Modelos Regressivos e Séries Temporais

Diógenes Justo
diogenes.justo@gmail.com

Referências

- Gujarati, Econometria Básica
- Hamilton, Time Series
- http://www.icmc.usp.br/~ehlers/slides-st.pdf
- A. Coghlan, A Little Book of R for Time Series

Modelos de Regressão Linear

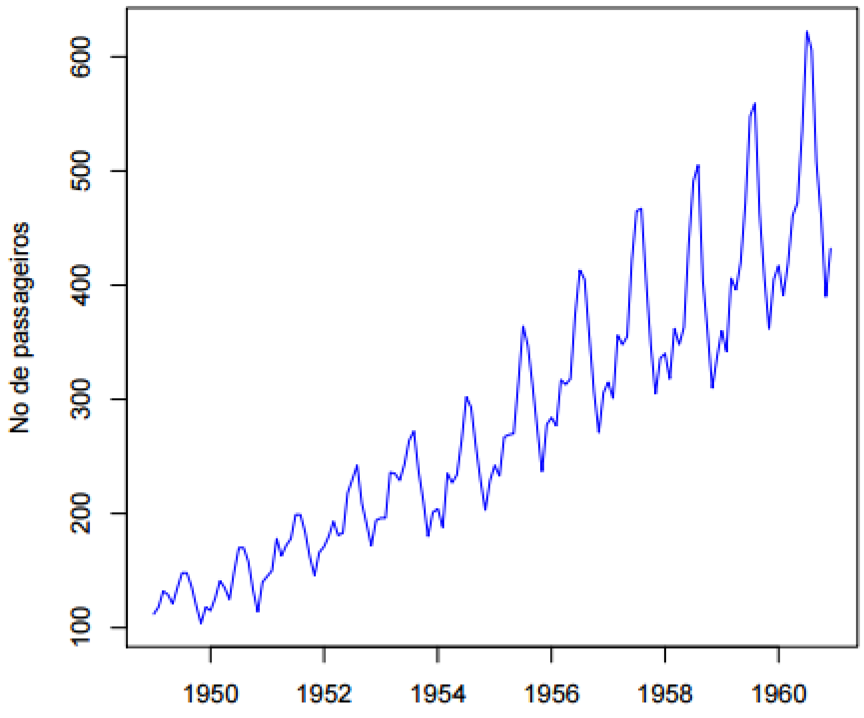
