

# Анализ систематических разностей параллаксов в каталогах TGAS и Hipparcos

© 2017 г.

*Санкт-Петербургский государственный университет, СПб<sup>1</sup>*

Получены систематические разности тригонометрических параллаксов каталогов Hipparcos 2 и TGAS. Наиболее сильную зависимость положения звезды на небесной сфере показывает не сама разность, а ее модуль в эклиптической системе координат. Определены коэффициенты разложения по сферическим функциям, проведен анализ значимых гармоник.

**Ключевые слова:** астрометрия, собственные движения звезд, параллаксы, сферические функции, Hipparcos

## 1. Введение

Сравнение каталогов является классической задачей фундаментальной астрометрии. До недавнего времени могло проводиться сравнение лишь положений и собственных движений звезд. Появление первых результатов миссии GAIA, в частности, каталога TGAS, позволило впервые произвести сравнение тригонометрических параллаксов общих звезд каталогов TGAS и Hipparcos, а именно его второй версии XHIP (XHIP: An extended hipparcos compilation, Anderson, 2012). Каталог TGAS содержит 2057050 звезд с данными о тригонометрических параллаксах, включает в себя только звезды Hipparcos и Tycho 2 и использует в качестве первой эпохи положения звезд в этих каталогах. В статье Линдегрена и др. (2016) было проведено первичное сравнение параллаксов в каталогах TGAS и Hipparcos. Были даны оценки разностей, построены диаграммы и рисунки, описывающие общий ход разностей параллаксов в зависимости от различных параметров звезд. Однако не была оценена систематика разностей параллаксов в зависимости от положения звезды на небесной сфере. Линдегрэн и др. рассматривали только усредненные разности параллаксов, в то время как значительно более высокую систематическую зависимость показывает средний модуль разности параллаксов, что и будет показано далее.

## 2. Выбор общих звезд и построение разницы параллаксов

Для сравнения мы используем общие звезды XHIP и TGAS, которых оказалось 93635. За счет того, что у звезд обоих каталогов есть идентификатор в каталоге Hipparcos, их данные можно объединить. То есть в объединенном каталоге у каждой звезды помимо идентификатора в каталоге Hipparcos будут все прочие данные, которые есть в каталогах TGAS и XHIP. В каталоге XHIP 117955 звезд. В каталоге TGAS 2057050 звезд. В объединенном каталоге 93635 звезд.

Из каталога TGAS нас будут интересовать поля

- $hip$  – идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- $\pi_{tgas}$  – абсолютный барицентрический параллакс звезды на момент эпохи каталога, указан в mas
- $\sigma_{\pi_{tgas}}$  – стандартное отклонение параллакса звезды на момент эпохи каталога, указан в mas
- $l$  – галактическая долгота на момент эпохи каталога, указана в градусах
- $b$  – галактическая широта на момент эпохи каталога, указана в градусах

Из каталога ХНП нас будут интересовать поля

- $HIP$  – идентификатор звезды в каталоге Hipparcos
- $\pi_{xhip}$  – тригонометрический параллакс звезды, указан в mas
- $\sigma_{\pi_{xhip}}$  – стандартное отклонение параллакса звезды, указан в mas,

### 3. Построение и анализ разности параллаксов

Астрометрические каталоги за долгую историю сравнивали между собой всегда с целью выявления случайных и особенно систематических ошибок координат и собственных движений. Впервые в истории появляется возможность сравнить параллаксы, полученные тригонометрическим способом для столь большого количества звезд. Хотя параллаксы TGAS и Hipparcos формально являются независимыми (Линдегрен, 2016), информация о положениях звезд Tycho 2 и Hipparcos используется в процедуре построения TGAS, что косвенным образом влияет на все оцениваемые параметры звезд TGAS. Корректную процедуру сравнения удастся сделать лишь после выхода по крайней мере GAIA DR2 (ссылка?), где параллаксы будут получены независимо от данных Hipparcos.

