

Анализ систематических разностей параллаксов в каталогах TGAS и Hipparcos

© 2017 г.

Санкт-Петербургский государственный университет, СПб¹

TODO

Ключевые слова: астрометрия, собственные движения звезд, параллаксы, сферические функции, Hipparcos

1. Введение

TODO

2. Выбор общих звезд и построение разницы параллаксов

Из каталога TGAS нас будут интересовать поля

- hip – идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- π_{xhip} – абсолютный барицентрический параллакс звезды на момент эпохи каталога, указан в mas
- $\sigma_{\pi_{xhip}}$ – стандартное отклонение параллакса звезды на момент эпохи каталога, указан в mas
- l – галактическая долгота на момент эпохи каталога, указана в градусах
- b – галактическая широта на момент эпохи каталога, указана в градусах

Из каталога XHIP (Extended Hipparcos Compilation) нас будут интересовать поля

- HIP – идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- π_{tgas} – тригонометрический параллакс звезды, указан в mas
- $\sigma_{\pi_{tgas}}$ – стандартное отклонение параллакса звезды, указан в mas,
- $Dist$ – расстояние до звезды в парсеках

За счет того, что у звезд обоих каталогов есть идентификатор в каталоге Hipparcos, их данные можно объединить. То есть в объединенном каталоге у каждой звезды помимо идентификатора в каталоге Hipparcos будут все прочие данные, которые есть в каталогах TGAS и XHIP. В каталоге XHIP 117955 звезд. В каталоге TGAS 2057050 звезд. В объединенном каталоге 93635 звезд.

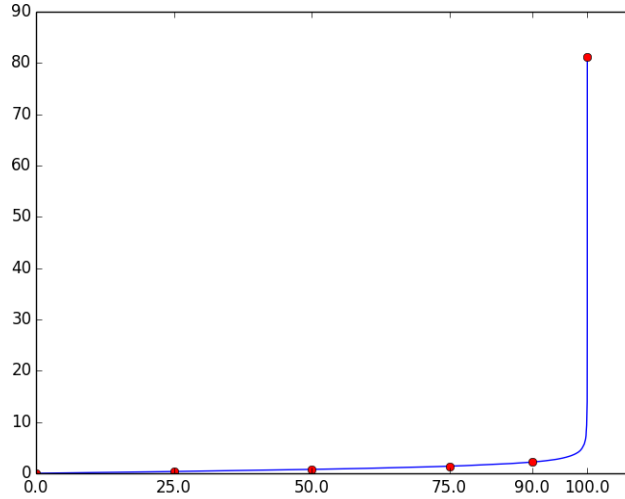


Рис. 1: График перцентиля. По оси x – перцентиль; по оси y – соответствующее значение перцентиля. Так же отмечен 100-й перцентиль со значением 81.15 mas. p -перцентиль — это такое значение x_p , что $P(x \leq x_p) = \frac{p}{100}$. Медиана — это 50-й перцентиль.

3. Построение и анализ разности параллаксов

Астрометрические каталоги за долгую историю сравнивали между собой всегда с целью выявления случайных и особенно систематических ошибок на координаты и собственные движения. Впервые в истории появляется возможность сравнить параллаксы, полученные тригонометрическим способом, для столь большого количества звезд. К сожалению, параллаксы TGAS и XHIP не являются независимыми величинами. Корректную процедуру сравнения удастся сделать лишь после выхода по крайней мере GAIA DR2 (ссылка), где параллаксы будут получены независимо от данных Hipparcos.

Рассмотрим для каждой звезды объединенного каталога величину разности ее параллакса в TGAS и в XHIP, т.е. $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$ (про физический смысл ранее). Ошибкой разности, соответственно, будет $\sqrt{\sigma_{\pi_{xhip}}^2 + \sigma_{\pi_{tgas}}^2}$. Для начала выпишем различные статистические характеристики данной величины. Среднее значение – 0.35 mas, Медиана – 0.29 mas, Стандартное отклонение – 1.5 mas, Среднее значение модуля – 1.04 mas, Медиана модуля – 0.76 mas, 99 перцентиль модуля – 4.78 mas

Мы видим зависимость между модулем разности параллаксов на рис. 4 и ошибкой параллакса в XHIP на рис. 5. Действительно, коэффициент корреляции между этими величинами на звездах объединенного каталога равен 0.55. Это говорит о том, что чем выше ошибка параллакса XHIP, тем сильнее он отличается от параллакса TGAS.

