Анализ систематических разностей параллаксов в каталогах TGAS и Hipparcos

© 2017 г.

Санкт-Петербургский государственный университет, СПб[1]

Исследованы систематические разности тригонометрических параллаксов каталогов Hipparcos 2 и TGAS с помощью сферических функций. Определены наиболее значимые гармоники в разложении. Изучно так же распределение дисперсии разности параллаксов в различных областях небесной сферы. Наиболее простой вид распределение среднеквадратичного отклонения имеет в эклиптической системе координат.

Ключевые слова: астрометрия, собственные движения звезд, параллаксы, сферические функции, Hipparcos

1. Введение

Сравнение каталогов является классической задачей фундаментальной астрометрии. До недавнего времени могло проводиться сравнение лишь положений и собственных движений звезд. Появление первых результов миссии GAIA, в частности, каталога TGAS, позволило впервые произвести сравнение тригонометрических параллаксов общих звезд каталогов TGAS и Hipparcos, а именно его второй версии XHIP (XHIP: An extended hipparcos compilation, Anderson, 2012). Каталог TGAS содержит 2057050 звезд с данными о тригонометрических параллаксах, включает в себя только звезды Hipparcos и Tycho 2 и использует в качестве первой эпохи положения звезд в этих каталогах. В статье Линдегрена и др. (2016) было проведено первичное сравнение параллаксов в каталогах TGAS и XHIP. Были даны оценки разностей, построены диаграммы и рисунки, описывающие общий ход разностей параллаксов в зависимости от различных параметров звезд, например, от показателя цвета. Традиционно, при сравнении положений и собственных движений звезд астрометрических каталогов используется аппарат скалярных и векторных функций. Впервые такой подход был использован Фрикке (1977), далее метод был развит в работах Витязева и Цветкова (2009). В настоящей статье мы применим аппарат скалярных сферических функций для анализа систематических разностей параллаксов.

2. Систематические разности параллаксов

Общих звезд в каталогах XHIP и TGAS оказалось 93635. Объединение данных каталогов не составляет труда, так как в TGAS есть идентификатор звезды в XHIP.

В объединенном каталоге мы оставили следующие данные

- *hip* – идентификатор звезды в каталоге XHIP

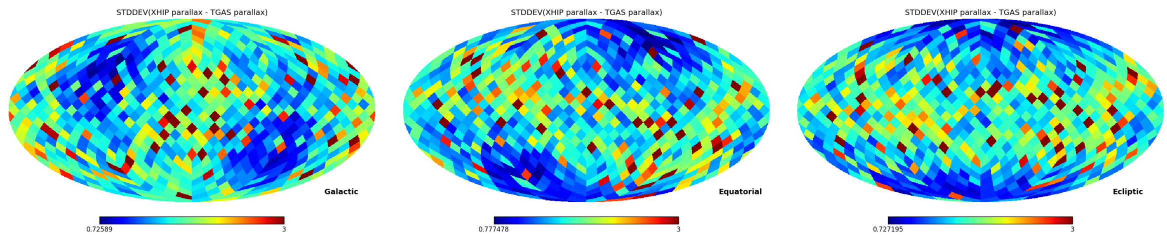

Рис. 1: Распределение среднеквадратичного отклонения разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в галактических, экваториальных и эклиптических координатах. Сетка Healpix имеет параметр $n = 8$.

- π_{tgas} – абсолютный барицентрический параллакс звезды в TGAS
- $\sigma_{\pi_{tgas}}$ - среднеквадратичная ошибка параллакса звезды в TGAS
- l – галактическая долгота в TGAS
- b – галактическая широта в TGAS
- π_{xhip} – тригонометрический параллакс в XHIP
- $\sigma_{\pi_{xhip}}$ – среднеквадратичная ошибка параллакса звезды в XHIP

Вычислим для каждой звезды объединенного каталога величину разности ее параллакса в XHIP и в TGAS $\pi_{xhip} - \pi_{tgas}$.

Разложения по сферическим функциям величины, распределенной по небесной сфере, можно вести в разных системах координат. Как было отмечено Лендегреном (2016), и наше предварительное исследование (рис. 1) показали, что разности параллаксов и распределение среднеквадратичных отклонений по небесной сфере имеют явно выраженную концентрацию наибольших и наименьших значений в областях эклиптики и эклиптических полюсов. Это делает целесообразным проведение разложений системптических разностей по сферичесим функциям в эклиптической системе координат.

