

Анализ систематических разностей параллаксов звезд каталогов TGAS и Hipparcos с помощью сферических функций

© 2018 г.

Санкт-Петербургский государственный университет, СПб¹

Исследованы систематические разности тригонометрических параллаксов каталогов Hipparcos и TGAS с помощью сферических функций. Определены наиболее значимые гармоники в разложении. Изучено так же распределение дисперсии разности параллаксов в различных областях небесной сферы. Наиболее простой вид распределение среднеквадратичного отклонения имеет в эклиптической системе координат.

Ключевые слова: астрометрия, параллаксы, сферические функции, Hipparcos, Gaia

1. Введение

Сравнение каталогов является классической задачей фундаментальной астрометрии. До недавнего времени такое исследование могло проводиться лишь для положений и собственных движений звезд. Появление первых результатов миссии Gaia, в частности, его подмножества каталога TGAS, позволило впервые произвести сравнение тригонометрических параллаксов общих звезд каталогов TGAS и Hipparcos, а именно его второй версии астрометрических данных (van Leeuwen, 2007).

25 апреля 2018 года вышла версия Gaia Data Release 2, но в ней на отсутствуют связи с объектами Hipparcos, более того, даже связь между номерами DR1 и DR2 признается авторами ненадежной. Кросс-таблицы связей Gaia DR1 и DR2, а также таблицы связи Gaia DR2 с другими каталогами будут опубликованы позднее.

Несмотря на то, что параллаксы звезд Hipparcos имеют высокую формальную точность результата, неоднократно были указания на возможные систематические ошибки этих параллаксов. Например, в статье David R. Soderblom et al. (2007) показывается расхождение с данными космического телескопа Hubble для звезд Плеяд. В статье Цветков, Попов, Смирнов (2008) найден приведен большой список звезд, для которых спектральные параллаксы, построенные на двумерной спектральной классификации, значительно отличаются от тригонометрических параллаксов, определенных на аппарате Hipparcos.

Каталог TGAS содержит 2057050 звезд с данными о тригонометрических параллаксах, включает в себя только звезды Hipparcos и Tycho-2 и использует в качестве первой эпохи положения звезд в этих каталогах. В статье Линдегрена и др. (2016) было проведено первичное сравнение параллаксов в каталогах TGAS и Hipparcos. Были даны оценки разностей, построены диаграммы, описывающие общий ход разностей параллаксов в зависимости от различных параметров звезд, например, от показателя цвета. Традиционно, при сравнении положений и собственных движений звезд

астрометрических каталогов используется аппарат скалярных или векторных функций. Впервые такой подход был использован Фрикке (1977), и подробно описан в монографии Витязева (2018). В настоящей статье мы применим аппарат скалярных сферических функций для анализа систематических разностей параллакс.

2. Вычисление разностей параллакс индивидуальных звезд

Число общих звезд в каталогах Hipparcos и TGAS равно 93635. Объединение данных каталогов не составило труда, так как в TGAS есть идентификатор звезды Hipparcos. Распределение звезд объединенного каталога по небесной сфере представлено на рис. 1. Во всех иллюстрациях мы использовали пикселизацию данных по алгоритму HealPix (Gorski, 2005) с параметром $n = 8$, что дает 768 площадок. В площадки попадало от 57 до 273 звезд объединенного каталога.

