Анализ систематических разностей параллаксов в каталогах TGAS и Hipparcos

Санкт-Петербургский государственный университет, СПб[1]

Исследованы систематические разности тригонометрических параллаксов каталогов Hipparcos 2 и TGAS с помощью сферических функций. Определены наиболее значимые гармоники в разложении. Изучно так же распределение дисперсии разности параллаксов в различных областях небесной сферы. Наиболее простой вид распределение среднеквадратического отклонения имеет в эклиптической системе координат.

Ключевые слова: астрометрия, собственные движения звезд, параллаксы, сферические функции, Hipparcos

1. Введение

Сравнение каталогов является классической задачей фундаментальной астрометрии. До недавнего времени могло проводиться сравнение лишь положений и собственных движений звезд. Появление первых результов миссии GAIA, в частности, каталога TGAS, позволило впервые произвести сравнение тригонометрических параллаксов общих звезд каталогов TGAS и Hipparcos, а именно его второй версии XHIP (XHIP: An extended hipparcos compilation, Anderson, 2012). Каталог TGAS содержит 2057050 звезд с данными о тригонометрических параллаксах, включает в себя только звезды Hipparcos и Tycho 2 и использует в качестве первой эпохи положения звезд в этих каталогах. В статье Линдегрена и др. (2016) было проведено первичное сравнение параллаксов в каталогах TGAS и XHIP. Были даны оценки разностей, построена диаграммы и рисунки, описывающие общий ход разностей параллаксов в зависимости от различных параметров звезд. Традиционно, при сравнении положений и собственных движений звезд астрометрических каталогов используется аппарат скалярных и векторных функций. Первый такой подход был использован Фрикке (1977), далее метод был развит в статьях Витязева и Цветкова (2009). В настоящей статье мы применим аппарат скалярных сферических функций для анализа систематических разностей параллаксов.

2. Систематические разности параллаксов

Для сравнения мы используем общие звезды XHIP и TGAS, которых оказалось 93635. За счет того, что у звезд обоих каталогов есть идентификатор в каталоге Hipparcos, их данные можно объединить. То есть в объединенном каталоге у каждой звезды помимо идентификатора в каталоге Hipparcos будут все прочие данные, которые есть в каталогах TGAS и XHIP. В каталоге XHIP 117955 звезд. В каталоге TGAS 2057050 звезд. В объединенном каталоге 93635 звезд.

Из каталога TGAS нас будут интересовать поля

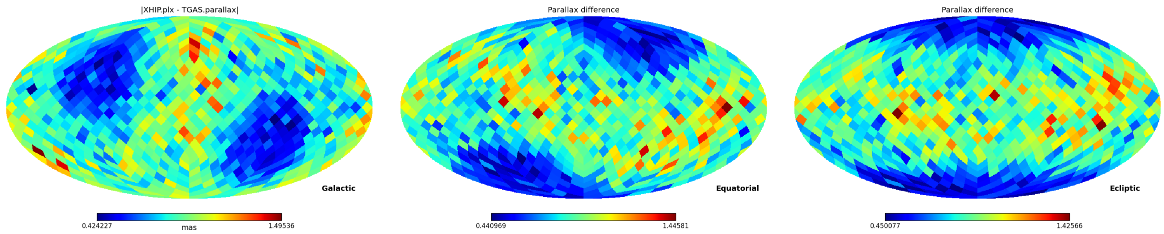

Рис. 1: Распределение модуля разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в галактических, экваториальных и эклиптических координатах. Сетка Healpix имеет параметр $n = 8$. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

- hip – идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- π_{tgas} – абсолютный барицентрический параллакс звезды на момент эпохи каталога, указан в mas
- $\sigma_{\pi_{tgas}}$ - стандартное отклонение параллакса звезды на момент эпохи каталога, указан в mas
- l – галактическая долгота на момент эпохи каталога, указана в градусах
- b – галактическая широта на момент эпохи каталога, указана в градусах

Из каталога XHIP нас будут интересовать поля

- HIP – идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- π_{xhip} – тригонометрический параллакс звезды, указан в mas
- $\sigma_{\pi_{xhip}}$ – стандартное отклонение параллакса звезды, указан в mas,

Астрометрические каталоги за долгую историю сравнивали между собой всегда с целью выявления случайных и особенно систематических ошибок координат и собственных движений. Впервые в истории появляется возможность сравнить параллаксы, полученные тригонометрическим способом для столь большого количества звезд.