3. Анализ больших выбросов

Предварительно мы провели анализ на наличие больших выбросов в разностях параллаксов, с целью обнаружения единичных объектов, которые могут значительно исказить средний результат. Рассмотрим звезды, у которых модуль разности параллаксов в TGAS и XHIP больше, чем 3 ошибки этой разности $\sqrt{\sigma^2_{\pi_{xhip}} + \sigma^2_{\pi_{tgas}}}$. Таких звезд оказалось 2148. Коэффициент корреляции модуля разности параллаксов с ошибкой параллакса в XHIP для этих звезд равен 0.87, а с ошибкой в TGAS — 0.1.

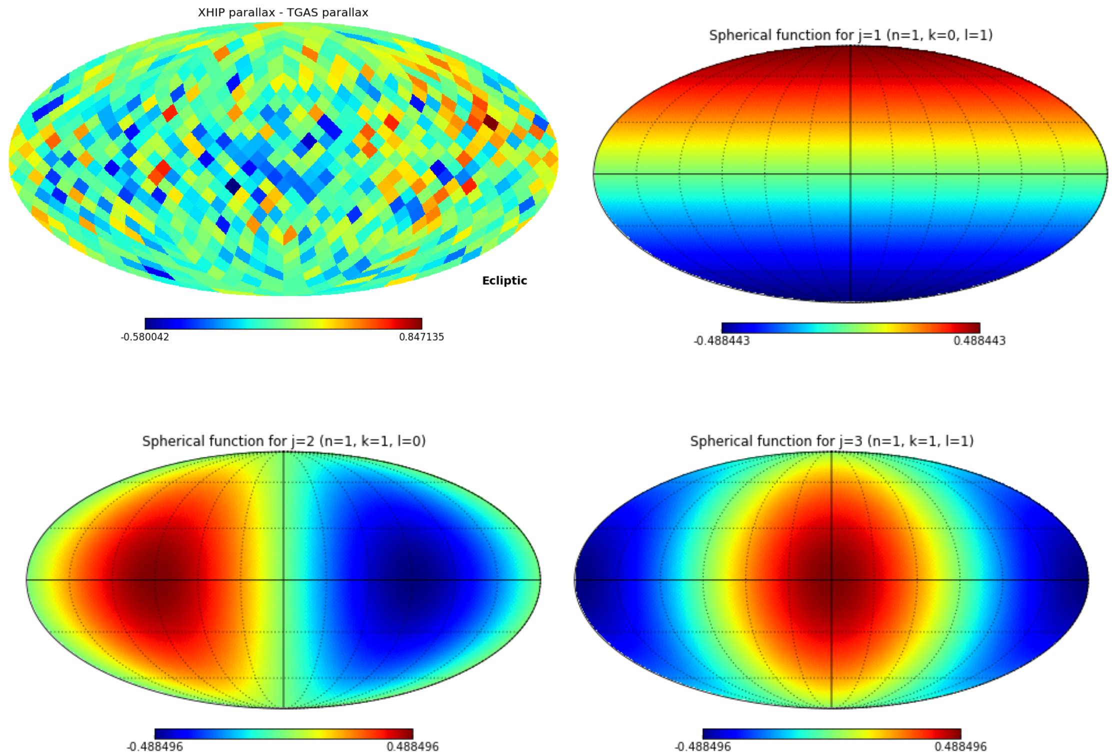

Рис. 2: Распределение разности параллаксов XHIP и TGAS по небесной сфере в эклиптических координатах и значимые гармоники разложения по сферическим функциям за номерами 1, 2 и 3. Коэффициенты данных гармоник представлены в табл. 1. Они существенно менее значимые, чем коэффициенты разложения стандартного отклонения разности.

Можно утверждать, что большая разность между параллаксами обусловлена большими ошибками параллаксов именно в XHIP. Кроме того, явно ошибочными являются значимые по критерию 3σ отрицательные параллаксы, т.е. такие, что $\pi < -3\sigma_\pi$. В TGAS таких звезд всего 6, а в XHIP - 17. Подобного рода выбросы не должны chbльно влиять на усредненные характеристики разности параллаксов TGAS и XHIP.

Поскольку при разложении разностей по сферическим функциям используется статистический критерий отделения сигнала от шума, мы решили не отбрасывать никакие звезды в дальнейших исследованиях. Таким образом, в анализе участвовали все 93635 звезд.

