

5. Algoritmos de Ordenação

Prof. Renato Tinós

Local: Depto. de Computação e Matemática
(FFCLRP/USP)

5. Algoritmos de Ordenação

5.1. Ordenação por Inserção

5.2. Ordenação por Seleção

5.3. Método da Bolha

5.3.1. Bubblesort

5.3.2. Shakesort

5.4. Ordenação por Fusão

5.5. Heapsort

5.6. Quicksort

5.7. Considerações sobre o Problema de Ordenação

5.8. Ordenação em Tempo Linear

5.3. Método da Bolha

- Método da Bolha
 - Utiliza a permutação entre os registros do conjunto
 - Efetua-se varreduras repetidas sobre o vetor, deslocando-se, a cada passo, o menor dos elementos do conjunto que restou para a sua extremidade esquerda
 - Se o vetor (conjunto de registros) for considerado do tipo coluna, os elementos (registros) podem ser comparados a bolhas em um tanque de água, com densidades proporcionais ao valor das respectivas chaves
 - cada varredura efetuada sobre o vetor resulta na ascensão de uma bolha para o seu nível apropriado, de acordo com sua densidade

5.3.1. Bubblesort

Exemplo 5.3.1.

auxiliar para a
troca

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

1	45
2	56
3	12
4	43
5	95
6	19
7	8
8	67

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

i	1	45	j-1 j
	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	95	
	6	19	
	7	8	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	95	
	6	19	j - 1
	7	8	j
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	95	
	6	8	j - 1
	7	19	j
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	95	j - 1
	6	8	j
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	8	j - 1
	6	95	j
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	56	
	3	12	
	4	43	j - 1
	5	8	j
	6	95	
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	56	
	3	12	
	4	8	j - 1
	5	43	j
	6	95	
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

i	1	45	$j-1$
	2	56	
	3	12	
	4	8	j
	5	43	
	6	95	
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	56	
	3	8	j - 1
	4	12	j
	5	43	
	6	95	
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	56	j - 1
	3	8	j
	4	12	
	5	43	
	6	95	
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	
	2	8	j - 1
	3	56	j
	4	12	
	5	43	
	6	95	
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	45	j - 1
	2	8	j
	3	56	
	4	12	
	5	43	
	6	95	
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
i	1	8	j - 1
	2	45	j
	3	56	
	4	12	
	5	43	
	6	95	
	7	19	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
  para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
    se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j-1]$   
       $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
    fim se  
  fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a
	1	8
i	2	45
	3	56
	4	12
	5	43
	6	95
	7	19
	8	67

Término da primeira passagem ($i=2$).
Note que o elemento 8, mais “leve”
(menor valor) encontra-se na
extremidade
superior do vetor (ou extremidade
esquerda se visto na horizontal)

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	45	
i	3	56	
	4	12	
	5	43	
	6	95	
	7	19	$j-1$
	8	67	j

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
i	3	56	
	4	12	
	5	43	
	6	95	j - 1
	7	19	j
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
i	3	56	
	4	12	
	5	43	
	6	19	j - 1
	7	95	j
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

i	1	8	j-1 j
	2	45	
	3	56	
	4	12	
	5	43	
	6	19	
	7	95	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	45	
i	3	56	
	4	12	
	5	19	j - 1
	6	43	j
	7	95	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	45	
i	3	56	
	4	12	j - 1
	5	19	j
	6	43	
	7	95	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	45	
i	3	56	$j-1$
	4	12	j
	5	19	
	6	43	
	7	95	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	45	
i	3	12	$j-1$
	4	56	j
	5	19	
	6	43	
	7	95	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	45	$j-1$
i	3	12	j
	4	56	
	5	19	
	6	43	
	7	95	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	j - 1
i	3	45	j
	4	56	
	5	19	
	6	43	
	7	95	
	8	67	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$		a
i	1	8
	2	12
	3	45
	4	56
	5	19
	6	43
	7	95
	8	67

Término da segunda passagem ($i=3$)

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	45	
i	4	56	
	5	19	
	6	43	
	7	95	j - 1
	8	67	j