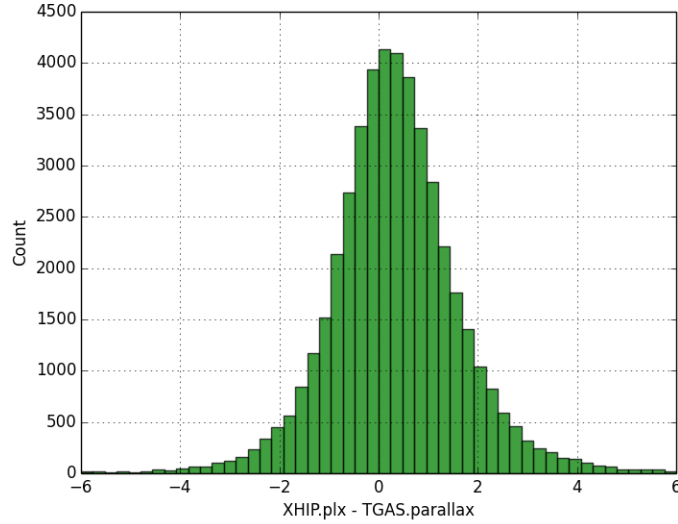


Рис. 2: Гистограмма распределения разности параллаксов ХИП и ТГАС. На гистограмме видно, что параллакс в Hipparcos больше, чем параллакс в TGAS, то есть по данным Hipparcos звезды находятся дальше

4. Анализ больших выбросов

Рассмотрим звезды, у которых параллаксы в TGAS и ХИП значительно различаются, а именно, у которых модуль разности параллаксов больше, чем 3 ошибки этой разности. Таких звезд 2148. Выясним, с чем связаны такие отличия в параллаксах. У таких звезд коэффициент корреляции модуля разности параллаксов с ошибкой параллакса в ХИП равен 0.87, а с ошибкой в TGAS — 0.1. Т.е. можно утверждать, что большая разница между параллаксами обусловлена большими ошибками параллаксов именно в ХИП. Явно ошибочными являются параллаксы меньше 0, т.е. это такие параллаксы π , что $\pi < -3\sigma_\pi$. В TGAS таких звезд всего 6, а в ХИП - 17. Т.е. подобного рода выбросы не должны сильно влиять на усредненные характеристики разности параллаксов TGAS и ХИП.

5. Анализ разностей с помощью сферических функций

На рис. 4 мы видим явную зависимость в распределении модуля отличия параллаксов по небесной сфере от модуля эклиптической широты (коэффициент корреляции равен -0.7). Подтвердить статистическую значимость данной зависимости и незначимость прочих менее очевидных зависимостей мы можем с помощью представления модуля разности параллаксов через сферические функции. Сферические функции широко используются в различных областях математики и физики, их определение можно найти во многих источниках (см., например, Арфкен, 1970). Впервые были использованы для анализа систематических разностей положений и собственных движений (Броше, 1977). Мы впервые используем этот инструмент для анализа систематических разностей параллаксов.

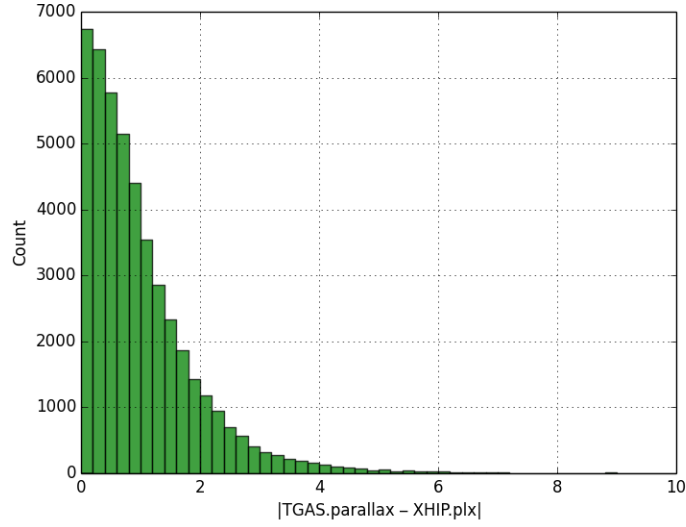


Рис. 3: Гистограмма распределения модуля разности параллаксов XHIP и TGAS

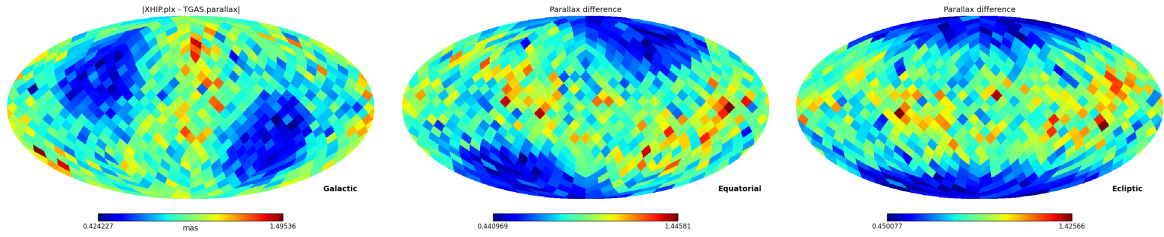


Рис. 4: Распределение модуля разницы параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в галактических, экваториальных и эклиптических координатах. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