4. Анализ разностей тригонометрических параллаксов с помощью сферических функций

При разложении по сферическим функциям использовалась сетка Healpix с параметром 8 (с числом площадок 768). Минимальное число звезд , попавших в площадку – 57, максимальное – 273, таким образом, для расчета усредненных данных по площадкам достаточно данных.

Представим разности параллаксов в виде

$$\Delta_\pi(\lambda,\beta)=\sum_{nkp}\delta_{nkp}\,K_{nkp}(\lambda,\beta), \qquad (1)$$

где сферические функции имеют вид (Арфкен, 1970):

$$K_{nkp}(\lambda,\beta)=R_{nk}\begin{cases}P_{n,0}(\beta), & k=0,\quad p=1;\\ P_{nk}(\beta)\sin k\lambda, & k\neq 0,\quad p=0;\\ P_{nk}(\beta)\cos k\lambda, & k\neq 0,\quad p=1,\end{cases} \qquad (2)$$

$$R_{nk}=\sqrt{\frac{2n+1}{4\pi}}\begin{cases}\sqrt{\frac{2(n-k)!}{(n+k)!}}, & k>0;\\ 1, & k=0.\end{cases} \qquad (3)$$

В формуле (2) через λ и β обозначены соответственно эклиптическая долгота и широта, $(0\le\lambda\le 2\pi;\ -\pi/2\le\beta\le\pi/2)$; через $P_{nk}(\beta)$ — полиномы Лежандра (при $k=0$) и присоединенные функции Лежандра (при $k>0$), которые можно вычислить с помощью следующих рекуррентных соотношений:

$$\begin{aligned}&P_{nk}(\beta)=\sin\beta\tfrac{2n-1}{n-k}P_{n-1,k}(\beta)-\tfrac{n+k-1}{n-k}P_{n-2,k}(\beta), \quad {}^{k=0,1,\ldots}_{n=k+1,k+2,\ldots}\\ &P_{kk}(\beta)=\tfrac{(2k)!}{2^k k!}\cos^k\beta\\ &P_{k+1,k}(\beta)=\tfrac{(2k+2)!}{2^{k+1}(k+1)!}\cos^k\beta\sin\beta.\end{aligned} \qquad (4)$$

Для удобства часто вводят линейную нумерацию функций K_{nkp} и коэффициентов δ_{nkp} одним индексом j, где

$$j=n^2+2k+p-1. \qquad (5)$$

Введенные функции удовлетворяют следующим соотношениям:

$$\iint\limits_{\Omega}(K_i\cdot K_j)\,d\omega=\begin{cases}0, & i\neq j;\\ 1, & i=j.\end{cases} \qquad (6)$$

Другими словами, набор функций K_{nkp} образуют на сфере ортонормированную систему функций.

Методом наименьших квадратов решим систему, порождаемую уравнением (1) для усредненных данных всех площадок Healpix и для первых 49 ($n\le 6$) коэффициентов разложения δ_j. Полученная регрессия имеет значение F-статистики 3.388 по критерию Фишера, т.е. модель является значимой на уровне значимости $1.3 \cdot 10^{-12}$. Оставим только статистически значимые на уровне 3σ коэффициенты. Данные коэффициенты разложения представлены в таблице 1 .

Таблица 1: Статистически значимые коэффициенты разложения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{\lvert\delta_j\rvert}{\sigma_{\delta_j}}$
0	0.34	0.02	13.66
1	0.11	0.02	4.25
2	-0.14	0.02	5.76
3	-0.11	0.02	4.51
31	0.09	0.02	3.68
46	0.08	0.02	3.43

5. Анализ среднеквадратичных отклонений тригонометрических параллаксов с помощью сферических функций

Мы решили изучить закономерность в распределении среднеквадратичного отклонения по небесной сфере с помощью аппарата сферических функций, т.к. это позволит выявить участки небесной сферы, где разброс параллаксов XHIP и TGAS наиболее велик. Для каждой площадки Healpix было получно среднеквадратичное отклонение разностей параллаксов звезд, попавших в эту площадку.

Коэффициенты разложения по сферическим функциям на уровне значимости 3σ представлены в таблице 2. Полученная регрессия имеет значение F-статистики 4.282, т.е. модель является значимой на уровне $3.37 \cdot 10^{-18}$.

