Анализ систематических разностей параллаксов в каталогах TGAS и Hipparcos

Санкт-Петербургский государственный университет, СПб[1]

Исследованы систематические разности тригонометрических параллаксов каталогов Hipparcos 2 и TGAS с помощью сферических функций. Определены наиболее значимые гармоники в разложении. Изучено так же распределение дисперсии разности параллаксов в различных областях небесной сферы. Наиболее простой вид распределение среднеквадратичного отклонения имеет в эклиптической системе координат.

Ключевые слова: астрометрия, собственные движения звезд, параллаксы, сферические функции, Hipparcos

1. Введение

Сравнение каталогов является классической задачей фундаментальной астрометрии. До недавнего времени могло проводиться сравнение лишь положений и собственных движений звезд. Появление первых результатов миссии GAIA, в частности, каталога TGAS, позволило впервые произвести сравнение тригонометрических параллаксов общих звезд каталогов TGAS и Hipparcos, а именно его второй версии XHIP (XHIP: An extended hipparcos compilation, Anderson, 2012). Несмотря на то, что параллакс Hipparcos имеют высокую формальную точность результата, неоднократно были указания на возможные систематические ошибки этих параллаксов. Например, в статье David R. Soderblom1 etc. (2007) показывается расхождение с данными космического телескопа Hubble даже для Плеяд. 25 апреля вышла версия GAIA DR2, но на сегодняшний момент отсутствуют связи с объектами Hipparcos, более того, связь между номерами DR1 и DR2 признается авторами ненадежной. Каталог TGAS содержит 2057050 звезд с данными о тригонометрических параллаксах, включает в себя только звезды Hipparcos и Tycho 2 и использует в качестве первой эпохи положения звезд в этих каталогах. В статье Линдегрена и др. (2016) было проведено первичное сравнение параллаксов в каталогах TGAS и XHIP. Были даны оценки разностей, построены диаграммы и рисунки, описывающие общий ход разностей параллаксов в зависимости от различных параметров звезд, например, от показателя цвета. Традиционно, при сравнении положений и собственных движений звезд астрометрических каталогов используется аппарат скалярных и векторных функций. Впервые такой подход был использован Фрикке (1977), далее метод был развит в работах Витязева и Цветкова (2009). В настоящей статье мы применим аппарат скалярных сферических функций для анализа систематических разностей параллаксов.

2. Систематические разности параллаксов

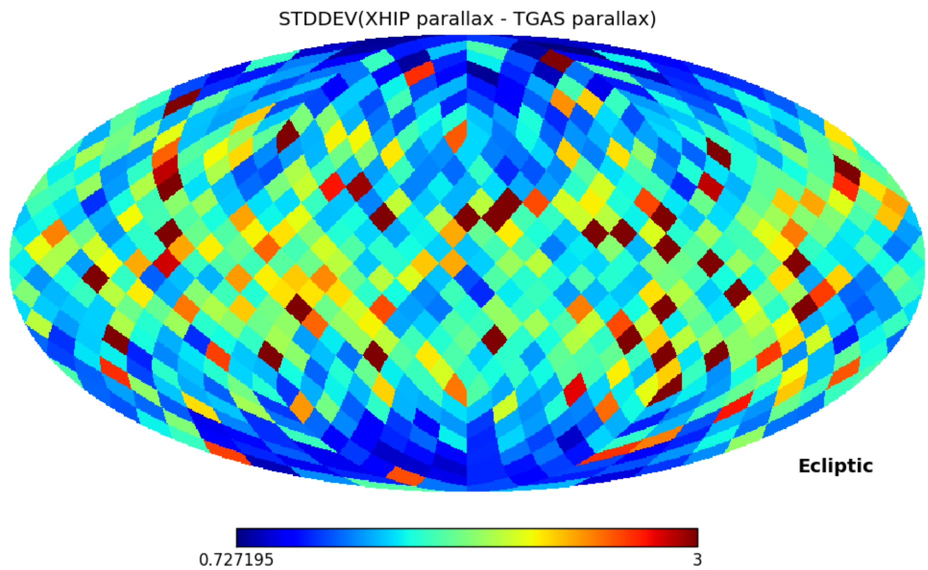

Рис. 1: Распределение среднеквадратичного отклонения разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере эклиптических координатах. Сетка Healpix имеет параметр $n = 8$ (Gorski, 2005).

