11-MA’RUZA. Normal shakllar. Mukammal normal shakllar. Rostlik jadvali bo‘yicha mantiq funksiyalarining ko‘rinishini tiklash(2 soat).

REJA

1. Bull funksiyalari uchun diz’yunktiv va kon’yuktiv normal shakllar(DNSH,KNSH)
2. Mukammal diz’yunktiv va mukammal kon’yuktiv normal shakllar(MDNSH,MKNSH)

Kalit so’zlar: *Bull funksiyalari, diz’yunktiv normal shakl(DNSH), kon’yuktiv normal shakl(KNSH), mukammal diz’yunktiv normal shakllar(MDNSH), mukammal kon’yuktiv normal shakl(MKNSH)***.**

11.1.Bull funksiyalari uchun diz’yunktiv va kon’yuktiv normal shakllar(DNSH,KNSH)

Barcha mulohazalarni tadqiq qilish oson bo’lishi uchun mantiqiy qonunlar yordamida biror umumiy standart ko’rinishga keltirish mumkin.

Ta`rif 1. A mulohaza va $\alpha \in \{0;1\}$ uning qabul qilishi mumkin bo’lgan qiymatlari bo’lsin. U holda quyidagi tenglik o’rinli:

$$A^{\alpha} = \begin{cases} A, & agar \quad \alpha = 1 \\ \neg A, & agar \quad \alpha = 0. \end{cases}$$

Tasdiq 1. $A^{\alpha} = 1$ bo’ladi, faqat va faqat A= α bo’lsa.

Isbot qilish uchun rostlik jadvalini tuzish yetarli:

A	α	A^{α}
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Barcha mulohazalarni tadqiq qilish oson bo’lishi uchun mantiqiy qonunlar yordamida ularni biror umumiy standart ko’rinishga keltirish mumkin. Masalan, har qanday Bul algebrasi formulasi uchun unga teng kuchli bo‘lgan va faqatgina inkor ¬, kon’yunksiya & va diz’yunksiya ∨ amallarini o‘z ichiga olgan formulani yozish mumkin. Buning uchun implikasiya va ekvivalentlikdan qutilish qonunlaridan foydalanish yetarli.

Ta’rif 2. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ mulohaza o‘zgaruvchilarning yoki ularni inkorlarining kon’yunksiyasi **kon’yunktiv birhad** deyiladi.

Misol. $\neg A_1 \& A_2 \& A_3$, $\neg A_1 \& A_2 \& A_3 \& \neg A_4$, A&B, ¬A&B, A&¬C;

¬(A&C) – kon`yunktiv birhad bo’la olmaydi, chunki agar qavs ochilsa, kon`yunktsiya amali diz`yunktsiya amaliga aylanib qoladi.

Ta’rif 3. $A_1, A_2, \ldots, A_n$ mulohaza o‘zgaruvchilarning yoki ularni inkorlarining diz’yunksiyasi **diz’yunktiv birhad** deyiladi.

Misol. $\neg A_1 \vee A_2 \vee A_3$, $A \vee B \vee \neg C$ **.**

Ta’rif 4. Kon’yunktiv birhadlarning diz’yunksiyaga d**iz’yunktiv normal shakl (DNSh)** deyiladi.

Misol. $\neg A_1\&A_2\&A_3 \vee \neg A_1\&A_2\&A_3\&\neg A_4$, $A\&B\vee\neg A\&B\vee A\&\neg C$;

Ta'rif 5. Dizyunktiv birhadlarning kon'yunksiyasiga **kon'yunktiv normal shakl (KNSh)** deyiladi.

Misol. $(\neg A_1\vee A_2\vee A_3)\&(A_1\vee\neg A_2\vee\neg A_3)$ **.**

Har bir formulaning cheksiz ko'p KNSh, DNSh lari mavjud.