- Representação de um modelo contínuo

  $y(t) = at + b + e(t)$

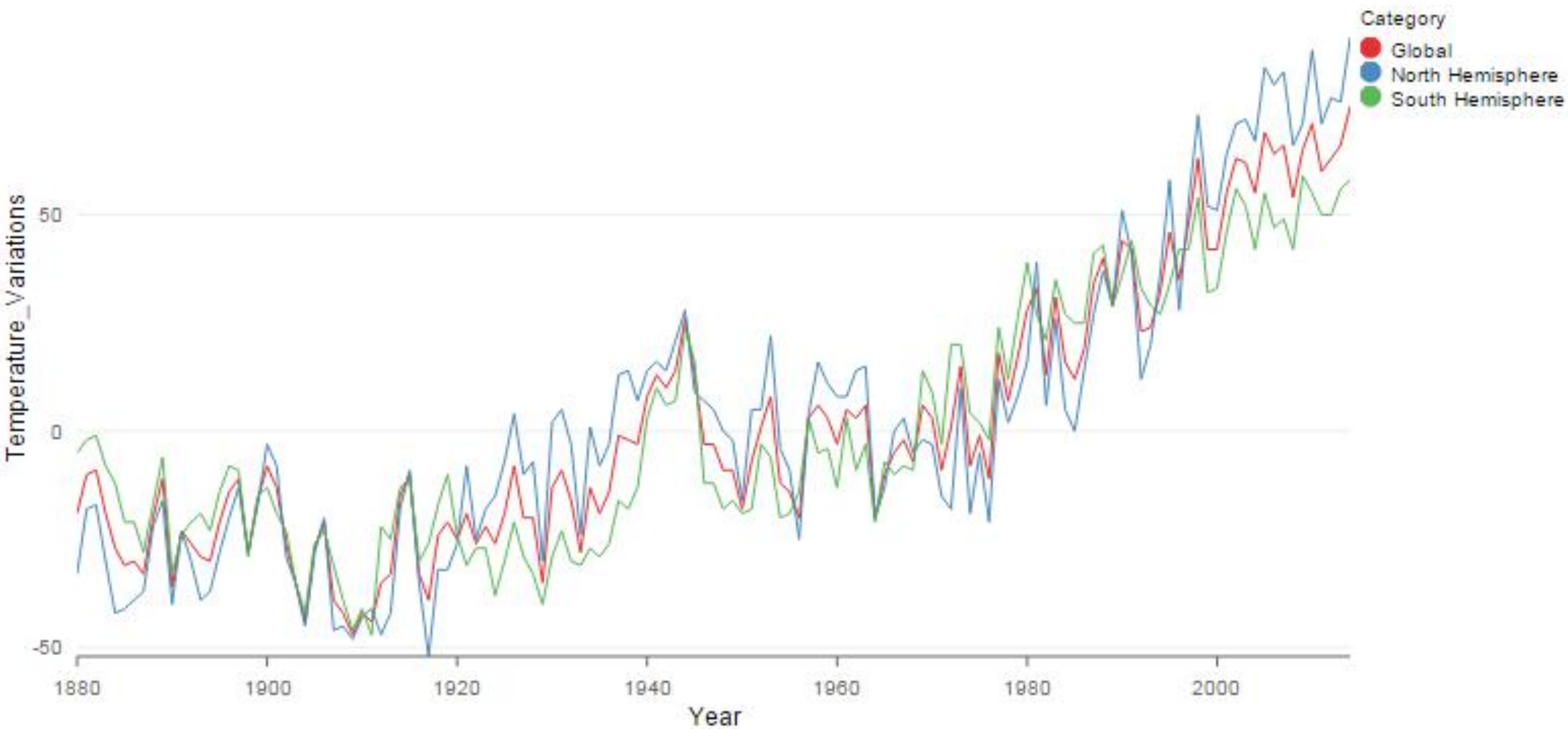
- Representação de um modelo discreto

  $y_t = at + b + e_t$

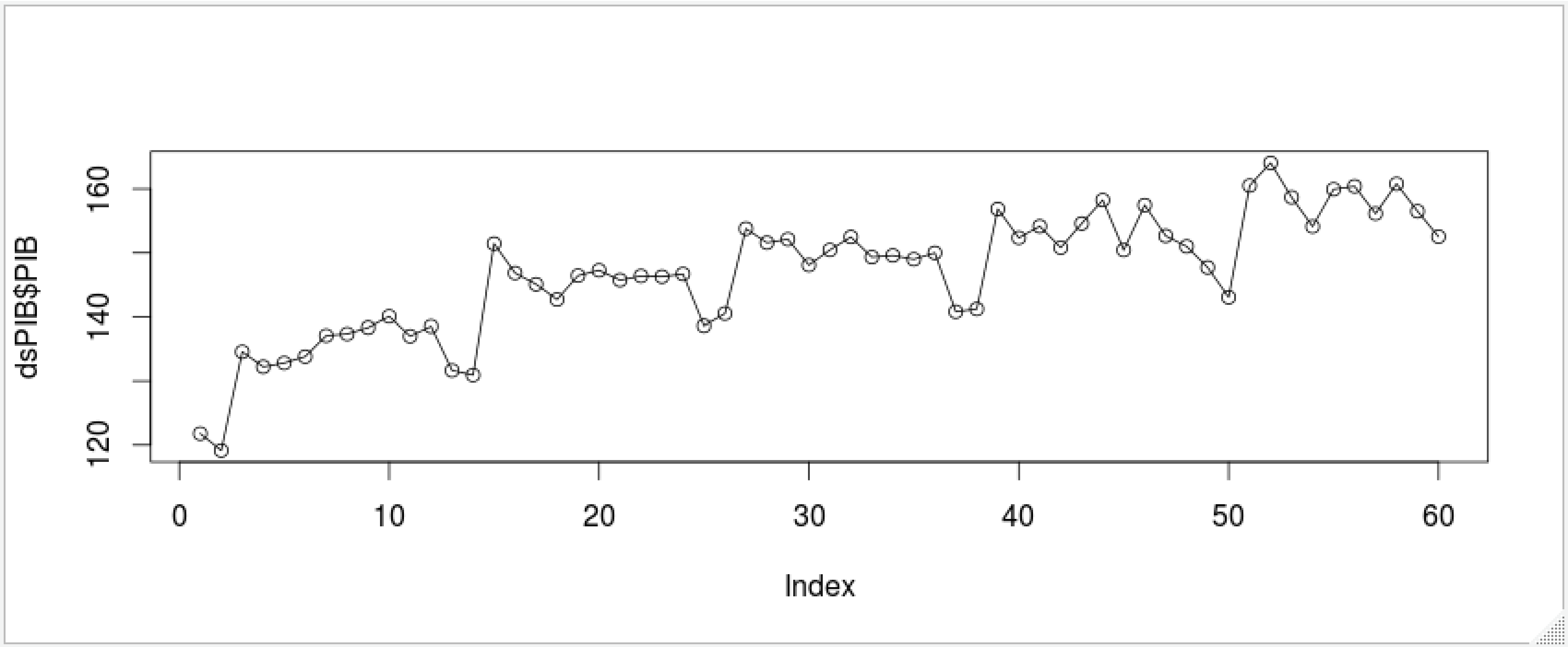
Sazonalidades



Sazonalidades

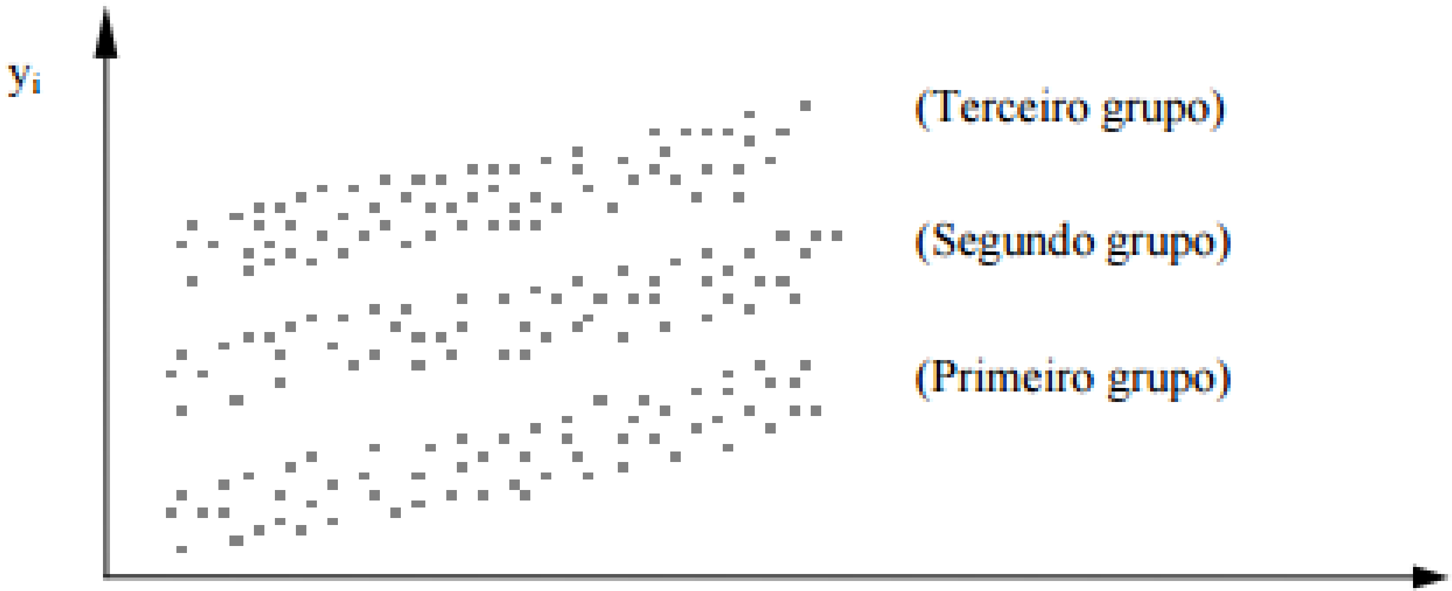


Sazonalidades

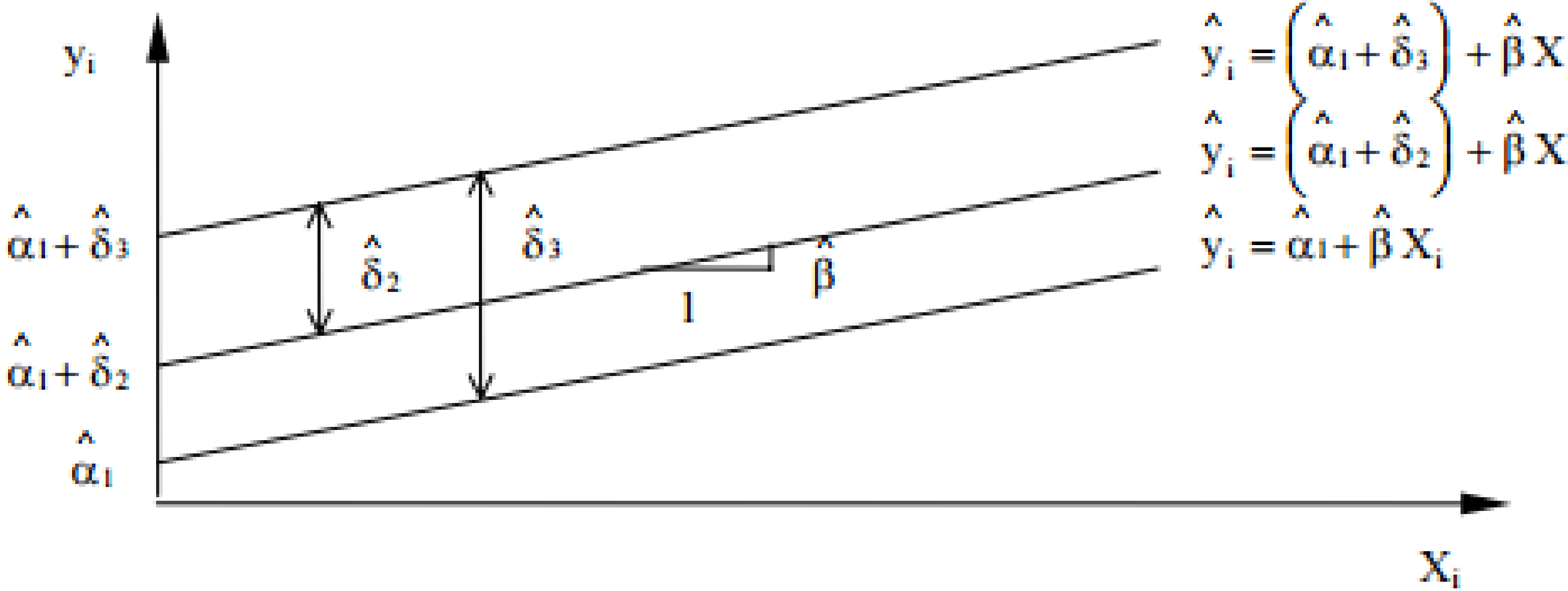


Sazonalidades

Sazonalidades



Modelos Regressivos



Modelos Regressivos

$$D = \begin{cases} 1, & \text{se a observação verifica a característica que define o segundo grupo} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Modelo regressão linear com *dummy* de sazonalidade:

$$y_t = at + b_1 + b_2D_1 + b_3D_2 + \dots + e_t$$

Onde D_i é a *dummy* para o i-ésimo período sazonal

Modelos Regressivos

- Modelo (puramente) determinístico:

  $y(t) = at + b$

- Modelo regressão linear:

  $y(t) = at + b + e(t)$

  $e(t)$ => componente probabilístico adicionado ao sistema

Modelos Regressivos

- Se for eliminado o componente determinístico?