Общих звезд в каталогах XHIP и TGAS оказалось 93635. Объединение данных каталогов не составляет труда, так как в TGAS есть идентификатор звезды в XHIP.

В объединенном каталоге мы оставили следующие данные

- hip – идентификатор звезды в каталоге XHIP
- π_{tgas} – абсолютный барицентрический параллакс звезды в TGAS
- $\sigma_{\pi_{tgas}}$ - среднеквадратичная ошибка параллакса звезды в TGAS
- l – галактическая долгота в TGAS
- b – галактическая широта в TGAS
- π_{xhip} – тригонометрический параллакс в XHIP
- $\sigma_{\pi_{xhip}}$ – среднеквадратичная ошибка параллакса звезды в XHIP

Вычислим для каждой звезды объединенного каталога величину разности ее параллакса в XHIP и в TGAS $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$.

Разложения по сферическим функциям величины, распределенной по небесной сфере, можно вести в разных системах координат. Как было отмечено Линдегреном

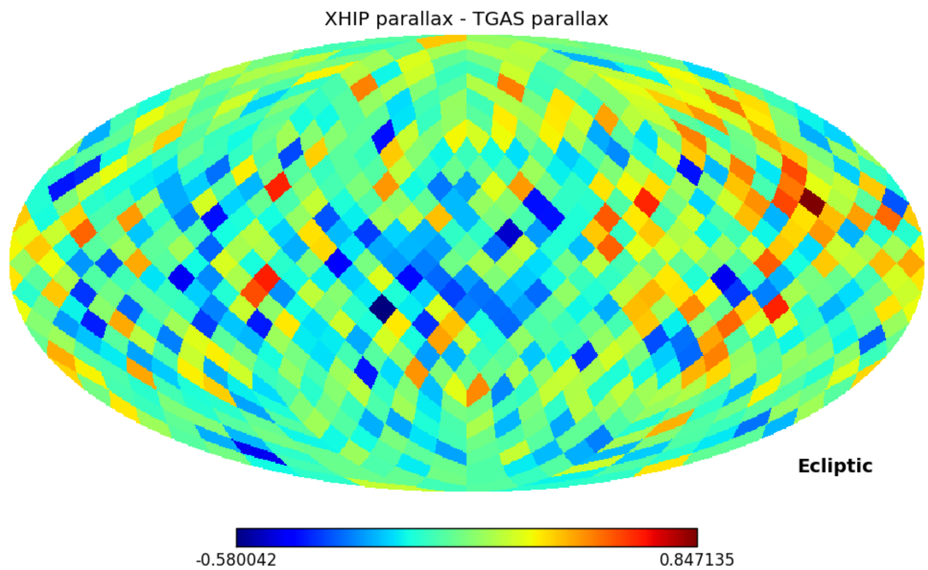

Рис. 2: Распределение разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в эклиптических координатах.

(2016), и наше предварительное исследование (рис. 1) показали, что разности параллаксов и распределение среднеквадратичных отклонений по небесной сфере имеют явно выраженную концентрацию наибольших и наименьших значений в областях эклиптики и эклиптических полюсов. Это делает целесообразным проведение разложений систематических разностей по сферическим функциям в эклиптической системе координат.