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a
	1	8
	2	12
	3	45
i	4	56
	5	19
	6	43
	7	67
	8	95

j - 1

j

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	45	
i	4	56	
	5	19	
	6	43	j - 1
	7	67	j
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	45	
i	4	56	
	5	19	j - 1
	6	43	j
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	45	
i	4	56	$j-1$
	5	19	j
	6	43	
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	45	
i	4	19	j - 1
	5	56	j
	6	43	
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	45	j - 1
i	4	19	j
	5	56	
	6	43	
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	$j-1$
i	4	45	j
	5	56	
	6	43	
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8
	2	12
	3	19
i	4	45
	5	56
	6	43
	7	67
	8	95

Término da passagem $i=4$

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	45	
i	5	56	
	6	43	
	7	67	$j-1$
	8	95	j

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	45	
i	5	56	
	6	43	$j-1$
	7	67	j
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	45	
i	5	56	$j-1$
	6	43	j
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a
	1	8
	2	12
	3	19
	4	45
i	5	43
	6	56
	7	67
	8	95

j - 1
j

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	45	$j-1$
i	5	43	j
	6	56	
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	43	$j-1$
i	5	45	j
	6	56	
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a
	1	8
	2	12
	3	19
	4	43
i	5	45
	6	56
	7	67
	8	95

Término da passagem i=5

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	43	
	5	45	
i	6	56	
	7	67	$j-1$
	8	95	j

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	43	
	5	45	
i	6	56	$j-1$
	7	67	j
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	43	
	5	45	$j-1$
i	6	56	j
	7	67	
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$		a
	1	8
	2	12
	3	19
	4	43
	5	45
i	6	56
	7	67
	8	95

Término da passagem $i=6$.
Note que não houve permutação
de elementos nesta passagem.

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	43	
	5	45	
	6	56	
i	7	67	$j-1$
	8	95	j

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

	1	8	
	2	12	
	3	19	
	4	43	
	5	45	
	6	56	$j-1$
i	7	67	j
	8	95	

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se (  $a[j-1] > a[j]$  )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

N = 8		a
	1	8
	2	12
	3	19
	4	43
	5	45
	6	56
i	7	67
	8	95

Término da passagem $i=7$.
Note que não houve permutação
de elementos nesta passagem.

5.3.1. Bubblesort

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
    para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
        se ( $a[j-1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j-1]$   
             $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
        fim se  
    fim para  
fim para  
...
```

$N = 8$

a

1	8	
2	12	
3	19	
4	43	
5	45	
6	56	
7	67	$j-1$
i 8	95	j

5.3.1. Bubblesort

comparação entre chaves (neste caso, entre elementos do vetor)

