

20-MA'RUZA. Yo'naltirilgan graf. Yo'naltirilgan graf uchun qo'shnilik matritsasi(4 soat).

REJA

1. Yo'naltirilgan graf.
2. Yoy tushunchasi.
3. Yo'naltirilgan graf uchun qo'shnilik matritsasi.
4. Aralash graf.
5. Yo'naltirilgan grafning yoylari soni

Kalit so'zlar *Yo'naltirilgan graf, yoy, qo'shnilik matritsasi, aralash graf, yoylari soni.*

20.1.Yo'naltirilgan graf.

Graflar nazariyasida “uch” iborasi o'rniga, ba'zan, **tugun** yoki **nuqta** iborasi ham qo'llaniladi. Umuman olganda, hanuzgacha graflar nazariyasining ba'zi iboralari bo'yicha umumiy kelishuv qaror topmagan. Shuning uchun, bundan keyingi ta'riflarda, imkoniyat boricha, muqobil (alternativ) iboralarni ham keltirishga harakat qilamiz.

$G=(V,U)$ grafning ta'rifiga ko'ra, U bo'sh kortej bo'lishi ham mumkin. Agar U bo'sh bo'lmasa, u holda bu kortej (a,b) ($a \in V$, $b \in V$) ko'rinishdagi juftliklardan¹ tashkil topadi, bunda $a=b$ bo'lishi hamda ixtiyoriy (a,b) juftlik U kortejda istalgancha marta qatnashishi mumkin.

$(a,b) \in U$ juftlikni tashkil etuvchi a va b uchlarning joylashish tartibidan bog'liq holda, ya'ni yo'nalishning borligi yoki yo'qligiga qarab, uni turlicha atash mumkin. Agar (a,b) juftlik uchun uni tashkil etuvchilarning joylashish tartibi ahamiyatsiz, ya'ni $(a,b)=(b,a)$ bo'lsa, (a,b) juftlikka **yo'naltirilmagan (oriyentirlanmagan) qirra** (yoki, qisqacha, **qirra**) deyiladi. Agar bu tartib muhim, ya'ni $(a,b) \neq (b,a)$ bo'lsa, u holda (a,b) juftlikka **yoy** yoki **yo'naltirilgan (oriyentirlangan) qirra** deyiladi.

U kortejning tarkibiga qarab, uni yo **grafning qirralari korteji**, yo **yoylari korteji**, yoki **qirralari va yoylari korteji** deb ataymiz.

20.2. Yoy tushunchasi.

U kortejning tarkibiga qarab, uni yo **grafning qirralari korteji**, yo **yoylari korteji**, yoki **qirralari va yoylari korteji** deb ataymiz.

Grafning uchlari va qirralari (yoylari) uning **elementlari** deb ataladi. $G=(V,U)$ graf elementlarining soni $(|V|+|U|)$ ga tengdir, bu yerda G grafning uchlari soni $|V| \neq 0$ va $|U|$ bilan uning qirralari (yoylari) soni belgilangan.

Grafning qirradi (yoyi), odatda, uni tashkil etuvchi uchlar yordamida (a,b) , yoki ab , yoki $(a;b)$ ko'rinishda belgilanadi. Boshqa belgilashlar ham ishlatiladi: masalan,

¹ Bu yerda ham juftlikning (kortejning) odatdagi $\langle a,b \rangle$ yozuvi o'rniga (a,b) yozuvdan foydalanamiz.

yoy uchun $\overrightarrow{(a,b)}$ yoki $\overleftarrow{(a,b)}$, qirra uchun $\overleftrightarrow{(a,b)}$, yoy yoki qirra uchun u (ya'ni uchlari ko'rsatilmasdan bitta harf vositasida) ko'rinishda.

Graf yoyi uchun uning chetki uchlarini ko'rsatish tartibi muhim ekanligini ta'kidlaymiz, ya'ni (a,b) va (b,a) yozuvlar bir-biridan farq qiluvchi yoylarni ifodalaydi. Agar yoy (a,b) ko'rinishda ifodalangan bo'lsa, u holda a uning **boshlang'ich uchi**, b esa **oxirgi uchi** deb ataladi. Bundan tashqari, yoy (a,b) ko'rinishda yozilsa, u haqida a **uchdan chiquvchi (boshlanuvchi)** va b **uchga kiruvchi (uchda tugovchi)** yoy deb aytish ham odat tusiga kirgan.

Qirra uchun uning (a,b) yozuvidagi harflar joylashish tartibi muhim rol o'ynamaydi va a va b elementlar **qirraning uchlari** yoki **chectlari** deb ataladi.

