

Анализ систематических разностей параллаксов в каталогах TGAS и Hipparcos

© 2017 г.

Санкт-Петербургский государственный университет, СПб¹

Исследованы систематические разности тригонометрических параллаксов каталогов Hipparcos 2 и TGAS с помощью сферических функций. Определены наиболее значимые гармоники в разложении. Изучено так же распределение дисперсии разности параллаксов в различных областях небесной сферы. Наиболее простой вид распределение среднеквадратического отклонения имеет в эклиптической системе координат.

Ключевые слова: астрометрия, собственные движения звезд, параллаксы, сферические функции, Hipparcos

1. Введение

Сравнение каталогов является классической задачей фундаментальной астрометрии. До недавнего времени могло проводиться сравнение лишь положений и собственных движений звезд. Появление первых результатов миссии GAIA, в частности, каталога TGAS, позволило впервые произвести сравнение тригонометрических параллаксов общих звезд каталогов TGAS и Hipparcos, а именно его второй версии XHIP (XHIP: An extended hipparcos compilation, Anderson, 2012). Каталог TGAS содержит 2057050 звезд с данными о тригонометрических параллаксах, включает в себя только звезды Hipparcos и Tycho 2 и использует в качестве первой эпохи положения звезд в этих каталогах. В статье Линдегрена и др. (2016) было проведено первичное сравнение параллаксов в каталогах TGAS и XHIP. Были даны оценки разностей, построена диаграммы и рисунки, описывающие общий ход разностей параллаксов в зависимости от различных параметров звезд, например, от показателя цвета. Традиционно, при сравнении положений и собственных движений звезд астрометрических каталогов используется аппарат скалярных и векторных функций. Первый такой подход был использован Фрикке (1977), далее метод был развит в статьях Витязева и Цветкова (2009). В настоящей статье мы применим аппарат скалярных сферических функций для анализа систематических разностей параллаксов.

2. Систематические разности параллаксов

Общих звезд в каталогах XHIP и TGAS оказалось 93635. Объединение данных каталогов не составляет труда, так как в TGAS есть идентификатор звезды в XHIP.

В объединенном каталоге мы оставили следующие данные

- *hip* – идентификатор звезды в каталоге XHIP

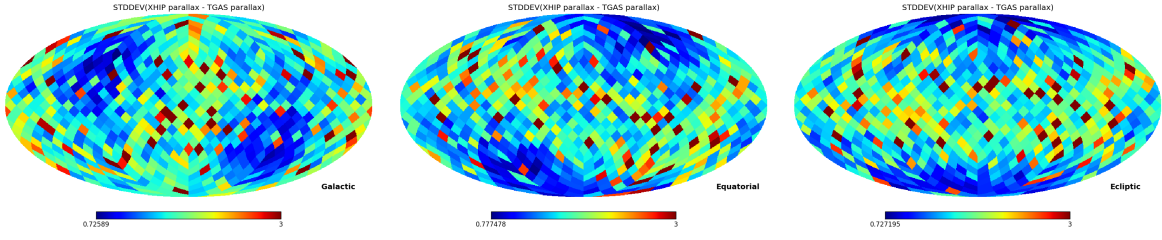


Рис. 1: Распределение среднеквадратического отклонения разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в галактических, экваториальных и эклиптических координатах. Сетка Healpix имеет параметр $n = 8$.

- π_{tgas} – абсолютный барицентрический параллакс звезды в TGAS
- $\sigma_{\pi_{tgas}}$ – среднеквадратическая ошибка параллакса звезды в TGAS
- l – галактическая долгота в TGAS
- b – галактическая широта в TGAS
- π_{xhip} – тригонометрический параллакс в XHIP
- $\sigma_{\pi_{xhip}}$ – среднеквадратическая ошибка параллакса звезды в XHIP

Астрометрические каталоги за долгую историю сравнивали между собой всегда с целью выявления случайных и особенно систематических ошибок координат и собственных движений. Впервые в истории появляется возможность сравнить параллаксы, полученные тригонометрическим способом для столь большого количества звезд.