Рассмотрим для каждой звезды объединенного каталога величину разности ее параллакса в XHIP и в TGAS, т.е. $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$. Ошибкой разности, соответственно, будет $\sqrt{\sigma^2_{\pi_{xhip}} + \sigma^2_{\pi_{tgas}}}$

Обычно систематические разности положений и собственных движений изучают в экваториальной, в силу зонного построения каталогов, или галактической системе для массовых звездных каталогов, в которых распределение звезд в этой системе

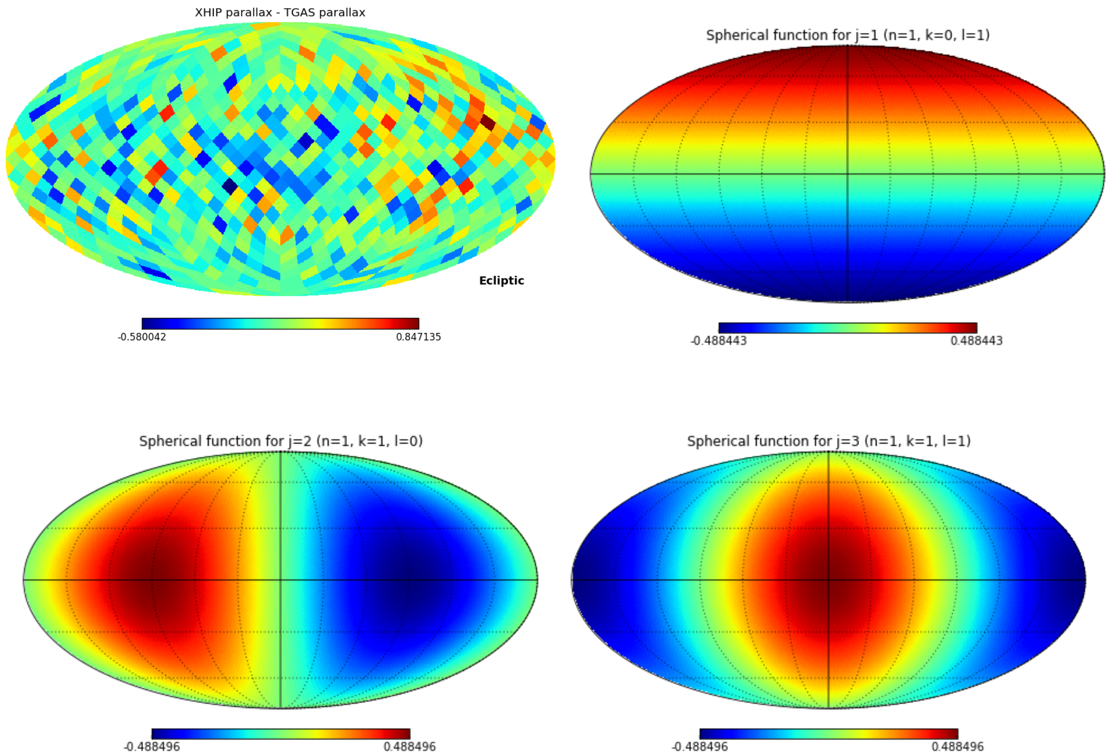

Рис. 2: Распределение разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в эклиптических координатах и значимые гармоники разложения по сферическим функциям за номерами 1, 2 и 3. Коэффициенты данных гармоник представлены в табл. 2. Они существенно менее значимые, чем коэффициенты разложения модуля разности.