```
...  
para  $i \leftarrow 2$  até  $i \leftarrow N$ , com passo  $i \leftarrow i+1$   
  para  $j \leftarrow N$  até  $j \leftarrow i$ , com passo  $j \leftarrow j-1$   
    se (  $a[j-1] > a[j]$  )  
       $x \leftarrow a[j-1]$   
       $a[j-1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
    fim se  
  fim para  
fim para  
...
```

N = 8

a

1	8
2	12
3	19
4	43
5	45
6	56
7	67
8	95

movimentações entre registros (pela definição, toda a atribuição envolvendo elementos do vetor)

Término da passagem $i=8$.
Note que não houve permutação de elementos nesta passagem.

Vetor ordenado

5.3.1. Bubblesort

- **Análise**

$$\begin{aligned}C &= \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (N-i+1) \\C &= \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (N) - \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (i) + \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (1) \\C &= N * \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (1) - \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (i) + \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (1) \\C &= N * (N-1) - \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (i) + (N-1) \\C &= N * (N-1) - \text{soma}\{i=2 \text{ até } N\} (i) + (N-1) \\C &= N * (N-1) - (\text{soma}\{i=1 \text{ até } N\} (i) - 1) + (N-1) = \frac{N * (N-1) - (N * (N+1) / 2 - 1) + (N-1)}{2}\end{aligned}$$

- Os números C de comparações entre chaves e M de movimentações entre registros são

$$C = \sum_{i=2}^N \sum_{j=i}^N 1 = \sum_{i=2}^N (N - i + 1) = \frac{N^2 - N}{2} = O(N^2)$$

$$M_{\text{mín}} = 0 = O(1) \quad M_{\text{méd}} = \frac{3}{2} C = O(N^2) \quad M_{\text{máx}} = 3C = O(N^2)$$

vetor ordenado, nunca
movimenta

vetor em ordem decrescente, faz 3
movimentações para cada
comparação

5.3.1. Bubblesort

Exercício 5.3.1. Utilizando ordenação por seleção, obtenha o número de comparações e movimentações em cada passo para os seguintes vetores

a) [45 56 12 43 95 19 8 67]

b) [8 12 19 43 45 56 67 95]

c) [95 67 56 45 43 19 12 8]

d) [19 12 8 45 43 56 67 95]

5.3.1. Bubblesort

Exercício 5.3.1. Solução

i	Ci	Mi	45	56	12	43	95	19	8	67
2	7	18	8	45	56	12	43	95	19	67
3	6	12	8	12	45	56	19	43	95	67
4	5	9	8	12	19	45	56	43	67	95
5	4	6	8	12	19	43	45	56	67	95
6	3	0	8	12	19	43	45	56	67	95
7	2	0	8	12	19	43	45	56	67	95
8	1	0	8	12	19	43	45	56	67	95
	28	45								

i	Ci	Mi	8	12	19	43	45	56	67	95
2	7	0	8	12	19	43	45	56	67	95
3	6	0	8	12	19	43	45	56	67	95
4	5	0	8	12	19	43	45	56	67	95
5	4	0	8	12	19	43	45	56	67	95
6	3	0	8	12	19	43	45	56	67	95
7	2	0	8	12	19	43	45	56	67	95
8	1	0	8	12	19	43	45	56	67	95
	28	0								

i	Ci	Mi	19	12	8	45	43	56	67	95
2	7	9	8	19	12	43	45	56	67	95
3	6	3	8	12	19	43	45	56	67	95
4	5	0	8	12	19	43	45	56	67	95
5	4	0	8	12	19	43	45	56	67	95
6	3	0	8	12	19	43	45	56	67	95
7	2	0	8	12	19	43	45	56	67	95
8	1	0	8	12	19	43	45	56	67	95
	28	12								

i	Ci	Mi	95	67	56	45	43	19	12	8
2	7	21	8	95	67	56	45	43	19	12
3	6	18	8	12	95	67	56	45	43	19
4	5	15	8	12	19	95	67	56	45	43
5	4	12	8	12	19	43	95	67	56	45
6	3	9	8	12	19	43	45	95	67	56
7	2	6	8	12	19	43	45	56	95	67
8	1	3	8	12	19	43	45	56	67	95
	28	84								

5.3.2. Shakesort

- No vetor exemplo, pode-se observar que os três últimos passos do algoritmo não afetam a ordem dos elementos do vetor, pois estes já se encontram ordenados
- Uma técnica para melhorar o algoritmo Bubblesort consiste em manter uma indicação informando se houve ou não a ocorrência de uma permutação, para determinar antecipadamente o término do algoritmo
- Entretanto, mesmo essa melhoria pode ser por sua vez aperfeiçoada, guardando-se não a simples informação da ocorrência de uma permutação, mas a posição (índice) do vetor em que ocorreu a última permutação realizada

5.3.2. Shakesort

- Assimetria: uma bolha única, colocada de modo incorreto, na extremidade mais densa do vetor, cujos demais elementos estejam ordenados, será posicionada corretamente em um único passo, mas um elemento incorretamente posicionado na extremidade menos densa irá deslocar-se de apenas uma posição por vez em direção à sua correta posição. Por exemplo, o vetor

$v = [12 \quad 19 \quad 43 \quad 45 \quad 56 \quad 67 \quad 95 \quad 8]$

- é ordenado pelo método Bubblesort aperfeiçoado em um único passo, mas o vetor

$v = [95 \quad 8 \quad 12 \quad 19 \quad 43 \quad 45 \quad 56 \quad 67]$

- requer sete passos para a sua ordenação.
- Esta assimetria não natural sugere uma terceira melhoria: alternar a direção dos sucessivos passos de ordenação:

Shakersort (ou **Agitação**)

5.3.2. Shakesort

Exemplo 5.3.2.