  $y(t) = e(t)$

  $e(t)$ => componente probabilístico adicionado ao sistema

  Ou seja, é um modelo estritamente aleatório, randômico

Exemplos 3.* em R

Processo Estocástico

- Conjunto de variáveis aleatórias indexadas representando a evolução de um sistema sobre o tempo

Série Temporal

- Coleção de observações feitas ao longo do tempo (ordem é essencial), em períodos com intervalos constantes
- Observações vizinhas são dependentes:

$$y_t = y_t(y_{t-1})$$

Modelo(processo) Autoregressivo

- Modelo (puramente) determinístico

  $y_t = ay_{t-1} + b$

- Modelo para processo estocástico

  $y_t = ay_{t-1} + b + e_t$ (incluindo fator probabilístico, estocástico)

Obs: chamamos de modelo autoregressivo de ordem 1, pois foi utilizado um período anterior

Modelo Autoregressivo ordem p

- Generalizando:

$$y_t = a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} + \ldots + a_p y_{t-p} + b + e_t$$

Modelo Autoregressivo ordem 4

- Ex. numérico:

	x(t)	x(t-1)	x(t-2)	x(t-3)	x(t-4)
1					578.25
2				578.25	577.91
3			578.25	577.91	576.89
4		578.25	577.91	576.89	575.96
5	578.25	577.91	576.89	575.96	576.80
6	577.91	576.89	575.96	576.80	577.68
7	576.89	575.96	576.80	577.68	578.38
8	575.96	576.80	577.68	578.38	578.52
9	576.80	577.68	578.38	578.52	579.74

Exemplos 4.* em R

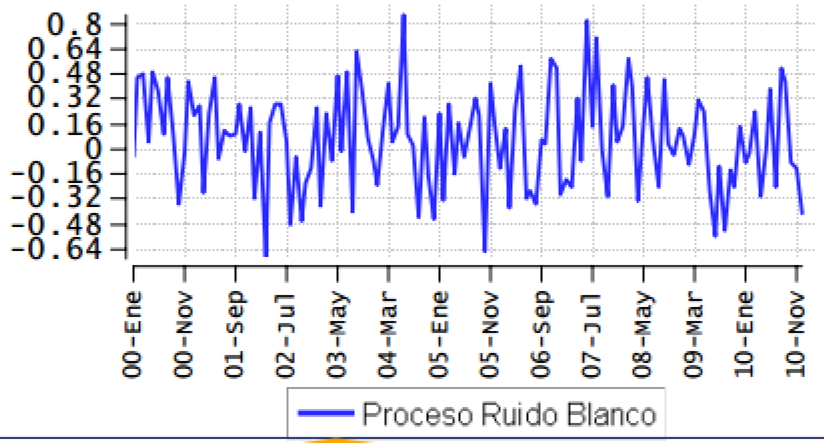
Processos Estacionários e Não estacionários

Definição 3.1 *Um processo estocástico é dito ser estritamente estacionário se a distribuição de probabilidade conjunta de* $X(t_1), \ldots, X(t_k)$ *é a mesma de* $X(t_1 + \tau), \ldots, X(t_k + \tau)$.

Processos Estacionários e Não estacionários

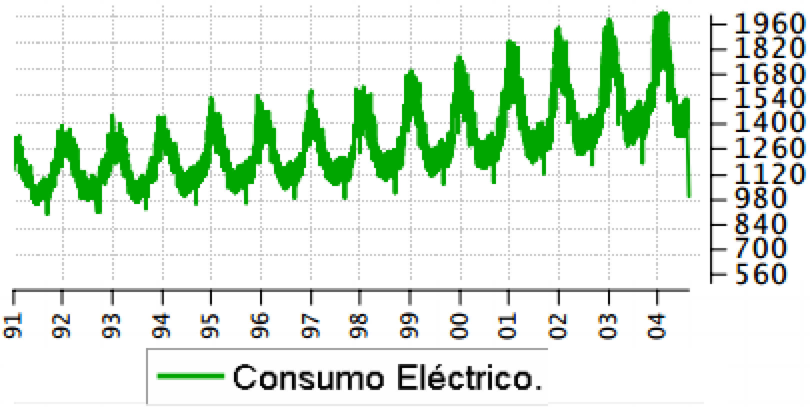
Processos Estacionários

Um processo estocástico Z_t é estacionário quando as **propriedades estatísticas de qualquer sequência finita** $z_1, z_2, \ldots z_k$ de componentes de Z_t são **semelhantes** às da sequência $z_{1+h}, z_{2+h}, \ldots z_{k+h}$ para **qualquer** número inteiro h