Рассмотрим для каждой звезды объединенного каталога величину разности ее параллакса в ХНП и в TGAS, т.е.  $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$ . Ошибкой разности, соответственно, будет  $\sqrt{\sigma_{\pi_{xhip}}^2 + \sigma_{\pi_{tgas}}^2}$ . Для начала выпишем различные статистические характеристики данной величины. Среднее значение – 0.35 mas, Медиана – 0.29 mas, Стандартное отклонение – 1.5 mas, Среднее значение модуля – 1.04 mas, Медиана модуля – 0.76 mas, 99 перцентиль модуля – 4.78 mas

Обычно систематические разности положений и собственных движений изучают в экваториальной, в силу зонного построения каталогов, или галактической системе для массовых звездных каталогов, в которых распределение звезд в этой системе симметрично (Витязев, Цветков, 2009). Первое знакомство с систематическими разностями параллаксов (рис. 3) показывает, что присутствует симметрия модуля разностей относительно эклиптики.

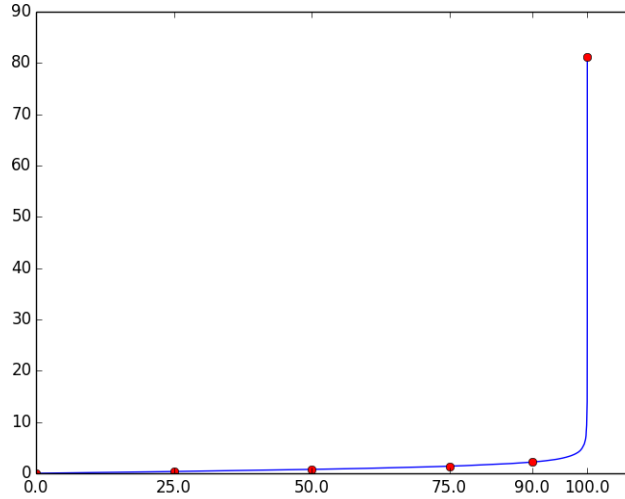


Рис. 1: График перцентиля. По оси  $x$  — перцентиль; по оси  $y$  — соответствующее значение перцентиля. Так же отмечен 100-й перцентиль со значением 81.15 mas.  $p$ -перцентиль — это такое значение  $x_p$ , что  $P(x \leq x_p) = \frac{p}{100}$ . Медиана — это 50-й перцентиль.

Более того, мы видим зависимость между модулем разности параллаксов на рис. 3 и ошибкой параллакса в ХНПР на рис. 5 в эклиптической системе координат. Действительно, коэффициент корреляции между этими величинами на звездах объединенного каталога равен 0.55. Это говорит о том, что чем выше ошибка параллакса ХНПР, тем сильнее он отличается от параллакса TGAS.

#### 4. Анализ больших выбросов

Рассмотрим звезды, у которых параллаксы в TGAS и ХНПР значимо различаются, а именно, у которых модуль разности параллаксов больше, чем 3 ошибки этой разности. Таких звезд 2148. Выясним, с чем связаны такие отличия в параллаксах. У таких звезд коэффициент корреляции модуля разности параллаксов с ошибкой параллакса в ХНПР равен 0.87, а с ошибкой в TGAS — 0.1. Т.е. можно утверждать, что большая разница между параллаксами обусловлена большими ошибками параллаксов именно в ХНПР. Явно ошибочными являются параллаксы меньше 0, т.е. это такие параллаксы  $\pi$ , что  $\pi < -3\sigma_\pi$ . В TGAS таких звезд всего 6, а в ХНПР - 17. Т.е. подобного рода выбросы не должны сильно влиять на усредненные характеристики разности параллаксов TGAS и ХНПР.