11.2.Mukammal diz'yunktiv va mukammal kon'yuktiv normal shakllar(MDNSH,MKNSH)

Ta'rif 1. Agar birhadda A_i yoki $\neg A_i$ formulalar juftligidan faqat bittasi qatnashgan bo'lsa, A_1, A_2, …, A_n mulohaza o'zgaruvchilarining kon'yunktiv yoki diz'yunktiv birhadlari **mukammal** deyiladi.

Ta'rif 2. Agar kon'yunktiv normal shaklda $A_1,A_2,\ldots,A_n$ mulohaza o'zgaruvchilarning takrorlanmaydigan mukammal diz'yunktiv birhadlari qatnashgan bo'lsa, u holda **mukammal kon'yunktiv normal shakl** (MKNSh) deyiladi.

Ta'rif 3. Agar diz'yunktiv normal shaklda $A_1,A_2,\ldots,A_n$ mulohaza o'zgaruvchilarning takrorlanmaydigan mukammal kon'yunktiv birhadlari qatnashgan bo'lsa, u holda **mukammal diz'yunktiv normal shakl** (MDNSh) deyiladi.

Misol 1. $A\&B\vee\neg A\&B\vee A\&\neg B$ – MDNSh;

$(\neg A_1\vee A_2\vee A_3)\&(A_1\vee\neg A_2\vee\neg A_3)$ – MKNSh bo'ladi.

Misol 2. $\alpha=\left(A\&B\to\overline{C}\right)\Leftrightarrow\left(C\to B\&\overline{A}\right)$ formulani DNSh ga keltiramiz.

$$\alpha=\left(\overline{A\&B}\vee\overline{C}\right)\leftrightarrow\left(\overline{C}\vee\overline{A}\&B\right)=\left(\overline{A}\vee\overline{B}\vee\overline{C}\right)\leftrightarrow\left(\overline{C}\vee\overline{A}\&B\right)=\left(\overline{A}\vee\overline{B}\vee\overline{C}\right)\&\left(\overline{C}\vee\overline{A}\&B\right)\vee$$

$$\vee\left(\overline{\overline{A}\vee\overline{B}\vee\overline{C}}\right)\&\left(\overline{\overline{C}\vee\overline{A}\&B}\right)=\overline{A}\&\overline{C}\vee\overline{B}\&\overline{C}\vee\overline{C}\&\overline{C}\vee\overline{A}\&\overline{A}\&B\vee\overline{B}\&\overline{A}\&B\vee$$

$$\vee\overline{C}\&\overline{A}\&B\vee\overline{\overline{A}}\&\overline{\overline{B}}\&\overline{\overline{C}}\&\overline{\overline{C}}\&\left(\overline{\overline{A}}\vee\overline{B}\right)=\overline{A}\overline{C}\vee\overline{B}\overline{C}\vee\overline{C}\vee\overline{A}B\vee0\cdot\overline{A}\vee$$

$$\vee\overline{A}B\overline{C}\vee ABC\&\left(A\vee\overline{B}\right)=\overline{A}\overline{C}\vee\overline{B}\overline{C}\vee\overline{A}B\vee\overline{A}B\overline{C}\vee\overline{C}\vee ABC=$$

$$=\overline{C}\left(\overline{A}\vee\overline{B}\vee\overline{A}B\vee1\right)\vee\overline{A}B\vee ABC=\overline{C}\vee B\left(\overline{A}\vee A\right)\left(\overline{A}\vee C\right)=\overline{C}\vee\overline{A}B\vee BC=$$

$$=\overline{C}\vee B\vee\overline{A}B=B\vee\overline{C}\ \text{– MDNSH.}$$

Misol 3. $\alpha=\left(A\leftrightarrow BC\right)\to\left(\overline{B}\leftrightarrow A\right)$ formulani MDNSh ga keltiramiz.