Построим для каждой звезды объединенного каталога величину разности ее параллакса в XHIP и в TGAS $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$. Среднеквадратичной ошибкой разности, соответственно, будет $\sqrt{\sigma_{\pi_{xhip}}^2 + \sigma_{\pi_{tgas}}^2}$

Разложения по сферическим функциям величины, распределенной по небесной сфере, можно вести в разных системах координат. Как было отмечено Лендегренем (2016), а так же наше предварительное исследование показали, что разности параллаксов, а так же распределение их ошибок по небесной сфере имеют наиболее симметричный вид в эклиптической системе координат. Можно ожидать, что в этой системе разложение по сферическим функциям разностей.

3. Анализ больших выбросов

Предварительно мы провели анализ на наличие больших выбросов в разностях параллаксов, с целью обнаружения единичных объектов, которые могут значительно

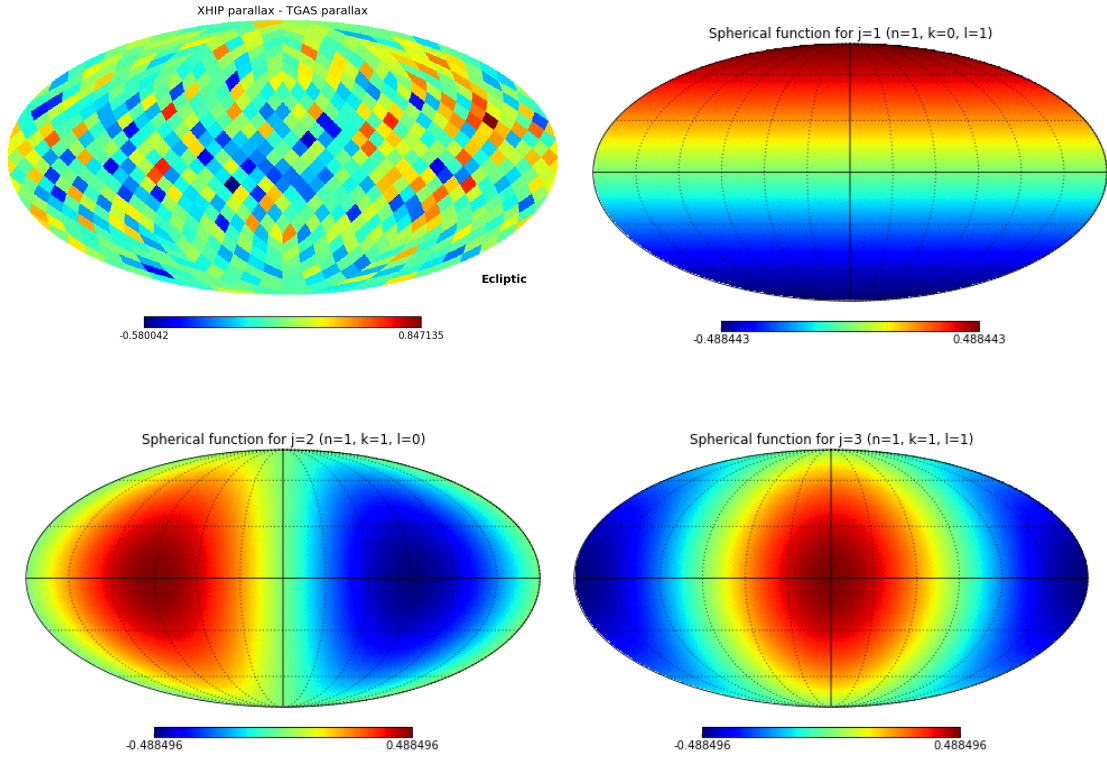


Рис. 2: Распределение разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в эклиптических координатах и значимые гармоники разложения по сферическим функциям за номерами 1, 2 и 3. Коэффициенты данных гармоник представлены в табл. 1. Они существенно менее значимые, чем коэффициенты разложения стандартного отклонения разности.

исказить средний результат. Рассмотрим звезды, у которых модуль разности параллаксов в TGAS и XHIP больше, чем 3 ошибки этой разности. Таких звезд 2148. У таких звезд коэффициент корреляции модуля разности параллаксов с ошибкой параллакса в XHIP равен 0.87, а с ошибкой в TGAS — 0.1. Т.е. можно утверждать, что большая разность между параллаксами обусловлена большими ошибками параллаксов именно в XHIP. Кроме того, явно ошибочными являются значимые по критерию «3-сигма» отрицательные параллаксы, т.е. такие, что $\pi < -3\sigma_\pi$. В TGAS таких звезд всего 6, а в XHIP - 17. Т.е. подобного рода выбросы не должны сильно влиять на усредненные характеристики разности параллаксов TGAS и XHIP.