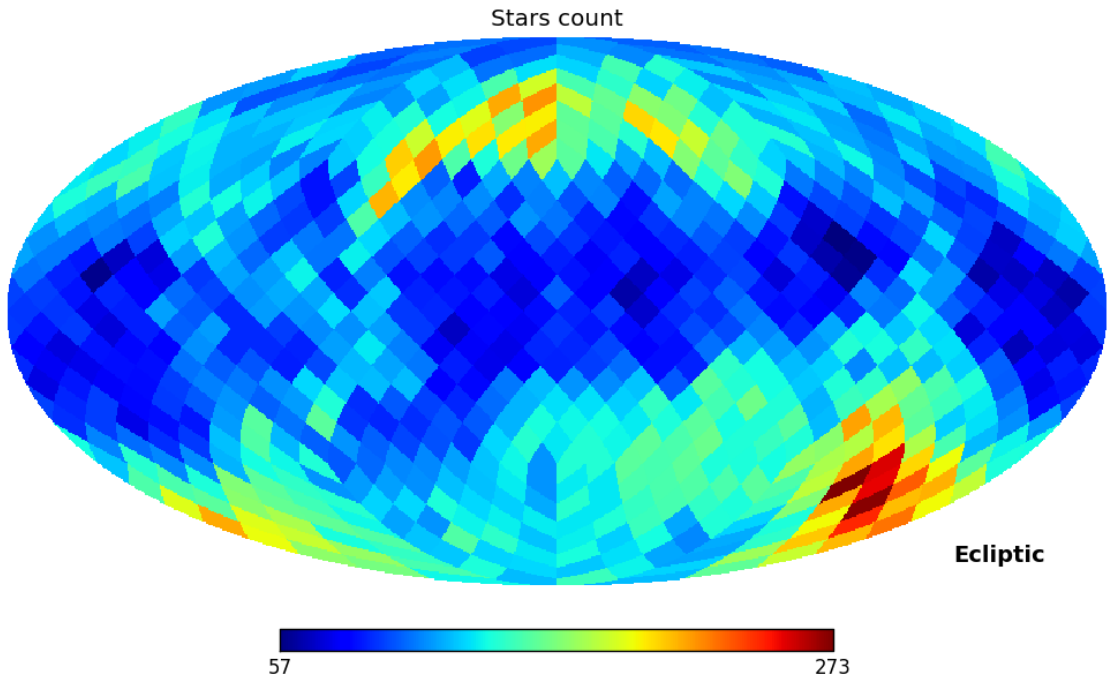


Рис. 1: Распределение звезд из объединенного каталога по небесной сфере в эклиптических координатах

В объединенном каталоге мы оставили следующие данные:

- hip – идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- π_{tgas} – абсолютный барицентрический параллакс звезды в TGAS

- $\sigma_{\pi_{tgas}}$ – среднеквадратичная ошибка параллакса звезды в TGAS
- l – галактическая долгота в TGAS
- b – галактическая широта в TGAS
- π_{hip} – тригонометрический параллакс в Hipparcos
- $\sigma_{\pi_{hip}}$ – среднеквадратичная ошибка параллакса звезды в Hipparcos

Для каждой звезды объединенного каталога вычислялась величина разности ее параллакса в Hipparcos и в TGAS: $\pi_{hip} - \pi_{tgas}$.

3. Анализ больших выбросов

Предварительно мы провели анализ на наличие больших выбросов в разностях параллаксов, с целью обнаружения единичных объектов, которые могут значительно исказить средний результат. Рассмотрим звезды, у которых разность параллаксов в TGAS и Hipparcos по модулю превышает 3 среднеквадратичных ошибки этой разности $\sqrt{\sigma_{\pi_{hip}}^2 + \sigma_{\pi_{tgas}}^2}$. Таких звезд оказалось 2148. Коэффициент корреляции модуля разности параллаксов с ошибкой параллакса в Hipparcos для этих звезд равен 0.87, а с ошибкой в TGAS – всего 0.1. Таким образом, можно утверждать, что большая разность между параллаксами обусловлена большими ошибками параллаксов именно в Hipparcos. Кроме того, явно ошибочными являются значимые по критерию 3σ отрицательные параллаксы, т.е. такие, что $\pi < -3\sigma_{\pi}$. Но число таких звезд невелико. В TGAS – всего 6, а в Hipparcos – 17.

Для того, чтобы не исказить общую картину предварительным отбрасыванием части наблюдений, что могло бы сдвинуть систематические разности, мы решили использовать все 93635 звезд.

4. Анализ разностей тригонометрических параллаксов с помощью сферических функций

Разложения по сферическим функциям можно вести в разных системах координат. Как было отмечено Линдегренем (2016), и наше предварительное исследование показали, что разности параллаксов и распределение среднеквадратичных отклонений по небесной сфере имеют явно выраженную концентрацию наибольших и наименьших значений в областях эклиптики и эклиптических полюсов. Наилучшем образом этот факт замечен при визуализации не самих разностей параллаксов (рис. 3)? а среднеквадратичного отклонения этой величины (рис. 4). Это делает целесообразным проведение разложений систематических разностей по сферическим функциям в эклиптической системе координат.

