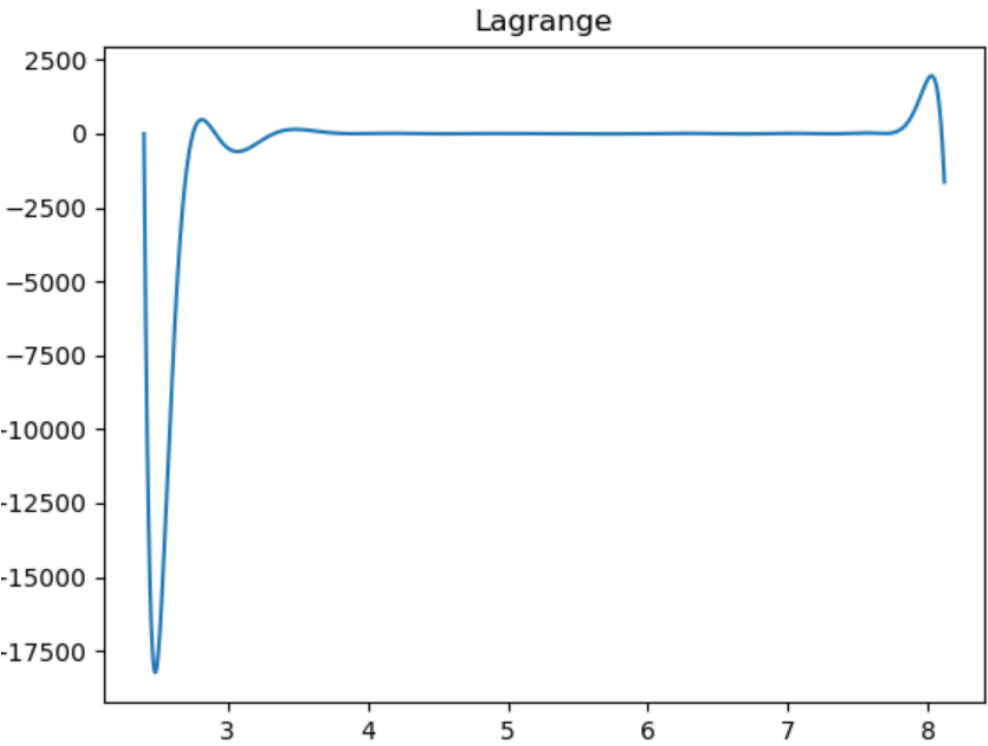


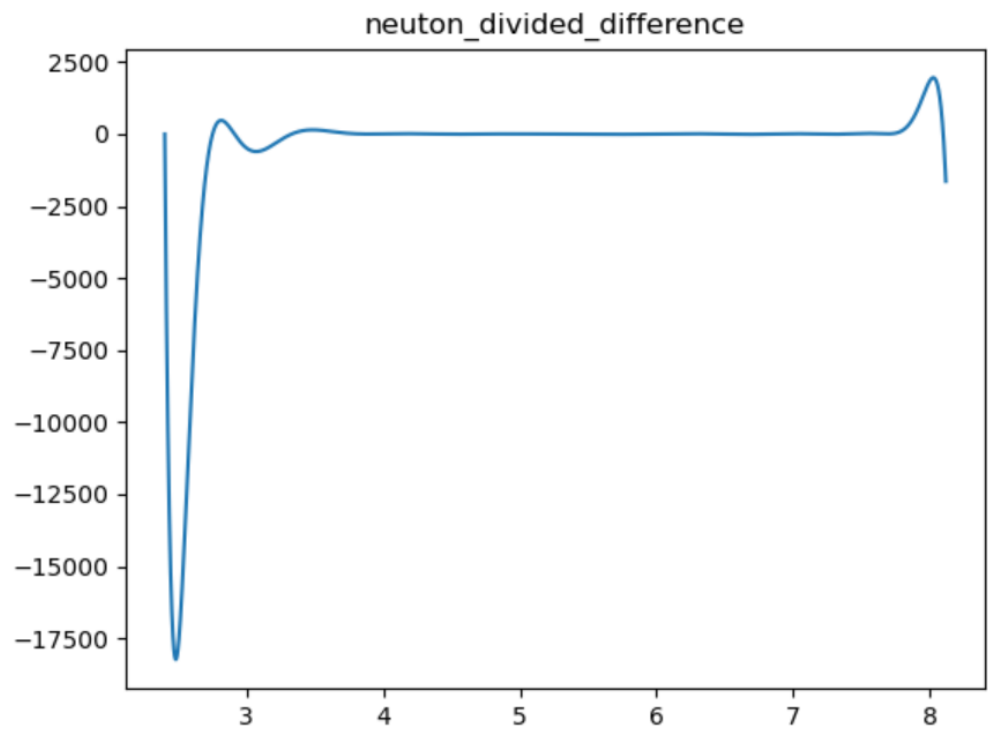
數值方法HW3

公共題

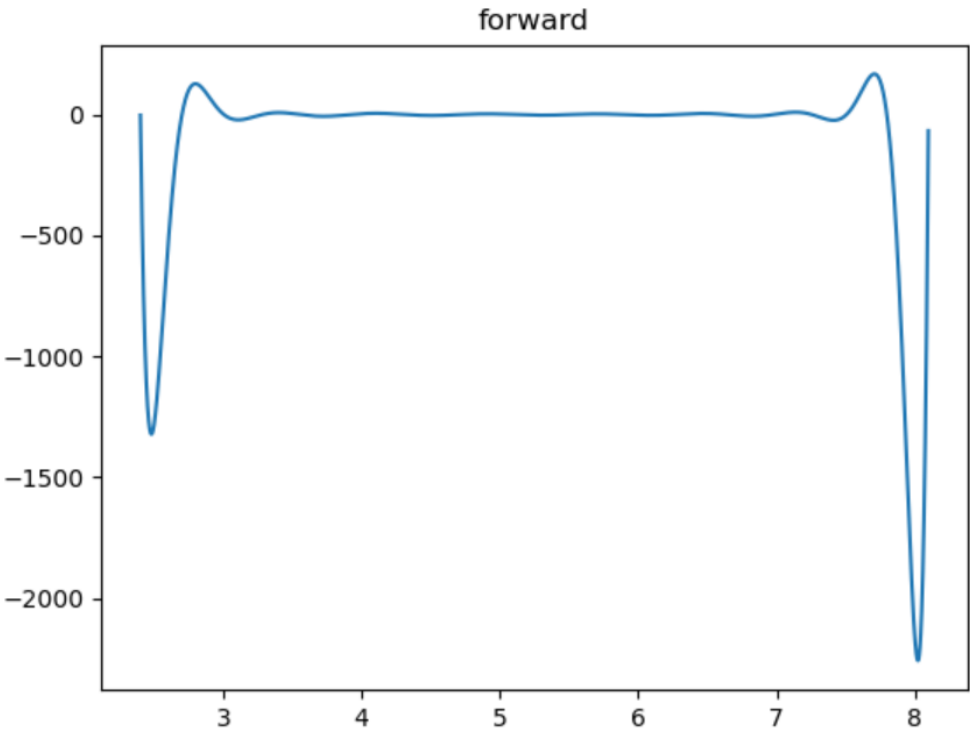
Lagrange



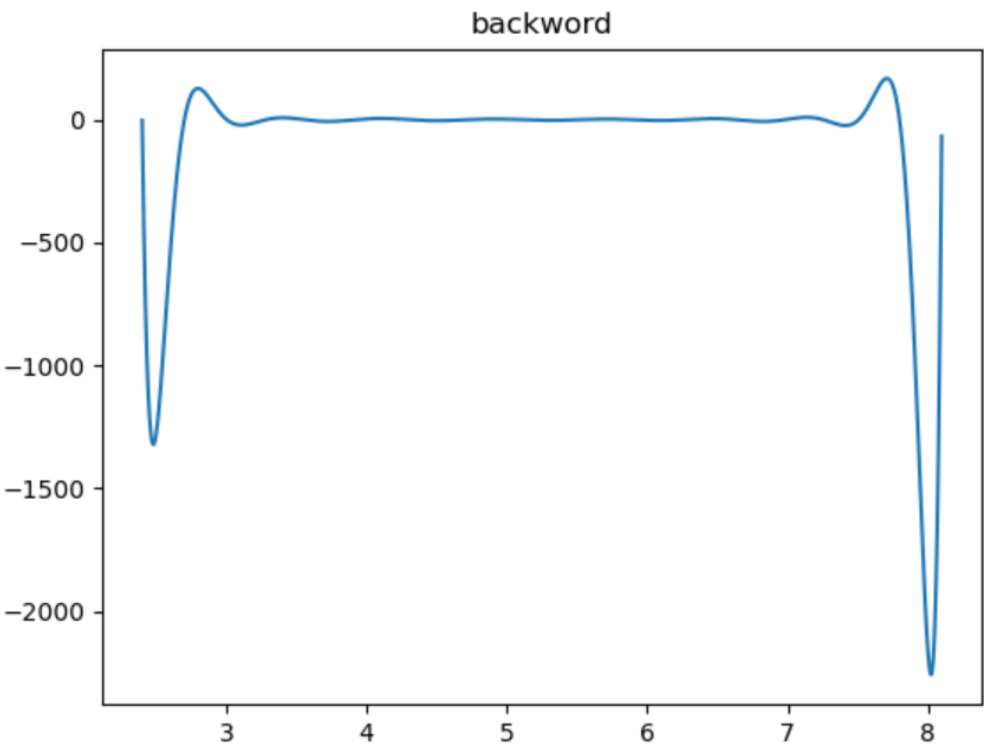
Newton Divided Difference



Gregory-Newton Forward Difference



Gregory-Newton Backward Difference



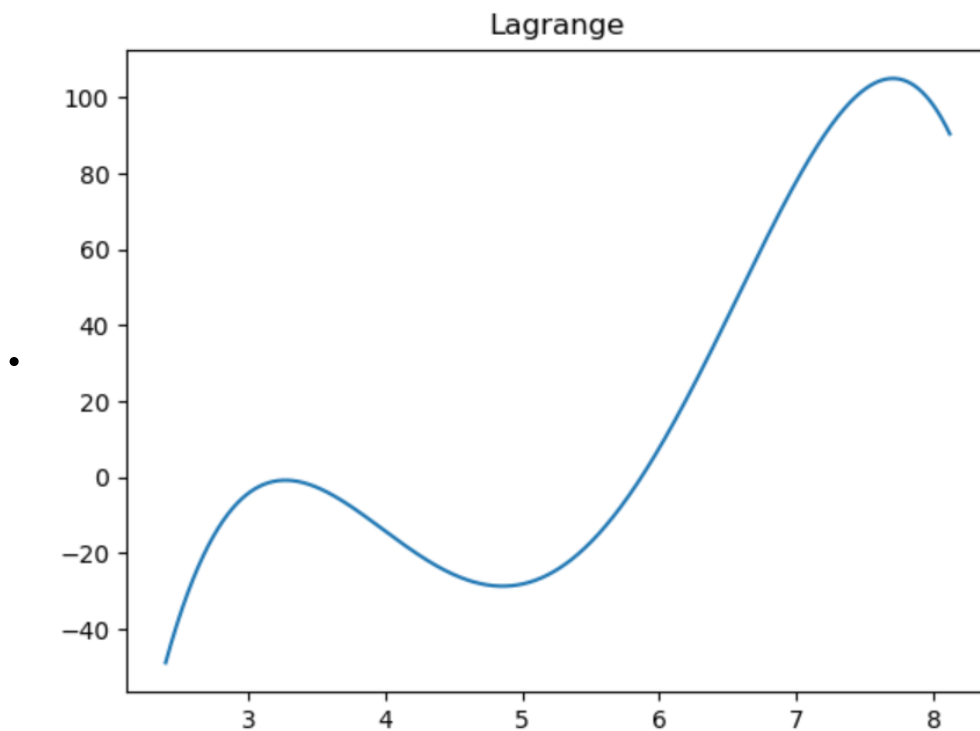
分析

- 以方便性而言Lagrange和Newton Divided Difference 會比Gregory-Newton Forward Difference 和 Gregory-Newton Backward Difference適用。
 - Lagrange和Newton Divided Difference，x數據沒有特別的限制，可以等距，也可以不等距。
 - Gregory-Newton Forward Difference 和 Gregory-Newton Backward Difference，對X的限制比較高，X之間的H需要等距離，找數據時需要多注意。
- 以穩定度以及準確度而言Gregory-Newton Forward Difference 和 Gregory-Newton Backward Difference 會比 Lagrange和Newton Divided Difference 適用。
 - Gregory-Newton Forward Difference 和 Gregory-Newton Backward Difference，基於X的間距相等，每兩個數據之間的誤差是可以估算的，以斜率而言，每兩點之間的X都是相等的。
 - Lagrange和Newton Divided Difference，因為X數據之間的間距不懂，容易會出現，某兩點之間的X距離太長而導致誤差值變大。