```
...  
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$   
faça  
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$   
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j - 1]$   
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
             $k \leftarrow j$   
        fim se  
    fim para  
     $L \leftarrow k + 1$   
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$   
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
             $x \leftarrow a[j - 1]$   
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
             $a[j] \leftarrow x$   
             $k \leftarrow j$   
        fim se  
    fim para  
     $R \leftarrow k - 1$   
enquanto ( $L \leq R$ )  
...
```

N = 8	a
1	45
2	56
3	12
4	43
5	95
6	19
7	8
8	67

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	45	
L	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	95	
	6	19	
	7	8	j - 1
k R	8	67	j

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	45	
L	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	95	
	6	19	j - 1
	7	8	j
k	R	8	67

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

$N = 8$		a	
	1	45	
L	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	95	
	6	8	$j - 1$
k	7	19	j
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	45	
L	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	95	j - 1
	6	8	j
k	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

$N = 8$		a	
	1	45	
L	2	56	
	3	12	
	4	43	
	5	8	$j - 1$
k	6	95	j
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	45	
L	2	56	
	3	12	
	4	43	j - 1
	5	8	j
k	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

$N = 8$		a	
		1	45
	L	2	56
		3	12
		4	8
		5	43
	R	6	95
		7	19
		8	67

$j - 1$ (pointing to index 4)
 j (pointing to index 5)
 k (pointing to index 5)

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	45	
L	2	56	
	3	12	j - 1
	4	8	j
k	5	43	
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	45	
L	2	56	
	3	8	j - 1
k	4	12	j
	5	43	
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

$N = 8$		a	
	1	45	
L	2	56	$j - 1$
	3	8	j
	4	12	
k	5	43	
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	45	
	2	8	j - 1
	3	56	j
	4	12	
	5	43	
	6	95	
	7	19	
	8	67	
L			
k			
R			

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	45	j - 1
L	2	8	j
k	3	56	
	4	12	
	5	43	
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a		
k	L	1	8	j - 1
		2	45	j
		3	56	
		4	12	
		5	43	
		6	95	
		7	19	
	R	8	67	

5.3.2. Shakesort

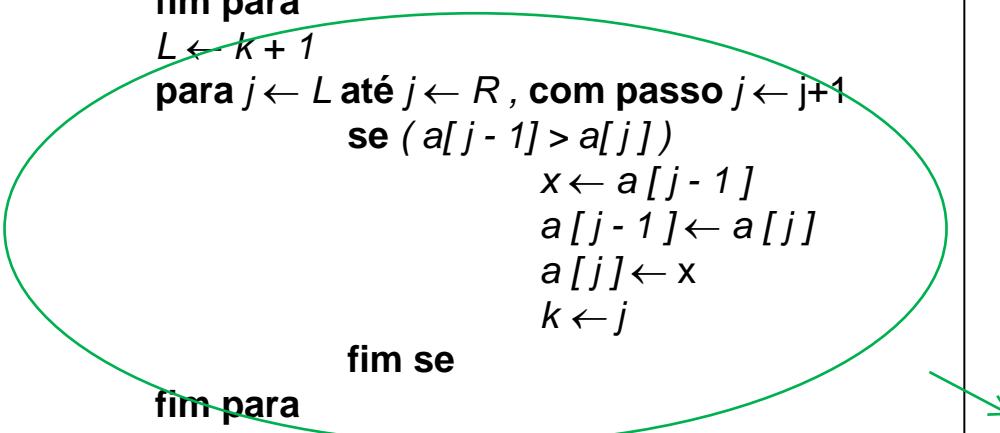
```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a
k	L	1 8
		2 45
		3 56
		4 12
		5 43
		6 95
		7 19
	R	8 67

Término da 1ª “subida”

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```



N = 8		a	
	1	8	
k	2	45	j - 1
L	3	56	j
	4	12	
	5	43	
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

Início da 1ª “descida”

5.3.2. Shakesort

```
...  
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$   
faça  
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$   
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j - 1]$   
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
       $k \leftarrow j$   
    fim se  
  fim para  
   $L \leftarrow k + 1$   
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$   
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j - 1]$   
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
       $k \leftarrow j$   
    fim se  
  fim para  
   $R \leftarrow k - 1$   
enquanto ( $L \leq R$ )  
...
```