3. Анализ больших выбросов

Предварительно мы провели анализ на наличие больших выбросов в разностях параллаксов, с целью обнаружения единичных объектов, которые могут значительно исказить средний результат. Рассмотрим звезды, у которых модуль разности параллаксов в TGAS и XHIP больше, чем 3 ошибки этой разности $\sqrt{\sigma^2_{\pi_{xhip}} + \sigma^2_{\pi_{tgas}}}$. Таких звезд оказалось 2148. Коэффициент корреляции модуля разности параллаксов с ошибкой параллакса в XHIP для этих звезд равен 0.87, а с ошибкой в TGAS — 0.1. Можно утверждать, что большая разность между параллаксами обусловлена большими ошибками параллаксов именно в XHIP. Кроме того, явно ошибочными являются значимые по критерию 3σ отрицательные параллаксы, т.е. такие, что $\pi < -3\sigma_\pi$. В TGAS таких звезд всего 6, а в XHIP - 17. Подобного рода выбросы не должны сильно влиять на усредненные характеристики разности параллаксов TGAS и XHIP.

Поскольку при разложении разностей по сферическим функциям используется статистический критерий отделения сигнала от шума, мы решили не отбрасывать

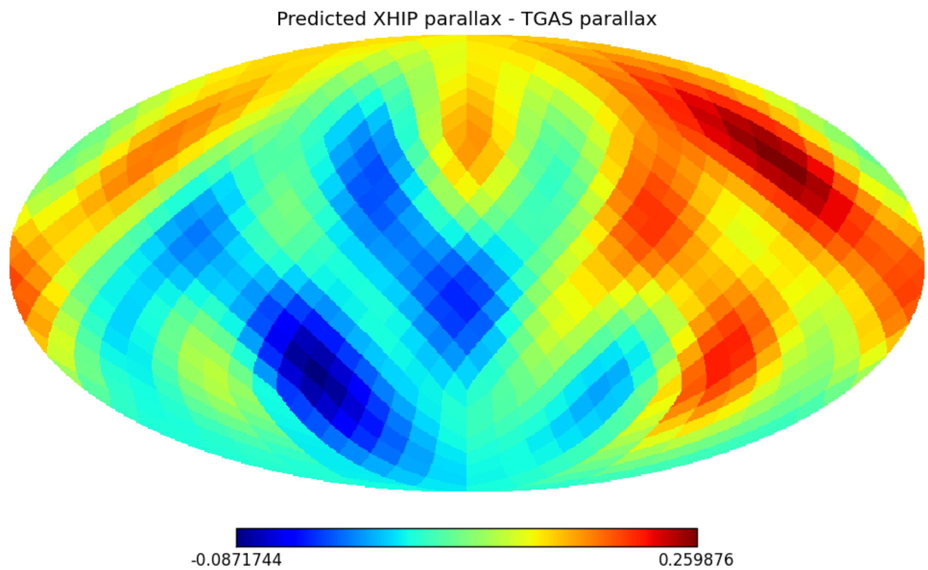

Рис. 3: Систематические разности параллаксов, полученные на основе таблицы 1

звезды в дальнейших исследованиях. Таким образом, в анализе участвовали все 93635 звезд.

4. Анализ разностей тригонометрических параллаксов с помощью сферических функций

При разложении по сферическим функциям использовалась сетка Healpix с параметром 8 (с числом площадок 768). Минимальное число звезд , попавших в площадку – 57, максимальное – 273, таким образом, для расчета усредненных данных по площадкам достаточно данных.

Представим разности параллаксов в виде

$$\Delta_\pi(\lambda, \beta) = \sum_{nkp} \delta_{nkp} K_{nkp}(\lambda, \beta), \tag{1}$$

где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970):

$$K_{nkp}(\lambda, \beta) = R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(\beta), & k = 0, \quad p = 1; \\ P_{nk}(\beta) \sin k\lambda, & k \neq 0, \quad p = 0; \\ P_{nk}(\beta) \cos k\lambda, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases} \tag{2}$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \left\{ \begin{array}{ll} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k>0; \\ 1, & k=0. \end{array} \right. \quad (3)$$