#### 5. Анализ разностей с помощью сферических функций

На рис. 3 мы видим явную зависимость в распределении модуля отличия параллаксов по небесной сфере от модуля эклиптической широты (коэффициент корреляции равен  $-0.7$ ). Подтвердить статистическую значимость данной зависимости

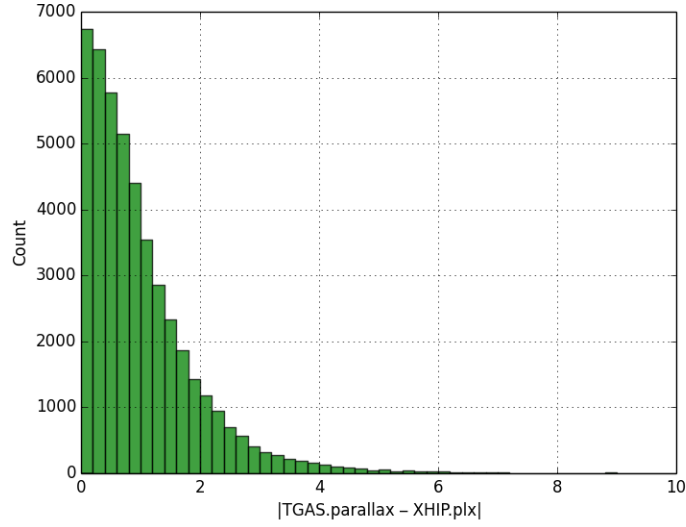


Рис. 2: Гистограмма распределения модуля разности параллаксов XHIP и TGAS

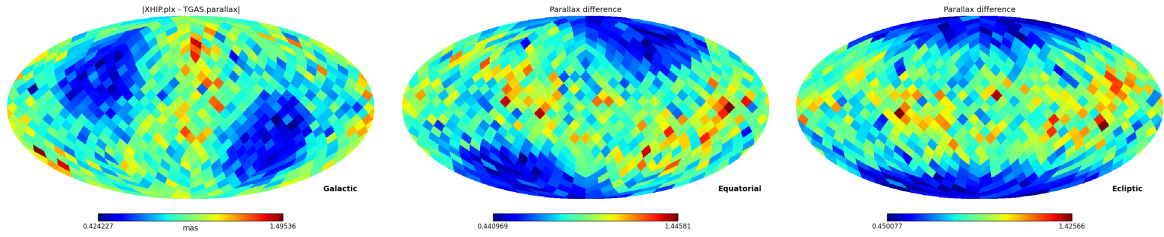


Рис. 3: Распределение модуля разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в галактических, экваториальных и эклиптических координатах. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

и незначимость прочих менее очевидных зависимостей мы можем с помощью представления модуля разности параллаксов через сферические функции. Сферические функции широко используются в различных областях математики и физики, их определение можно найти во многих источниках (см., например, Арфкен, 1970). Впервые были использованы для анализа систематических разностей положений и собственных движений (Броше, 1977).

Представление модуля разности параллаксов с помощью линейной комбинации сферических функций можно записать следующим образом.

$$\Delta_{plx}(l, b) = \sum_{nkp} \delta_{nkp} K_{nkp}(l, b), \quad (1)$$

где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970):