Модель среднеквадратичных отклонений разностей оказалась очень простой и на уровне значимости $1.30 \cdot 10^{-22}$ фактиески описывается всего лишь двумя коэффициентами нулевым и четвертым.

Таблица 2: Статистически значимые коэффициенты разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов по сферическим функциям в эклиптических координатах

j	δ_j	σ_{δ_j}	$\frac{\lvert\delta_j\rvert}{\sigma_{\delta_j}}$
0	6.05	0.07	80.96
4	-0.83	0.07	11.07
8	-0.27	0.07	3.56

6. Обсуждение

Статистически значимыми гармониками разложения разности параллаксов являются 0, 1, 2, 3, 31, 46. Здесь стоит отметить константную нулевую гармонику. Положительный коэффициент при этой гармонике позволяет сказать, что параллакс в

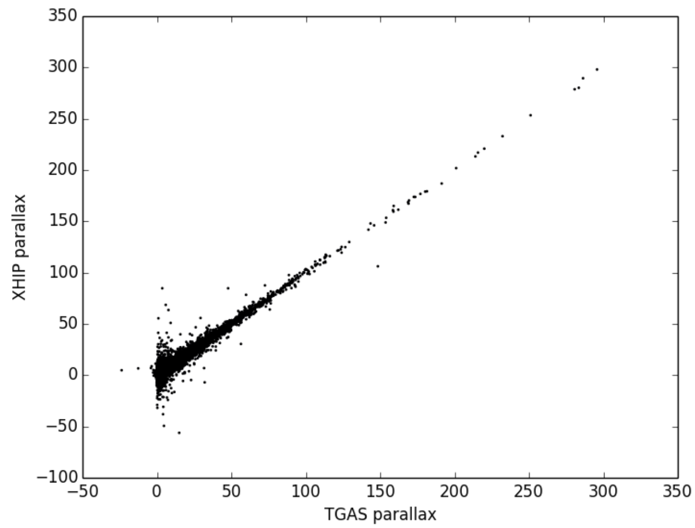

Рис. 3: Распределение параллаксов звезд в TGAS против XHIP

XHIP больше, чем параллакс в TGAS в среднем по всей небесной сфере, то есть по данным Hipparcos звезды находятся ближе. Независимо подтвердить данную оценку смещения можно представив параллакс в XHIP через параллакс в TGAS (рис. 3) в виде $\pi_{xhip} = k \cdot \pi_{tgas} + b$. Методом наименьших квадратов коэффициенты получаются $k = 0.995 \pm 0.008, b = 0.137 \pm 0.001$. Положительный коэффициент b подтверждает, что звезды по данным XHIP находятся ближе, чем по данным TGAS.

Коэффициенты 1 и 2 показывают ассиметрию распрелеления разности в различных полушариях (рис. 2). Отрицательный коэффициент за номером 3 говорит о том, что в районе точки весеннего равноденствия параллаксы в TGAS статистически значимо больше, чем в XHIP, в отличае от других частей небесной сферы. Прочие гармоники отражают различные флуктуации.

Анализ показывает, что статистически значимые гармоники разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов XHIP и TGAS по сферическим функциям в эклиптических координатах имеют номера 0, 4, 8. Гармоника за номером 0 - это просто константа. Следующая по значимости гармоника за номером 4 (рис. 4). Остальные гармоники как минимум в 3.5 раза меньше. Тем самым, мы можем утверждать, что имеет место зависимость отличия разности параллакса только от эклиптической широты, остальные зависимости на сфере незначительны. В то время как модели систематических разностей собственных движений обычно содержат значительно большее число гармоник, в том числе систематические разности собственных движений Tycho 2 и TGAS (Витязев, Цветков, 2017).

Значимость сферической функции K_4 показывает сильное отличие исследуемой величины в районе полюсов и в районе плоскости эклиптики. Чем можно объяснить такое поведение среднеквадратичного отклонения разности параллаксов? Мы выяснили, что большой модуль разности параллаксов в TGAS и XHIP достаточно