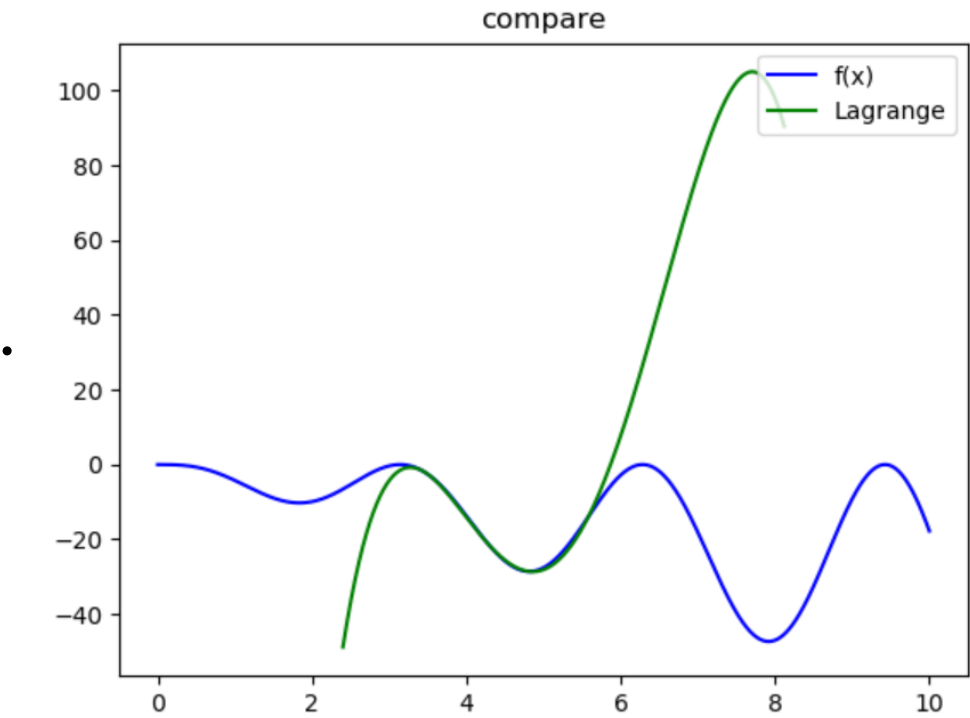
1. 自選題 $3x \cdot \cos(2x) - 3x$

Lagrange

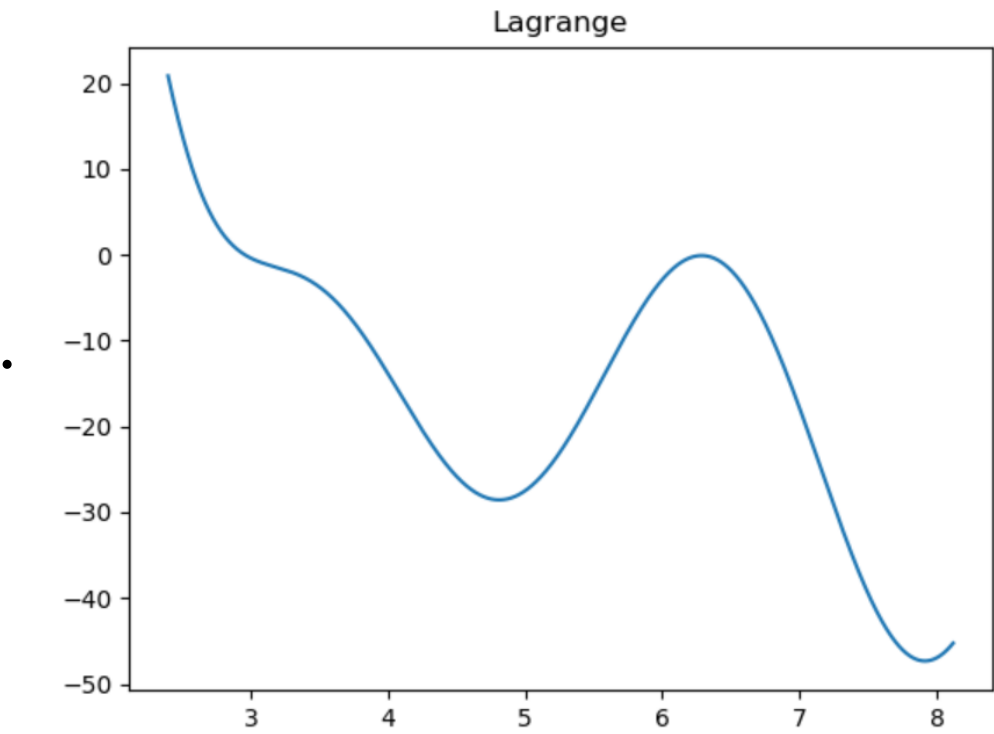
random 數據為5筆之圖形



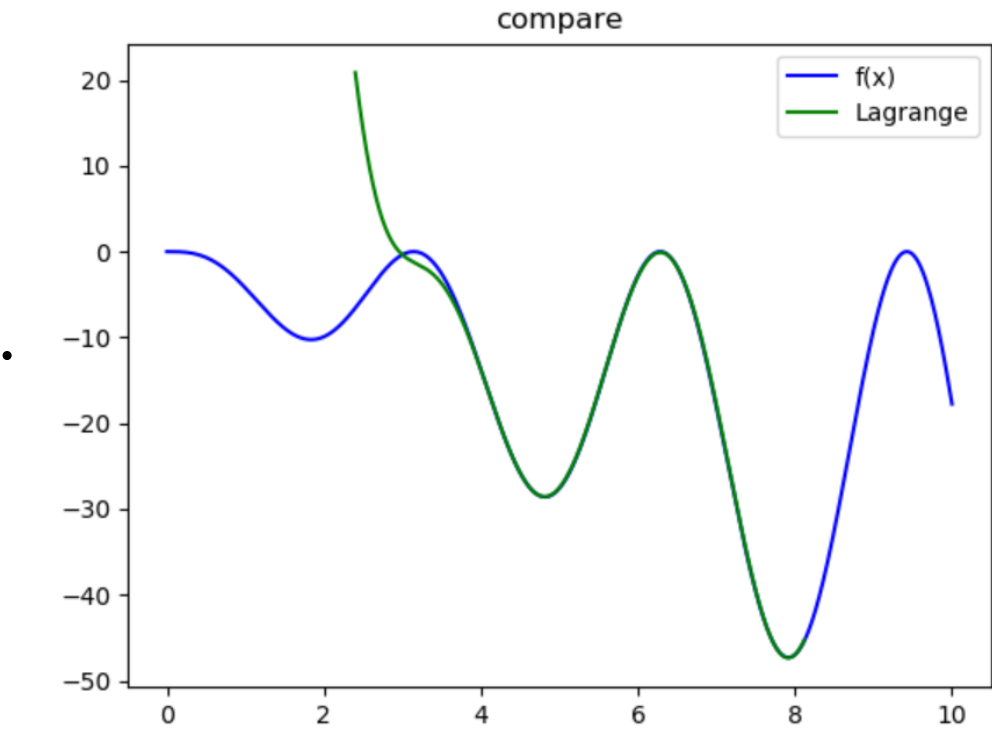
- 與原方程式的比較