Следуя обычному подходу, представим разности параллаксов в виде

Таблица 1: Звезды с самым большим отношением модуля разности параллаксов к ошибке разности параллаксов

<i>HIP</i>	λ	β	$\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$	$\sqrt{\sigma_{\pi_{hip}}^2 + \sigma_{\pi_{tgas}}^2}$	$\frac{ \pi_{xhip} - \pi_{tgas} }{\sqrt{\sigma_{\pi_{hip}}^2 + \sigma_{\pi_{tgas}}^2}}$	π_{xhip}	$\sigma_{\pi_{xhip}}$	π_{tgas}	$\sigma_{\pi_{tgas}}$
47696	146.02	-7.05	28.54	1.51	18.86	4.84	1.35	-23.70	0.68
21000	66.66	-16.34	81.15	4.76	17.05	84.76	4.74	3.61	0.43
66211	214.88	-22.77	19.22	1.14	16.88	6.66	0.68	-12.56	0.91
50305	149.56	6.54	12.27	0.76	16.20	8.73	0.65	-3.54	0.39
97837	315.68	60.12	-10.91	0.70	15.69	18.76	0.56	29.67	0.41
26111	86.75	46.30	29.36	1.96	14.99	30.22	1.94	0.86	0.27
72481	234.24	-28.11	-17.70	1.33	13.32	3.86	1.21	21.56	0.55
91154	275.45	-37.96	20.63	1.63	12.66	46.71	1.44	26.08	0.76
113324	20.08	55.54	-6.48	0.54	12.09	5.22	0.46	11.70	0.28
91295	281.19	35.35	12.85	1.15	11.13	20.19	1.02	7.34	0.54
65268	187.81	31.99	-9.98	0.92	10.87	18.28	0.72	28.26	0.57
78267	245.65	-18.08	11.28	1.05	10.79	27.08	0.90	15.80	0.53
74915	240.38	-28.51	12.14	1.27	9.59	11.22	0.96	-0.92	0.82
48095	231.91	-70.47	5.54	0.60	9.18	21.60	0.42	16.06	0.43
10548	326.57	-69.57	-7.54	0.83	9.07	11.57	0.51	19.11	0.66
9316	0.41	-55.04	7.32	0.83	8.81	13.90	0.54	6.58	0.63
37206	146.75	-73.23	5.87	0.72	8.18	15.41	0.67	9.54	0.25
52530	149.75	22.71	-5.70	0.71	8.07	8.32	0.58	14.02	0.40
5300	354.96	-44.00	9.15	1.14	8.02	16.48	0.61	7.33	0.96
58924	120.89	63.52	6.37	0.80	7.98	17.32	0.57	10.95	0.56

$$\Delta_{\pi}(\lambda, \beta) = \sum_{nkp} \delta_{nkp} K_{nkp}(\lambda, \beta), \quad (1)$$

где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970):

$$K_{nkp}(\lambda, \beta) = R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(\beta), & k = 0, \quad p = 1; \\ P_{nk}(\beta) \sin k\lambda, & k \neq 0, \quad p = 0; \\ P_{nk}(\beta) \cos k\lambda, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases} \quad (2)$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0; \\ 1, & k = 0. \end{cases} \quad (3)$$

В формуле (2) через λ и β обозначены соответственно эклиптическая долгота и широта, ($0 \leq \lambda \leq 2\pi$; $-\pi/2 \leq \beta \leq \pi/2$); через $P_{nk}(\beta)$ — полиномы Лежандра (при $k = 0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k > 0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

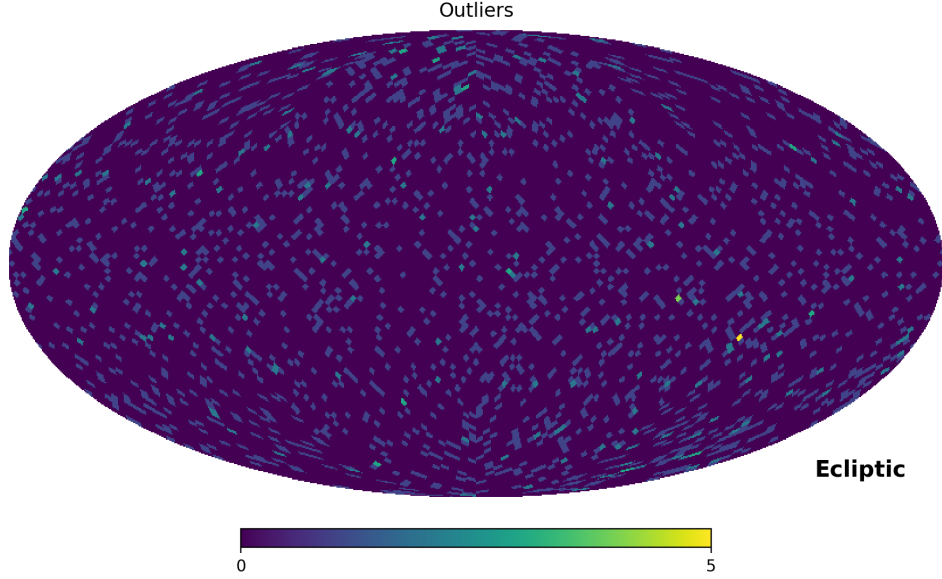


Рис. 2: Распределение звезд-выбросов в разностях параллаксов по небесной сфере в эклиптических координатах. Всего 2148 звезд.

