formula $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k)$ qiymatlarni qabul qilsin. U holda bu qiymatlarga 0 va 1 ni kiritish bilan 2 ta k+1 uzunlikdagi qiymatlarni qabul qilish mumkin, ya’ni $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, 0)$ va $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_k, 1)$.

Demak, k+1 ta elementdan iborat formulaning mantiqiy imkoniyatlari soni *k* elementli formula mantiqiy imkoniyatlaridan 2 marta ko`p, ya`ni $I_{k+1} = 2 \cdot I_k = 2 \cdot 2^k = 2^{k+1}$.

Teorema isbotlandi.

8.10-Ta’rif. Agar α va β formulalar uchun umumiy bo‘lgan mantiqiy imkoniyatlarda α va β bir xil qiymat qabul qilsa, u holda α va β formulalar **teng kuchli** deyiladi va **$\alpha \equiv \beta$** kabi belgilanadi.

Boshqacha aytganda, agarda formulalarning rostlik jadvallari mos bo’lsa, ular teng kuchli bo`ladi.

8.11-Ta’rif. Agar barcha mantiqiy imkoniyatlarda α formula faqat 1 ga teng qiymat qabul qilsa, α formula **ayniy haqiqat** yoki **tavtologiya** deyiladi va $\alpha \equiv 1$ yoki $|= \alpha$ kabi belgilanadi.

n ta o`zgaruvchi qatnashgan formulaning mumkin bo`lgan barcha mantiqiy imkoniyatlarini yozish uchun qabul qilingan tartib mavjud. Bu ketma-ketlik (0,0,..,0,0) dan boshlanadi. Har bir keyingi qatorda ikkilik sanoq sistemasida oldingi qatordagi qiymatlarga 1 ni qo`shamiz va nihoyat hamma qiymatlar 1 lardan iborat bo`lganda ishni tugatamiz: (1,1,..,1,1).

Ikkilik sanoq sistemasida qo`shish qoidasini eslatib o`tamiz:

$$0+0=0,$$
$$0+1=1+0=1,$$
$$1+1=10.$$

Agar o’zgaruvchilar soni 3 ta yoki 4 ta bo’lsa, u holda mos ravishda 8 ta yoki 16 ta qator hosil bo’ladi:

n=3 bo`lsa

A	B	C
0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

n=4 bo`lsa

A	B	C	D
0	0	0	0
0	0	0	1
0	0	1	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	0	1
0	1	1	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	0	1
1	1	1	0
1	1	1	1

8.7-Misol. $\alpha(A, B)= \neg (A\&B) \rightarrow(\neg A\vee \neg B)$ formulaning tavtologiya bo'lish yoki bo'lmasligini rostlik jadvalini tuzib tekshirib ko'rish mumkin:

A	**B**	$\neg (A\&B)$	$\neg A$	$\neg B$	$\neg A\vee \neg B$	$\alpha(A, B)= \neg(A\&B) \rightarrow(\neg A\vee \neg B)$
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	0	1

8.2-Teorema. Agar α va $\alpha\rightarrow \beta$ formulalar tavtologiya bo'lsa, u holda β ham tavtologiya bo'ladi.

Isboti. Teskarisini faraz qilish yo'li bilan isbotlaymiz, ya`ni β tavtologiya bo'lmasin, u holda β ning barcha qiymatlari 0 bo'ladi. Lekin α tavtologiya bo'lgani uchun har doim 1 qiymat qabul qiladi. Bundan $\alpha\rightarrow \beta=0$ ekenligi kelib chiqadi, bu esa $\alpha\rightarrow \beta$ tavtologiya degan teorema shartiga zid. Biz qarama – qarshilikka duch keldik. Demak, β tavtologiya bo'lar ekan. Teorema isbotlandi.

8.12-Ta'rif 7. Agar barcha mantiqiy imkoniyatlarda α formula faqat 0 ga teng qiymat qabul qilsa, α formula **ayniy yolg'on** yoki **ziddiyat** deyiladi va $\alpha\equiv 0$ kabi belgilanadi.