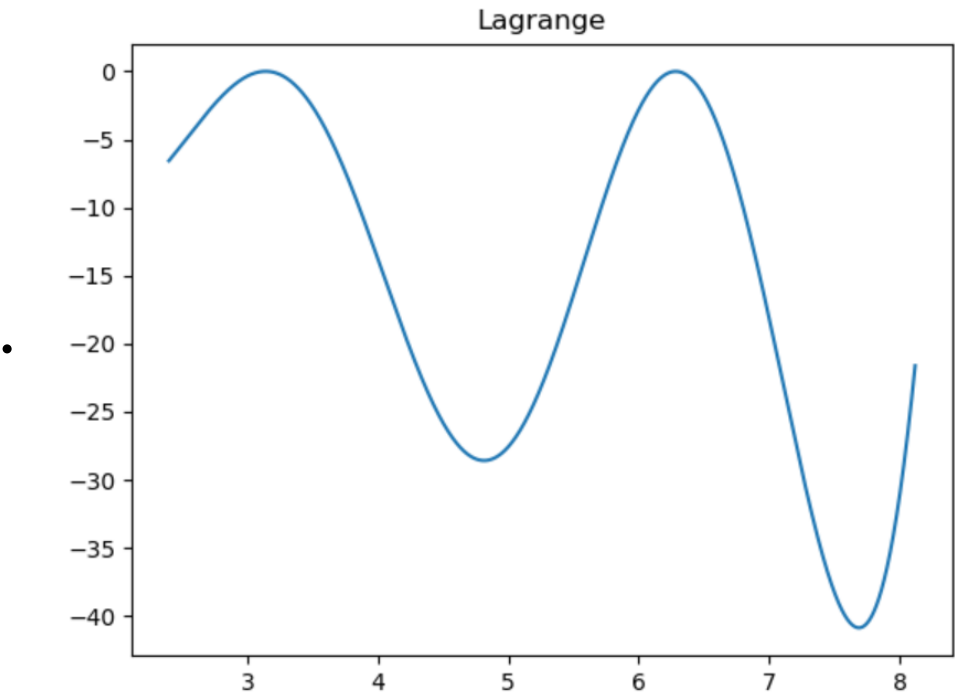
random 數據為10筆之圖形



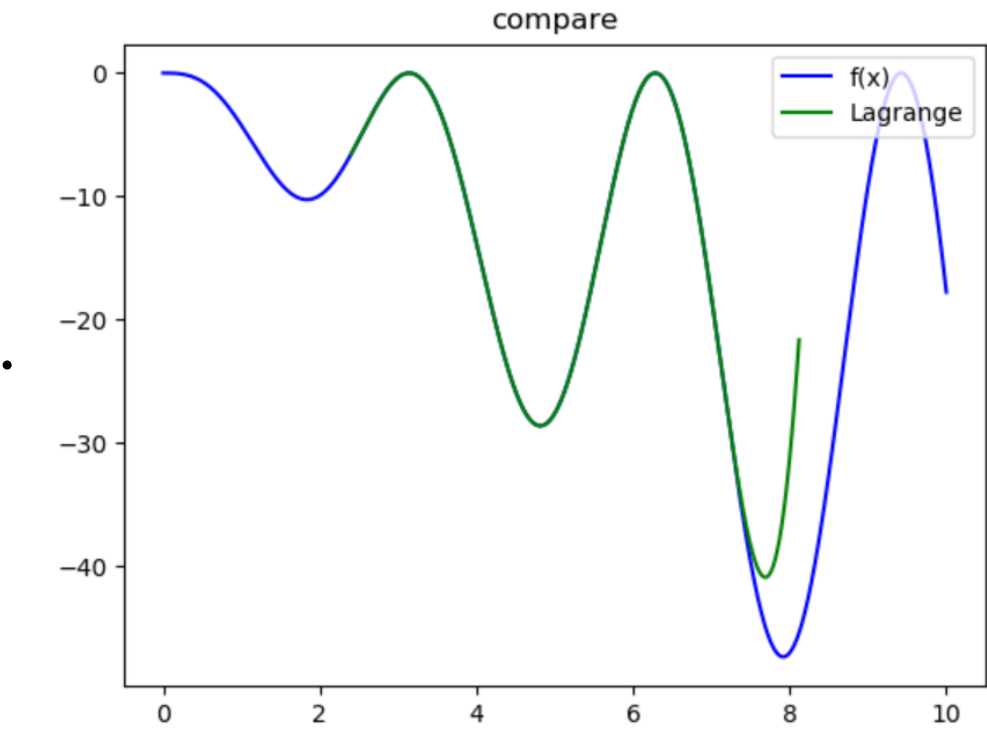
- 與原方程式的比較



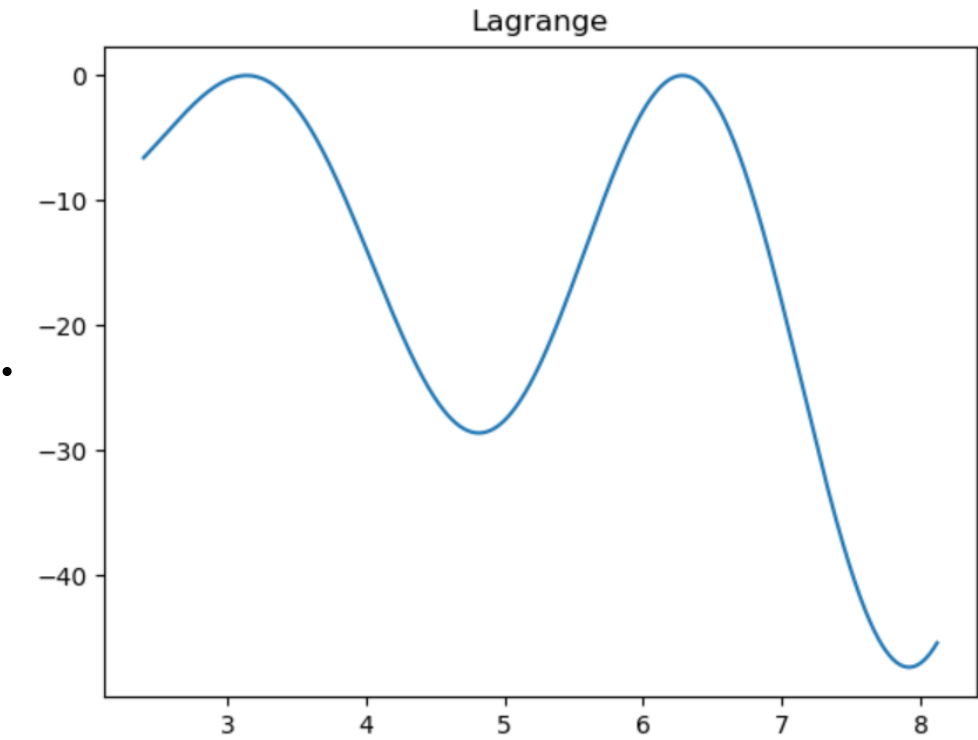
random 數據為15筆之圖形



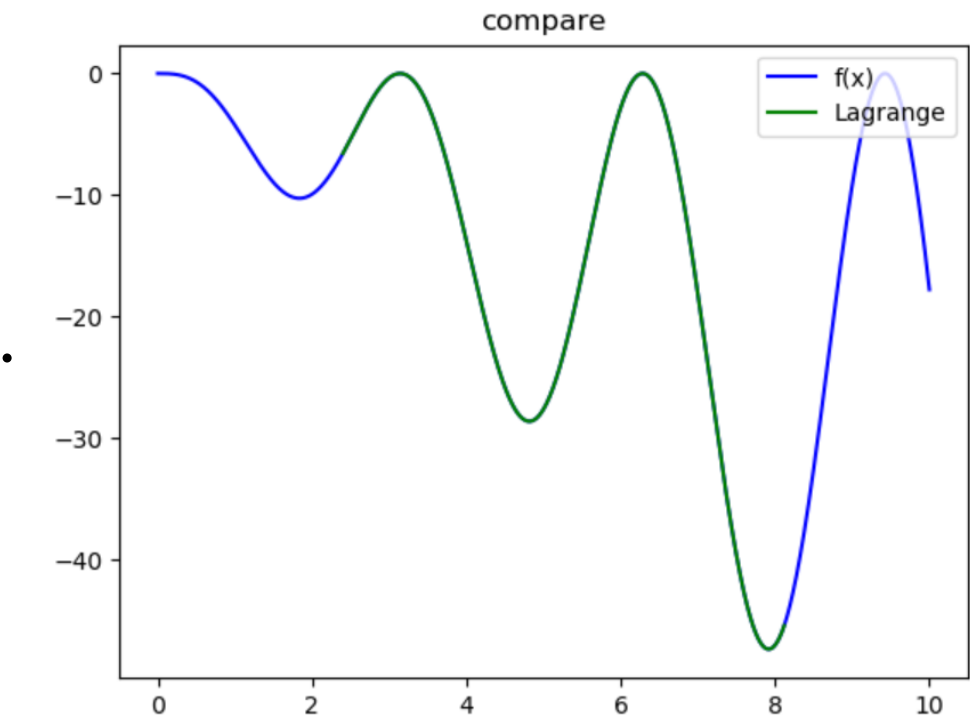
- 與原方程式的比較