$$\begin{aligned}
 P_{nk}(\beta) &= \sin \beta \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(\beta) - \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(\beta), \quad \begin{matrix} k=0, 1, \dots \\ n=k+1, k+2, \dots \end{matrix} \\
 P_{kk}(\beta) &= \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k \beta \\
 P_{k+1,k}(\beta) &= \frac{(2k+2)!}{2^{k+1} (k+1)!} \cos^k \beta \sin \beta.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций K_{nkp} и коэффициентов δ_{nkp} одним индексом j , где

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \tag{5}$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint_{\Omega} (K_i \cdot K_j) d\omega = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j. \end{cases} \tag{6}$$

Другими словами, набор функций K_{nkp} образуют на сфере ортонормированную систему функций.

Методом наименьших квадратов решим систему, порождаемую уравнением (1) для усредненных данных всех площадок *Healpix* и для первых 49 ($n \leq 6$) коэффициентов разложения δ_j , поскольку нас интересуют только низкочастотные коэффициенты. Как мы увидим далее, число значимых гармоник значительно меньше. Полученные

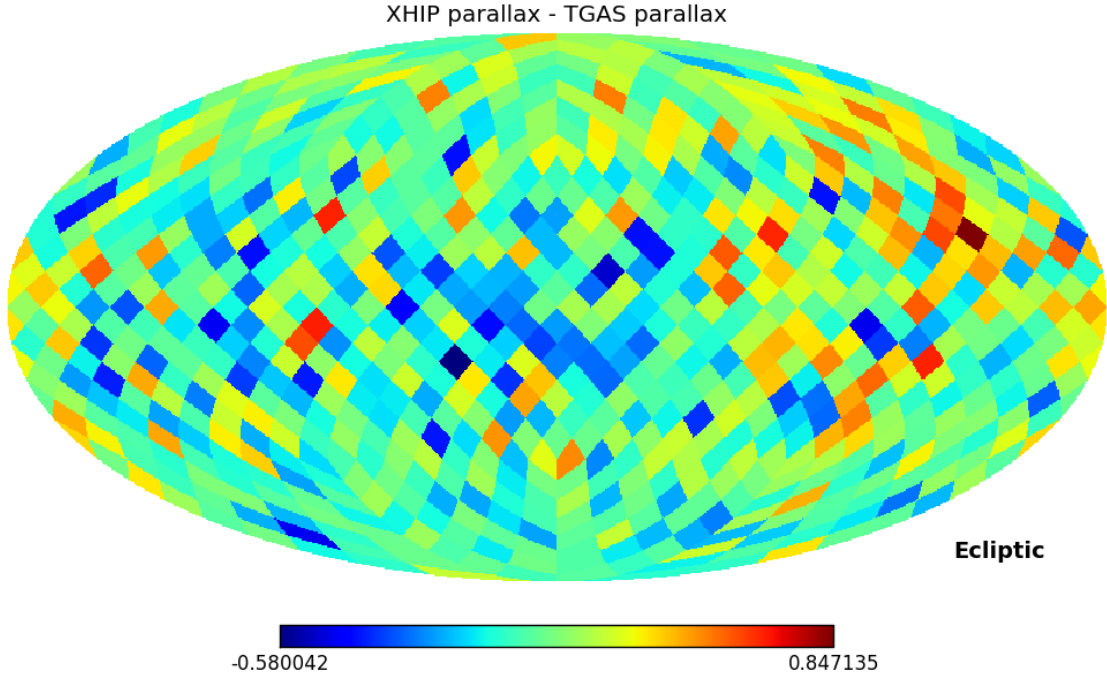


Рис. 3: Распределение разности параллаксов Hipparcos и TGAS по небесной сфере в эклиптических координатах.