N = 8		a	
k	1	8	
	2	45	
	3	56	j - 1
	4	12	j
	5	43	
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	j - 1
k	4	56	j
	5	43	
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
k	4	56	j - 1
	5	43	j
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
	4	43	j - 1
k	5	56	j
	6	95	
	7	19	
R	8	67	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1		8
	2		45
L	3		12
	4		43
k	5		56
	6		95
	7		19
R	8		67

j - 1

j

5.3.2. Shakesort

```
...  
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$   
faça  
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$   
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j - 1]$   
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
       $k \leftarrow j$   
    fim se  
  fim para  
   $L \leftarrow k + 1$   
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$   
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j - 1]$   
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
       $k \leftarrow j$   
    fim se  
  fim para  
   $R \leftarrow k - 1$   
enquanto ( $L \leq R$ )  
...
```

$N = 8$		a	
	1		8
	2		45
L	3		12
	4		43
k	5		56
	6		95
	7		19
R	8		67

$j - 1$
 j

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

$N = 8$		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
	4	43	
	5	56	
	6	19	$j - 1$
k	7	95	j
	8	67	
R			

5.3.2. Shakesort

```
...  
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$   
faça  
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$   
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j - 1]$   
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
       $k \leftarrow j$   
    fim se  
  fim para  
   $L \leftarrow k + 1$   
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$   
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j - 1]$   
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
       $k \leftarrow j$   
    fim se  
  fim para  
   $R \leftarrow k - 1$   
enquanto ( $L \leq R$ )  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
	4	43	
	5	56	
	6	19	
k	7	95	j - 1
R	8	67	j

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

$N = 8$		a	
		1	8
		2	45
	L	3	12
		4	43
		5	56
		6	19
		7	67
k	R	8	95

$j - 1$
 j

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a
	1	8
	2	45
L	3	12
	4	43
	5	56
	6	19
	7	67
k R	8	95

Término da 1ª “descida”.
Término da primeira passagem
(subida e descida de bolhas)

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
	4	43	
	5	56	
	6	19	j - 1
R	7	67	j
k	8	95	

Início da 2ª “subida”, pois
 $L \leq R$

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
	4	43	
	5	56	j - 1
	6	19	j
R	7	67	
k	8	95	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
	4	43	
	5	19	j - 1
k	6	56	j
R	7	67	
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
	4	43	j - 1
	5	19	j
k	6	56	
R	7	67	
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	
	4	19	j - 1
k	5	43	j
	6	56	
R	7	67	
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	
L	3	12	j - 1
	4	19	j
k	5	43	
	6	56	
R	7	67	
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	45	j - 1
L	3	12	j
	4	19	
k	5	43	
	6	56	
R	7	67	
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	j - 1
k	L	45	j
	4	19	
	5	43	
	6	56	
	7	67	
R	8	95	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a
k	L	1
		2
		3
		4
R		5
		6
		7
		8

Término da 2ª “subida”

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
k	3	45	j - 1
L	4	19	j
	5	43	
	6	56	
R	7	67	
	8	95	

Início da 2ª “descida”

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	19	j - 1
k	L	45	j
	5	43	
	6	56	
	7	67	R
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	19	
k	L	4	j - 1
	5	43	j
	6	56	
	R	7	67
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	19	
L	4	43	j - 1
k	5	45	j
	6	56	
R	7	67	
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
    para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $L \leftarrow k + 1$ 
    para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
        se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
             $x \leftarrow a[j - 1]$ 
             $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
             $a[j] \leftarrow x$ 
             $k \leftarrow j$ 
        fim se
    fim para
     $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	19	
L	4	43	
k	5	45	j - 1
	6	56	j
R	7	67	
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	19	
L	4	43	
k	5	45	
	6	56	j - 1
R	7	67	j
	8	95	

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a
L	1	8
	2	12
	3	19
	4	43
k	5	45
	6	56
	7	67
	8	95

Término da 2ª “descida”.

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8			a
R k	L	1	8
		2	12
		3	19
		4	43
		5	45
		6	56
		7	67
		8	95

Início da 3ª “subida”, pois
 $L \leq R$

5.3.2. Shakesort

```

...
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$ 
faça
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $L \leftarrow k + 1$ 
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$ 
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )
       $x \leftarrow a[j - 1]$ 
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$ 
       $a[j] \leftarrow x$ 
       $k \leftarrow j$ 
    fim se
  fim para
   $R \leftarrow k - 1$ 
enquanto ( $L \leq R$ )
...

```

N = 8		a	
	1	8	
	2	12	
	3	19	j - 1
R	4	43	j
L	5	45	
	6	56	
	7	67	
k	8	95	

Término da 3ª “descida”.

5.3.2. Shakesort

