

Teoría de las Finanzas

Forwards, Swaps y Futuros

Alejandro Mosiño
Universidad de Guanajuato
v.2014

¿Qué son los derivados financieros?

Derivados financieros (1/2)

Un derivado financiero o instrumento derivado es un producto financiero cuyo valor se basa en el precio de otro activo. Este último se conoce como *activo subyacente*.

Ejemplo

En 6 semanas deseamos comprar 1000 barriles de petróleo a 100 dólares el barril. En este caso, el valor final del contrato está implícito. Este se determina por el precio que tenga el barril del petróleo en 6 semanas. ¿Puedes imaginar porqué?

Derivados financieros (2/2)

Los principales derivados financieros son:

1. Forwards
2. Swaps
3. Futuros
4. Opciones

En este capítulo estudiaremos los tres primeros.

Forwards

Contratos forward (1/3)

Un contrato forward es un acuerdo celebrado en $t=0$ para comprar o vender un bien en una fecha futura. El contrato especifica:

- Cantidad y calidad del bien a ser entregado
- Precio de entrega, F
- Fecha de entrega, T
- Lugar de entrega.

Contratos forward (2/3)

Naturalmente, las especificaciones del contrato se acuerdan en $t=0$ por comprador y vendedor. Frecuentemente se dice que el comprador adopta una posición larga y el vendedor una posición corta.

Contratos forward (3/3)

Tenemos dos precios o valores asociados con los contratos forward:

- El precio forward, F . Este es el precio unitario del activo subyacente en su fecha de entrega.
- El valor o precio actual del contrato forward, f_t .

El precio F se determina de tal forma que $f_0=0$. Naturalmente, $f_t \geq 0$ para $t>0$. Además, $f_T = \pm(S_T - F)$, donde S_t es el *precio spot* del activo subyacente,

El precio forward (1/5)

Para calcular el precio forward supondremos que:

- No existen costos de transacción
- El subyacente es divisible
- Podemos almacenar el activo subyacente sin costo
- Se permiten las *ventas en corto*.

Nota. Una venta en corto es una operación especulativa que permite a los operadores vender títulos que pidieron prestados.

El precio forward (2/5)

Consideraremos un contrato forward cuya fecha de vencimiento es T . El precio forward, F , puede calcularse como $F=S / d(0,t)$, donde S es el precio del activo subyacente en $t=0$ y $d(0,t)$ es el factor de descuento en el intervalo $[0,T]$.

Ejercicio

Muestra que, si esta condición no se cumple, existen *oportunidades de arbitraje*.

El precio forward (3/5)

La ecuación anterior se deduce de la estrategia:

- En $t=0$ compramos una unidad del bien a precio S , y simultáneamente suscribimos un contrato forward para entregar una unidad del bien en T al precio F .
- Guardamos el bien y lo entregamos en la fecha T .
- El flujo de dinero de esta operación es $\{-S,F\}$, la cual se determina en $t=0$. Entonces debe ser que $S = d(0,t) F$.

El precio forward (4/5)

Ejemplo

Considera un contrato forward con vencimiento en 6 meses suscrito sobre un activo que no paga dividendos. El precio actual del activo es de \$50, y la tasa de interés anualizada para los bonos del gobierno de 6 meses es de 4%. Calcula el precio forward de este contrato.

El precio forward (5/5)

Nota

Naturalmente, si la tasa de interés se acumula de forma continua, la fórmula para el precio forward es:

$$F = S e^{rT}$$

Costos de almacenamiento (1/3)

Si existen costos por almacenar el activo subyacente:

- La fecha de entrega, T , se encuentra M periodos en el futuro. El número de periodos coincide con el número de pagos por concepto de almacenamiento.
- El costo por almacenamiento entre k y $k+1$ es $c(k)$ por unidad. Este se paga al inicio del periodo.
- Si los demás supuestos se mantienen, entonces (**Demostración**: Tarea):

$$F = \frac{S}{d(0, M)} + \sum_{k=0}^{M-1} \frac{c(k)}{d(k, M)}$$

Costos de almacenamiento (2/3)