8.8-Misol. $\alpha(A)= \neg A\sim A$ formulaning ziddiyat ekanligini rostlik jadvalini tuzib tekshirib ko'ramiz:

A	$\neg A$	$\alpha(A)= \neg A\sim A$
0	1	0
1	0	0

2. Mustaqil bajarish uchun masala va topshiriqlar

2.1. Ikkilik mantiqiy amallarga oid misollar.

2.1.1. Quyidagi gaplarning qaysi birlari mulohaza bo'ladi:

1) Ostona – Qozog'iston Respublikasining poytaxti;

2) $\sqrt{5}+4\sqrt{3-30}$;

3) Amudaryo Orol dengiziga quyiladi;

4) $a>0$

2.1.2. Quyidagi mulohazalarning chin yoki yolg'on ekanligini aniqlang:

1) $2\in\{x \mid 2x^3-3x^2+1=0, \quad x\in R\}$;

2) $\{1\} \in N$;

2.1.3.(1.9. L)Quyidagi implikatsiyalarning qaysi birlari chin bo’ladi:

1) agar $2 \times 2 = 4$ bo’lsa, u holda $2 < 3$;
2) agar $2 \times 2 = 4$ bo’lsa, u holda $2 > 3$;
3) agar $2 \times 2 = 5$ bo’lsa, u holda $2 < 3$;
4) agar $2 \times 2 = 5$ bo’lsa, u holda $2 > 3$;

2.1.4.(1.4. L) Quyidagi muloxazalarning chin yoki yolgon ekanligi-ni aniklang:

1) $2 \in \{x | 2x^3 - 3x^2 + 1 = 0,\ x \in R\}$;

2) $-3 \in \left\{ x \,|\, \frac{x^3 - 1}{x^2 + 2} < -2, \quad x \in R \right\}$

3) $3 \in \left\{ \frac{2n+1}{3n-2}, \quad n \in N \right\}$

4) $\{1\} \in N$;

5) $\{1\} \in P(N)$, qaerda P(N) – N to‘plamning barcha qism to‘plamlaridan iborat to‘plam.;

6) $\varnothing \in \varnothing$;

7) $\varnothing \in \{\varnothing\}$;

8) $\{1,-1,2\} \subset \{x |\ x^3 + x^2 - x - 1 = 0,\ x \in Z\}$;

9) $\{x |\ x^3 + x^2 - x - 1 = 0,\ x \in Z\} \subset \{1,-1,2\}$;

10) $\varnothing \subset N$;

11) $\varnothing \subset \{\varnothing\}$;

12) $\{\varnothing\} \subset \{\varnothing, \{\varnothing\}\}$.

2.1.5.(1.13.L). 1) $(1 \to x) \to y = 0$; 2) $x \vee y = \bar{x}$

tengliklarni qanoatlantiruvchi x va y larning mantiqiy qiymatlarini toping.

2.1.6. Quyidagi mulohazalar orasidagi oddiy va murakkablarini ko’rsating. Murakkab mulohazadagi mantiqli bog’lovchilarni ajrating:

1) 25 soni 5 ga bo‘linmaydi;

2) 12 soni 4 va 3 ga bo‘linadi;

3) Agar 140 soni 10 ga bo‘linsa, u holda u 5 ga ham bo‘linadi;

4) 9 soni 63 sonining bo’luvchisidir;

5) 1225 soni 7 soniga, faqat va faqat shundagina bo‘linadi, qachon 35 soni 7 soniga bo‘linsa.

2.1.7. Elementar mulohazalarni harflar bilan belgilab, quyidagi muloxazalarni mantiq algebrasining simvollari orqali ifodalang:

1) 9 soni 3 ga karrali va 12 soni 3 ga karrali;

2) 9 soni 3 ga karrali va 21 soni 7 ga karrali emas;

3) $\sqrt{625} = 25$ yoki $\sqrt{625} = -25$;

4) $4 \leq 5$;

5) Agar 522 soni 9 va 5 ga bo‘linsa, u holda u 45 bo‘linadi.