Processos Não Estacionários

Um processo estocástico Z_t é não estacionário quando as **propriedades estatísticas de ao menos uma sequência finita** $z_1, z_2, \ldots z_k$ de componentes de Z_t são **diferentes** das de sequência $z_{1+h}, z_{2+h}, \ldots z_{k+h}$ para **ao menos um** número inteiro h



Passeio aleatório

Um processo $\{X_t\}$ é chamada de *passeio aleatório* se

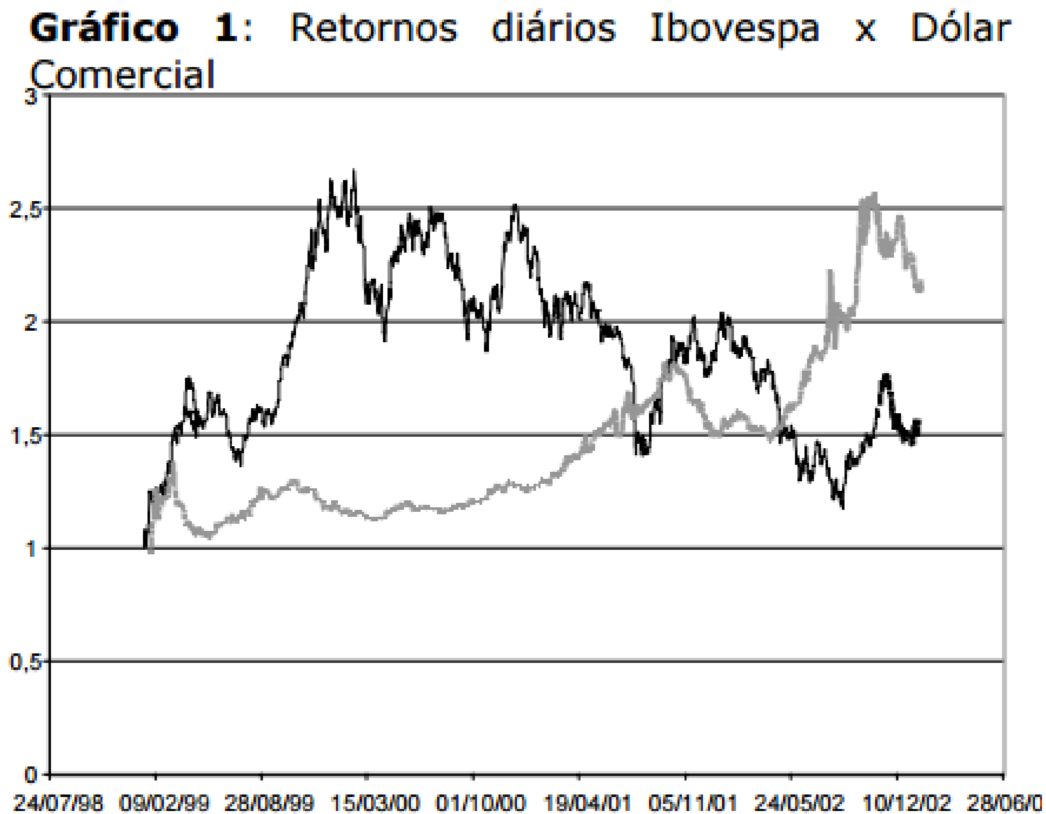
$$X_t = X_{t-1} + \epsilon_t.$$

Fazendo-se substituições sucessivas,

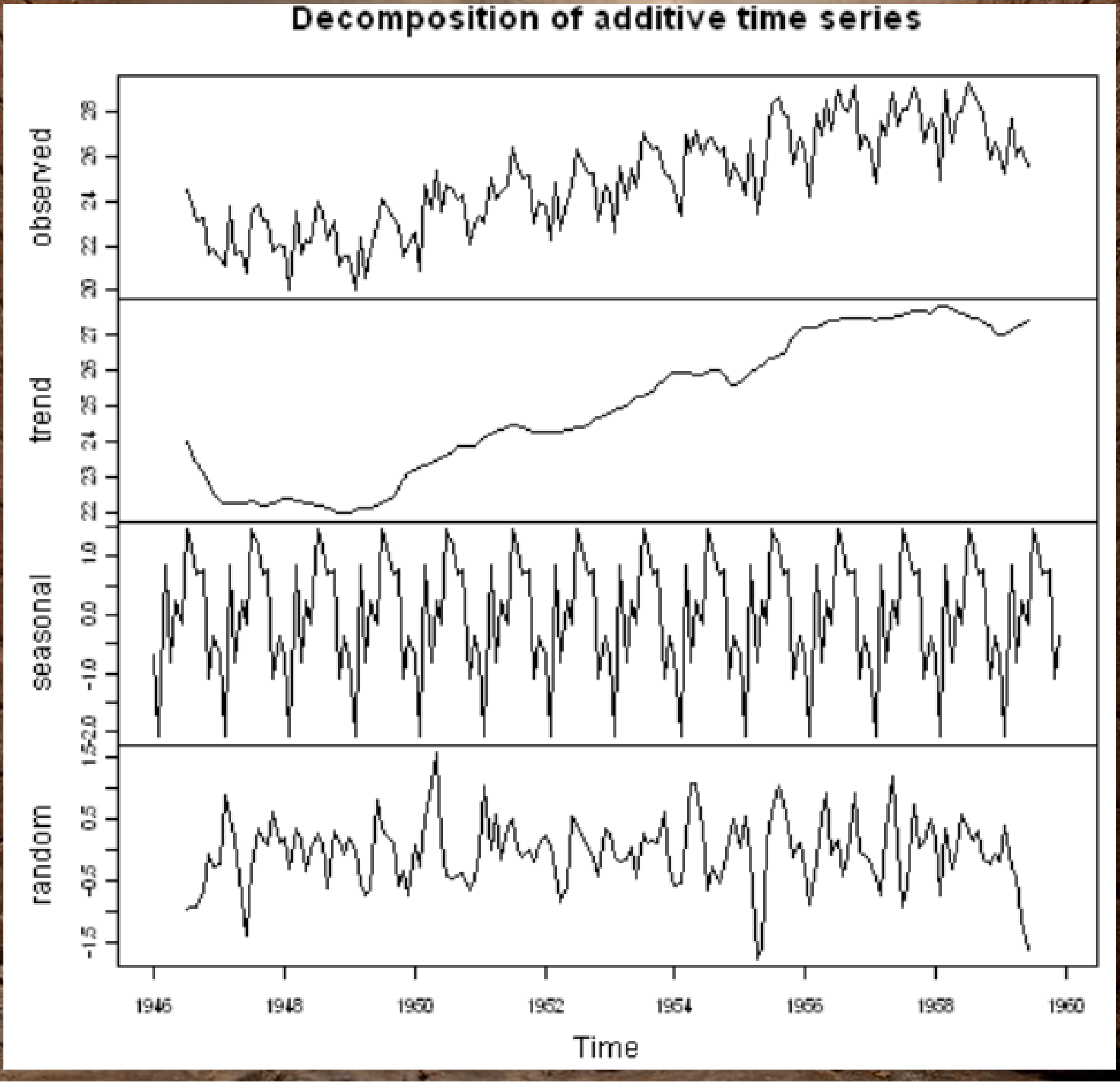
$$\begin{aligned} X_t &= X_{t-2} + \epsilon_{t-1} + \epsilon_t \\ &= X_{t-3} + \epsilon_{t-2} + \epsilon_{t-1} + \epsilon_t \\ &\vdots \\ &= X_0 + \sum_{j=1}^{t} \epsilon_j = \sum_{j=1}^{t} \epsilon_j, \text{ para } X_0 = 0. \end{aligned}$$

Se $E(e_t)=0$ ao assumirmos um passeio aleatório, não há o que estimar!

Passeio aleatório?



http://www.revista.ufpe.br/gestaoorg/index.php/gestao/article/viewFile/130/112


Decomposition of additive time series
observed
trend
seasonal
random
Time
1946
1948
1950
1952
1954
1956
1958
1960