random 數據為20筆之圖形



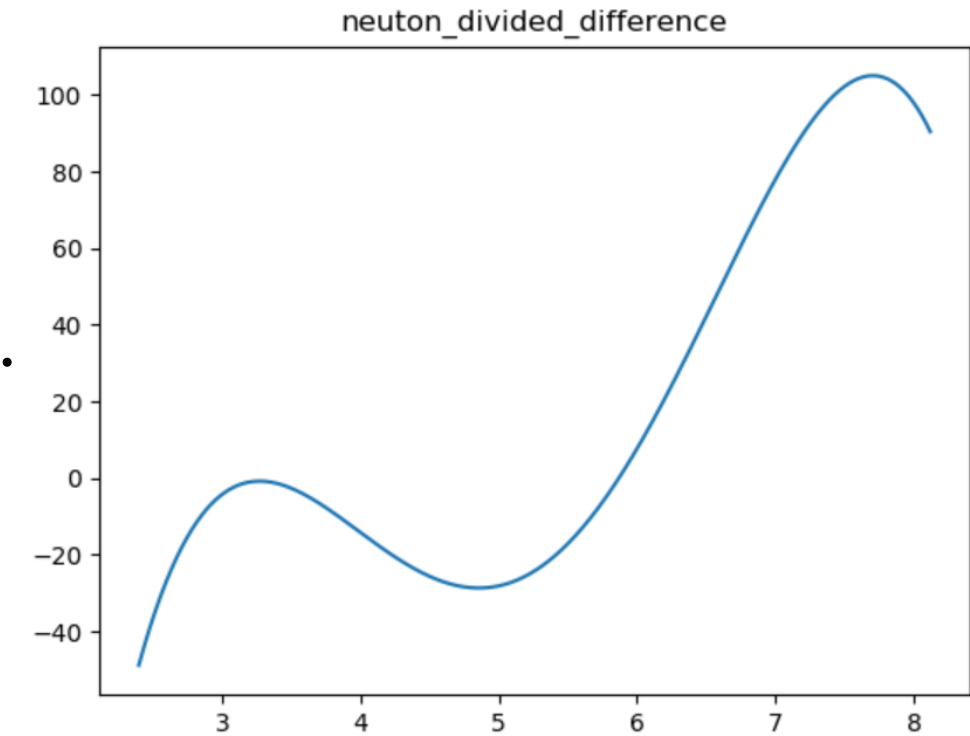
• 與原方程式的比較



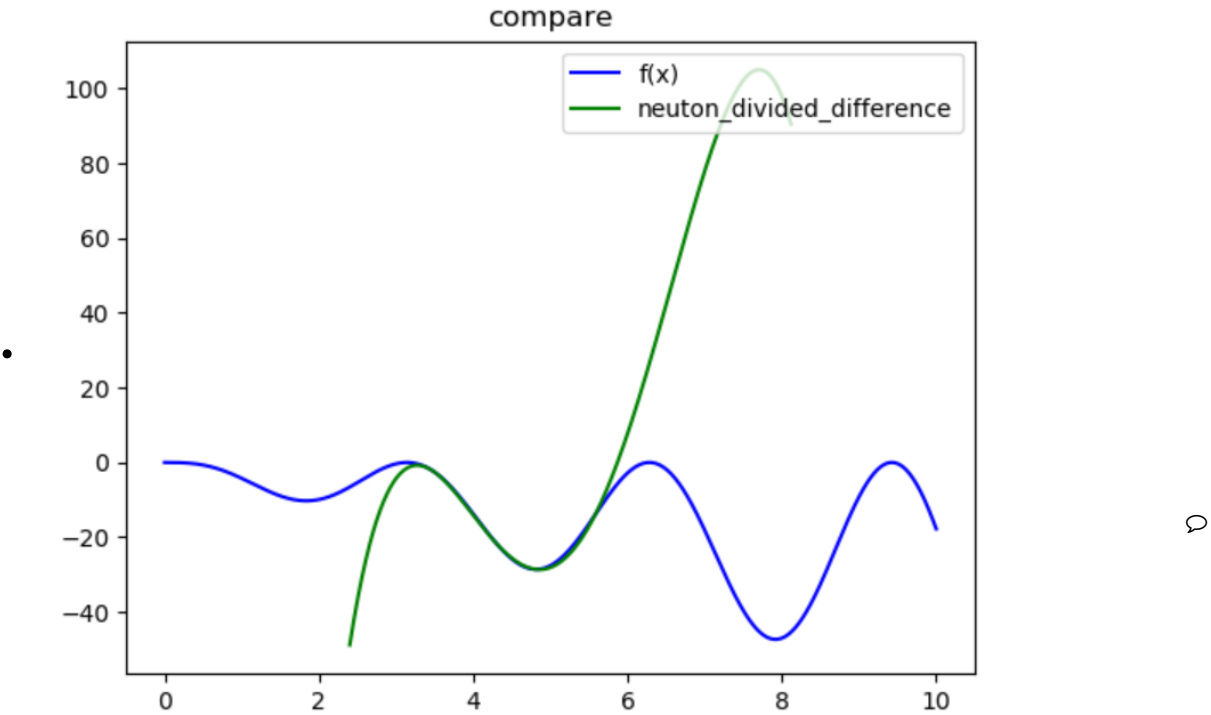
Newton Divided Difference

random 數據為5筆之圖形

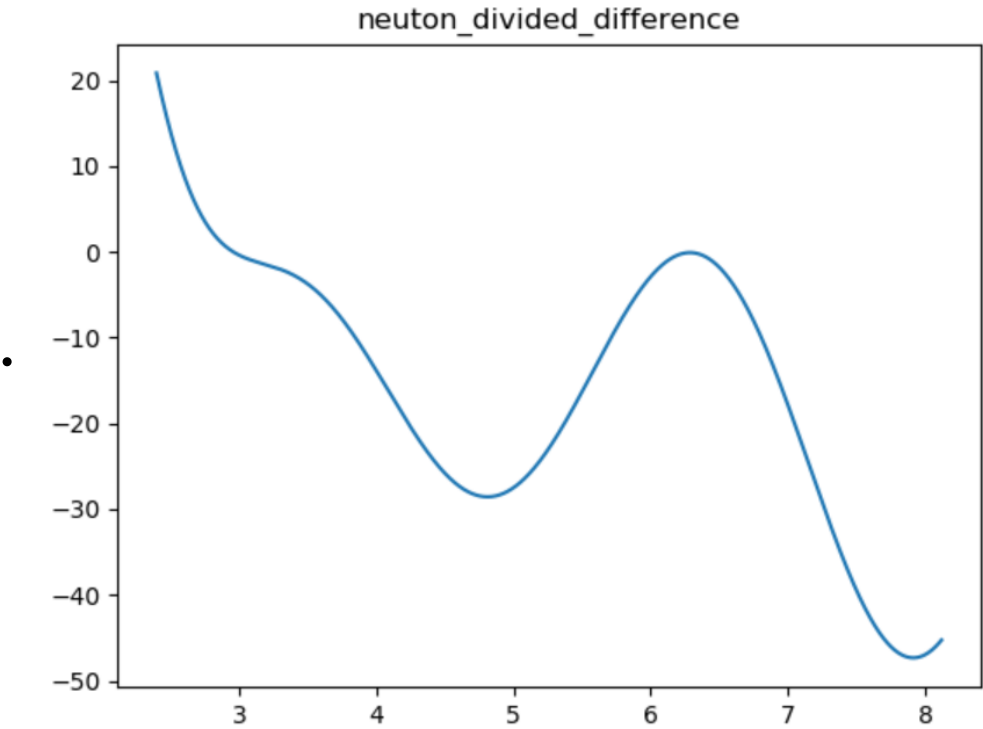
Q



