

18-MA'RUZA. Graflarni bo'yash. Grafning xromatik soni. Kyonig teoremasi (2 soat).

REJA

1. Graflarni bo'yash. Grafning xromatik soni.
2. To'rt xil rang haqidagi gipoteza.
3. Kyuonig teoremasi.
4. Grafning xromatik sonini topishning evrestik algoritmi

Kalit so'zlar: *Graflarni bo'yash, grafning xromatik soni, to'rt xil rang haqidagi gipoteza, Kyuonig teoremasi, evrestik algoritmi.*

18.1. Graflarni bo'yash. Grafning xromatik soni.

Planar graflarni bo'yash masalasi graflar nazariyasining eng mashhur muammolaridan biri hisoblanadi. Ushbu masala o'tgan asrning o'rtalarida paydo bo'lgan bo'lsa ham hamon mutaxassis va qiziquvchilar e'tiboriga sazovor. Graflarni bo'yash masalasi quyidagicha paydo bo'lgan: geografik kartani bo'yash uchun ixtiyoriy 2 ta qo'shni davlatni rangi har xil bo'lishini ta'minlashda 4 xil rang yetadimi? Bunda ixtiyoriy davlat chegarasi yopiq chiziqdan iboratligi, qo'shni mamlakatlar esa

umumiy chegara uzunligini tashkil etishini ko'rib chiqiladi. Keyinchalik karta tushunchasi va uning bo'yalishi boshqacharoq ko'rinishda talqin etilgan. Aytish mumkinki, ko'priklarsiz bog'langan tekis multigraf karta deb ataladi. Umumiy qirraga ega bo'lgan karta tomonlari chegaradosh hisoblanadi.

f funksiya mavjud bo'lib, unda G - 1 dan k gacha raqamlardan iborat va $f(G)$ - chegara rangi, G - esa k -rang hisoblanadi(qo'shni chegaralar turli xil bo'lganda). K -rang mavjud bo'lsa, karta k - bo'yalgan deyiladi. 1879 yilda britaniyalik matematik A.Keli kartalarni bo'yash muammosini 4 ta rang gipotezasi orqali ta'riflab berdi. 4 bo'yoq farazi: har qanday karta 4 xil bo'yoq bilan bo'yaladi. Ko'pincha 4 bo'yoq farazini boshqacha ta'bir bilan foydalaniladi: har qanaqa planar graf 4 bo'yoqda bo'yaladi.

Ta'rif. Agar geometrik ikkilik graf G^* uchi k - bo'yalgan bo'lsa, karta G k -bo'yalgan deyiladi,.

Eslatib o'tamizki, shunday tekis graflar mavjudki, ular 4 rangdan kamroq rangda to'g'ri bo'yalgan. Masalan, K_4 grafi.

4 ta rang gipotezasi unchalik qiyindek tuyilmadi va uning bir nechta isbotlari paydo bo'ldi.

Teorema. Ixtiyoriy 3 ta sikldan kam bo'lmagan yassi graf 3 xil rangda bo'yaladi.

Graflarning qirralarinigina emas, uchlarini ham bo'yash mumkin.

18.2. To'rt xil rang haqidagi gipoteza.

To'rt xil rang gipotezasi o'sha davrlarda ko'pgina izlanuvchilarning diqqatiga tushgan. 1880 yilga kelib esa bu masalaning birinchi isbotini A. Kemp taqdim etdi.

1890 yilda R. Xivud bu isbotning xatosini aniqladi. Shu bilan birga u agar to'rt so'zini besh so'ziga o'zgartirilganda, uni usbotlash osonroq bo'lishini ta'kidlagan. To'rt xil rang gipotezasi masalasini quyidagi uchta tasdiq yordamida hal qilinadi:

1. Ixtiyoriy yassi graf 4 xil rangda bo'yaladi.
2. Har bir kub karta 4 ta rangda bo'yaladi.
3. 3 xromatik indeks ixtiyoriy kub kartaga teng bo'lishi mumkin.

Teorema 1. (*to'rtta bo'yoqlar haqida teorema*) Agar G planar graf bo'lsa, unda $x(G) < 4$.

Agar G graf planar bo'lmasa, uni geometrik tasvirlash uchun ayrim qirralarni olib tashlaymiz (boshqa tekislikka o'tkaziladi).