данные имеют значение F-статистики 3.388 по критерию Фишера, т.е. модель является достоверной на уровне значимости $1.3 \cdot 10^{-12}$. То есть полученные коэффициенты полностью описывают модель систематических разностей. Данные коэффициенты разложения представлены в таблице 2. Статистически значимых на уровне 3σ коэффициентов оказалось всего шесть. Систематические разности параллаксов, полученные на основе этой таблицы, изображены на рис. 5. Амплитуда этой величины оказалась весьма мала: от -0.09 мсд до $+0.26$ мсд. Таким образом систематически параллаксы TGAS мало отличаются от параллаксов Hipparcos.

5. Анализ среднеквадратичных отклонений тригонометрических параллаксов с помощью сферических функций

Для исчерпывающего изучения отличия параллаксов звезд обоих каталогов, мы решили изучить закономерность в распределении среднеквадратичного отклонения разностей параллаксов, т.к. это позволит выявить участки небесной сферы, где разброс параллаксов Hipparcos и TGAS наиболее велик, а где мал.

Коэффициенты разложения по сферическим функциям среднеквадратичного отклонения разностей параллаксов звезд на уровне значимости 3σ представлены в

Таблица 2: Статистически значимые коэффициенты разложения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{ \delta_j }{\sigma_{\delta_j}}$
0	0.34	0.02	13.66
1	0.11	0.02	4.25
2	-0.14	0.02	5.76
3	-0.11	0.02	4.51
31	0.09	0.02	3.68
46	0.08	0.02	3.43

таблице 3. Распределение среднеквадратичных отклонений, вычисленных на основе этой таблицы, изображено на рис. 6. Полученная регрессия имеет значение F-статистики 4.282, т.е. модель является значимой на уровне $3.37 \cdot 10^{-18}$.

Модель среднеквадратичных отклонений разностей оказалась на удивление очень простой и на уровне значимости $1.30 \cdot 10^{-22}$ фактически описывается всего лишь двумя коэффициентами нулевым и четвертым.

Таблица 3: Статистически значимые коэффициенты разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{ \delta_j }{\sigma_{\delta_j}}$
0	6.05	0.07	80.96
4	-0.83	0.07	11.07
8	-0.27	0.07	3.56

6. Обсуждение

Положительный коэффициент при нулевой гармонике разложения разности параллаксов является позволяет сказать, что параллакс в Hipparcos больше, чем параллакс в TGAS в среднем по всей небесной сфере, то есть по данным Hipparcos звезды находятся ближе. Это подтверждается и другими исследованиями (Gaia Collaboration, 2017).

Коэффициенты 1 и 2 показывают асимметрию распределения разности в различных полушариях (рис. 3). Отрицательный коэффициент за номером 3 говорит о том, что в районе точки весеннего равноденствия (нулевой долготы) параллаксы в TGAS статистически значимо больше, чем в Hipparcos, в отличие от других частей небесной сферы.

Анализ показывает, что статистически значимые гармоники разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов Hipparcos и TGAS по сферическим функциям в эклиптических координатах имеют номера 0, 4. Т.е. статистическое различие параллаксов зависит в основном только от эклиптической широты. Большой

модуль разности параллаксов в TGAS и Hipparcos достаточно коррелирует с ошибками в параллаксах Hipparcos, и числом наблюдений звезды на аппарате (рис. 7).

Нулевой коэффициент разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов на порядок превосходит коэффициент разложения разности. Это говорит о том, что разность параллаксов Hipparcos и TGAS имеет *разный знак* для разных звезд, а сама эта *разность может быть и велика*. Различия параллаксов двух каталогов имеют в значительной мере стохастический характер.

7. Заключение

Результат данного исследования в целом показал, что параллаксы Hipparcos и TGAS систематически схожи, хотя индивидуальные параллаксы звезд могут различаться значительно.

Любопытно, систематические разности собственных движений или положений даже близких по построению наземных каталогов (Vityazev, Tsvetkov 2015) имеют значительно более сложную структуру, в том числе систематические разности собственных движений Tycho-2 и TGAS (Витязев, Цветков, 2017).

Простая модель систематических разностей может заключаться в том, что параллаксы обоих каталогов получены в результате космических экспериментов, что привело к высокой однородности данных.

Однако, есть и другая гипотеза. Близость параллаксов TGAS и Hipparcos в систематическом отношении говорит о том, что использование в качестве первой эпохи координат звезд Hipparcos и Tycho 2 позволяет считать, что параллаксы TGAS не являются в полном смысле независимыми от данных предыдущей космической миссии. Подтверждение этому обстоятельству может служить описание каталога Gaia DR2, где в описании явно сказано, что эта версия каталога наконец не зависит от данных Tycho-2. Публикация кросс-таблиц связи DR2 с DR1 и с Hipparcos позволит провести соответствующее исследование и подтвердить или опровергнуть эту гипотезу.