$$\alpha=\left(A\cdot B\cdot C\vee\overline{A}\cdot\overline{BC}\right)\to\left(\overline{B}\cdot A\vee\overline{\overline{B}}\cdot\overline{A}\right)=\overline{ABC\vee\overline{A}\cdot\left(\overline{B}\vee\overline{C}\right)}\vee A\overline{B}\vee\overline{A}B=$$

$$=\overline{ABC\vee\overline{A}\cdot\overline{B}\vee\overline{A}\overline{C}}\vee A\overline{B}\vee\overline{A}B=\overline{ABC}\cdot\overline{\overline{A}\overline{B}}\cdot\overline{\overline{A}\overline{C}}\vee A\overline{B}\vee\overline{A}B=$$

$$=\left(\overline{A}\vee\overline{B}\vee\overline{C}\right)\left(A\vee B\right)\left(A\vee C\right)\vee A\overline{B}\vee\overline{A}B=\left(\overline{A}B\vee A\overline{B}\vee\overline{C}A\vee\overline{C}B\right)\left(A\vee C\right)\vee A\overline{B}\vee\overline{A}B=$$

$$=\overline{A}BC\vee\overline{B}AA\vee\overline{B}AC\vee\overline{C}AA\vee\overline{C}BA\vee A\overline{B}\vee\overline{A}B=$$

$$=\overline{A}BC\vee A\overline{B}\vee A\overline{B}C\vee A\overline{C}\vee AB\overline{C}\vee A\overline{B}\vee\overline{A}B=\overline{A}B\left(C\vee1\right)\vee A\overline{B}\left(1\vee C\right)\vee A\overline{C}\left(1\vee B\right)=$$

$$=\overline{A}B\vee A\overline{B}\vee A\overline{C}\ \text{– MDNSH.}$$

Xuddi shuningdek, ixtiyoriy formulani MKNSh ga keltirish mumkin.

Nazorat uchun savollar:

1. Mantiq formulasi ko'rinishi 0 ga teng qiymatlari bo'yicha qanday tiklanadi?
2. Mantiq formulasi ko'rinishi 1 ga teng qiymatlari bo'yicha qanday tiklanadi?
3. Tavtologiya va ziddiyat formulalari uchun MKNSh va MDNSh haqidagi teoremalarni ayting.

4. Jegalkin polinomi ta'rifini ayting. Misol keltiring.
5. Jegalkin ko'phadi darajasi deganda nimani tushunasiz?
6. Bul ko'phadlari bilan Jegalkin ko'phadining farqi nimada?

Mustaqil yechish uchun masalalar:

Quyidagi Bul formulalarini Jegalkin polinomiga o'tkazing:

1. $\alpha(A,B,C)= \neg A\&B\vee\neg(A\vee C)$
2. $\alpha (A,B,C)=C\rightarrow(\neg A\vee\neg B)$
3. $\alpha (A,B,C)=A\&B\rightarrow\neg(A\vee\neg B)$
4. $\alpha (A,B,C)=(A\&B\&\neg C)\sim(\neg A\vee B)$
5. $\alpha (A,B,C)=(\neg A\vee\neg C)\sim B$
6. $\alpha (A,B,C)=(A\rightarrow B)\rightarrow\neg C$
7. $\alpha (A,B,C)=(\neg A\rightarrow\neg B)\&(B\rightarrow C)$
8. $\alpha (A,B,C)=A\&(B\rightarrow C)\vee\neg B$
9. $\alpha (A,B,C)=\neg(A\&B\vee C)$
10. $\alpha(A,B,C)=(A\sim B)\&(\neg B\sim\neg C)$
11. $\alpha(A,B,C)=(\neg A\rightarrow\neg C)\sim B$
12. $\alpha (A,B,C)=A\rightarrow(\neg B\vee\neg C)$
13. $\alpha(A,B,C)=(\neg A\rightarrow B)\&(\neg B\rightarrow A)\&\neg C$
14. $\alpha(A,B,C)=C\vee A\&\neg B$
15. $\alpha(A,B,C)=A\&(\neg A\&B\vee C)\&(A\vee\neg C)$
16. $\alpha(A,B,C)=(\neg A\vee B)\&(\neg B\vee A\&C)$
17. $\alpha(A,B,C)=A\&(B\sim A)\&(\neg A\vee\neg C)$