2.1.8. x va y lar quyidagi mulohazalar bo‘lsin:

x – “Men universitetda o‘qiyman”,

y – “Men matematik mantiq va diskret matematika fanini yoqtiraman”.

Quyidagi murakkab mulohazalarni o‘qing:

1) $\bar{x}$; 2) $\bar{\bar{x}}$; 3) $x \wedge y$; 4) $x \wedge \bar{y}$; 5) $\bar{x} \wedge y$; 6) $\bar{x} \wedge \bar{y}$; 7) $\overline{x \wedge y}$; 8) $x \to y$; 9) $x \leftrightarrow y$

.

2.1.9.(1.10L). Qaysi hollarda quyida keltirilgan ma’lumotlar noto‘g’ri.

1. x=0, x&y=1; 2. x=1, xVy=0;
3. x=1, x&y=1; 4. x=1, xVy=1;
5. x=0, x&y=1; 6. x=0, xVy=1;
7. x=0, x&y=0; 8. x=0, xVy=0;

2.1.10(1.11L). x, y, z, t lar orqali mos ravishda «5-tub son», «5-murakkab son», «6-tub son», «6-murakkab son» mulohazalarni belgilab olamiz:

1) quyidagi mulohazalarning qaysi birlari chin va yolg’on ekanligini aniqlang: $x\wedge z$, $x\wedge t$, $y\wedge z$, $y\wedge t$.

2) quyidagi xvz, xvt, yvz, yvt mulohazalarning qaysi birlari chin va yolg’on?

3) quyidagi $\bar{x}$, $\bar{y}$, $\bar{z}$, $\bar{t}$ mulohazalarning qaysi birlari chin va yolg’on?

2.1.11(1.14L).

1) $x\to y$ chin va $x\leftrightarrow y$ yolg’on bo‘lsin. U holda $y\to x$ ning qiymati haqida nima deyish mumkin?

2) $x\leftrightarrow y$ chin qiymatga ega bo‘lsin. U holda $\bar{x} \leftrightarrow y$ va $x \leftrightarrow \bar{y}$ ekvivalensiyalarning qiymatlari haqida nima deyish mumkin?

3) x o‘zgaruvchining qiymati **1** ga teng bo‘lsin. U holda $\bar{x} \wedge y \to z$; $\bar{x} \to (y \vee z)$ implikatsiyalarning qiymatlari nimaga teng bo‘ladi?

4) $x\to y$ ning qiymati **1** ga teng bo‘lsin. U holda

$z \to (x \to y)$; $\overline{x \to y} \to y$; $(x \to y) \to z$ formulalarning qiymatlari nimaga teng bo‘ladi?

2.1.12(1.15L). x=0, y=1, z=1 bo‘lsin. Quyidagi murakkab mulohazalarning mantiqiy qiymatlarini aniqlang:

1) $x\wedge(y\wedge z)$; 2) $(x\wedge y) \wedge y$;
3) $x\to(y\to z)$; 4) $x\wedge y\to z$;
5) $(x\wedge y)\leftrightarrow(xv)$; 6) $((xvy) \wedge z)\leftrightarrow((x\wedge z)V(y\wedge z))$.

2.1.13(1.16L). $\bar{y} \to \bar{x}$, $x \wedge \bar{y} \to \bar{x}$, $x \wedge \bar{y} \to y$, $x \wedge \bar{y} \to ё$(bu yerda yo –yolg’on mulohaza) murakkab mulohazalarning chinlik jadvallari $x \to y$ implikatsiyaning chinlik jadvali bilan bir ekanligini ko‘rsating.

2.1.14(1.17L).

1) Inkor va diz’yunksiya amallari orqali shunday formula tuzingki, uning chinlik jadvali implikatsiyaning chinlik jadvali bilan bir xil bo‘lsin.
2) Xuddi shunday inkor va implikatsiya amallari orqali shunday formula tuzingki, uning chinlik jadvali diz’yunksiyaning chinlik jadvali bilan bir xil bo‘lsin.