```
...  
 $L \leftarrow 2; R \leftarrow N; k \leftarrow N;$   
faça  
  para  $j \leftarrow R$  até  $j \leftarrow L$ , com passo  $j \leftarrow j - 1$   
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j - 1]$   
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
       $k \leftarrow j$   
    fim se  
  fim para  
   $L \leftarrow k + 1$   
  para  $j \leftarrow L$  até  $j \leftarrow R$ , com passo  $j \leftarrow j + 1$   
    se ( $a[j - 1] > a[j]$ )  
       $x \leftarrow a[j - 1]$   
       $a[j - 1] \leftarrow a[j]$   
       $a[j] \leftarrow x$   
       $k \leftarrow j$   
    fim se  
  fim para  
   $R \leftarrow k - 1$   
enquanto ( $L \leq R$ )  
...
```

$N = 8$		a
R k L	1	8
	2	12
	3	19
	4	43
	5	45
	6	56
	7	67
	8	95

Início da 3ª “descida”.

5.3.2. Shakesort

```
...  
L ← 2; R ← N; k ← N;  
faça  
  para j ← R até j ← L, com passo j ← j - 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  L ← k + 1  
  para j ← L até j ← R, com passo j ← j + 1  
    se ( a[j - 1] > a[j] )  
      x ← a[j - 1]  
      a[j - 1] ← a[j]  
      a[j] ← x  
      k ← j  
    fim se  
  fim para  
  R ← k - 1  
enquanto ( L ≤ R )  
...
```

N = 8		a
R k L	1	8
	2	12
	3	19
	4	43
	5	45
	6	56
	7	67
	8	95

Término da 3ª “descida”.
Note que o laço de descida não é executado nessa passagem.