Представление модуля разницы параллаксов с помощью линейной комбинации сферических функций можно записать следующим образом.

$$\Delta_{plx}(l, b) = \sum_{nkp} \delta_{nkp} K_{nkp}(l, b), \quad (1)$$

где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970):

$$K_{nkp}(l, b) = R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k = 0, \quad p = 1; \\ P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, \quad p = 0; \\ P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases} \quad (2)$$

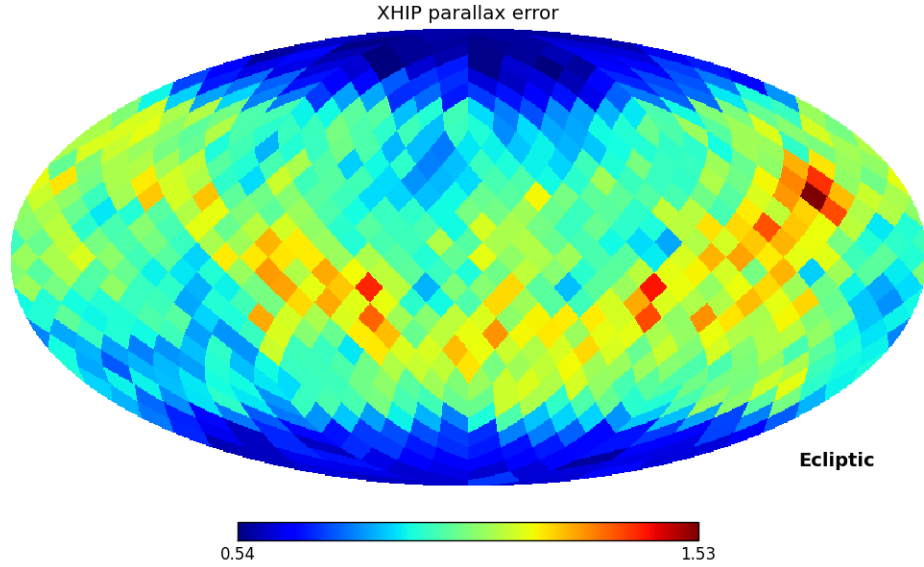


Рис. 5: Распределение ошибки параллакса в XHIP по небесной сфере в эклиптических координатах. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0; \\ 1, & k = 0. \end{cases} \quad (3)$$

В формуле (2) через l и b обозначены соответственно долгота и широта точки на сфере, ($0 \leq l \leq 2\pi$; $-\pi/2 \leq b \leq \pi/2$); через $P_{nk}(b)$ — полиномы Лежандра (при $k = 0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k > 0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{aligned} P_{nk}(b) &= \sin b \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(b) - \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b), & k=0, 1, \dots \\ & & n=k+1, k+2, \dots \\ P_{kk}(b) &= \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k b \\ P_{k+1,k}(b) &= \frac{(2k+2)!}{2^{k+1} (k+1)!} \cos^k b \sin b. \end{aligned} \quad (4)$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций K_{nkp} и коэффициентов δ_{nkp} одним индексом j , где

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \quad (5)$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint_{\Omega} (K_i \cdot K_j) d\omega = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j. \end{cases} \quad (6)$$

Другими словами, набор функций K_{nkp} образуют на сфере ортонормированную систему функций.

Методом наименьших квадратов найдем низкочастотные коэффициенты разложения δ_j на сферические функции в эклиптической системе координат. Низкочастотными коэффициентами считаем такие δ_{nkp} , что $n \leq 6$, т.е. $j \leq 48$. Полученная регрессия имеет значение F-статистики 27.35, т.е. модель является значимой на уровне значимости $1.5 \cdot 10^{-130}$. Это говорит о том, что остальные высокочастотные коэффициенты представляют шумы и нас не интересуют.