Мы решили не отбрасывать никакие звезды в дальнейших исследованиях. Таким образом, в анализе участвовали все 93635 звезд.

4. Анализ разностей тригонометрических параллаксов с помощью сферических функций

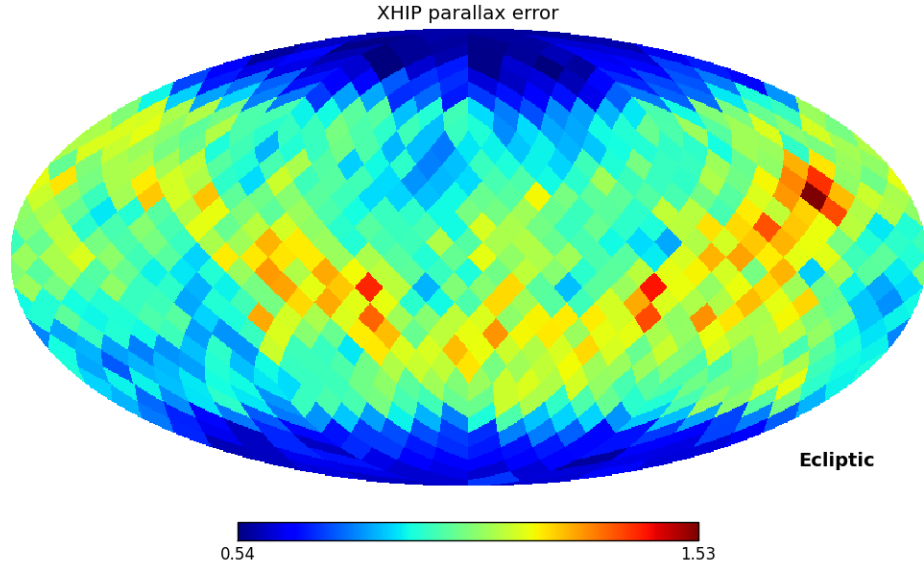


Рис. 3: Распределение ошибки параллакса в XHIP по небесной сфере в эклиптических координатах. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

При разложении по сферическим функциям использовалась сетка Healpix с параметром $n = 8$ (с числом площадок 768). Минимальное число звезд в площадке – 57, максимальное – 273.

Сферические функции широко используются в различных областях математики и физики, их определение можно найти во многих источниках (см., например, Арфкен, 1970). Впервые были использованы для анализа систематических разностей положений и собственных движений (Броше, 1977).

Представим разности параллаксов в виде

$$\Delta_{plx}(l, b) = \sum_{nkp} \delta_{nkp} K_{nkp}(l, b), \quad (1)$$

где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970):

$$K_{nkp}(l, b) = R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k = 0, \quad p = 1; \\ P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, \quad p = 0; \\ P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases} \quad (2)$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0; \\ 1, & k = 0. \end{cases} \quad (3)$$

В формуле (2) через l и b обозначены соответственно долгота и широта точки на сфере, ($0 \leq l \leq 2\pi$; $-\pi/2 \leq b \leq \pi/2$); через $P_{nk}(b)$ — полиномы Лежандра (при $k = 0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k > 0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{aligned} P_{nk}(b) &= \sin b \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(b) - \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b), & k=0, 1, \dots \\ & & n=k+1, k+2, \dots \\ P_{kk}(b) &= \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k b \\ P_{k+1,k}(b) &= \frac{(2k+2)!}{2^{k+1}(k+1)!} \cos^k b \sin b. \end{aligned} \quad (4)$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций K_{nkp} и коэффициентов δ_{nkp} одним индексом j , где

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \quad (5)$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint_{\Omega} (K_i \cdot K_j) d\omega = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j. \end{cases} \quad (6)$$

Другими словами, набор функций K_{nkp} образуют на сфере ортонормированную систему функций.