Grafni tekislikdagi tasvirini hosil qilish uchun, olib tashlashi zarur bo'lgan qirralarining minimal sonini G grafning planarlik soni deyiladi. Bu qirralarni ikkinchi tekislikka o'tkazish natijasida, grafni qismi hosil bo'ladi, lekin u tekis bo'lmasligi mumkin. U holda yana ayrim qirralarni keyingi tekislikka o'tkazish masalasi yechiladi.

18.3. Kyuonig teoremasi.

Teorema (D. Kyonig). *Grafning ikki bo'lakli bo'lishi uchun uning tarkibida uzunligi toq son bilan ifodala-nuvchi sikl bo'lmasligi zarur va yetarlidir.*

Isboti o'quvchiga havola qilinadi.

Berilgan $G = (V, U)$ grafning ikki bo'lakliligini aniqlashning sodda usuli bor. Bu usul **ko'ndalangiga izlash** deb ataluvchi soddagina izlash g'oyasiga asoslangan. Ko'ndalangiga izlash usuliga ko'ra grafning uchlari $0, 1, 2, 3, \dots$ raqamlar bilan quyidagi qoida bo'yicha belgilanadi. Dastlab grafning ixtiyoriy uchi 0 raqami bilan belgilab olinadi. Shu 0 belgili uchga qo'shni barcha uchlarga 1 belgisi qo'yiladi. Endi 1 belgili har bir uchga qo'shni uchlarni aniqlab, ular orasidagi belgisi yo'q uchlarga 2 belgisini qo'aymiz. Keyin 2 belgisiga ega barcha uchlarni aniqlab, ular uchun ham yuqoridagiga o'xshash ish yuritamiz. Bu jarayonni mumkin bo'lgan qadar davom ettiramiz. Tushunarliki, agar G graf bog'lamlil bo'lsa, u holda ko'ndalangiga izlash usuli grafning barcha uchlarni raqamlab chiqish imkonini beradi.

Bog'lamlil graf uchlarni belgilash jarayoni tugagandan so'ng, uning uchlari to'plami V ni ikkita V_j va V_q to'plamga quyidagicha ajratamiz: juft raqamli uchlarni V_j to'plamga, qolgan uchlarni esa V_q to'plamga kiritamiz (0 raqamli uch V_j to'plamga kiritiladi). G grafning ikkala uchi ham V_j to'plamga tegishli barcha qirralari kortejini U_j bilan, uning ikkala uchi ham V_q to'plamga tegishli barcha qirralari kortejini esa U_q bilan belgilaymiz. Agar U_j va U_q kortejlar bo'sh bo'lsa, u holda berilgan G graf ikki bo'laklidir, aks holda u ikki bo'lakli emas.

18.4. Grafning xromatik sonini topishning evrestik algoritmi

Minimal uzunlikka ega yo'l haqidagi masalani hal etish usullari orasida Deykstra tomonidan taklif etilgan algoritm ko'p qo'llaniladi. Quyida grafning 1 belgili uchidan chiqib (bu uchni manba deb qabul qilamiz) grafdagi ixtiyoriy k uchgacha (bu uchni oxirgi uch deb hisoblaymiz) eng qisqa uzunlikka ega yo'lni topish imkonini beruvchi **Deykstra algoritmi** keltirilgan.

Dastlabki qadam. Manbaga (1 belgili uchga) $\varepsilon_1 = 0$ qiymatni mos qo'yib, bu uchni dastlab $R = \emptyset$ deb qabul qilingan R to'plamga kiritamiz: $R = \{1\}$. $\bar{R} = V \setminus R$ deb olamiz.