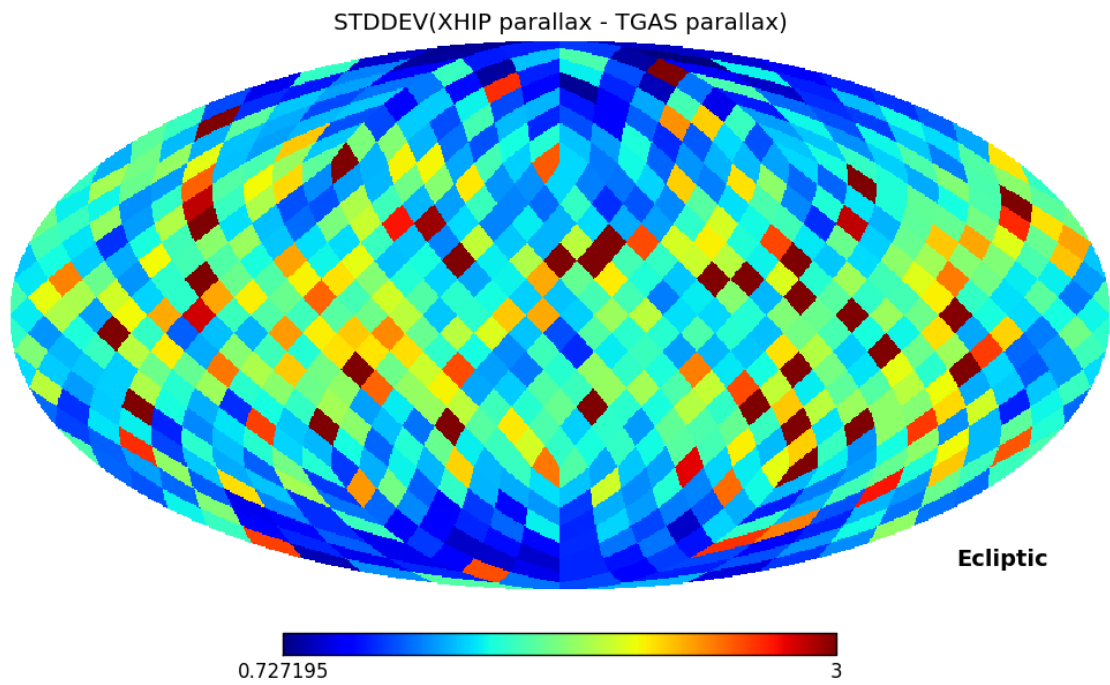


Рис. 4: Распределение среднеквадратичного отклонения разности параллаксов Hipparcos и TGAS по небесной сфере в эклиптических координатах.