Agar grafda yo (a,b) qirra, yo (a,b) yoy, yoki (b,a) yoy topillsa, u holda a va b **uchlar tutashtirilgan** deyiladi. Agar grafning ikkita uchini tutashtiruvchi qirra yoki yoy bor bo'lsa, u holda ular **qo'shni uchlar** deb, aks holda esa, **qo'shni bo'lmagan uchlar** deb aytiladi.

Grafning ikkita uchi qo'shni bo'lsa, ular shu uchlarni tutashtiruvchi **qirraga (yoyga) insident**, o'z navbatida, qirra yoki yoy bu **uchlarga insident** deyiladi.

Grafda ikkita qirra (yoy) umumiy chetga ega bo'lsa, ular **qo'shni qirralar (yoylar)** deyiladi.

20.3. Yo'naltirilgan graf uchun qo'shnilik matritsasi.

Endi grafning boshqa bir berilish usuli negizida yotuvchi **graf uchlari qo'shniligi matritsasi** tushunchasini qarab chiqamiz.

$G=(V,U)$ – uchlari soni m ga teng bo'lgan belgilangan, sirtmoqsiz va karrali qirralarsiz graf bo'lsin.

Elementlari

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } i \text{ va } j \text{ uchlar qo'shni bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda.} \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan $A=(a_{ij})$ ($i=1,2,\dots,m$; $j=1,2,\dots,m$) matritsani grafning uchlari qo'shniligi matritsasi deb ataymiz.

Bu ta'rifdan sirtmoqsiz va karrali qirralari bo'lmagan graf uchlari qo'shniligi matritsasining bosh diagonalida faqat nollar bo'lishi, satrlaridagi birlar soni esa mos uchlarning darajalariga tengligi kelib chiqadi.

Uchlari soni m ga teng bo'lgan belgilangan **oriyentirlangan $G=(V,U)$ grafning uchlari qo'shniligi $m \times m$ -matritsasi** deb elementlari

$$a_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{agar } (i,j) \in U \text{ bo'lsa,} \\ 0, & \text{aks holda,} \end{cases}$$

ko'rinishda aniqlangan $A=(a_{ij})$ ($i=1,2,\dots,m$, $j=1,2,\dots,m$) matritsaga aytiladi.

Endi G uchlari $1,2,\dots,m$ bo'lgan belgilangan oriyentirlanmagan multigraf bo'lsin.

a_{ij} elementlari G grafning i va j uchlarini tutashtiruvchi qirralar soniga teng bo'lgan

$A = (a_{ij}) \quad (i, j = 1, 2, \dots, m)$ matritsa **oriyentirlanmagan multigrafning uchlari qo'shniligi matritsasi** deb ataladi.

Misol. 1- shaklda tasvirlangan oriyehtirlanmagan multigraf uchlari qo'shniligi matritsasi quyidagicha bo'ladi:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

20.4. Aralash graf.

Aralash grafik (*Eng. Aralash grafik*) $G(V, E, U)$ Bu uchta to'plamdan iborat - bo'sh bo'lmagan cho'qqilar to'plami V , va yoylar to'plami E yoki to'plamning turli elementlarining tartiblangan juftlari V va ko'plab qovurg'alar U to'plamning turli elementlarining tartibsiz juftlari V

$$G(V, E, U) = \langle V, E, U \rangle, \quad V \neq \emptyset, \quad \{\{v_1, v_2\}, <\rangle \in E, \quad \{v_3, v_4\} \in U, \quad v \in V \dots$$

ikkita xaritalash bilan birga

$$init : E \rightarrow V, \quad ter : E \rightarrow V$$

Yo'naltirilgan va yo'naltirilmagan grafiklar aralashning maxsus holatlaridir.

20.5. Yo'naltirilgan grafning yoylari soni

Agar grafda yo (a, b) qirra, yo (a, b) yoy, yoki (b, a) yoy topilssa, u holda a va b **uchlar tutashtirilgan** deyiladi. Agar grafning ikkita uchini tutashtiruvchi qirra yoki yoy bor bo'lsa, u holda ular **qo'shni uchlar** deb, aks holda esa, **qo'shni bo'lmagan uchlar** deb aytiladi.

Grafning ikkita uchi qo'shni bo'lsa, ular shu uchlarni tutashtiruvchi **qirraga (yoyga) insident**, o'z navbatida, qirra yoki yoy bu **uchlarga insident** deyiladi.

Grafda ikkita qirra (yoy) umumiy chetga ega bo'lsa, ular **qo'shni qirralar (yoylar)** deyiladi.

Shuni ta'kidlash kerakki, qo'shnilik tushunchasi grafning bir jinsli, insidentlik tushunchasi esa uning turli jinsli elementlari orasidagi munosabatni ifodalaydi.