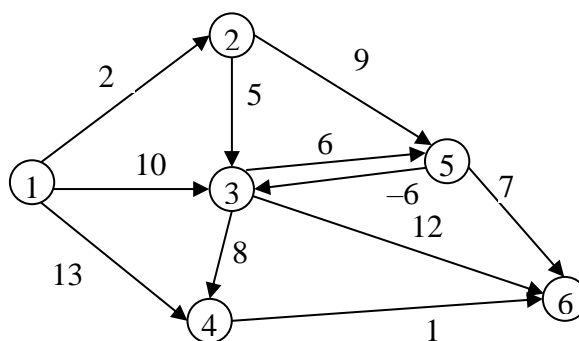
Umumiy qadam. Boshlang'ich uchi R to'plamga, oxirgi uchi esa \bar{R} to'plamga tegishli bo'lgan barcha yoylar to'plami (R, \bar{R}) bo'lsin. Har bir $(i, j) \in (R, \bar{R})$ yoy uchun $h_{ij} = \varepsilon_i + c_{ij}$ miqdorni aniqlaymiz, bu yerda ε_i deb $i \in R$ uchga mos qo'yilgan qiymat (grafning 1 belgili uchidan chiqib i belgili uchigacha eng qisqa yo'l uzunligi) belgilangan.

$\varepsilon_j = \min_{(i,j) \in (R, \bar{R})} h_{ij}$ qiymatni aniqlaymiz. (R, \bar{R}) to'plamning oxirgi tenglikda minimum qiymat beruvchi barcha elementlarini, ya'ni (i, j) yoylarni ajratamiz. Ajratilgan yoylarning har biridagi $j \in \bar{R}$ belgili uchga ε_j qiymatni mos qo'yamiz. ε_j qiymat mos qo'yilgan barcha j uchlarni \bar{R} to'plamdan chiqarib R to'plamga kiritamiz. Ikkala uchi ham R to'plamga tegishli bo'lgan barcha (i, j) yoylar uchun $\varepsilon_i + c_{ij} \geq \varepsilon_j$ tengsizlikning bajarilishini tekshiramiz. Tekshirilayotgan tengsizlik o'rinli bo'lmagan (ja'ni $\varepsilon_{j_*} > \varepsilon_i + c_{ij_*}$ bo'lgan) barcha j_* belgili uchlarning har biriga mos qo'yilgan eski ε_{j_*} qiymat o'rniga yangi $\varepsilon_i + c_{ij_*}$ qiymatni mos qo'yamiz va (i, j_*) yoyni ajratamiz. Bunda eski ε_{j_*} qiymat aniqlangan paytda ajratilgan yoyni ajratilmagan deb hisoblaymiz.

Uchlarga qiymat mos qo'yish jarayonini oxirgi (k belgili) uchga qiymat mos qo'yilguncha davom ettiramiz. Grafning 1 belgili uchidan (manbadan) chiqib uning ixtiyoriy k uchigacha (oxirgi uchigacha) eng qisqa yo'l uzunligi ε_k bo'ladi.

Oxirgi qadam. Grafning oxirgi uchidan boshlab ajratilgan yoylar yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda uning 1 belgili uchiga kelguncha harakatlanib, natijada grafdagi 1 belgili uchdan ixtiyoriy k uchgacha eng qisqa uzunlikka ega yo'l(lar)ni topamiz.

2- misol. 2- shaklda tasvirlangan orgrafda oltita uch ($V = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$) va o'n bitta yoy bo'lib, har bir yoy uzunligi uning yoniga yozilgan. Ko'rinib turibdiki,



18.4-

berilgan grafda manfiy uzunlikka ega (5,3) yoy ham bor. Isbotlash mumkinki, bu grafda umumiy uzunligi manfiy bo'lgan sikl mavjud emas.

Yuqorida bayon qilingan Deykstra algoritmini berilgan grafga qo'llab, eng qisqa uzunlikka ega yo'lni topish bilan shug'ullanamiz.

Dastlabki qadam. Manbaga (1 belgili uchga) $\varepsilon_1 = 0$ qiymatni mos qo'yamiz va $R = \{1\}$ to'plamga ega bo'lamiz. Shuning uchun, $\bar{R} = V \setminus R = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ bo'ladi.

Umumiy qadam. 1- iteratsiya. $R = \{1\}$ va $\bar{R} = \{2, 3, 4, 5, 6\}$ bo'lgani uchun boshlang'ich uchi R to'plamga tegishli, oxirgi uchi esa \bar{R} to'plam elementi bo'lgan barcha yoylar to'plami $(R, \bar{R}) = \{(1, 2), (1, 3), (1, 4)\}$ ga ega bo'lamiz. (R, \bar{R}) to'plamga tegishli bo'lgan har bir yoy uchun h_{ij} ning qiymatlarini topamiz:

(1, 2) yoy uchun $h_{12} = \varepsilon_1 + c_{12} = 0 + 2 = 2$;

(1, 3) yoy uchun $h_{13} = \varepsilon_1 + c_{13} = 0 + 10 = 10$;

(1, 4) yoy uchun $h_{14} = \varepsilon_1 + c_{14} = 0 + 13 = 13$.