Оставим только статистически значимые на уровне «трех сигма» коэффициенты. То есть такие δ_j , что $|\delta_j| > 3\sigma_{\delta_j}$. Данные коэффициенты с ошибками представлены в таблице 1 и на рис. 6

Таблица 1: Статистически значимые коэффициенты разложения модуля разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}
0	2.99	0.01
2	-0.04	0.01
4	-0.45	0.01
6	-0.10	0.01
7	0.07	0.01
16	-0.09	0.01
21	-0.05	0.01
41	0.06	0.01

6. Обсуждение

Анализ показывает, что статистически значимые гармоники разложения модуля разности параллаксов ХНПР и TGAS по сферическим функциям в эклиптических координатах имеют номера 0, 2, 4, 6, 7, 16, 21, 41. Гармоника за номером 0 – это просто константа. Остальные гармоники как минимум в 4.5 раза менее значимые, чем гармоника за номером 4 (рис. 7). Тем самым, мы можем утверждать, что имеет место зависимость отличия разности параллакса только от экваториальной долготы, остальные зависимости на сфере незначительны.

Значимость сферической функции K_4 показывает сильное отличие исследуемой величины в районе полюсов и в районе экватора. Чем можно объяснить такое поведение модуля разности параллаксов? Мы выяснили, что модуль разности параллаксов в TGAS и ХНПР достаточно коррелирует с ошибками в параллаксах ХНПР. От чего

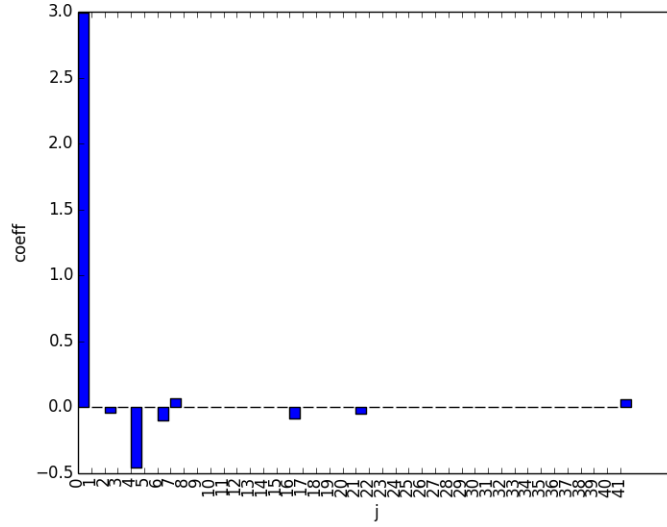


Рис. 6: Статистически значимые коэффициенты разложения модуля разности параллаксов ХИП и TGAS по сферическим функциям

зависит ошибка параллакса звезды? Прежде всего, от числа ее наблюдений. Действительно, схожесть распределения числа наблюдений звезд (рис. 8) и распределения ошибок в параллаксах ХИП (рис. 5) подтверждает это. Подобное распределение числа наблюдений звезд объясняется вращением спутника Hipparcos в течение пребывания на орбите. Вращение спутника подробно рассмотрено в работах [?] и изображено на рис. 9

7. Заключение

Мы выяснили, что систематика распределения разности параллаксов ХИП и TGAS обусловлена систематикой распределения ошибки параллаксов именно в ХИП, ошибки параллаксов TGAS практически на эту разность не влияют. Кроме того, мы нашли единственную закономерность в распределении разности параллаксов и показали, что других нет. Оказалось, что в районе эклиптических полюсов разница параллаксов статистически значимо меньше, чем в районе экватора. Объяснение этому нашлось в законе вращения спутника Hipparcos - чем больше он наблюдал звезду, тем точнее у нее вычислялся параллакс в ХИП, и тем ближе этот параллакс оказался к значениям из TGAS.

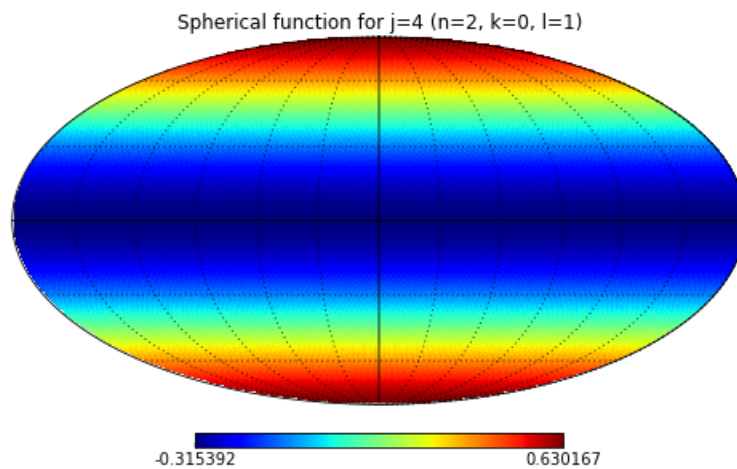


Рис. 7: Сферическая функция K_4 ($K_{(2,0,1)}$).