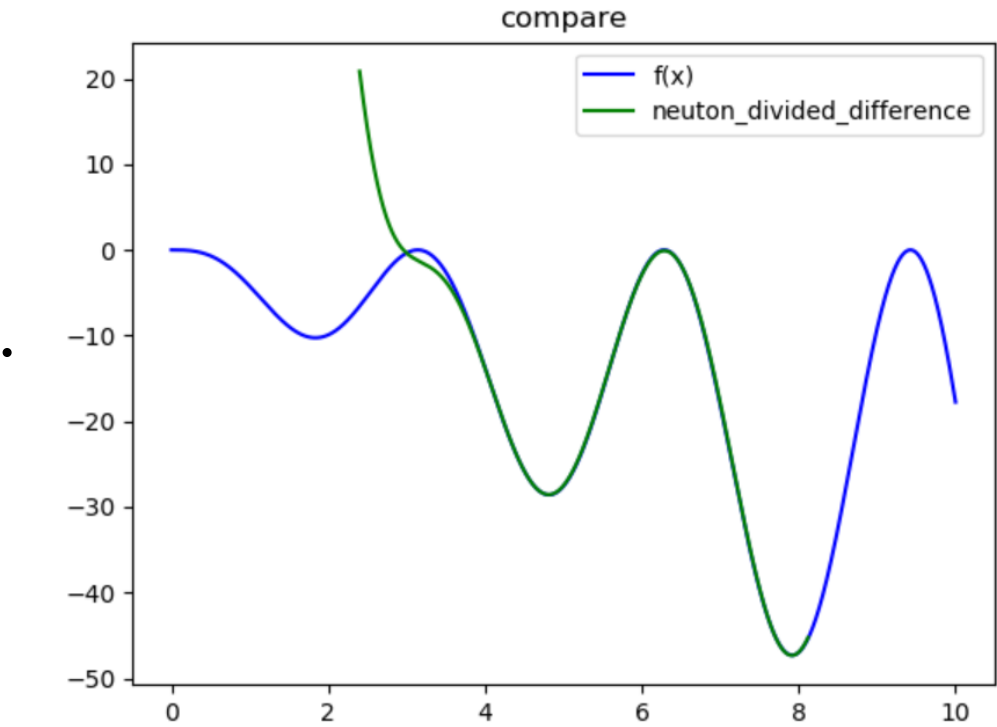
- 與原方程式的比較



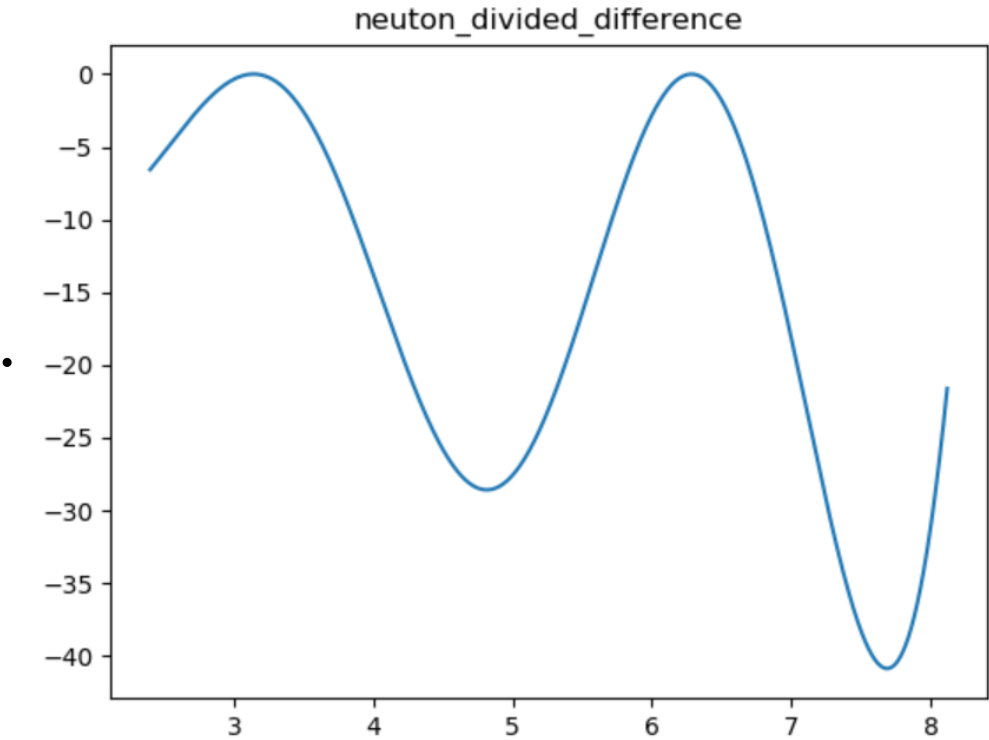
random 數據為10筆之圖形



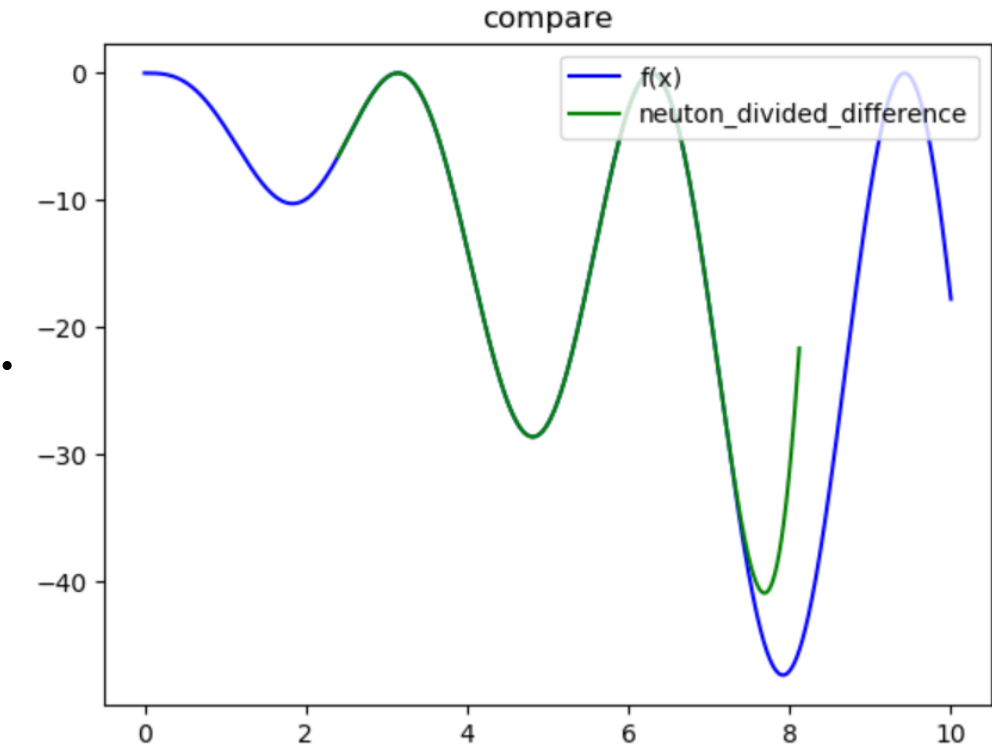
• 與原方程式的比較



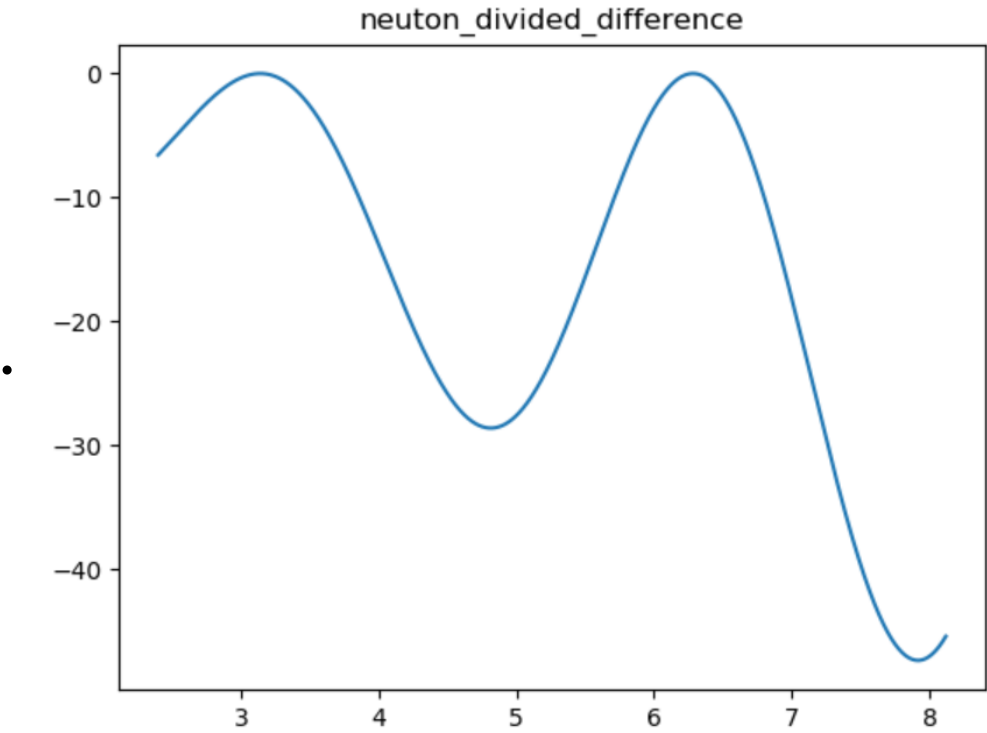