Bu h_{12} , h_{13} va h_{14} miqdorlar orasida eng kichigi h_{12} bo'lgani uchun (1, 2) yoyni ajratamiz (3- shaklda bu yoy qalin chiziq bilan belgilangan) va 2 belgili uchga $\varepsilon_2 = 2$ qiymatni mos qo'yamiz. Algoritmga ko'ra 2 uchni \bar{R} to'plamdan chiqarib, R to'plamga kiritamiz. Natijada¹ $R = \{1, 2\}$ va $\bar{R} = \{3, 4, 5, 6\}$ to'plamlarga ega bo'lamiz.

Ikkala uchi ham R to'plamga tegishli bo'lgan bitta (1, 2) yoy bo'lgani uchun faqat bitta $\varepsilon_1 + c_{12} \geq \varepsilon_2$ tengsizlikning bajarilishini tekshirish kifoya. Bu tengsizlik $0 + 2 \geq 2$ ko'rinishdagi to'g'ri munosabatdan iborat bo'lgani uchun 2- iteratsiyaga o'tamiz.

2- iteratsiya. $(R, \bar{R}) = \{(1, 3), (1, 4), (2, 3), (2, 5)\}$ bo'lgani sababli $h_{13} = 10$, $h_{14} = 13$, $h_{23} = 7$ va $h_{25} = 11$ qiymatlarni va $\min\{h_{13}, h_{14}, h_{23}, h_{25}\} = h_{23} = 7$ ekanligini aniqlaymiz. Bu yerda eng kichik qiymat (2, 3) yoyga mos keladi. Shuning uchun, (2, 3) yoyni

¹Yozuvning ixchamligi nuqtai nazardanbu yerda va bundan keyin hosil bo'lgan to'plamlar uchun R va \bar{R} belgilar qoldiriladi.

ajratamiz va $\varepsilon_3 = 7$ qiymatni 3 belgili uchga mos qo'yamiz. 3 belgili uchni \bar{R} to'plamdan chiqarib, R to'plamga kiritgandan so'ng $R = \{1, 2, 3\}$ va $\bar{R} = \{4, 5, 6\}$ to'plamlar hosil bo'ladi.

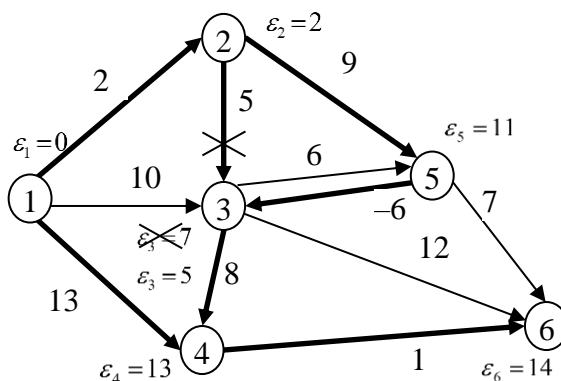
Ikkala uchi ham R to'plamga tegishli bo'lgan uchta $(1, 2)$, $(1, 3)$ va $(2, 3)$ yoylardan birinchisi uchun $\varepsilon_1 + c_{12} \geq \varepsilon_2$ tengsizlikning bajarilishi 1- iteratsiyada tekshirilganligi va ε_1 , ε_2 qiymatlarning o'zgarmaganligi sababli faqat ikkinchi va uchinchi yoylarga mos $\varepsilon_1 + c_{13} \geq \varepsilon_3$ va $\varepsilon_2 + c_{23} \geq \varepsilon_3$ munosabatlarni tekshirish kifoya. Bu munosabatlar $0 + 10 \geq 7$ va $2 + 5 \geq 7$ ko'rinishda bajariladi. Shuning uchun 3- iteratsiyaga o'tamiz.