В формуле (2) через λ и β обозначены соответственно эклиптическая долгота и широта, $(0 \le \lambda \le 2\pi;\ -\pi/2 \le \beta \le \pi/2)$; через $P_{nk}(\beta)$ — полиномы Лежандра (при $k = 0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k > 0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{array}{ll} P_{nk}(\beta) = \sin\beta \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(\beta) - \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(\beta), & {}^{k=0,1,\ldots}_{n=k+1,k+2,\ldots} \\ P_{kk}(\beta) = \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k\beta & \\ P_{k+1,k}(\beta) = \frac{(2k+2)!}{2^{k+1}(k+1)!} \cos^k\beta \sin\beta. & \end{array} \quad (4)$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций K_{nkp} и коэффициентов δ_{nkp} одним индексом j, где

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \quad (5)$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint\limits_{\Omega} (K_i \cdot K_j)\, d\omega = \left\{ \begin{array}{ll} 0, & i \ne j; \\ 1, & i = j. \end{array} \right. \quad (6)$$

Другими словами, набор функций K_{nkp} образуют на сфере ортонормированную систему функций.

Методом наименьших квадратов решим систему, порождаемую уравнением (1) для усредненных данных всех площадок Healpix и для первых 49 ($n \le 6$) коэффициентов разложения δ_j, поскольку нас интересуют только низкочастотные коэффициенты. Как мы увидим далее, число значимых гармоник значительно меньше. Полученная регрессия имеет значение F-статистики 3.388 по критерию Фишера, т.е. модель является достоверной на уровне значимости $1.3 \cdot 10^{-12}$. То есть полученные коэффициенты полностью описывают модель систематических разностей. Оставим только статистически значимые на уровне 3σ коэффициенты. Данные коэффициенты разложения представлены в таблице 1. Они существенно менее значимые, чем коэффициенты разложения стандартного отклонения разности. Систематические разности параллаксов, полученные на основе этой таблицы, изображены на рис. 3.

5. Анализ среднеквадратичных отклонений тригонометрических параллаксов с помощью сферических функций

Мы решили изучить закономерность в распределении среднеквадратичного отклонения по небесной сфере с помощью аппарата сферических функций, т.к. это

Таблица 1: Статистически значимые коэффициенты разложения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{\lvert\delta_j\rvert}{\sigma_{\delta_j}}$
0	0.34	0.02	13.66
1	0.11	0.02	4.25
2	-0.14	0.02	5.76
3	-0.11	0.02	4.51
31	0.09	0.02	3.68
46	0.08	0.02	3.43

позволит выявить участки небесной сферы, где разброс параллаксов XHIP и TGAS наиболее велик. Для каждой площадки Healpix было получено среднеквадратичное отклонение разностей параллаксов звезд, попавших в эту площадку.

Коэффициенты разложения по сферическим функциям на уровне значимости 3σ представлены в таблице 2. Распределение среднеквадратичных отклонений, вычисленных на основе это таблицы, изображено на рис. 5. Полученная регрессия имеет значение F-статистики 4.282, т.е. модель является значимой на уровне $3.37 \cdot 10^{-18}$.

Модель среднеквадратичных отклонений разностей оказалась очень простой и на уровне значимости $1.30 \cdot 10^{-22}$ фактически описывается всего лишь двумя коэффициентами нулевым и четвертым.

Таблица 2: Статистически значимые коэффициенты разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{\lvert\delta_j\rvert}{\sigma_{\delta_j}}$
0	6.05	0.07	80.96
4	-0.83	0.07	11.07
8	-0.27	0.07	3.56

6. Обсуждение

Статистически значимыми гармониками разложения разности параллаксов являются 0, 1, 2, 3, 31, 46. Здесь стоит отметить константную нулевую гармонику. Положительный коэффициент при этой гармонике позволяет сказать, что параллакс в XHIP больше, чем параллакс в TGAS в среднем по всей небесной сфере, то есть по данным Hipparcos звезды находятся ближе.

Коэффициенты 1 и 2 показывают асимметрию распределения разности в различных полушариях (рис. 2). Отрицательный коэффициент за номером 3 говорит о том, что в районе точки весеннего равноденствия параллаксы в TGAS статистически значимо больше, чем в XHIP, в отличии от других частей небесной сферы. Прочие гармоники отражают различные флуктуации.