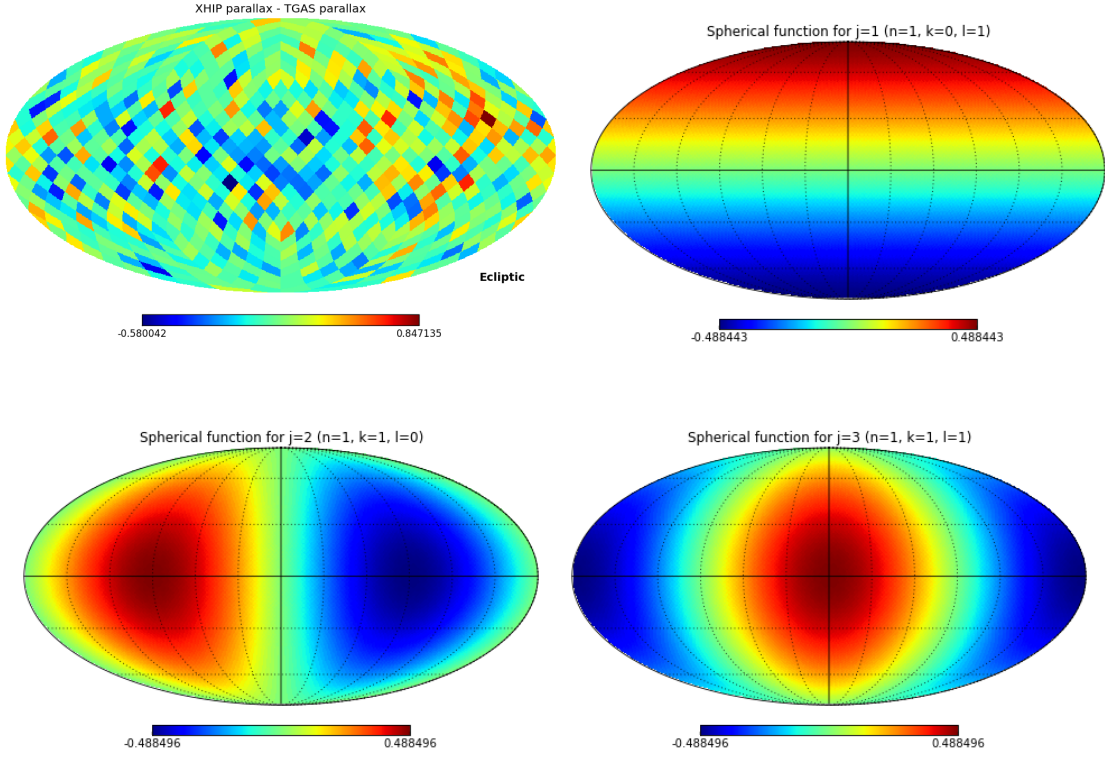


Рис. 4: Распределение разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в эклиптических координатах и значимые гармоники разложения по сферическим функциям за номерами 1, 2 и 3. Коэффициенты данных гармоник представлены в табл. 2. Они существенно менее значимые, чем коэффициенты разложения модуля разности.

$$K_{nkp}(l, b) = R_{nk} \begin{cases} P_{n,0}(b), & k = 0, \quad p = 1; \\ P_{nk}(b) \sin kl, & k \neq 0, \quad p = 0; \\ P_{nk}(b) \cos kl, & k \neq 0, \quad p = 1, \end{cases} \quad (2)$$

$$R_{nk} = \sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}} \begin{cases} \sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k > 0; \\ 1, & k = 0. \end{cases} \quad (3)$$

В формуле (2) через  $l$  и  $b$  обозначены соответственно долгота и широта точки на сфере, ( $0 \leq l \leq 2\pi$ ;  $-\pi/2 \leq b \leq \pi/2$ ); через  $P_{nk}(b)$  — полиномы Лежандра (при  $k = 0$ ) и присоединенные функции Лежандра (при  $k > 0$ ), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