Ba'zan graf undagi elementlar soniga qarab, ya'ni **uchlar soni** m va **qirralar (yoylar) soni** n ga qarab belgilanadi va bu holda grafni (m, n) -**graf** deb ataydilar.

Nazorat uchun savollar:

1. Insidentlik tushunchasini ta'rifini bering.
2. Nol graf nima?
3. Tolerant graf ta'rifini bering.
4. Planar graf nima?
5. Qanday graflar gomeomorf deyiladi?
6. Yig'indi graf deb nimaga aytiladi?
7. Ko'paytma graf deb nimaga aytiladi?

8. Grafning diametri deb nimaga aytiladi?
9. Pontryagin-Kuratovskiy teoremasini ayting.

TESTLAR

1. Графда Эйлер цикли mavjud бўлиши учун:
 - A. Граф bogланган бўлиши ва барча тугунларининг локал даражалари жуфт бўлиши керак;
 - B. Графнинг 2 та тугуни(бошланиш ва охири) локал даражалари тоқ бўлиб, қолган барча тугунларининг локал даражалари жуфт бўлиши керак.
 - C. Графнинг барча тугунларининг локал даражалари тоқ бўлиши керак;
 - D. Граф bogланмаган бўлиши керак
2. Graf uchlarining lokal darajasi deb nimaga aytiladi?
 - A. Berilgan uchga tutashgan qirralari soni
 - B. Grafdagı uchlarining soni
 - C. Tuguni bor uchlarining soni
 - D. Bunday tushuncha yo'q
3. Graflar izomorf bo'lishi uchun zaruriy shartlar to'liq ifodalansin
 - A. Uchlari va qirralari soni teng bo'lishi kerak
 - B. Uchlari soni teng bo'lishi kerak
 - C. Qirralari soni teng bo'lishi kerak
 - D. Uchlari va qirralari soni teng bo'lib ular orasida biyektiv akslantirish mavjud bo'lishi kerak
4. Ориентирланган граф деб қандай графга айтилади?
 - A. Хар бир қирраси маълум бир йўналишга эга бўлган графга
 - B. Граф хар бир учига қирувчи ва чикувчи қирралари бўлган графга
 - C. Хар бир учидан бошқа учларига туташтирувчи маршрут бўлган графга
 - D. Қирралари орасида йўқолган қирралари бўлган графга
5. Qism graf deb nimaga aytiladi?
 - A. G grafning o'zaro bog'langan qirralari ixtiyoriy ketma-ketlik
 - B. $\{A\}$ to'plam graf uchları V ning qismi bo'lsa G grafning shkala uchi xam A ga tegishli bo'lgan qirralaridan iborat qismi
 - C. Grafda qism graf bo'lmaydi
 - D. G grafning qiralaridan istalgan qismi qism graf bo'ladi
6. Qanaqa ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi-?
 - A. $\sum x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
 - B. $\sum x_{i_1} - x_{i_2} \dots - x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
 - C. $\sum x_{i_1} + x_{i_2} \dots - x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
 - D. $\sum \sum x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
7. Nomonoton funksiya deb nimaga aytiladi-?
 - A. Agar $\alpha < \beta$ munosabatdan
$$\frac{f(\alpha_1, \dots, \alpha_n)}{f(\beta_1, \dots, \beta_n)} >$$
 tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1, \dots, x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
 - B. Agar $\alpha > \beta$ munosabatdan
$$\frac{f(\alpha_1, \dots, \alpha_n)}{f(\beta_1, \dots, \beta_n)} >$$
 tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1, \dots, x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.

- C. Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \geq f(\beta_1, \dots, \beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1, \dots, x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
- D. Agar $\alpha \prec \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1, \dots, \alpha_n) < f(\beta_1, \dots, \beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1, \dots, x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
8. Superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb nimaga aytiladi?
- A. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo'lsa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.
- B. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo'lmasa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.
- C. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo'lmasa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.
- D. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo'lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinf deb ataladi.
9. Funksional yopiq sinf bu-?
- A. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo'lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinf deb ataladi.
- B. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo'lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional ochiq sinf deb ataladi.
- C. mantiq algebrasining bo'sh sinfdan hamma funksiyalari
- D. to'plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf funksional yopiq sinf deb ataladi.
10. Xususiy funksional yopiq sinf deb nimaga aytiladi?
- A. Bo'sh sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari
- B. to'plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf xususiy funksional yopiq sinf deb ataladi.
- C. Bo'sh bo'lmagan sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari
- D. to'plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf xususiy funksional yopiq sinf deb ataladi.