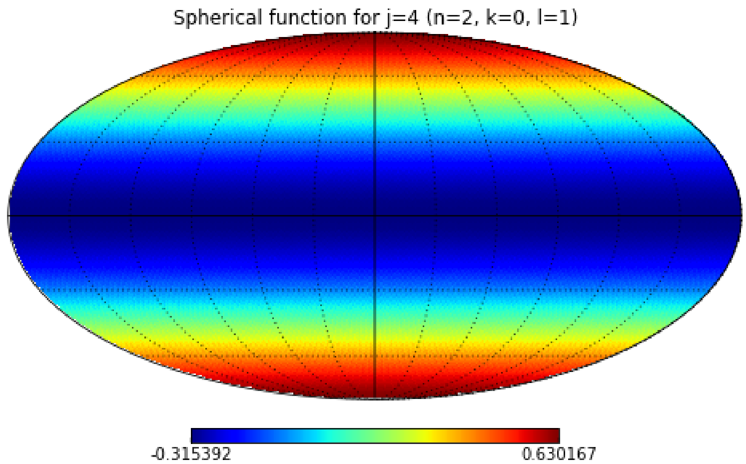

Рис. 4: Сферическая функция K_4 ($K_{(2,0,1)}$).

Анализ показывает, что статистически значимые гармоники разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов XHIP и TGAS по сферическим функциям в эклиптических координатах имеют номера 0, 4, 8. Гармоника за номером 0 - это просто константа. Следующая по значимости гармоника за номером 4 (рис. 4). Остальные гармоники как минимум в 3.5 раза меньше. Тем самым, мы можем утверждать, что имеет место зависимость отличия разности параллакса только от эклиптической широты, остальные зависимости на сфере незначительны. В то время как модели систематических разностей собственных движений обычно содержат значительно большее число гармоник, в том числе систематические разности собственных движений Tycho 2 и TGAS (Витязев, Цветков, 2017).

Значимость сферической функции K_4 показывает сильное отличие исследуемой величины в районе полюсов и в районе плоскости эклиптики. Чем можно объяснить такое поведение среднеквадратичного отклонения разности параллаксов? Мы выяснили, что большой модуль разности параллаксов в TGAS и XHIP достаточно коррелирует с ошибками в параллаксах XHIP. От чего зависит ошибка параллакса звезды? Прежде всего, от числа ее наблюдений. Действительно, схожесть распределения числа наблюдений звезд (рис. 6) и распределения ошибок в параллаксах XHIP (рис. 7) подтверждает это. Подобное распределение числа наблюдений звезд объясняется вращением спутника Hipparcos в течение пребывания на орбите. Вращение спутника подробно рассмотрено в работе «Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data» (Floor van Leeuwen, 2007).

Нулевой коэффициент разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов на порядок превосходит коэффициент разложения разности. Это говорит о том, что разность параллаксов XHIP и TGAS имеет разный знак для разных звезд, а сама эта разность может быть и велика. Различия параллаксов двух каталогов имеют