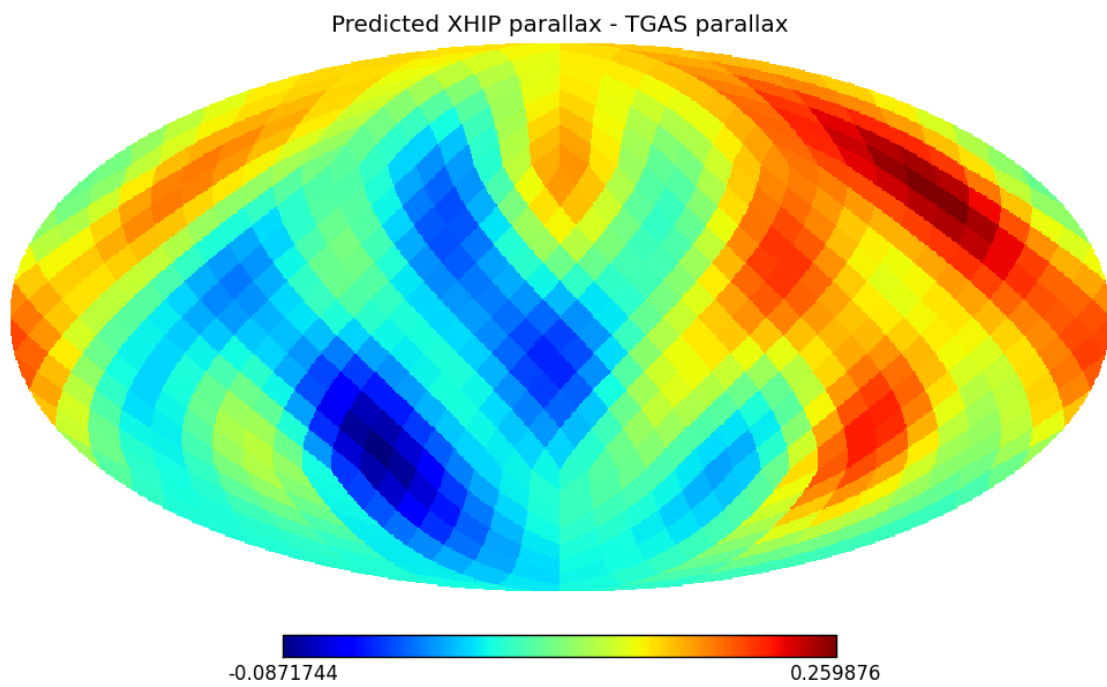


Рис. 5: Систематические разности параллаксов, полученные на основе таблицы 2

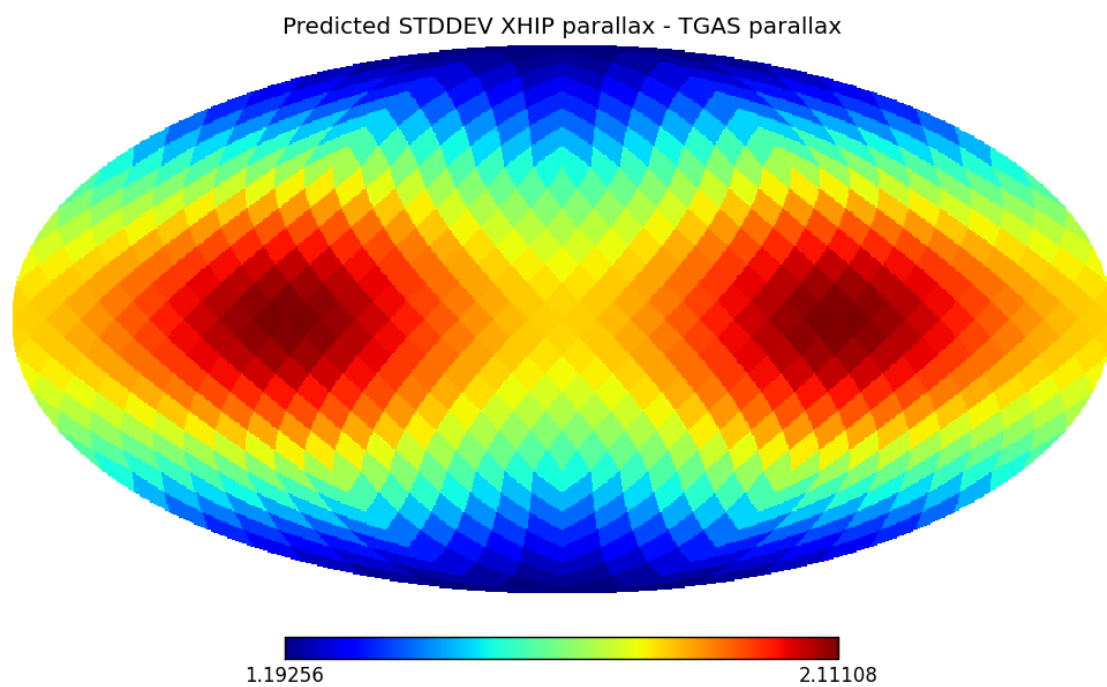


Рис. 6: Распределение среднеквадратичных отклонений, вычисленных на основе таблицы 3