3- iteratsiya. Boshlang'ich uchi $R = \{1, 2, 3\}$ to'plamga tegishli, oxiri esa $\bar{R} = \{4, 5, 6\}$ to'plamga tegishli bo'lgan yoylar to'rtta: $(1, 4)$, $(2, 5)$, $(3, 4)$ va $(3, 5)$. Shu yoylarga mos h_{ij} ning qiymatlari $h_{14} = 13$, $h_{25} = 11$, $h_{34} = 15$, $h_{35} = 13$ va, shuning uchun, $\min\{h_{14}, h_{25}, h_{34}, h_{35}\} = h_{25} = 11$ bo'ladi. Demak, bu iteratsiyada $(2, 5)$ yoyni ajratamiz va $\varepsilon_5 = 11$ deb olamiz. Endi, algoritmgaga ko'ra, $R = \{1, 2, 3, 5\}$ va $\bar{R} = \{4, 6\}$ to'plamlarni hosil qilamiz.

Ikkala uchi ham R to'plamga tegishli bo'lgan yoylar oltita: $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(1, 3)$, $(2, 5)$, $(3, 5)$ va $(5, 3)$. Bu yoylarning har biri uchun $\varepsilon_i + c_{ij} \geq \varepsilon_j$ tengsizlikning bajarilishini tekshirishimiz kerak. Lekin, 1- va 2- iteratsiyalarda $(1, 2)$, $(2, 3)$ va $(1, 3)$ yoylar uchun bu ish bajarilganligi sababli tekshirishni tarkibida 5 belgili uch qatnashgan $(2, 5)$, $(3, 5)$ va $(5, 3)$ yoylar uchun amalga oshirib, quyidagilarga ega bo'lamiz: $(2, 5)$ yoy uchun $\varepsilon_2 + c_{25} \geq \varepsilon_5$ munosabat to'g'ri ($2 + 9 \geq 11$), $(3, 5)$ yoy uchun $\varepsilon_3 + c_{35} \geq \varepsilon_5$ munosabat to'g'ri ($7 + 6 \geq 11$), lekin $(5, 3)$ yoy uchun $\varepsilon_5 + c_{53} \geq \varepsilon_3$ munosabat noto'g'ri ($11 + (-6) = 5 < 7$). Oxirgi munosabatni hisobga olib, algoritmgaga ko'ra $\varepsilon_3 = 7$ o'rniga $\varepsilon_3 = 5$ deb olamiz va $(5, 3)$ yoyni ajratilgan deb, ilgari ajratilgan $(2, 3)$ yoyni esa ajratilmagan deb hisoblaymiz (3- shaklda $\varepsilon_3 = 7$ yozuvning va $(2, 3)$ yoyning qalin chiziq'i ustiga ajratilganlikni inkor qiluvchi \times belgisi qo'yilgan).

4- iteratsiya. $R = \{1, 2, 3, 5\}$, $\bar{R} = \{4, 6\}$ bo'lgani uchun $(R, \bar{R}) = \{(1, 4), (3, 4), (3, 6), (5, 6)\}$ va $h_{14} = 13$, $h_{34} = 13$, $h_{36} = 17$, $h_{56} = 18$ hamda $\min\{h_{14}, h_{34}, h_{36}, h_{56}\} = h_{14} = h_{34} = 13$ bo'ladi. Demak, $(1, 4)$ va $(3, 4)$ yoylarni ajratamiz hamda 4 belgili uchga $\varepsilon_4 = 13$ qiymatni mos qo'yamiz. Natijada $R = \{1, 2, 3, 5, 4\}$, $\bar{R} = \{6\}$ to'plamlarga ega bo'lamiz.

$\varepsilon_i + c_{ij} \geq \varepsilon_j$ munosabatning to'g'riligi (1, 3), (1, 4), (2, 3), (3, 5), (5, 3) va (3, 4) yoylar uchun tekshirilib ko'rilganda, uning barcha yoylar uchun bajarilishi



18.5- shakl

ma'lum bo'ladi.