симметрично (Витязев, Цветков, 2009). Первое знакомство с систематическими разностями параллаксов (рис. 1) показывает, что присутствует симметрия среднеквадратического отклонения разностей относительно эклиптики.

Более того, мы видим зависимость между среднеквадратическим отклонением разности параллаксов на рис. 1 и ошибкой параллакса в XHIP на рис. 3 в эклиптической системе координат. Действительно, коэффициент корреляции между этими величинами на звездах объединенного каталога равен 0.55 (?). Это говорит о том, что чем выше ошибка параллакса XHIP, тем сильнее он отличается от параллакса TGAS.

3. Анализ больших выбросов

Рассмотрим звезды, у которых параллаксы в TGAS и XHIP значимо различаются, а именно, у которых модуль разности параллаксов больше, чем 3 ошибки этой разности. Таких звезд 2148. Выясним, с чем связаны такие отличия в параллаксах. У таких звезд коэффициент корреляции модуля разности параллаксов с ошибкой параллакса в XHIP равен 0.87, а с ошибкой в TGAS — 0.1. Т.е. можно утверждать,

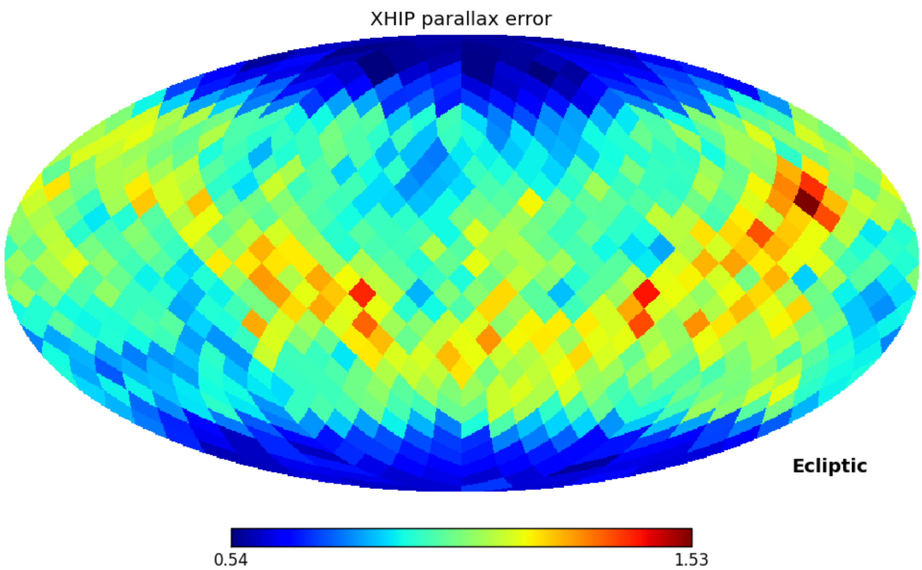

Рис. 3: Распределение ошибки параллакса в XHIP по небесной сфере в эклиптических координатах. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

что большая разность между параллаксами обусловлена большими ошибками параллаксов именно в XHIP. Явно ошибочными являются параллаксы меньше 0, т.е. это такие параллаксы π, что $\pi < -3\sigma_\pi$. В TGAS таких звезд всего 6, а в XHIP - 17. Т.е. подобного рода выбросы не должны сильно влиять на усредненные характеристики разности параллаксов TGAS и XHIP.

4. Анализ разностей с помощью сферических функций

На рис. 1 мы видим явную зависимость в распределении стандартного отклонения параллаксов по небесной сфере от модуля эклиптической широты (коэффициент корреляции равен -0.7). Подтвердить статистическую значимость данной зависимости и незначимость прочих менее очевидных зависимостей мы можем с помощью представления модуля разности параллаксов через сферические функции. Сферические функции широко используются в различных областях математики и физики, их определение можно найти во многих источниках (см., например, Арфкен, 1970). Впервые были использованы для анализа систематических разностей положений и собственных движений (Броше, 1977).