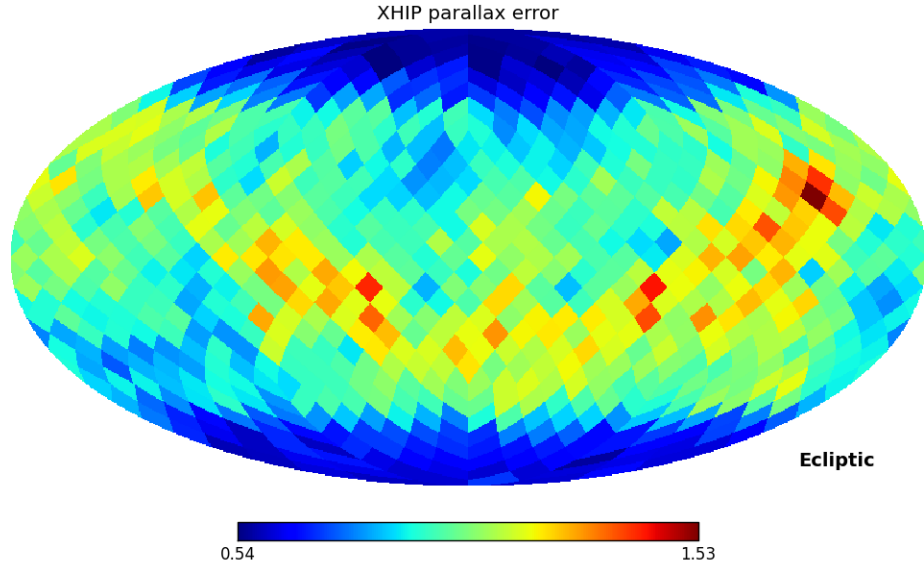


Рис. 5: Распределение ошибки параллакса в XHIP по небесной сфере в эклиптических координатах. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

$$\begin{aligned}
 P_{nk}(b) &= \sin b \frac{2n-1}{n-k} P_{n-1,k}(b) - \frac{n+k-1}{n-k} P_{n-2,k}(b), & k=0, 1, \dots \\
 & & n=k+1, k+2, \dots \\
 P_{kk}(b) &= \frac{(2k)!}{2^k k!} \cos^k b \\
 P_{k+1,k}(b) &= \frac{(2k+2)!}{2^{k+1} (k+1)!} \cos^k b \sin b.
 \end{aligned} \tag{4}$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций  $K_{nkp}$  и коэффициентов  $\delta_{nkp}$  одним индексом  $j$ , где

$$j = n^2 + 2k + p - 1. \tag{5}$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint_{\Omega} (K_i \cdot K_j) d\omega = \begin{cases} 0, & i \neq j; \\ 1, & i = j. \end{cases} \tag{6}$$

Другими словами, набор функций  $K_{nkp}$  образуют на сфере ортонормированную систему функций.

Методом наименьших квадратов найдем низкочастотные коэффициенты разложения  $\delta_j$  на сферические функции в эклиптической системе координат. Низкочасто-

тыми коэффициентами считаем такие  $\delta_{nkp}$ , что  $n \leq 6$ , т.е.  $j \leq 48$ . Полученная регрессия имеет значение F-статистики 27.35, т.е. модель является значимой на уровне значимости  $1.5 \cdot 10^{-130}$ . Это говорит о том, что остальные высокочастотные коэффициенты незначимы. Оставим только статистически значимые на уровне «трех сигма» коэффициенты. То есть такие  $\delta_j$ , что  $|\delta_j| > 3\sigma_{\delta_j}$ . Данные коэффициенты с ошибками представлены в таблице 1 и на рис. 6. Модель систематических разностей оказалась очень простой и на уровне значимости  $9.63 \cdot 10^{-123}$  фактически описывается всего лишь двумя коэффициентами нулевым и четвертым. В то время как модели систематических разностей собственных движений обычно содержат значительно большее число гармоник, в том числе систематические разности собственных движений Tycho 2 и TGAS (Витязев, Цветков, 2017)

Аналогичную процедуру можно провести со знаковыми разностями параллаксов ХИП и TGAS  $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$ . Результаты разложения на сферические функции представлены на рис. 4 и в таблице 2

Таблица 1: Статистически значимые коэффициенты разложения модуля разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

$j$	$\delta_j$	$\sigma_{\delta_j}$	$\frac{ \delta_j }{\sigma_{\delta_j}}$
0	2.99	0.01	214.96
2	-0.04	0.01	3.18
4	-0.45	0.01	32.6
6	-0.10	0.01	7.07
7	0.07	0.01	4.98
16	-0.09	0.01	6.11
21	-0.05	0.01	3.65
41	0.06	0.01	4.44

Таблица 2: Статистически значимые коэффициенты разложения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