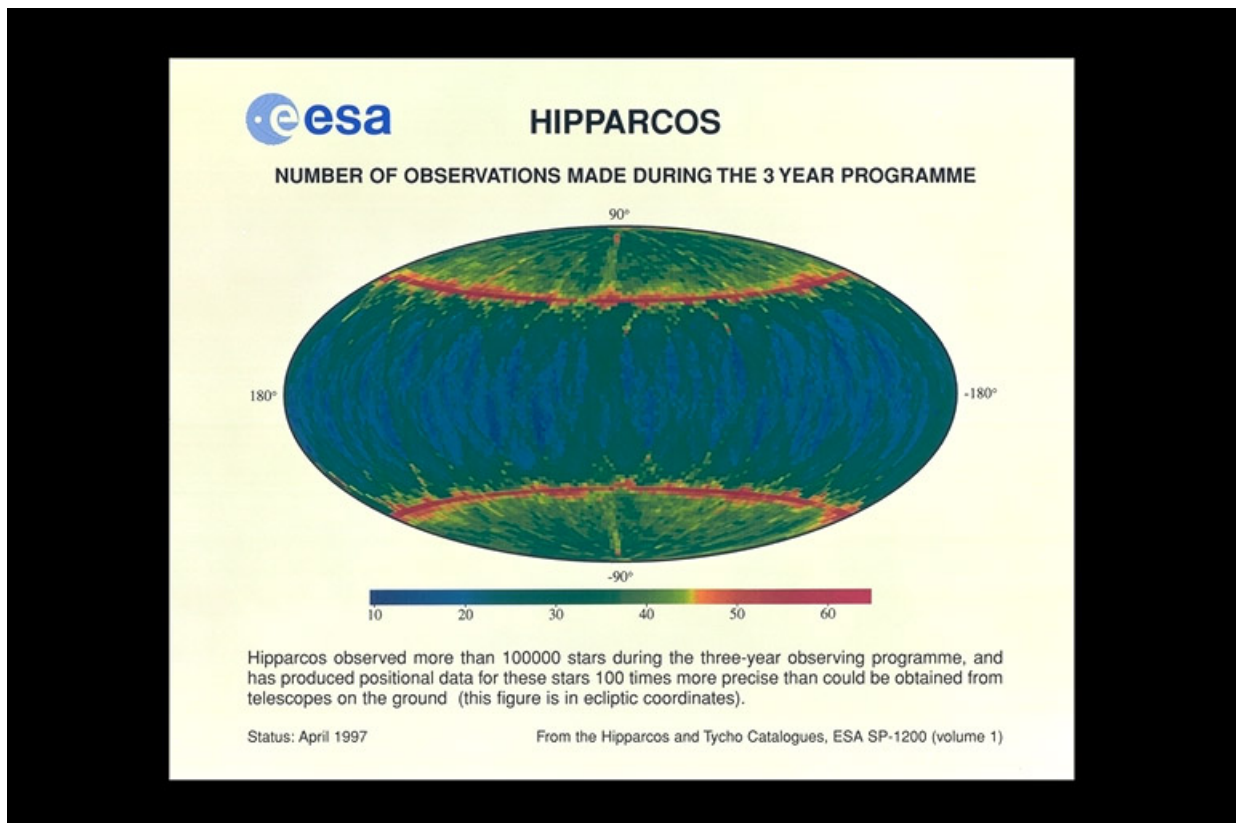


Рис. 7: Распределение числа наблюдений звезд на аппарате Hipparcos по небесной сфере в эклиптических координатах

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Anderson, E.; Francis, Ch., Astron. Letters, Volume 38, Issue 5, 331-346, (2012).
2. Astraatmadja T., Bailer-Jones C., Astrophys. J.832:137 (26pp), (2016)
3. David R. Soderblom1 etc., Astron. J., **129**, N 3 (2007)
4. Gaia Collaboration, Astron. Astrophys., man. no. 30552 (2017)
5. Gaia Data Release 2, <https://www.cosmos.esa.int/web/gaia/dr2>
6. Gorski K.M. et al., Astrophys. J., 622, p759, 2005.
7. Leeuwen F., *Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data*, Springer, ISBN: 978-1-4020-6341-1 (2007)
8. Lindegren L. etc., Gaia Data Release 1, Astron. Astrophys.**595**, A4 (2016 (2016)
9. Michalik D., Lindegren L., Hobbs D., Astron. Astrophys.**574**, A115 (2015)
10. Mignard F., Klioner S., Astron. Astrophys., **547**, A59, (2012)
11. Арфкен Г., *Математические методы в физике*, (М.: Атомиздат, 1970)
12. Витязев В.В. *Анализ астрометрических каталогов с помощью сферических функций*, СПбГУ (2018)
13. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Письма в Астрон. журн. **35**, 114, (2009)
14. Витязев В. В., Цветков А.С., Трофимов Д. А., Письма в Астрон. журн.**40**, N11, 783–793 (2014)
15. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн.. **41**, N10, 624-641 (2015)
16. Цветков А.С., Смирнов А.А., Попов А.В., Письма в Астрон. журн. **34**, N1 1-11, (2008).
17. Витязев В.В., Цветков А.С., Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Вып. 2. **138** (2013).
18. Витязев В.В., Цветков А.С., Трофимов Д.А. Письма в Астрон. журн.**40** , N11 (2014)
19. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн., **43**, N11, 807–827 (2017)