Представление модуля разности параллаксов с помощью линейной комбинации сферических функций можно записать следующим образом.

$$\sigma_{\Delta_{plx}}(l,b) = \sum_{nkp} \delta_{nkp}\, K_{nkp}(l,b), \tag{1}$$

где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970):

$$K_{nkp}(l,b) = R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k=0, \quad p=1; \\ P_{nk}(b)\sin kl, & k\neq 0, \quad p=0; \\ P_{nk}(b)\cos kl, & k\neq 0, \quad p=1, \end{cases} \tag{2}$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k>0; \\ 1, & k=0. \end{cases} \tag{3}$$

В формуле (2) через l и b обозначены соответственно долгота и широта точки на сфере, $(0 \le l \le 2\pi;\ -\pi/2 \le b \le \pi/2)$; через $P_{nk}(b)$ — полиномы Лежандра (при $k=0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k>0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{aligned} &P_{nk}(b) = \sin b\tfrac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(b) - \tfrac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b), \quad {}^{k=0,\,1,\,\ldots}_{n=k+1,\,k+2,\,\ldots} \\ &P_{kk}(b) = \tfrac{(2k)!}{2^k k!}\cos^k b \\ &P_{k+1,k}(b) = \tfrac{(2k+2)!}{2^{k+1}(k+1)!}\cos^k b \sin b. \end{aligned} \tag{4}$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций K_{nkp} и коэффициентов δ_{nkp} одним индексом j, где

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \tag{5}$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint_{\Omega} (K_i \cdot K_j)\, d\omega = \begin{cases} 0, & i\neq j; \\ 1, & i=j. \end{cases} \tag{6}$$

Другими словами, набор функций K_{nkp} образуют на сфере ортонормированную систему функций.

Методом наименьших квадратов найдем низкочастотные коэффициенты разложения δ_j на сферические функции в эклиптической системе координат. Низкочастотыми коэффициентами считаем такие δ_{nkp}, что $n \le 6$, т.е. $j \le 48$. Полученная регрессия имеет значение F-статистики 27.35, т.е. модель является значимой на уровне значимости $1.5 \cdot 10^{-130}$. Это говорит о том, что остальные высокочастотные коэффициенты незначимы. Оставим только статистически значимые на уровне «трех сигма» коэффициенты. То есть такие δ_j, что $|\delta_j| > 3\sigma_{\delta_j}$. Данные коэффициенты с ошибками представлены в таблице 1 и на рис. 4. Модель систематических разностей оказалась очень простой и на уровне значимости $9.63 \cdot 10^{-123}$ фактиески описывается всего лишь двумя коэффициентами нулевым и четвертым. В то время как модели систематических разностей собственных движений обычно содержат значительно большее число гармоник, в том числе систематические разности собственных движений Tycho 2 и TGAS (Витязев, Цветков, 2017)

Аналогичную процедуру можно провести со знаковыми разностями параллаксов XHIP и TGAS $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$. Результаты разложения на сферические функции представлены на рис. 2 и в таблице 2

Таблица 1: Статистически значимые коэффициенты разложения модуля разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{\lvert\delta_j\rvert}{\sigma_{\delta_j}}$
0	2.99	0.01	214.96
2	-0.04	0.01	3.18
4	-0.45	0.01	32.6
6	-0.10	0.01	7.07
7	0.07	0.01	4.98
16	-0.09	0.01	6.11
21	-0.05	0.01	3.65
41	0.06	0.01	4.44

Таблица 2: Статистически значимые коэффициенты разложения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{\lvert\delta_j\rvert}{\sigma_{\delta_j}}$
0	0.34	0.02	13.66
1	0.11	0.02	4.25
2	-0.14	0.02	5.76
3	-0.11	0.02	4.51
31	0.09	0.02	3.68
46	0.08	0.02	3.43

5. Обсуждение

Анализ показывает, что статистически значимые гармоники разложения модуля разности параллаксов XHIP и TGAS по сферическим функциям в эклиптических координатах имеют номера 0, 2, 4, 6, 7, 16, 21, 41. Гармоника за номером 0 - это просто константа. Следующая по значимости гармоника за номером 4 (рис. 5). Остальные гармоники как минимум в 4.5 раза мен. Тем самым, мы можем утверждать, что имеет место зависимость отличия разности параллакса только от эклиптической широты, остальные зависимости на сфере незначительны.