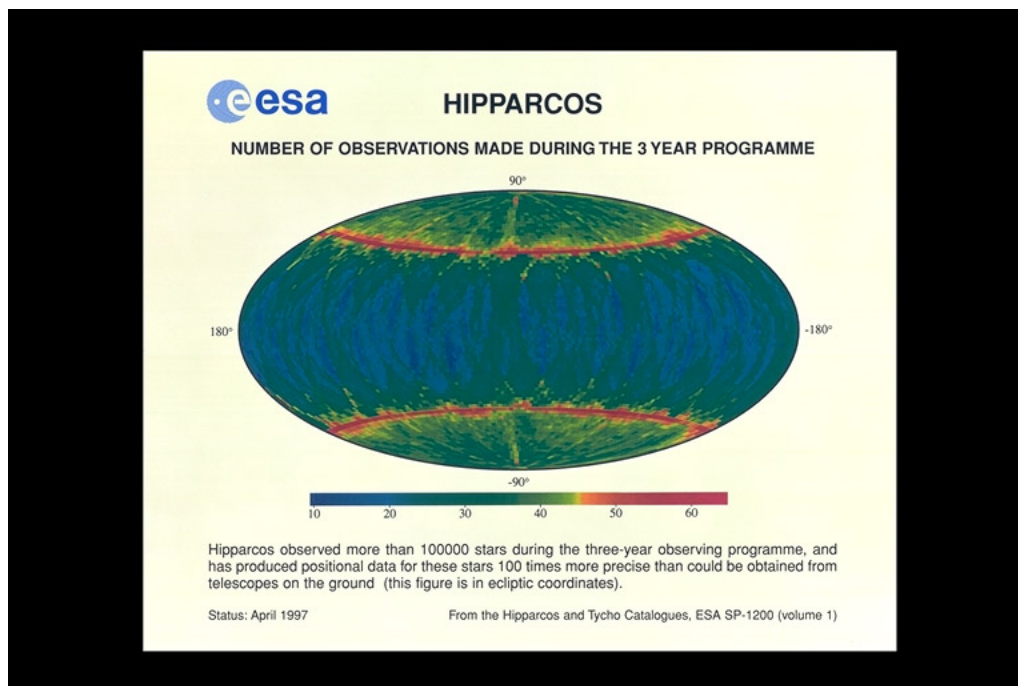


Рис. 8: Распределение числа наблюдений звезд по небесной сфере в эклиптических координатах

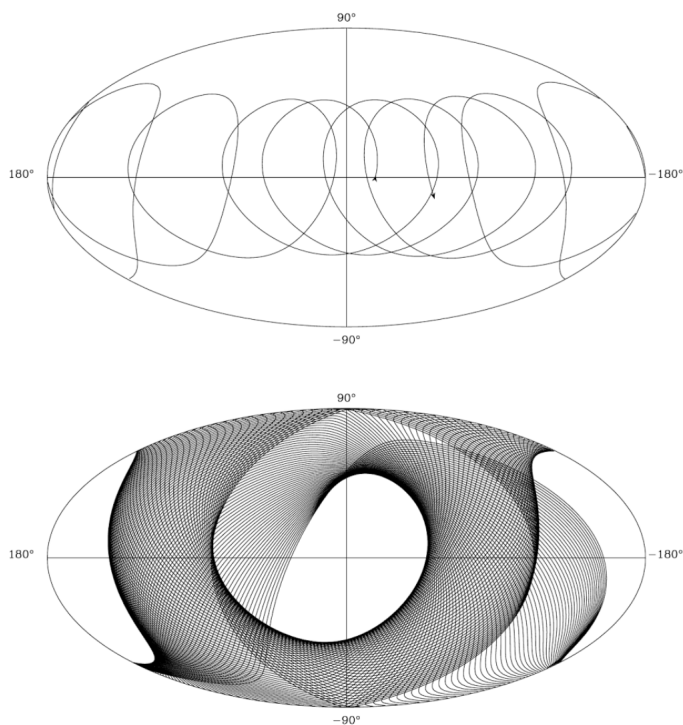


Рис. 9: Движение спутника Hipparcos по небесной сфере в эклиптических координатах. Верхний рисунок показывает путь оси вращения с 22 мая 1990 года до 23 сентября 1991 года. Стрелкой обозначено направление движения оси. Нижний рисунок показывает изменение большого круга ориентации спутника за 5 вращений с 22 мая по 14 июля 1990