Nota

Una fórmula alternativa para el precio forward se encuentra tomando en cuenta que:

$$d(0, M) = d(0, k)d(k, M); \quad \forall k$$

Entonces:

$$S = - \sum_{k=0}^{M-1} d(0, k)c(k) + d(0, M)F$$

Costos de almacenamiento (3/3)

Ejemplo

Considera un bono del gobierno con valor nominal de \$10,000. Este bono paga cupones semestrales a una tasa anualizada del 8% y vence en varios años más. Actualmente el bono se vende en \$9,260 y acaba de pagar cupón. ¿Cuál es el precio forward de un contrato para entregar este bono en 1 año? Suponemos que la tasa de interés de mercado para un año es de 9%.

El valor de un forward cuando $t>0$

Hasta ahora hemos supuesto que el contrato forward se suscribe en $t=0$. Por lo tanto, el valor del contrato forward es $f_0=0$. Sea F_t el precio forward en t del mismo contrato (que promete entregar el bien en T). Entonces:

$$f_t = (F_t - F_0)d(t, T)$$

Demostración (Tarea).

Mercados ajustados (1/3)

De la ecuación:

$$F = \frac{S}{d(0, M)} + \sum_{k=0}^{M-1} \frac{c(k)}{d(k, M)}$$

podemos deducir que el precio forward es creciente en M . Sin embargo, a pesar de que en la práctica esto no es siempre el caso, no existen oportunidades de arbitraje. ¿Porqué?

Mercados ajustados (2/3)

En algunos mercados no siempre es posible vender en corto. Esto puede deberse a una escasez de oferta o simplemente porque los propietarios del bien no están dispuestos a prestarlo. Estos son los *mercados ajustados*. En este caso:

$$F \leq \frac{S}{d(0, M)} + \sum_{k=0}^{M-1} \frac{c(k)}{d(k, M)}$$

Demostración (Tarea).

Mercados ajustados (3/3)

La igualdad en la ecuación anterior puede restaurarse si definimos el rendimiento de conveniencia (*convenience yield*). Este mide el beneficio de poseer un bien. Entonces:

$$F = \frac{S}{d(0, M)} + \sum_{k=0}^{M-1} \frac{c(k)}{d(k, M)} - \sum_{k=0}^{M-1} \frac{y}{d(k, M)}$$

donde y es el rendimiento de conveniencia por periodo.

Swaps

Swap *vanilla* para tasas de interés (1/4)

En un swap *vanilla* para tasas de interés tenemos:

- Fecha de vencimiento, T
- Un principal *hipotético*, P
- Un número fijo de periodos, M
- Las partes suscriptoras del contrato, A y B .

Definición de Swaps

Un *swap* es el acuerdo de intercambiar un flujo de dinero por otro. Por ejemplo, alguien desea intercambiar una serie de pagos fijos por una serie de pagos variables. Este es el swap más común, y se conoce como swap *vanilla*. Ejemplos de swap *vanilla*:

- Swap *vanilla* para tasas de interés
- Swap *vanilla* para mercancías
- Swap *vanilla* para divisas.

Swap *vanilla* para tasas de interés (2/4)

En un swap *vanilla* sobre tasas de interés:

- Cada periodo la parte A hace un pago a la parte B . Este pago corresponde a una tasa de interés fija calculada sobre P .
- Cada periodo la parte B hace un pago a la parte A . Este pago corresponde a una tasa de interés flotante calculada sobre P .

Es importante resaltar que el principal, P , nunca se paga. Además, es importante saber si los pagos se realizan al inicio o al final de cada periodo.