$j$	$\delta_j$	$\sigma_{\delta_j}$	$\frac{ \delta_j }{\sigma_{\delta_j}}$
0	0.34	0.02	13.66
1	0.11	0.02	4.25
2	-0.14	0.02	5.76
3	-0.11	0.02	4.51
31	0.09	0.02	3.68
46	0.08	0.02	3.43

## 6. Обсуждение

Анализ показывает, что статистически значимые гармоники разложения модуля разности параллаксов ХИП и TGAS по сферическим функциям в эклиптических

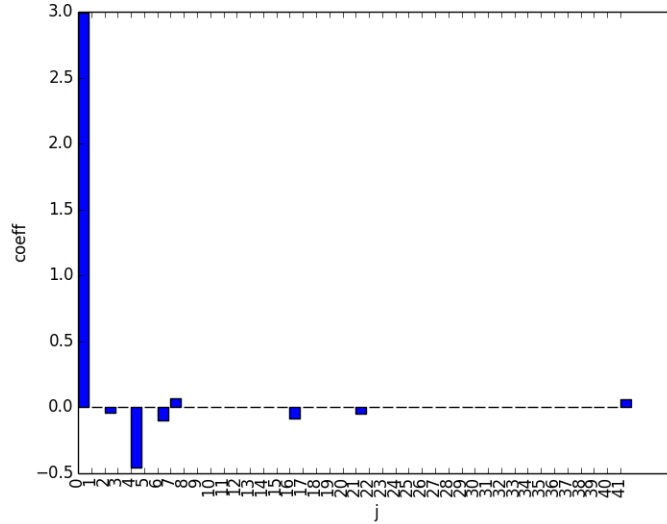


Рис. 6: Статистически значимые коэффициенты разложения модуля разности параллаксов ХИР и TGAS по сферическим функциям

координатах имеют номера 0, 2, 4, 6, 7, 16, 21, 41 Гармоника за номером 0 - это просто константа. Остальные гармоники как минимум в 4.5 раза менее значимые, чем гармоника за номером 4 (рис. 7). Тем самым, мы можем утверждать, что имеет место зависимость отличия разности параллакса только от экваториальной долготы, остальные зависимости на сфере незначительны.

Значимость сферической функции  $K_4$  показывает сильное отличие исследуемой величины в районе полюсов и в районе экватора. Чем можно объяснить такое поведение модуля разности параллаксов? Мы выяснили, что модуль разности параллаксов в TGAS и ХИР достаточно коррелирует с ошибками в параллаксах ХИР. От чего зависит ошибка параллакса звезды? Прежде всего, от числа ее наблюдений. Действительно, схожесть распределения числа наблюдений звезд (рис. 8) и распределения ошибок в параллаксах ХИР (рис. 5) подтверждает это. Подобное распределение числа наблюдений звезд объясняется вращением спутника Hipparcos в течение пребывания на орбите. Вращение спутника подробно рассмотрено в работе «Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data» (Floor van Leeuwen, 2007) и изображено на рис. 9

Статистически значимыми гармониками разложения знаковой разности параллаксов являются 0, 1, 2, 3, 31, 46. Здесь стоит отметить константную нулевую гармонику. Положительный коэффициент при этой гармонике позволяет сказать, что параллакс в Hipparcos больше, чем параллакс в TGAS в среднем по всей небесной сфере, то есть по данным Hipparcos звезды находятся ближе. Коэффициенты 1 и 2 показывают асимметрию распределения разности в различных полушариях. Отрицательный коэффициент за номером 3 говорит о том, что в районе точки весеннего равноденствия параллаксы в TGAS статистически значимо больше, чем в Hipparcos, в отличие от других частей небесной сферы. Прочие гармоники показывают различные