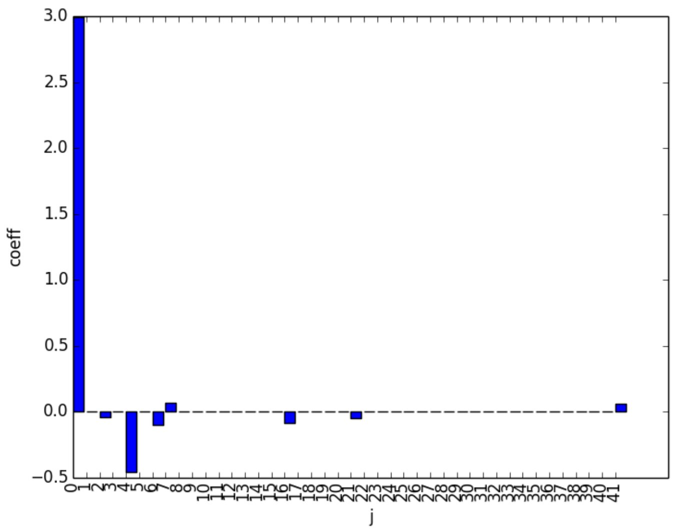

Рис. 4: Статистически значимые коэффициенты разложения модуля разности параллаксов XHIP и TGAS по сферическим функциям

Значимость сферической функции K_4 показывает сильное отличие исследуемой величины в районе полюсов и в районе плоскости эклиптики. Чем можно объяснить такое поведение модуля разности параллаксов? Мы выяснили, что модуль разности параллаксов в TGAS и XHIP достаточно коррелирует с ошибками в параллаксах XHIP. От чего зависит ошибка параллакса звезды? Прежде всего, от числа ее наблюдений. Действительно, схожесть распределения числа наблюдений звезд (рис. 6) и распределения ошибок в параллаксах XHIP (рис. 3) подтверждает это. Подобное распределение числа наблюдений звезд объясняется вращением спутника Hipparcos в течение пребывания на орбите. Вращение спутника подробно рассмотрено в работе «Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data» (Floor van Leeuwen, 2007) и изображено на рис. 7

Статистически значимыми гармониками разложения знаковой разности параллаксов являются 0, 1, 2, 3, 31, 46. Здесь стоит отметить константную нулевую гармонику. Положительный коэффициент при этой гармонике позволяет сказать, что параллакс в XHIP больше, чем параллакс в TGAS в среднем по всей небесной сфере, то есть по данным Hipparcos звезды находятся ближе. Коэффициенты 1 и 2 показывают ассиметрию распрелеления разности в различных полушариях. Отрицательный коэффициент за номером 3 говорит о том, что в районе точки весеннего равноденствия параллаксы в TGAS статистически значимо больше, чем в XHIP, в отличае от других частей небесной сферы. Прочие гармоники показывают различные флуктуации.