5- iteratsiya. Endi $(R, \bar{R}) = \{(3, 6), (4, 6), (5, 6)\}$ bo'lgani uchun $h_{36} = 17$, $h_{46} = 14$, $h_{56} = 18$ va $\min\{h_{36}, h_{46}, h_{56}\} = h_{46} = 14$ bo'ladi. Bu yerda minimum (4, 6) yoyda erishilgani uchun uni ajratib, orgrafning oxirgi 6 belgili uchiga $\varepsilon_6 = 14$ qiymatni mos qo'yamiz.

Oxirgi qadam. Berilgan orgrafda 1 belgili uchdan 6 belgili uchgacha eng qisqa uzunlikka ega yo'l(lar)ni topish maqsadida, algoritmgaga asosan, grafning oxirgi 6 belgili uchidan boshlab ajratilgan yoylar yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda harakatlanib, uning 1 belgili uchiga kelishimiz kerak. 6 belgili uchga kiruvchi uchta yoydan faqat bittasi ((4, 6) yoy) ajratilgan bo'lgani uchun (4, 6) yoy yo'nalishiga qarama-qarshi yo'nalishda harakat qilib, 6 belgili uchdan 4 belgili uchga kelamiz. 4 belgili uchga kiruvchi ikkala ((1, 4) va (3, 4)) yoylar ham ajratilgan bo'lgani uchun biz tuzmoqchi bo'lgan eng qisqa uzunlikka ega yo'l yagona emas.

Agar harakatni (1, 4) yoy yo'nalishiga teskari yo'nalishda davom ettirsak, u holda 4 belgili uchdan 1 belgili uchga kelib, eng qisqa uzunlikka ega yo'llardan biri bo'lgan $\mu_1 = (1, 4, 6)$ marshrutni topamiz.

Agarda harakatni (3, 4) yoy yo'nalishiga teskari yo'nalishda davom ettirsak, u holda 4 belgili uchdan 3 belgili uchga kelamiz. 3 belgili uchga kiruvchi ikkita yoydan faqat bittasi ((5, 3) yoy) ajratilgan bo'lgani uchun 3 belgili uchdan 5 belgili uchga kelamiz. Shu usulda davom etsak, oldin 2 belgili, keyin esa 1 belgili uchga o'tib mumkin bo'lgan eng qisqa uzunlikka ega bo'lgan yo'llardan ikkinchisini, ya'ni $\mu_2 = (1, 2, 5, 3, 4, 6)$ marshrutni aniqlaymiz.

Shunday qilib, 2- shaklda tasvirlangan grafda eng qisqa uzunlikka ega μ_1 va μ_2 yo'llar borligini aniqladik. Bu yo'llarning har biri minimal $\varepsilon_6 = 14$ uzunlikka ega.

TESTLAR

1. Графда Эйлер цикли mavjud бўлиши учун:
- A. Граф боғланган бўлиши ва барча тугунларининг локал даражалари жуфт бўлиши керак;