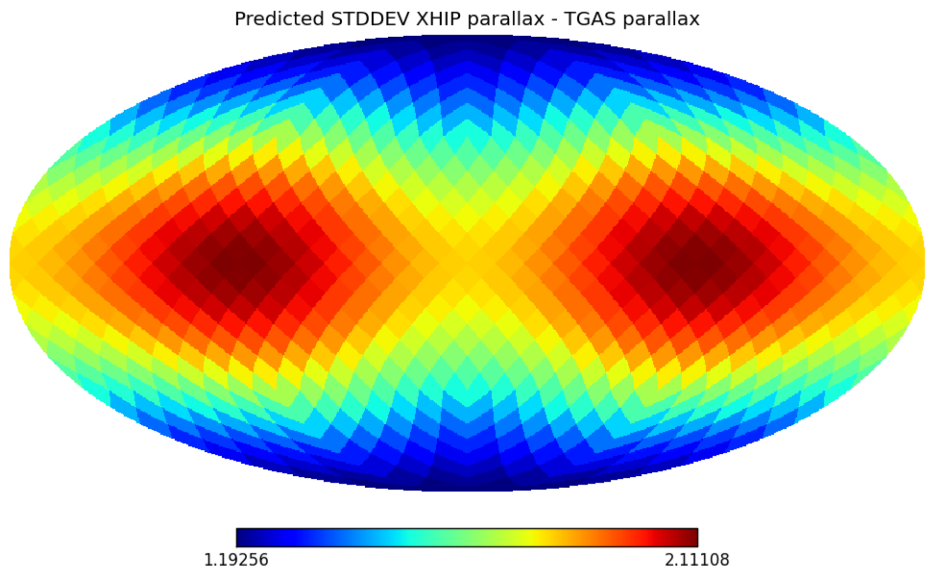

Рис. 5: Распределение среднеквадратичных отклонений, вычисленных на основе таблицы 2

в значительной мере стохастический характер.

Простая модель систематических разностей может заключаться в том, что параллаксы обоих каталогов получены в результате космических экспериментов, что привело к высокой однородности данных.

7. Заключение

Исследование разностей параллаксов показало, что они имеют незначительный систематический ход по небесной сфере. Но, в целом, можно сказать, что звезды по данным XHIP находятся ближе, чем по данным TGAS. Исключением является только район точки весеннего равноденствия, где ситуация обратная.

Близость параллаксов TGAS и Hipparcos в систематическом отношении говорит о том, что использование в качестве первой эпохи координат звезд Hipparcos и Tycho 2 позволяет считать, что параллаксы TGAS не являются в полном смысле независимыми от данных предыдущей космической миссии.

Мы нашли сильную закономерность в распределении среднеквадратичного отклонения разности параллаксов по небесной сфере, которая показывает, что в районе эклиптического экватора эта величина значительно больше, чем в районе эклиптических полюсов. Объяснение этому нашлось в законе вращения спутника Hipparcos - чем больше он наблюдал звезду, тем точнее у нее вычислялся параллакс в XHIP, и

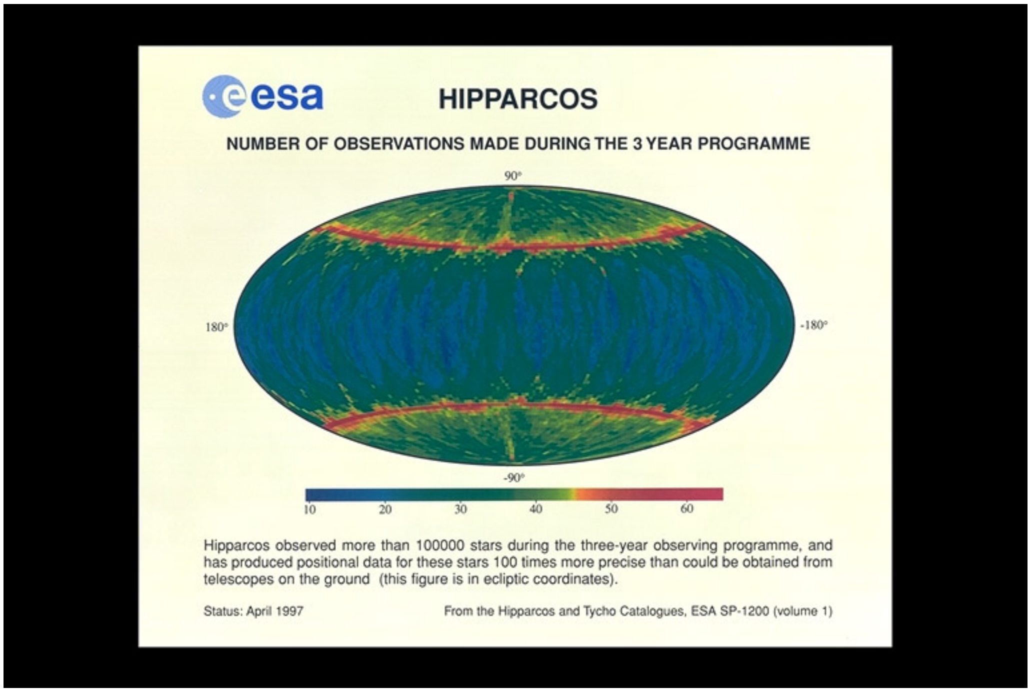

Рис. 6: Распределение числа наблюдений звезд по небесной сфере в эклиптических координатах