Методом наименьших квадратов найдем первые 49 ($n \leq 6$) коэффициентов разложения δ_j . Полученная регрессия имеет значение F-статистики 3.388 т.е. модель является значимой на уровне значимости $1.3 \cdot 10^{-12}$. Это говорит о том, что остальные высокочастотные коэффициенты незначимы. Оставим только статистически значимые на уровне «трех сигма» коэффициенты. Данные коэффициенты разложения представлены в таблице 1

5. Анализ среднеквадратичных отклонений тригонометрических параллаксов с помощью сферических функций

На рис. 1 видна явная зависимость в распределении среднеквадратического отклонения параллаксов по небесной сфере от модуля эклиптической широты. Статистическая значимость данной зависимости была подтверждена с помощью представления среднеквадратического отклонения разности параллаксов через сферические

Таблица 1: Статистически значимые коэффициенты разложения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{ \delta_j }{\sigma_{\delta_j}}$
0	0.34	0.02	13.66
1	0.11	0.02	4.25
2	-0.14	0.02	5.76
3	-0.11	0.02	4.51
31	0.09	0.02	3.68
46	0.08	0.02	3.43

функции. Для каждой площадки Healpix было получено среднеквадратичное отклонение разностей параллаксов звезд, попавших в эту площадку. Эта величина использовалась в разложениях по сферическим функциям. Коэффициенты на уровне значимости 3σ представлены в таблице 2. Полученная регрессия имеет значение F-статистики 4.282, т.е. модель является значимой на уровне значимости $3.37 \cdot 10^{-18}$.

Модель среднеквадратических отклонений разностей оказалась очень простой и на уровне значимости $1.30 \cdot 10^{-22}$ фактически описывается всего лишь двумя коэффициентами нулевым и четвертым.

Таблица 2: Статистически значимые коэффициенты разложения среднеквадратического отклонения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{ \delta_j }{\sigma_{\delta_j}}$
0	6.05	0.07	80.96
4	-0.83	0.07	11.07
8	-0.27	0.07	3.56

6. Обсуждение

Статистически значимыми гармониками разложения разности параллаксов являются 0, 1, 2, 3, 31, 46. Здесь стоит отметить константную нулевую гармонику. Положительный коэффициент при этой гармонике позволяет сказать, что параллакс в ХНПР больше, чем параллакс в TGAS в среднем по всей небесной сфере, то есть по данным Hipparcos звезды находятся ближе. Коэффициенты 1 и 2 показывают асимметрию распределения разности в различных полушариях (рис. 2). Отрицательный коэффициент за номером 3 говорит о том, что в районе точки весеннего равноденствия параллаксы в TGAS статистически значимо больше, чем в ХНПР, в отличие от других частей небесной сферы. Прочие гармоники показывают различные флуктуации.

Анализ показывает, что статистически значимые гармоники разложения среднеквадратического отклонения разности параллаксов ХНПР и TGAS по сферическим

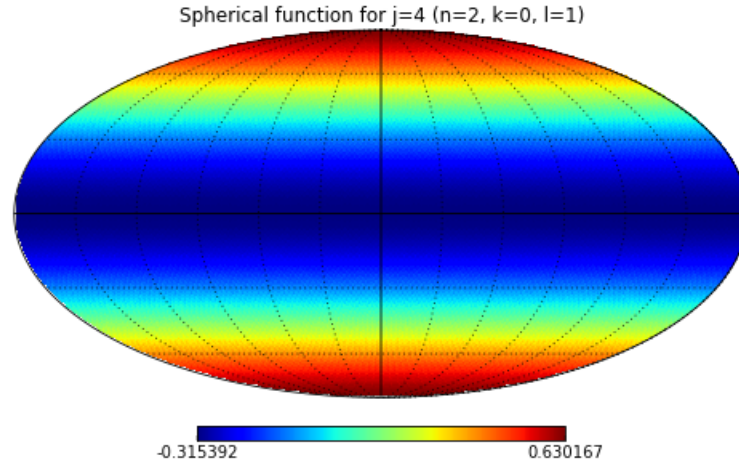


Рис. 4: Сферическая функция K_4 ($K_{(2,0,1)}$).