Como $L > R$, Vetor Ordenado

5.3.2. Shakesort

- Análise
 - A análise do Shakersort é mais complexa do que dos algoritmos anteriores
 - O número mínimo de comparações é $C_{min}=N-1$
 - O número médio de comparações é proporcional a $C_{med}=(N^2-N(K+\ln(N)))/2$, onde K é uma constante
 - Entretanto, nota-se que todas as melhorias não afetam o número de movimentações: elas apenas reduzem o número de testes redundantes
 - Como a movimentação de dois elementos é uma operação mais onerosa do que a comparação de chaves, estas otimizações operam no algoritmo um ganho menor do que se poderia esperar

5.3.2. Shakesort

- Análise

Algoritmo	C_{\min}	$C_{\text{méd}}$	C_{\max}	M_{\min}	$M_{\text{méd}}$	M_{\max}
Inserção Direta	$O(N)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$	$O(N)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$
Inserção Binária	$O(N \cdot \log_2 N)$	$O(N \cdot \log_2 N)$	$O(N \cdot \log_2 N)$	$O(N)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$
Seleção Direta	$O(N^2)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$	$O(N)$	$O(N)$	$O(N)$
Bubblesort	$O(N^2)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$	$O(1)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$
Shakersort	$O(N)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$	$O(1)$	$O(N^2)$	$O(N^2)$