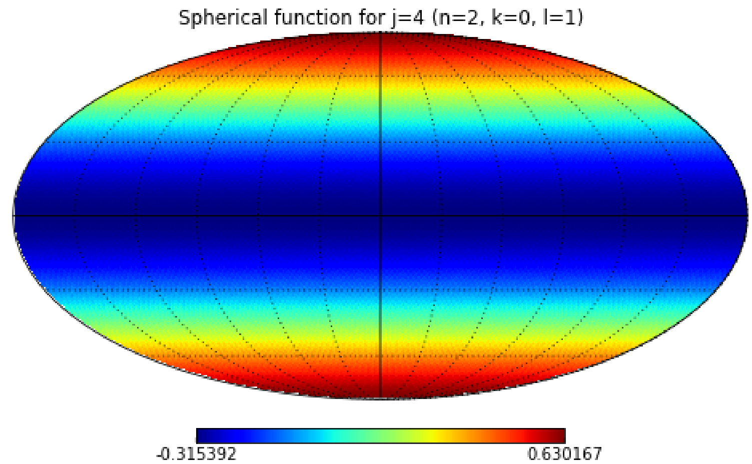

Рис. 4: Сферическая функция K_4 ($K_{(2,0,1)}$).

коррелирует с ошибками в параллаксах XHIP. От чего зависит ошибка параллакса звезды? Прежде всего, от числа ее наблюдений. Действительно, схожесть распределения числа наблюдений звезд (рис. 5) и распределения ошибок в параллаксах XHIP (рис. 6) подтверждает это. Подобное распределение числа наблюдений звезд объясняется вращением спутника Hipparcos в течение пребывания на орбите. Вращение спутника подробно рассмотрено в работе «Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data» (Floor van Leeuwen, 2007).

Нулевой коэффициент разложения среднеквадратичного отклонения разности параллаксов на порядок превосходит коэффициент разложения разности. Это говорит о том, что разность параллаксов XHIP и TGAS имеет разный знак для разных звезд, а сама эта разность может быть и велика. Различия параллаксов двух каталогов имеют в значительной мере стохастический характер.

Простая модель систематических разностей может заключаться в том, что параллаксы обоих каталогов получены в результате космических экспериментов, что привело к высокой однородности данных.

7. Заключение

Исследование разности параллаксов показало, что она имеет назначительный систематический ход по небесной сфере. Но, в целом, можно сказать, что звезды по данным XHIP находятся ближе, чем по данным TGAS. Исключением является только район точки весеннего равноденствия, где ситуация обратная.

Мы нашли сильную закономерность в распределении среднеквадратичного отклонения разности параллаксов по небесной сфере, которая показывает, что в районе

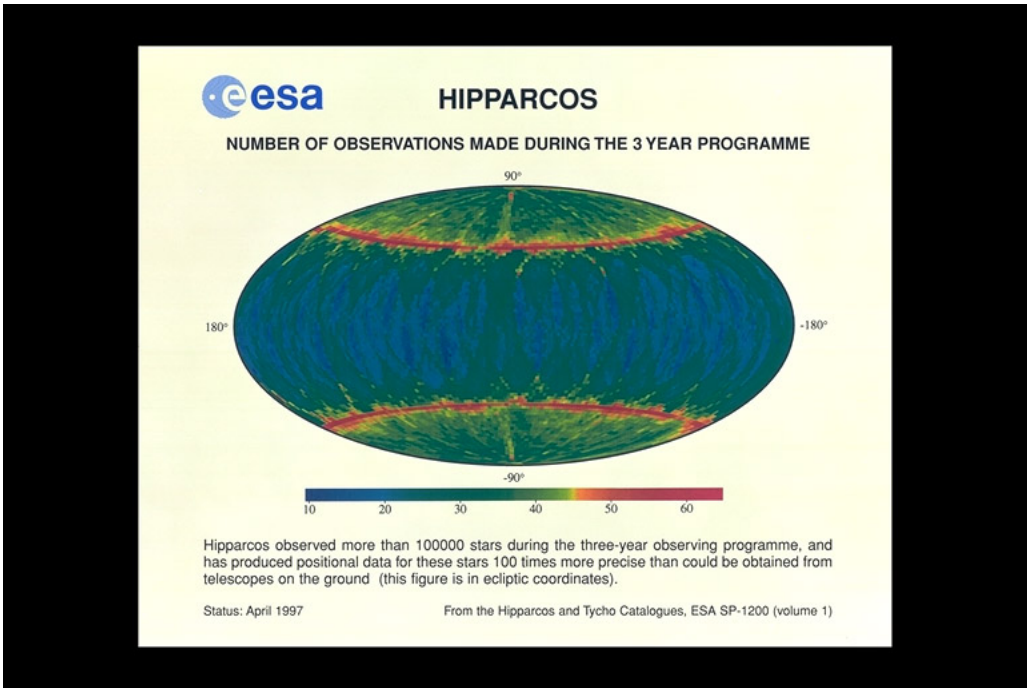

Рис. 5: Распределение числа наблюдений звезд по небесной сфере в эклиптических координатах