функциям в эклиптических координатах имеют номера 0, 4, 8. Гармоника за номером 0 - это просто константа. Следующая по значимости гармоника за номером 4 (рис. 4). Остальные гармоники как минимум в 3.5 раза меньше. Тем самым, мы можем утверждать, что имеет место зависимость отличия разности параллакса только от эклиптической широты, остальные зависимости на сфере незначительны. В то время как модели систематических разностей собственных движений обычно содержат значительно большее число гармоник, в том числе систематические разности собственных движений Tycho 2 и TGAS (Витязев, Цветков, 2017).

Значимость сферической функции K_4 показывает сильное отличие исследуемой величины в районе полюсов и в районе плоскости эклиптики. Чем можно объяснить такое поведение среднеквадратического отклонения разности параллаксов? Мы выяснили, что модуль разности параллаксов в TGAS и ХНІР достаточно коррелирует с ошибками в параллаксах ХНІР. От чего зависит ошибка параллакса звезды? Прежде всего, от числа ее наблюдений. Действительно, схожесть распределения числа наблюдений звезд (рис. 5) и распределения ошибок в параллаксах ХНІР (рис. 3) подтверждает это. Подобное распределение числа наблюдений звезд объясняется вращением спутника Hipparcos в течение пребывания на орбите. Вращение спутника подробно рассмотрено в работе «Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data» (Floor van Leeuwen, 2007) и изображено на рис. 6

Нулевой коэффициент разложения среднеквадратического отклонения разности параллаксов на порядок превосходит коэффициент разложения разности. Это говорит о том, что разность параллаксов ХНІР и TGAS имеет разный знак для разных звезд, а сама эта разность может быть и велика. Различия параллаксов двух каталогов имеют в значительной мере стохастический характер.

Простая модель систематических разностей может говорить об одном из двух.

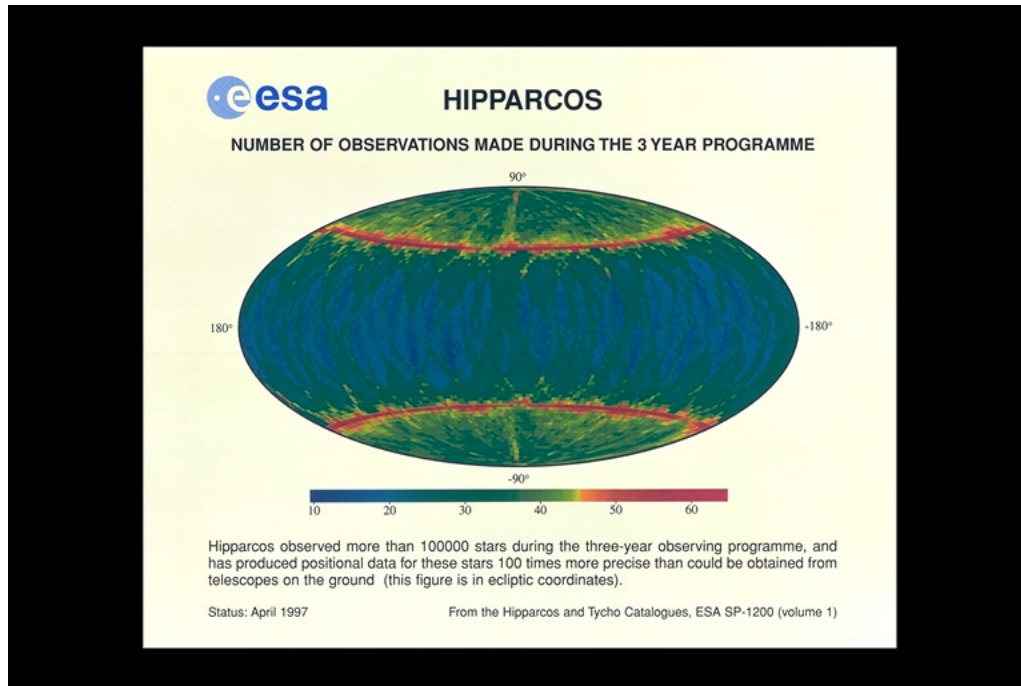


Рис. 5: Распределение числа наблюдений звезд по небесной сфере в эклиптических координатах

Параллаксы TGAS в значительной мере наследуют информацию из ХНПР, и поэтому каталоги настолько близки друг к другу. Второе возможное объяснение, может заключаться в том, что параллаксы того и другого каталога получены в результате космических экспериментов, что привело к высокой однородности данных.