тем ближе этот параллакс оказался к значениям из TGAS. Так же мы выяснили, что систематика распределения модуля разности параллаксов XHIP и TGAS обусловлена систематикой распределения ошибки параллаксов именно в XHIP, ошибки параллаксов TGAS практически на эту разность не влияют.

Таким образом, использовать индивидуальные параллаксы звезд XHIP, находящихся в районе эклиптического экватора, следует с осторожностью.

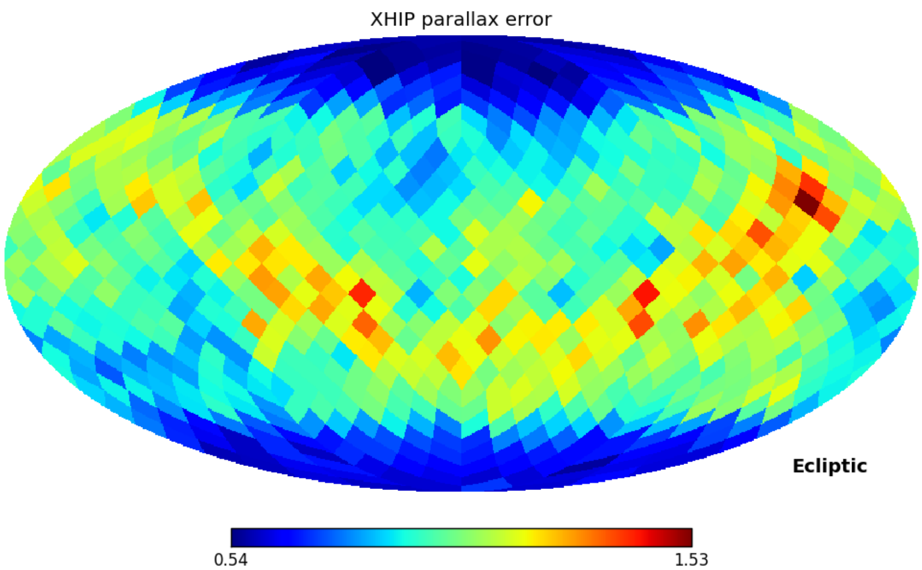

Рис. 7: Распределение ошибки параллакса в XHIP по небесной сфере в эклиптических координатах. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арфкен Г., *Математические методы в физике*, (М.: Атомиздат, 1970), с.493.
2. В. В. Витязев, А. С. Цветков, Д. А. Трофимов, Кинематический анализ лучевых скоростей звезд методом сферических функций, Письма в Астрономический журнал, 2014
3. Anderson, E.; Francis, Ch. XHIP: An extended hipparcos compilation, Astronomy Letters, Volume 38, Issue 5, pp.331-346, 2012.
4. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Письма в Астрон. журн. **35**, 114, (2009) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **35**, 100 (2009)].
5. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Вып. 2. 138 (2013).
6. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **XX** , XXX (2014) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **XX**, XXX (2014)].
7. Витязев В.В., Цветков А.С., ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2017, том 43, № 11, с. 807–827
8. David R. Soderblom1 etc., Astronomical Journal, Volume 129, Number 3, 2007
9. Floor van Leeuwen, Hipparcos, Validation of the new Hipparcos reduction, 2007
10. Floor van Leeuwen, Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data, 2008
11. L. Lindegren etc., Gaia Data Release 1, Astronomy & Astrophysics, 2016
12. Mignard F., Klioner S. Analysis of astrometric catalogues with vector spherical harmonics. Astron. Astrophys., 547, A59, 2012
13. K.M. Gorski et al., ApJ, 622, p759, 2005.