random 數據為15筆之圖形



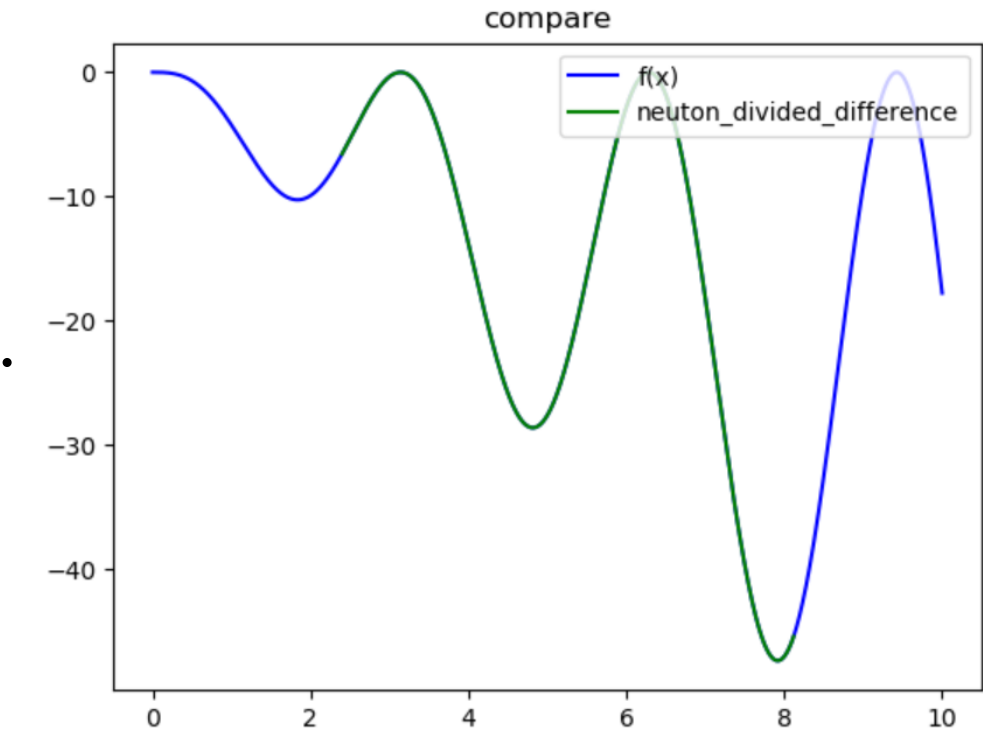
• 與原方程式的比較



random 數據為20筆之圖形

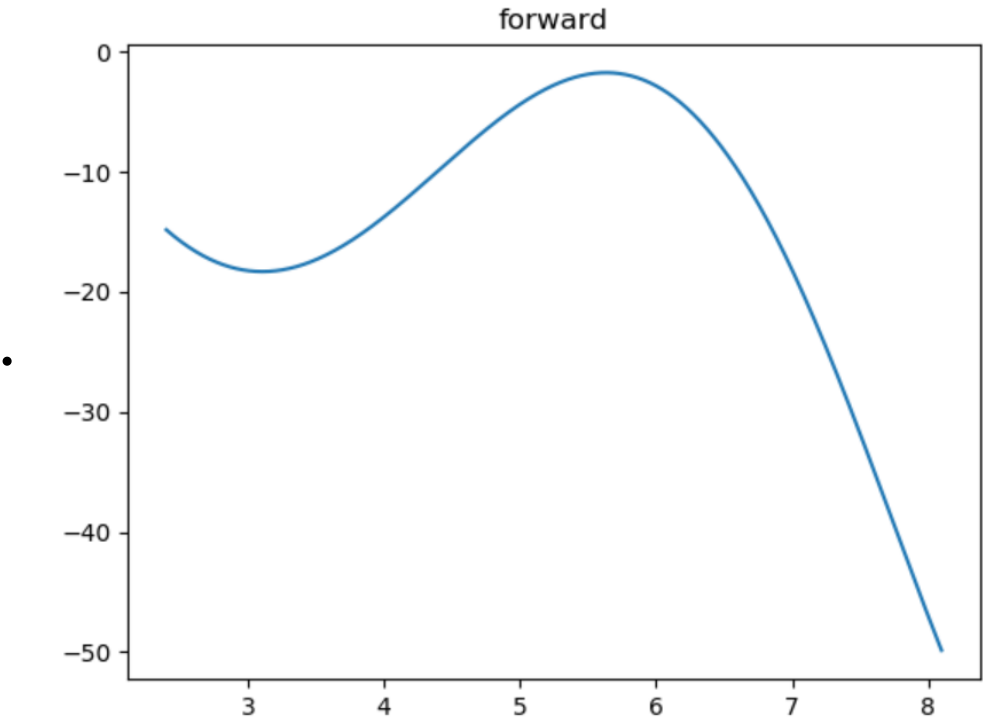


• 與原方程式的比較

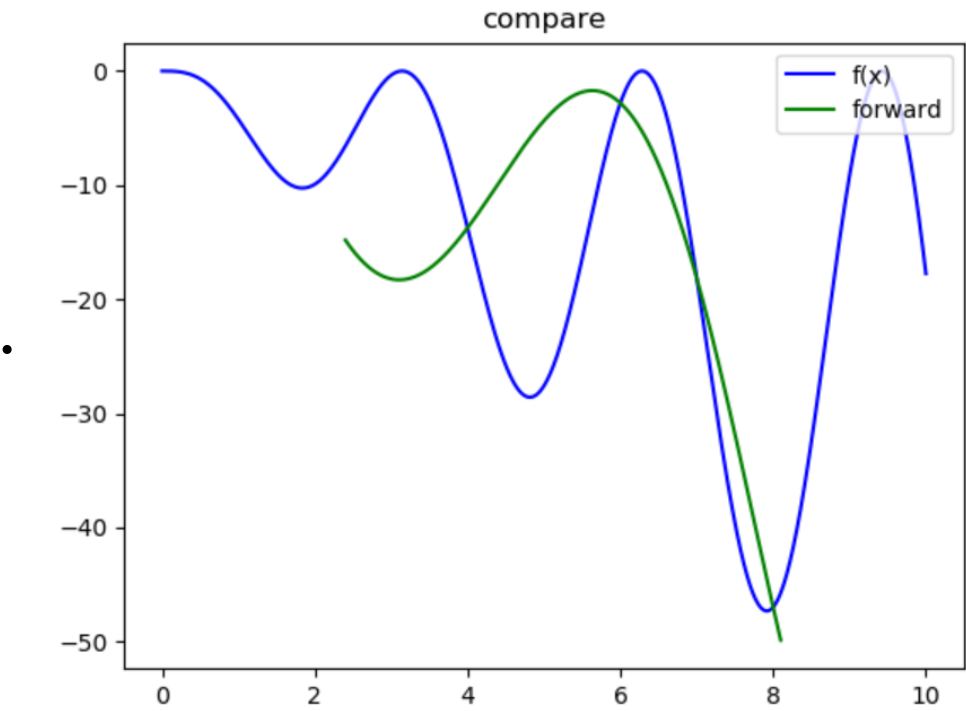


Gregory-Newton Forward Difference