Нулевой коэффициент разложения модуля разности параллаксов на порядок превосходит коэффициент разложения знаковой разности. Это говорит о том, что разность параллаксов XHIP и TGAS имеет разный знак для разных звезд, а сама

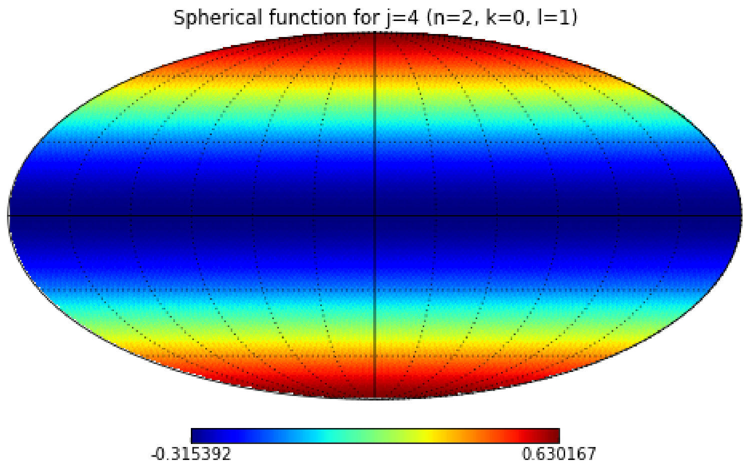

Рис. 5: Сферическая функция K_4 ($K_{(2,0,1)}$).

эта разность может быть и велика. Различия параллаксов двух каталогов имеют в значительной мере стохастический характер.

Простая модель систематических разностей может говорить об одном из двух. Параллаксы TGAS в значительной мере наследуют информацию из XHIP, и поэтому каталоги настолько близки друг к другу. Второе возможное объяснение, может заключаться в том, что параллаксы того и другого каталога получены в результате космических экспериментов, что привело к высокой однородности данных.

6. Заключение

Исследование знаковой разности параллаксов показало, что она имеет назначительный систематический ход по небесной сфере. Но, в целом, можно сказать, что звезды по данным XHIP находятся ближе, чем по данным TGAS. Исключением является только район точки весеннего равноденствия, где ситуация обратная.

Мы нашли сильную закономерность в распределении модуля разности параллаксов по небесной сфере, которая показывает, что в районе эклиптического экватора эта величина статистически значима больше, чем в районе полюсов. Объяснение этому нашлось в законе вращения спутника Hipparcos - чем больше он наблюдал звезду, тем точнее у нее вычислялся параллакс в XHIP, и тем ближе этот параллакс оказался к значениям из TGAS. Так же мы выяснили, что систематика распределения модуля разности параллаксов XHIP и TGAS обусловлена систематикой распределения ошибки параллаксов именно в XHIP, ошибки параллаксов TGAS практически на эту разность не влияют.

Таким образом, использовать индивидуальные параллаксы звезд XHIP, находящихся в районе эклиптического экватора, следует с осторожностью.