эклиптического экватора эта величина значительно больше, чем в районе эклиптических полюсов. Объяснение этому нашлось в законе вращения спутника Hipparcos - чем больше он наблюдал звезду, тем точнее у нее вычислялся параллакс в XHIP, и тем ближе этот параллакс оказался к значениям из TGAS. Так же мы выяснили, что систематика распределения модуля разности параллаксов XHIP и TGAS обусловлена систематикой распределения ошибки параллаксов именно в XHIP, ошибки параллаксов TGAS практически на эту разность не влияют.

Таким образом, использовать индивидуальные параллаксы звезд XHIP, находящихся в районе эклиптического экватора, следует с осторожностью.

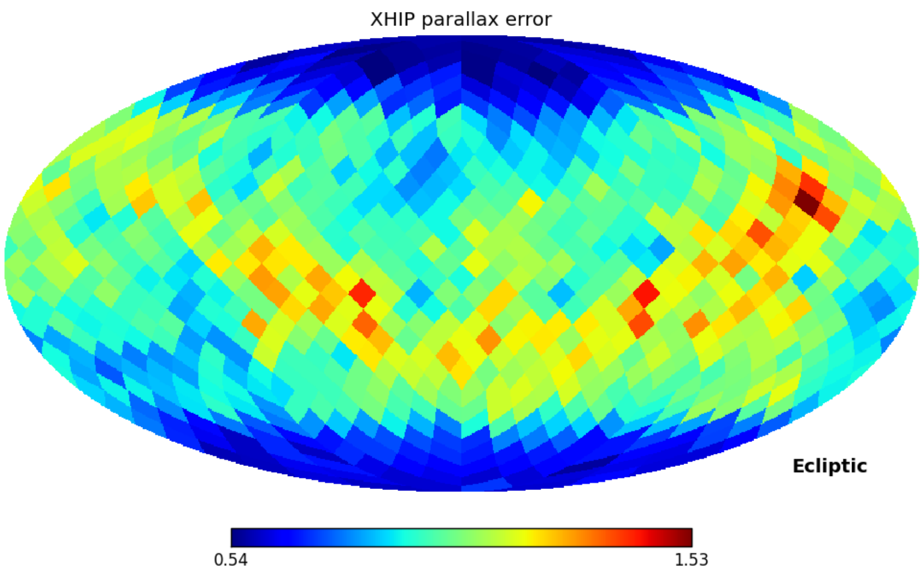

Рис. 6: Распределение ошибки параллакса в XHIP по небесной сфере в эклиптических координатах. Усреднение в рамках одного «пикселя» Healpix осуществляется взятием медианы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арфкен Г., *Математические методы в физике*, (М.: Атомиздат, 1970), с.493.
2. В. В. Витязев, А. С. Цветков, Д. А. Трофимов, Кинематический анализ лучевых скоростей звезд методом сферических функций, Письма в Астрономический журнал, 2014
3. Anderson, E.; Francis, Ch. XHIP: An extended hipparcos compilation, Astronomy Letters, Volume 38, Issue 5, pp.331-346, 2012.
4. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Письма в Астрон. журн. **35**, 114, (2009) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **35**, 100 (2009)].
5. В.В.Витязев, А.С.Цветков, Вестн. СПбГУ. Сер. 1. Вып. 2. 138 (2013).
6. Витязев В.В., Цветков А.С., Письма в Астрон. журн. **XX** , XXX (2014) [V.V.Vityazev, A.S.Tsvetkov, Astron. Lett. **XX**, XXX (2014)].
7. Витязев В.В., Цветков А.С., ПИСЬМА В АСТРОНОМИЧЕСКИЙ ЖУРНАЛ, 2017, том 43, № 11, с. 807–827
8. Floor van Leeuwen, Hipparcos, the New Reduction of the Raw Data (2008)
9. L. Lindegren etc., Gaia Data Release 1, Astronomy & Astrophysics, 2016
10. Mignard F., Klioner S. Analysis of astrometric catalogues with vector spherical harmonics. Astron. Astrophys., 547, A59, 2012.