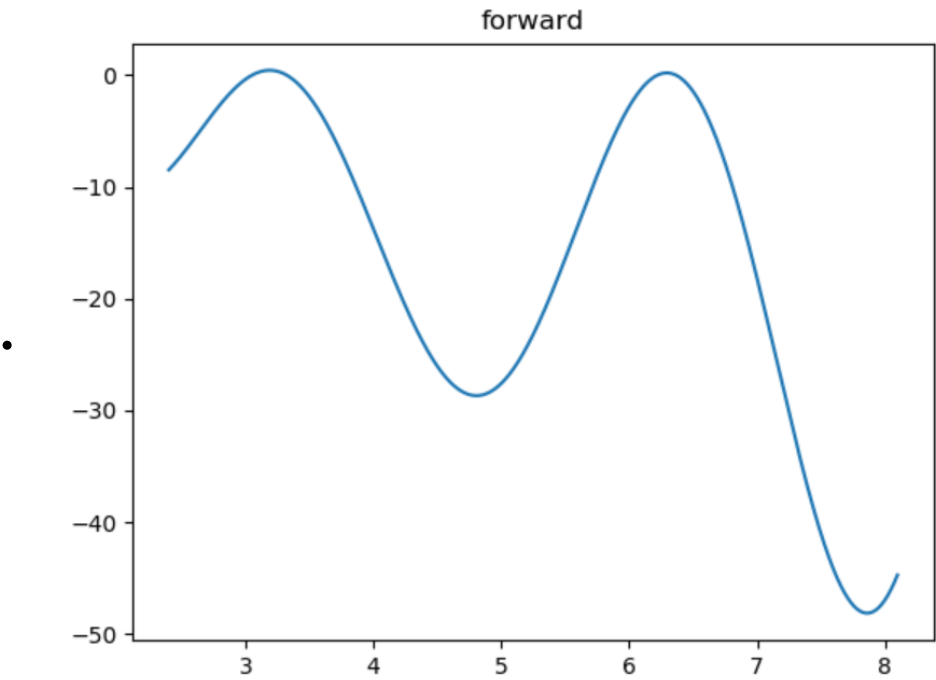
random 數據為5筆之圖形



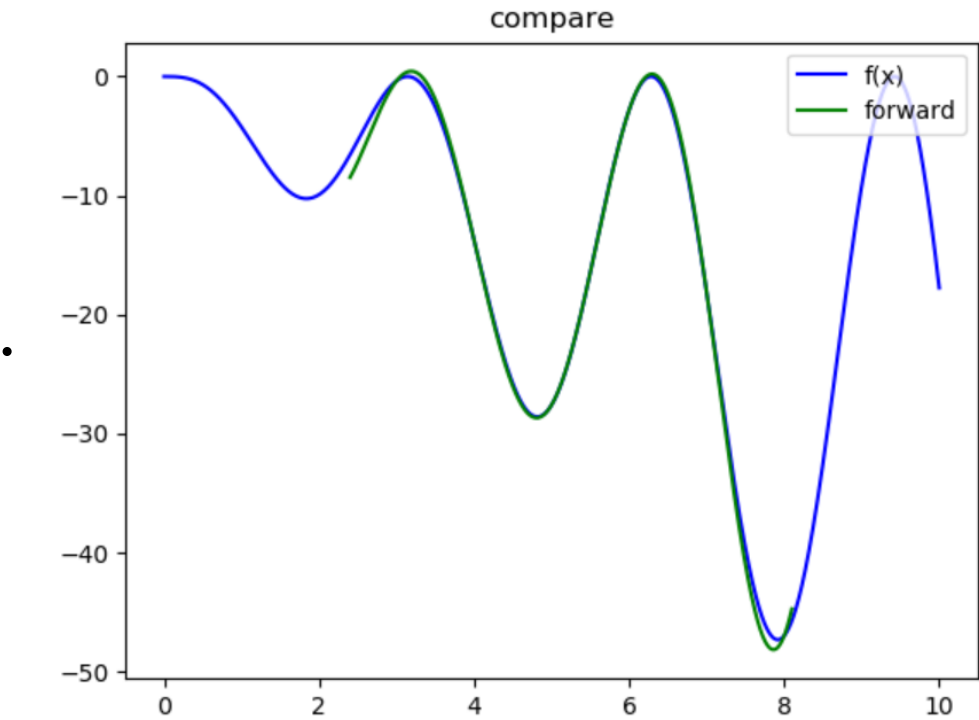
- 與原方程式的比較



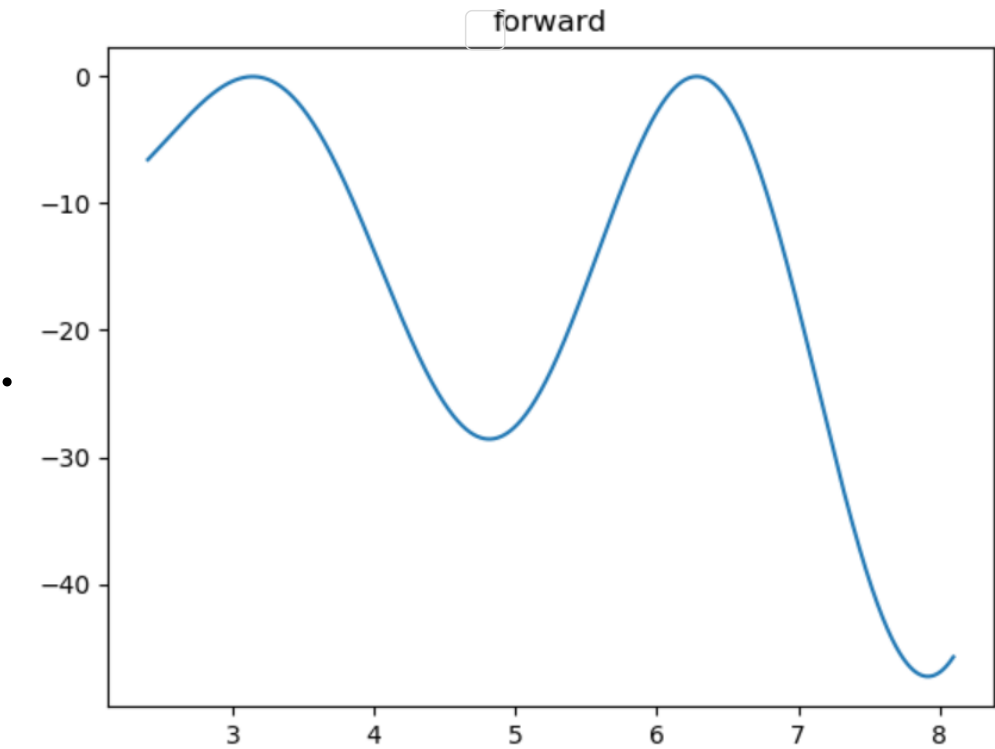
random 數據為10筆之圖形



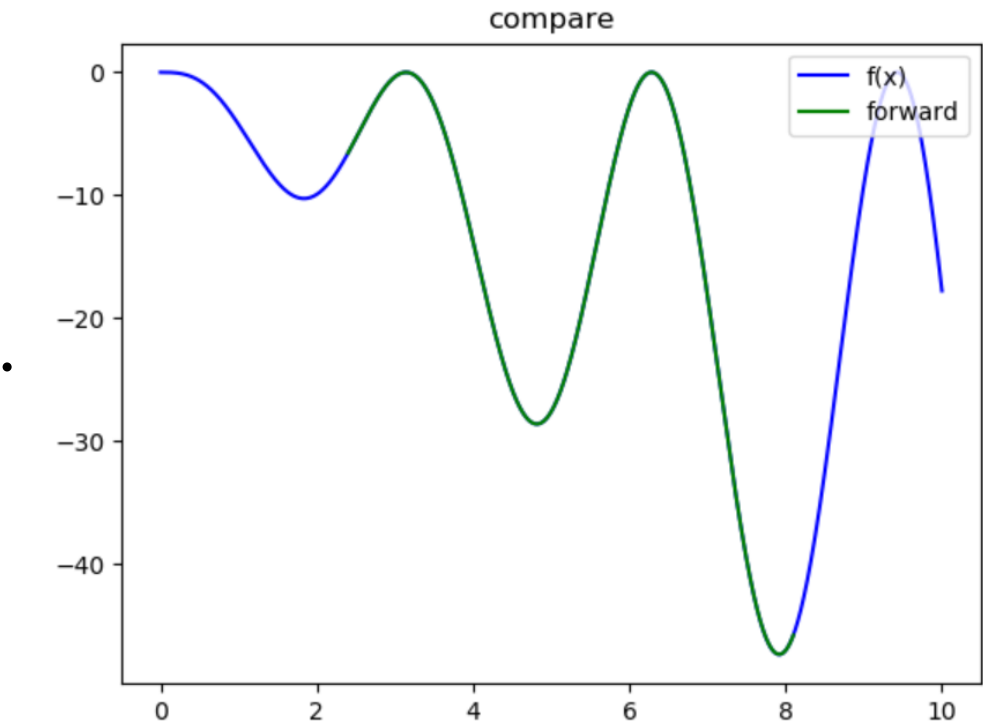