Swap *vanilla* para tasas de interés (3/4)

Si los pagos se realizan al final de cada periodo, la parte *A* recibe:

$$C = \{0, S_0 - X, \dots, S_{M-1} - X\}$$

donde $X = r_f P$ es constante, $S_i = r_i P$ es el pago en intereses recibido por *A*, y r_i es la tasa de interés que prevalecía al inicio del periodo i . Esta es, por lo general, estocástica.

Swap *vanilla* para tasas de interés (4/4)

Al igual que con los forwards, el valor de X se calcula de tal forma que el valor inicial del swap sea cero. Además, decimos que la parte *A* está en una posición larga, y la parte *B* está en una posición corta.

Swap *vanilla* para divisas

En este caso tenemos dos partes que desean intercambiar:

- Los pagos por intereses calculados a tasa fija y el principal de un préstamo contratado de X divisa.
- Los pagos por intereses calculados a *tasa fija* y el principal de un préstamo contratado en Y divisa.

Nota que, en este caso, la incertidumbre en los flujos de dinero proviene de la volatilidad del tipo de cambio.

El precio de un swap

Como veremos, el precio de un swap puede encontrarse como si se tratara de una secuencia de contratos forward.

El precio de un swap sobre mercancías (1/4)

Sea S_i el precio spot de un bien al inicio del periodo i . La parte A recibe el precio spot sobre N unidades del bien y paga una cantidad fija, X , por periodo. Suponemos que se realizan M pagos, los cuales se realizan al inicio de cada periodo. Entonces:

$$C = N \times \{0, S_1 - X, S_2 - X, \dots, S_M - X\}$$

Naturalmente este flujo de dinero es estocástico y no podemos calcular su valor presente directamente.

El precio de un swap sobre mercancías (2/4)

Descomponemos C en:

- Un flujo de M pagos constantes de $-NX$ cada uno
- Un flujo de pagos estocásticos: $N \times \{0, S_1, S_2, \dots, S_M\}$.

Nota que el flujo de pagos estocásticos puede interpretarse como una secuencia de contratos forward sobre N unidades de un bien.

El precio de un swap sobre mercancías (3/4)

Dado que recibir NS_i en el periodo i es lo mismo que recibir NF_i en i , donde F_i es el precio en $t=0$ de un forward que promete entregar una unidad del bien en $t=i$:

$$V = N \sum_{i=1}^M d(0, i)(F_i - X)$$

Naturalmente V es determinístico. X se elige de tal forma que el valor inicial de V sea cero.

El precio de un swap sobre mercancías (4/4)

Ejercicio

Una compañía de electrónicos contrata un swap para M periodos. Cada periodo la compañía recibe el precio spot del oro a cambio de pagos fijos. Suponemos que la oferta del oro es abundante y que no existen costos de almacenamiento. Encuentra el valor de este contrato.

El precio de un swap sobre tasas de interés (1/3)

Ahora la parte *A* realiza pagos de $r\%$ (constante) sobre un principal hipotético, P , y recibe pagos correspondientes a una tasa de interés flotante sobre el mismo principal durante M periodos. Suponemos que los pagos se realizan al final del periodo:

$$C = P \times \{0, c_0 - r, c_1 - r, \dots, c_{M-1} - r\}$$

donde c_i es la tasa que prevalecía al inicio del periodo i .

El precio de un swap sobre tasas de interés (2/3)

Al igual que con los forwards, el valor de un swap sobre tasas de interés es cero cuando recién se suscribe el contrato. Es decir:

$$VPN(C)=0$$

El precio de un swap sobre tasas de interés (3/3)

Sin embargo, una vez suscrito, el valor del swap puede ser positivo o negativo. Para encontrar este valor seguimos el procedimiento siguiente:

- Calculamos las tasas de interés forward para cada c_i
- Calculamos el flujo de dinero, C , bajo el supuesto de que los c_i son iguales a las tasas forward
- Calculamos el valor presente del flujo de dinero generado en el tiempo por el contrato swap.