- B. Графнинг 2 та тугуни(бошланиш ва охири) локал даражалари тоқ бўлиб, қолган барча тугунларининг локал даражалари жуфт бўлиши керак.
- C. Графнинг барча тугунларининг локал даражалари тоқ бўлиши керак;
- D. Граф боғланмаган бўлиши керак
2. Graf uchlarining lokal darajasi deb nimaga aytiladi?
- A. Berilgan uchga tutashgan qirralari soni
- B. Grafdagi uchlarining soni
- C. Tuguni bor uchlarining soni
- D. Bunday tushuncha yo'q
3. Graflar izomorf bo'lishi uchun zaruriy shartlar to'liq ifodalansin
- A. Uchlari va qirralari soni teng bo'lishi kerak
- B. Uchlari soni teng bo'lishi kerak
- C. Qirralari soni teng bo'lishi kerak
- D. Uchlari va qirralari soni teng bo'lib ular orasida biyektiv akslantirish mavjud bo'lishi kerak
4. Ориентирланган граф деб қандай графга айтилади?
- A. Хар бир қирраси маълум бир йўналишга эга бўлган графга
- B. Граф хар бир учига кирувчи ва чикувчи қирралари бўлган графга
- C. Хар бир учидан бошқа учларига туташтирувчи маршрут бўлган графга
- D. Қирралари орасида йўқолган қирралари бўлган графга
5. Qism graf deb nimaga aytiladi?
- A. G grafning o'zaro bog'langan qirralari ixtiyoriy ketma-ketlik
- B. $\{A\}$ to'plam graf uchlar V ning qismi bo'lsa G grafning shkala uchi xam A ga tegishli bo'lgan qirralaridan iborat qismi
- C. Grafda qism graf bo'lmaydi
- D. G grafning qirralaridan istalgan qismi qism graf bo'ladi
6. Qanaqa ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi?
- A. $\sum x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
- B. $\sum x_{i_1} - x_{i_2} \dots - x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
- C. $\sum x_{i_1} + x_{i_2} \dots - x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
- D. $\sum \sum x_{i_1} x_{i_2} \dots x_{i_k} + a$ ko'rinishdagi ko'phad Jegalkin ko'phadi deb ataladi
7. Nomonoton funksiya deb nimaga aytiladi-?
- A. Agar $\alpha < \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1, \dots, \alpha_n) > f(\beta_1, \dots, \beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1, \dots, x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
- B. Agar $\alpha > \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1, \dots, \alpha_n) > f(\beta_1, \dots, \beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1, \dots, x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
- C. Agar $\alpha < \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \geq f(\beta_1, \dots, \beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1, \dots, x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
- D. Agar $\alpha < \beta$ munosabatdan $f(\alpha_1, \dots, \alpha_n) < f(\beta_1, \dots, \beta_n)$ tengsizlikning bajarilishi kelib chiqsa, u holda $f(x_1, \dots, x_n)$ nomonoton funksiya deb ataladi.
8. Superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb nimaga aytiladi?

- A. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo'lsa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.
 - B. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo'lmasa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.
 - C. Agar A sistemadagi funksiyalar superpozitsiyasidan hosil bo'lgan funksiya ham shu sistemaning elementi bo'lmasa, u holda bunday sistema superpozitsiyaga nisbatan yopiq sistema deb ataladi.
 - D. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo'lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinf deb ataladi.
9. Funksional yopiq sinf bu-?
- A. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo'lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional yopiq sinf deb ataladi.
 - B. Mantiq algebrasining superpozitsiyaga nisbatan yopiq bo'lgan har qanday funksiyalar sistemasi funksional ochiq sinf deb ataladi.
 - C. mantiq algebrasining bo'sh sinfdan hamma funksiyalari
 - D. to'plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf funksional yopiq sinf deb ataladi.
10. Xususiy funksional yopiq sinf deb nimaga aytiladi?
- A. Bo'sh sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari
 - B. to'plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf xususiy funksional yopiq sinf deb ataladi.
 - C. Bo'sh bo'lmagan sinfdan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari
 - D. to'plamidan farq qiluvchi funksional yopiq sinf xususiy funksional yopiq sinf deb ataladi.
11. Maksimal funksional yopiq sinf bu-?
- A. O'z-o'zidan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari sinfdan (P_2 dan) farq qiluvchi funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.
 - B. O'z-o'zidan va mantiq algebrasining bir funksiyasi sinfdan (P_2 dan) farq qiluvchi funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.
 - C. O'z-o'zidan va mantiq algebrasining hamma funksiyalari sinfdan (P_2 dan) farq qilmaydigan funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.
 - D. O'z-o'zidan va mantiq algebrasining bir funksiyasi sinfdan (P_2 dan) farq qilmaydigan funksional yopiq sinflarga kirmaydigan xususiy funksional yopiq sinf maksimal funksional yopiq sinf deb ataladi.
12. Ekvivalent funksional elementlar deb nimaga aytiladi?
- A. Faqatgina kirishlarning raqamlanish tartibi va soxta kirishlari bilan farq qiladigan funksional elementlar ekvivalent funksional elementlar deb ataladi.
 - B. Faqatgina kirishlarning soxta kirishlari bilan farq qiladigan funksional elementlar ekvivalent funksional elementlar deb ataladi.
 - C. Faqatgina kirishlarning raqamlanishi farq qiladigan funksional elementlar ekvivalent funksional elementlar deb ataladi.
 - D. Faqatgina kirishlarning raqamlanish tartibi va soxta kirishlari bilan farq qilmaydigan funksional elementlar ekvivalent funksional elementlar deb ataladi.
13. To'liq sistema nimaga aytiladi-?