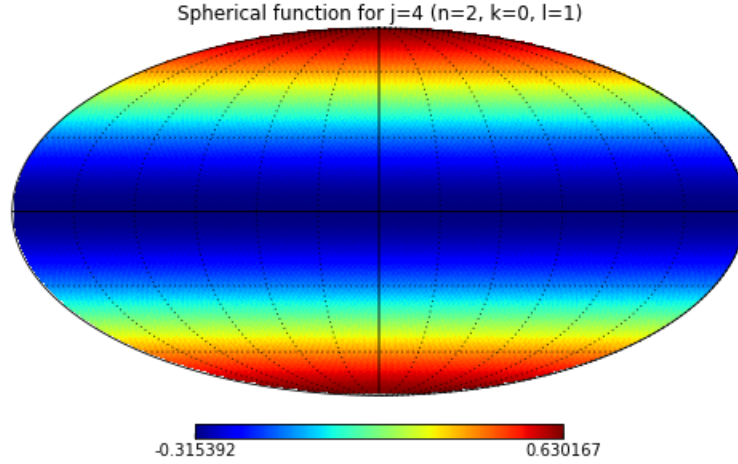


Рис. 7: Сферическая функция  $K_4$  ( $K_{(2,0,1)}$ ).

флуктуации.

Нулевой коэффициент разложения модуля разности параллаксов на порядок превосходит коэффициент разложения знаковой разности. Это говорит о том, что разность параллаксов Hipparcos и TGAS имеет разный знак для разных звезд, а сама эта разность может быть и велика. Различия параллаксов двух каталогов имеют в значительной мере стохастический характер.

Простая модель систематических разностей может говорить об одном из двух. Параллаксы TGAS в значительной мере наследуют информацию из Hipparcos, и поэтому каталоги настолько близки друг к другу. Второе возможное объяснение, может заключаться в том, что параллаксы того и другого каталога получены в результате космических экспериментов, что привело к высокой однородности данных.

## 7. Заключение

Мы выяснили, что систематика распределения модуля разности параллаксов ХИП и TGAS обусловлена систематикой распределения ошибки параллаксов именно в ХИП, ошибки параллаксов TGAS практически на эту разность не влияют. Кроме того, мы нашли единственную закономерность в распределении разности параллаксов и показали, что других нет. Оказалось, что в районе эклиптических полюсов разница параллаксов статистически значимо меньше, чем в районе экватора. Объяснение этому нашлось в законе вращения спутника Hipparcos - чем больше он наблюдал звезду, тем точнее у нее вычислялся параллакс в ХИП, и тем ближе этот параллакс оказался к значениям из TGAS.