Tasas de interés forward (1/3)

Las tasas de interés forward se calculan usando las tasas de interés de los bonos zero-cupón. Por ejemplo:

Tiempo	Tasas zero-cupón	Tasas forward
1	3.0	
2	4.0	5.0
3	4.6	5.8
4	5.0	6.2
5	5.3	6.5

Si suponemos que las tasas se acumulan de forma continua, las tasas zero-cupón implican que si hoy inviertes P , recibirás $P e^{ir_i}$ en el periodo i .

Tasas de interés forward (2/3)

Calculemos la tasa forward del periodo 2, $r_{f,2}$. Nota que si invertimos \$100 por dos periodos a tasa zero-cupón tenemos:

$$100e^{0.04 \times 2} = \$108.33$$

Ahora supongamos que se invierten \$100 en el periodo 1 y el resultante se re-invierte a la tasa forward, $r_{f,2}$. Esta tasa debe ser tal que:

$$100e^{0.03 \times 1} e^{0.03 r_{f,2} \times 1} = \$108.33$$

Entonces $r_{f,2}=5\%$.

Tasas de interés forward (3/3)

Entonces las tasas forward son combinaciones de las tasas zero-cupón. Si deseamos calcular la tasa forward entre los períodos t_1 y t_2 :

$$r_{f,t_1,t_2} = \frac{r_{t_2} \times t_2 - r_{t_1} \times t_1}{t_2 - t_1}$$

Ejercicio

Calcula las tasas forward del ejemplo anterior y muestra — usando el argumento de la diapositiva anterior — porqué estas tasas son correctas.

Ejercicio: El precio de un swap sobre tasas de interés

Ejercicio

Supongamos que una institución financiera entra en un contrato swap en el que paga una tasa de interés semestral flotante y recibe una tasa anualizada del 8% (con acumulación semestral). El principal hipotético es de \$100 millones. Al swap le quedan 1.25 años de vida. Las tasas flotantes con acumulación continua y vencimientos en 3, 9 y 15 meses son del 10%, 10.5%, y 11%, respectivamente. La tasa flotante anualizada (con acumulación semestral) del último pago fue de 10.2%. Encuentra el valor de este swap.

Futuros

Mercado de futuros (1/3)

Los mercados forwards tienen sus debilidades:

- Existe un problema de doble coincidencia de deseos
- Existen problemas de transparencia y de liquidez
- Existe riesgo de incumplimiento de una de las partes del contrato.

Estos problemas han sido corregidos en gran medida gracias a la existencia de los mercados de futuros.

Mercado de futuros (2/3)

En los mercados de futuros existe una *cámara de compensación*, la cual:

- Solicita a cada participante una cuenta de crédito individual
- En cada periodo ajusta las cuentas de los participantes de acuerdo a sus pérdidas o ganancias
- Exige, además, un mínimo de garantía en las cuentas de cada participante para evitar problemas de incumplimiento.

Mercado de futuros (3/3)

Ejemplo

El señor X toma la posición larga de un contrato sobre 5,000 toneladas de maíz. La entrega se realiza en marzo a un precio de $F_0=\$2.10$ por tonelada. El broker le solicita una cuenta de \$800 y un mínimo de garantía de \$600.

- ¿Cuál es la pérdida o ganancia del señor X si el siguiente día el precio del contrato cae a $F_1=\$2.07$? ¿Qué pasa con su cuenta de crédito individual?
- ¿Cuál es la pérdida o ganancia del señor X si el siguiente día el precio del contrato vuelve a caer a $F_2=\$2.05$? ¿Qué pasa con su cuenta de crédito individual?

Los precios futuros

No daremos una prueba aquí, pero se puede demostrar que, si las tasas de interés son determinísticas, los precios forward y futuros son iguales. Si las tasas de interés son estocásticas:

- Si las tasas de interés y los precios del activo subyacente tienen una correlación positiva, los precios futuros son superiores a los precios forward.
- Si las tasas de interés y los precios del activo subyacente tienen una correlación negativa, los precios futuros son inferiores a los precios forward.