7. Заключение

Исследование знаковой разности параллаксов показало, что она имеет значительный систематический ход по небесной сфере. Но, в целом, можно сказать, что звезды по данным ХНПР находятся ближе, чем по данным TGAS. Исключением является только район точки весеннего равноденствия, где ситуация обратная.

Мы нашли сильную закономерность в распределении среднеквадратического отклонения разности параллаксов по небесной сфере, которая показывает, что в районе эклиптического экватора эта величина статистически значима больше, чем в районе полюсов. Объяснение этому нашлось в законе вращения спутника Hipparcos - чем больше он наблюдал звезду, тем точнее у нее вычислялся параллакс в ХНПР, и тем ближе этот параллакс оказался к значениям из TGAS. Так же мы выяснили, что систематика распределения модуля разности параллаксов ХНПР и TGAS обусловлена систематикой распределения ошибки параллаксов именно в ХНПР, ошибки параллаксов TGAS практически на эту разность не влияют.

Таким образом, использовать индивидуальные параллаксы звезд ХНПР, находящихся в районе эклиптического экватора, следует с осторожностью.

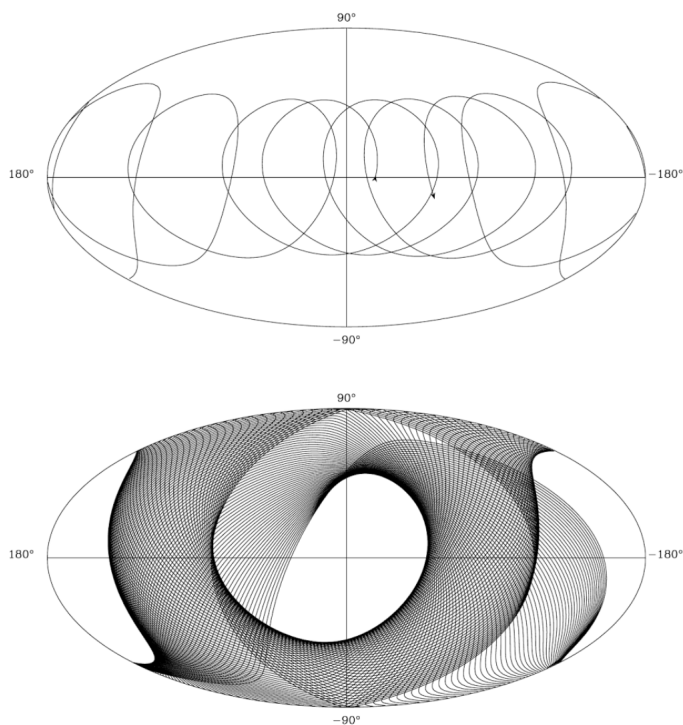


Рис. 6: Движение спутника *Hipparcos* по небесной сфере в эклиптических координатах. Верхний рисунок показывает путь оси вращения с 22 мая 1990 года до 23 сентября 1991 года. Стрелкой обозначено направление движения оси. Нижний рисунок показывает изменение большого круга ориентации спутника за 5 вращений с 22 мая по 14 июля 1990

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арфкен Г., *Математические методы в физике*, (М.: Атомиздат, 1970), с.493.
2. В. В. Витязев, А. С. Цветков, Д. А. Трофимов, Кинематический анализ лучевых скоростей звезд методом сферических функций, Письма в Астрономический журнал, 2014
3. Anderson, E.; Francis, Ch. ХИР: An extended hipparcos compilation, Astronomy Letters, Volume 38, Issue 5, pp.331-346, 2012.
4. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Письма в Астрон. журн. **35**, 114, (2009) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **35**, 100 (2009)].
5. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Вып. 2. 138 (2013).
6. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **XX** , XXX (2014) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **XX**, XXX (2014)].
7. Витязев В.В., Цветков А.С., ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2017, том 43, № 11, с. 807–827
8. Floor van Leeuwen, Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data (2008)
9. L. Lindegren etc., Gaia Data Release 1, Astronomy & Astrophysics, 2016