Кроме того, проанализировав просто разность параллаксов, мы подтвердили,

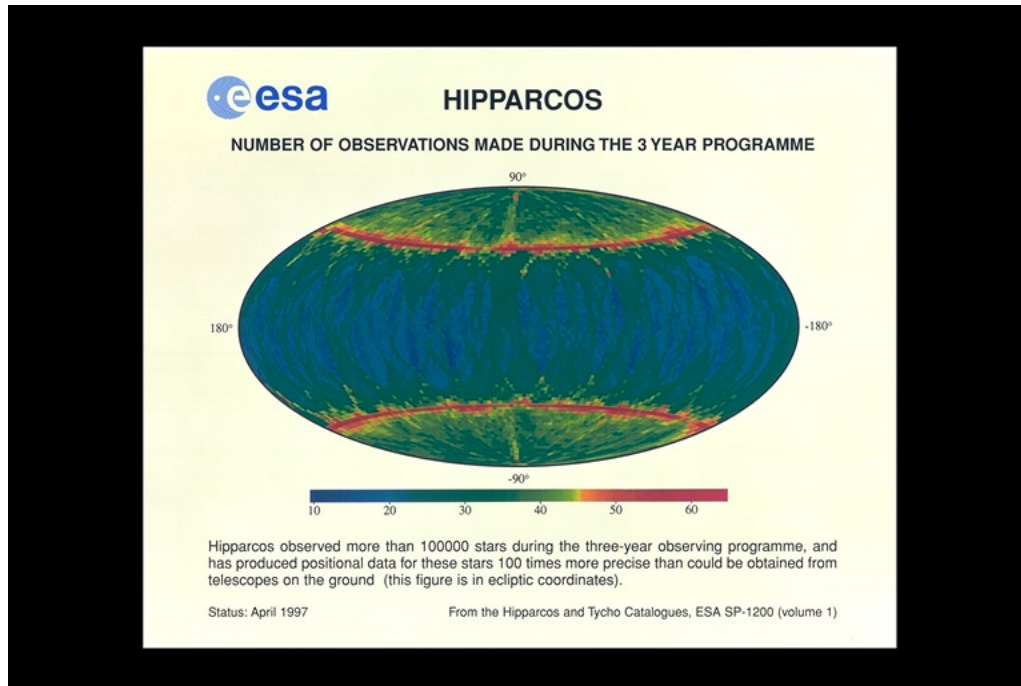


Рис. 8: Распределение числа наблюдений звезд по небесной сфере в эклиптических координатах

что звезды по данным Hipparcos находятся ближе, чем по данным TGAS. Исключением является только район точки весеннего равноденствия, где ситуация обратная.

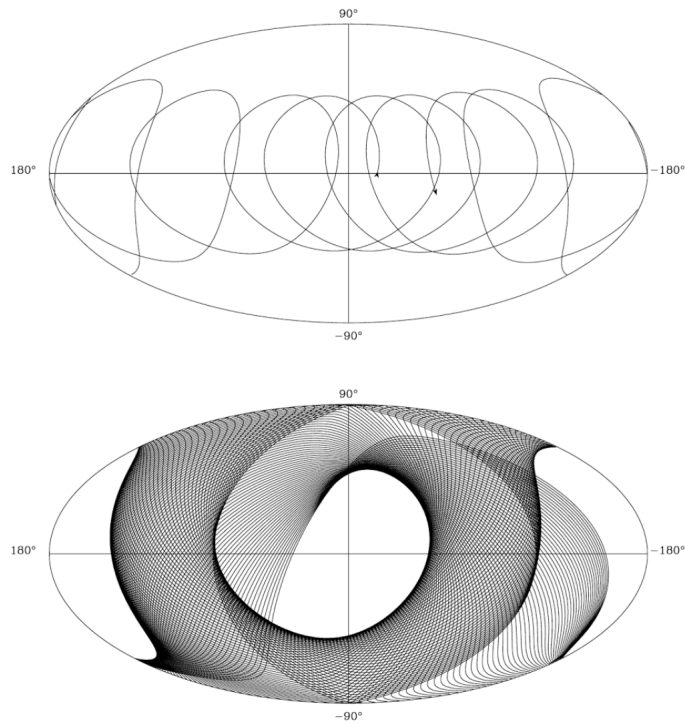


Рис. 9: Движение спутника *Hipparcos* по небесной сфере в эклиптических координатах. Верхний рисунок показывает путь оси вращения с 22 мая 1990 года до 23 сентября 1991 года. Стрелкой обозначено направление движения оси. Нижний рисунок показывает изменение большого круга ориентации спутника за 5 вращений с 22 мая по 14 июля 1990

*СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ*

1. Арфкен Г., *Математические методы в физике*, (М.: Атомиздат, 1970), с.493.
2. В. В. Витязев, А. С. Цветков, Д. А. Трофимов, Кинематический анализ лучевых скоростей звезд методом сферических функций, Письма в Астрономический журнал, 2014
3. Anderson, E.; Francis, Ch. XHIP: An extended hipparcos compilation, Astronomy Letters, Volume 38, Issue 5, pp.331-346, 2012.
4. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Письма в Астрон. журн. **35**, 114, (2009) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **35**, 100 (2009)].
5. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Вып. 2. 138 (2013).
6. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **XX** , XXX (2014) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **XX**, XXX (2014)].
7. Витязев В.В., Цветков А.С., ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2017, том 43, № 11, с. 807–827
8. Floor van Leeuwen, Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data (2008)
9. L. Lindegren etc., Gaia Data Release 1, Astronomy & Astrophysics, 2016