todos os métodos até aqui, no médio e no pior casos, são $O(N^2)$

5.3.2. Shakesort

- **Exercício 5.3.2.** Utilizando ordenação por shakesort, obtenha o número de comparações e movimentações em cada passo para os seguintes vetores
 - [45 56 12 43 95 19 8 67]
 - [8 12 19 43 45 56 67 95]
 - [95 67 56 45 43 19 12 8]
 - [19 12 8 45 43 56 67 95]

5.3.2. Shakesort

Exercício 5.3.2. Solução

L	R	Ci	Mi	45	56	12	43	95	19	8	67
3	7	13	30	8	45	12	43	56	19	67	95
4	4	9	15	8	12	19	43	45	56	67	95
6	4	1	0	8	12	19	43	45	56	67	95
		23	45								

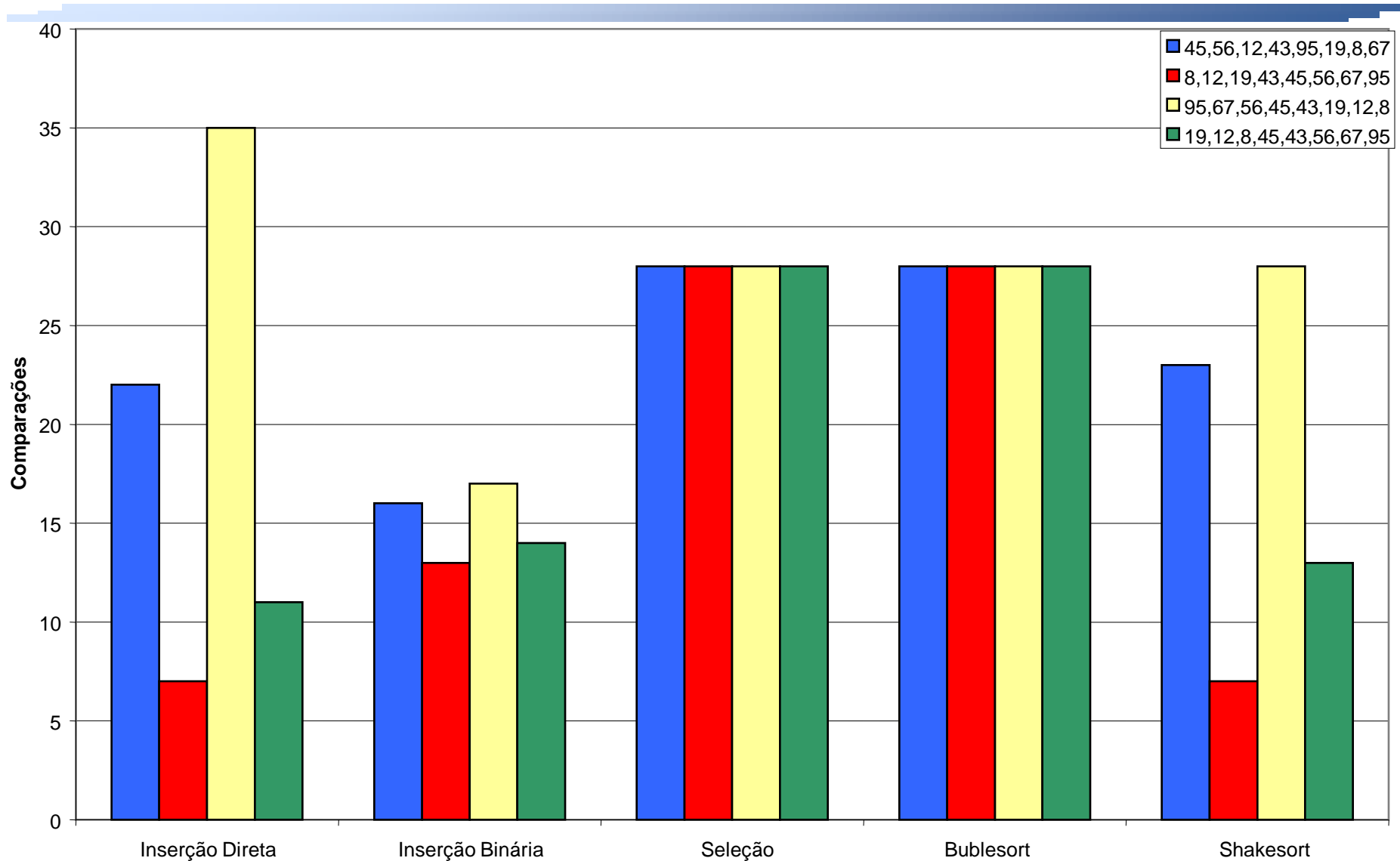
L	R	Ci	Mi	8	12	19	43	45	56	67	95
9	7	7	0	8	12	19	43	45	56	67	95
		7	0								

L	R	Ci	Mi	19	12	8	45	43	56	67	95
3	2	13	12	8	12	19	43	45	56	67	95
		13	12								

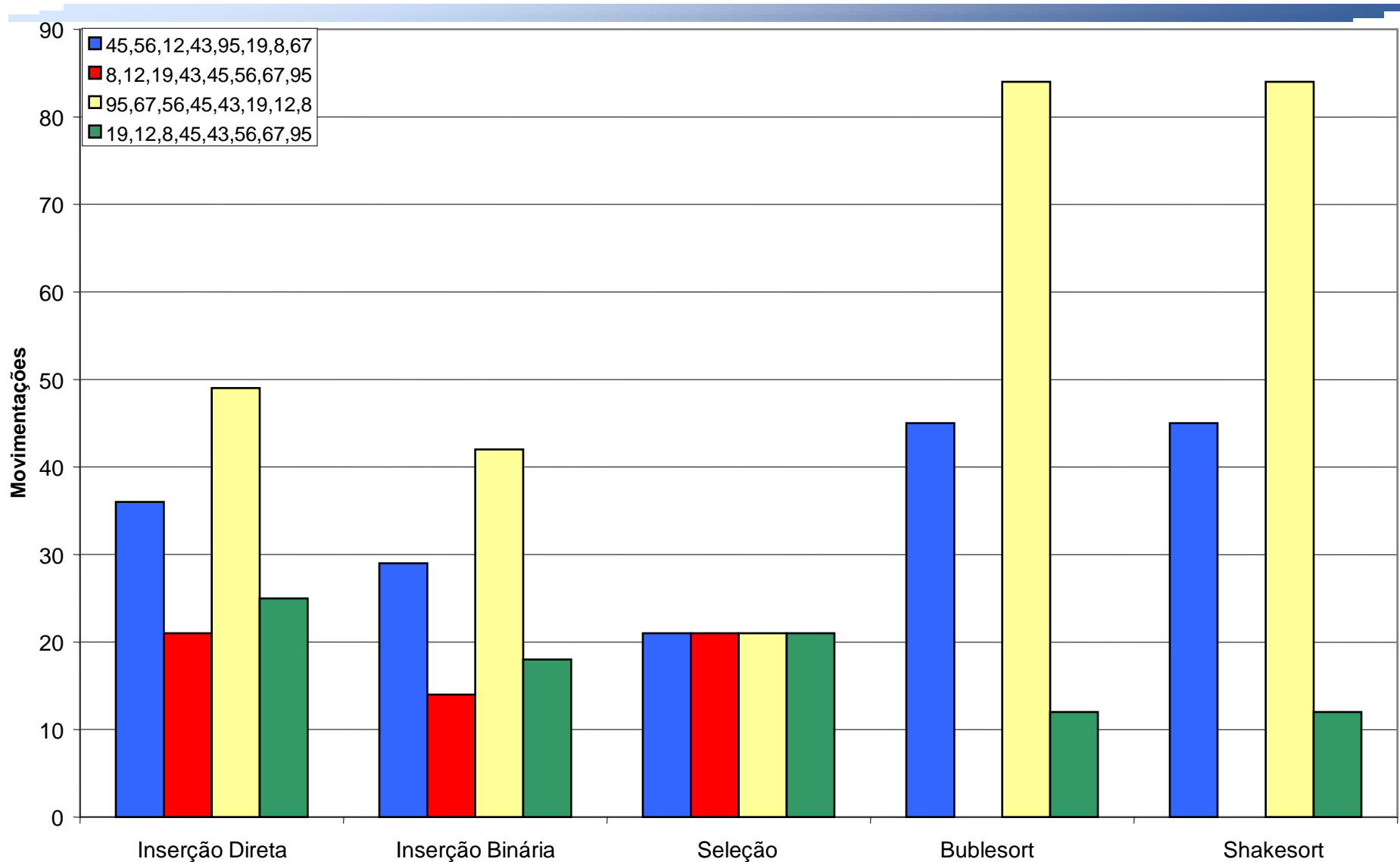
L	R	Ci	Mi	95	67	56	45	43	19	12	8
3	7	13	39	8	67	56	45	43	19	12	95
4	6	9	27	8	12	56	45	43	19	67	95
5	5	5	15	8	12	19	45	43	56	67	95
6	4	1	3	8	12	19	43	45	56	67	95
		28	84								

- na média e no melhor caso, ganho em comparações
- mas, movimentações fica igual

Comparações



Movimentações



- **Agradecimentos**

- Parte do material desta apresentação foi obtida através de slides da disciplina de Introdução à Computação II ministrada pelo Prof. José Augusto Baranauskas