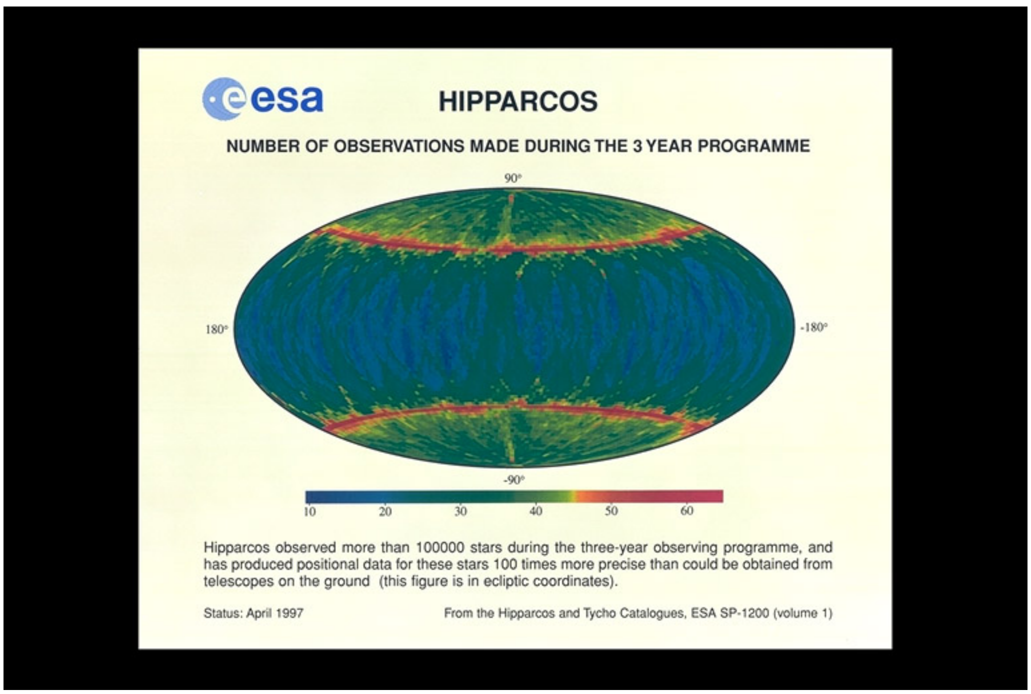

Рис. 6: Распределение числа наблюдений звезд по небесной сфере в эклиптических координатах

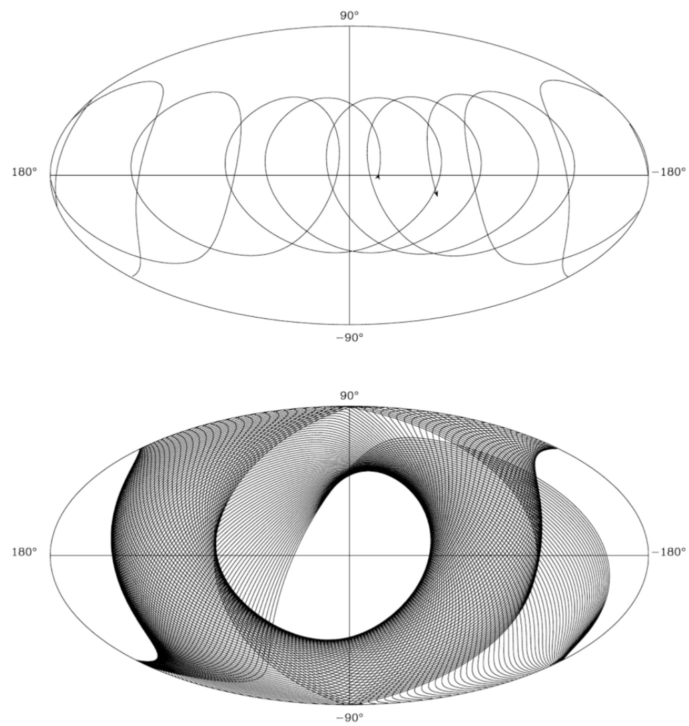

Рис. 7: Движение спутника Hipparcos по небесной сфере в эклиптических координатах. Верхний рисунок показывает путь оси вращения с 22 мая 1990 года до 23 сентября 1991 года. Стрелкой обозначено направление движения оси. Нижний рисунок показывает изменение большого круга ориентации спутника за 5 вращений с 22 мая по 14 июля 1990

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арфкен Г., *Математические методы в физике*, (М.: Атомиздат, 1970), с.493.
2. В. В. Витязев, А. С. Цветков, Д. А. Трофимов, Кинематический анализ лучевых скоростей звезд методом сферических функций, Письма в Астрономический журнал, 2014
3. Anderson, E.; Francis, Ch. XHIP: An extended hipparcos compilation, Astronomy Letters, Volume 38, Issue 5, pp.331-346, 2012.
4. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Письма в Астрон. журн. **35**, 114, (2009) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **35**, 100 (2009)].
5. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Вып. 2. 138 (2013).
6. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **XX** , XXX (2014) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **XX**, XXX (2014)].
7. Витязев В.В., Цветков А.С., ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2017, том 43, № 11, с. 807–827
8. Floor van Leeuwen, Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data (2008)
9. L. Lindegren etc., Gaia Data Release 1, Astronomy & Astrophysics, 2016