• 與原方程式的比較



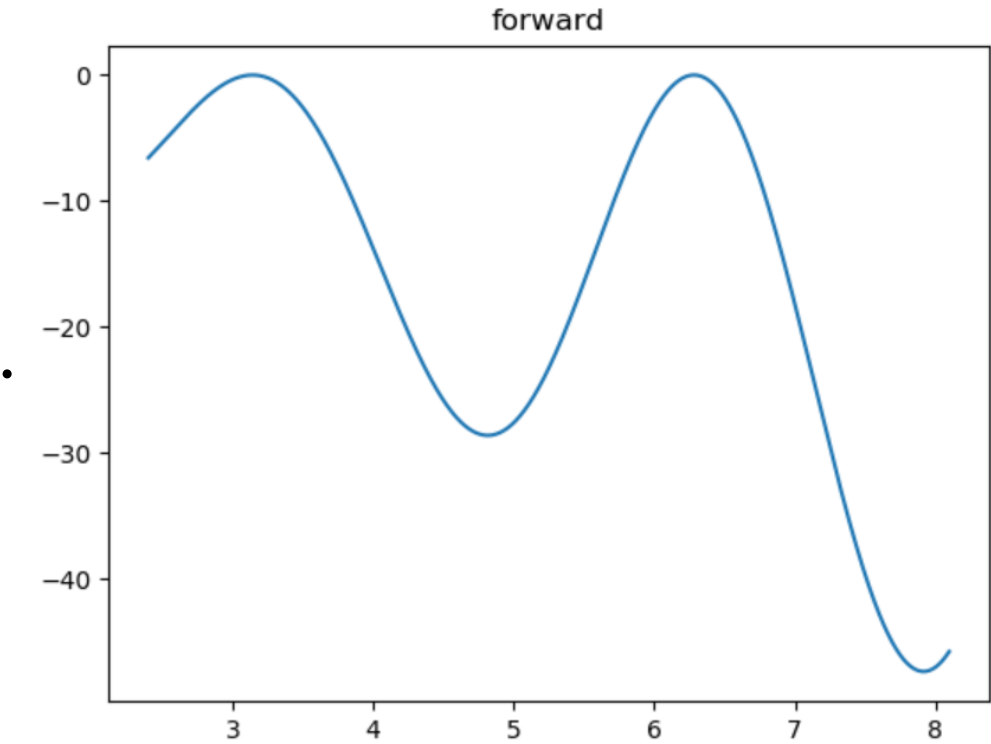
random 數據為15筆之圖形



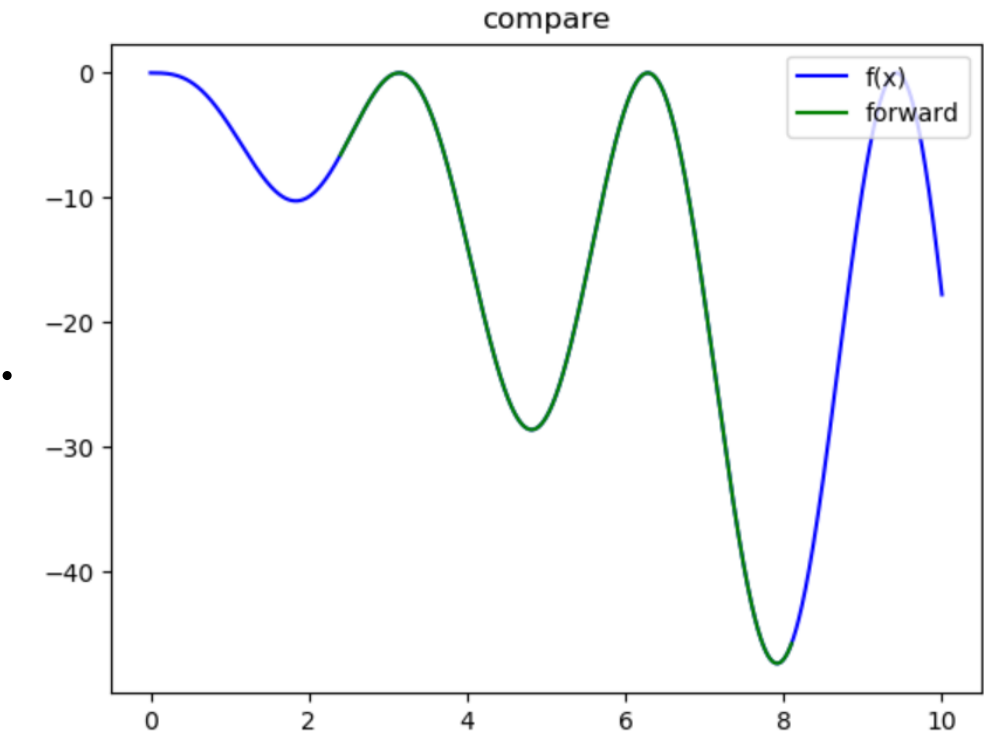
- 與原方程式的比較



random 數據為20筆之圖形

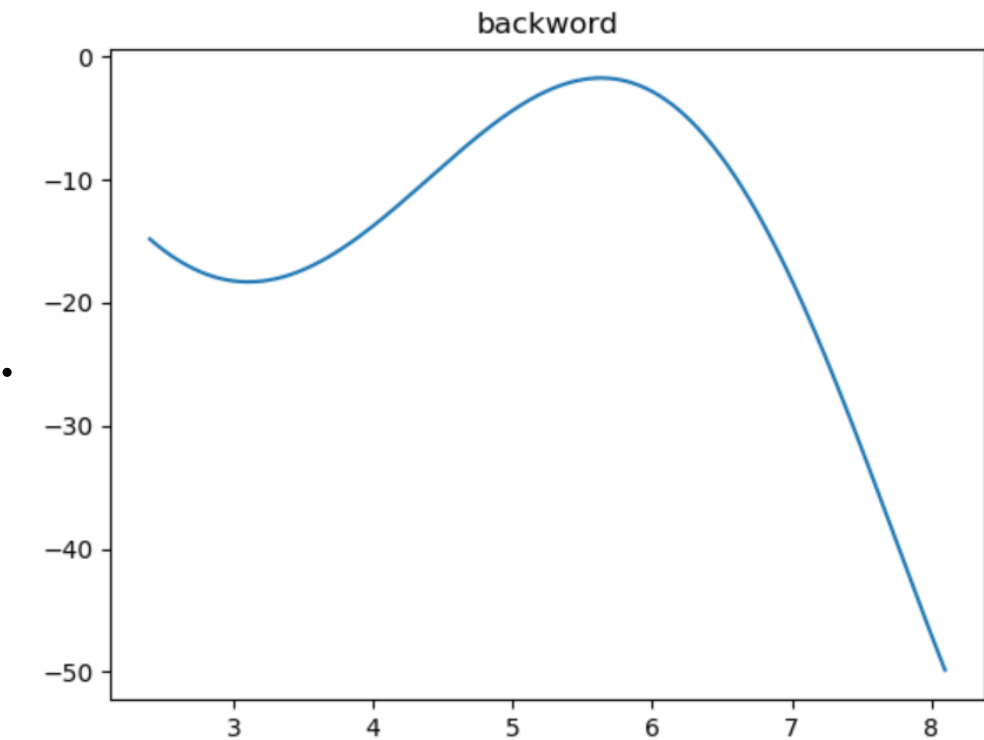


- 與原方程式的比較

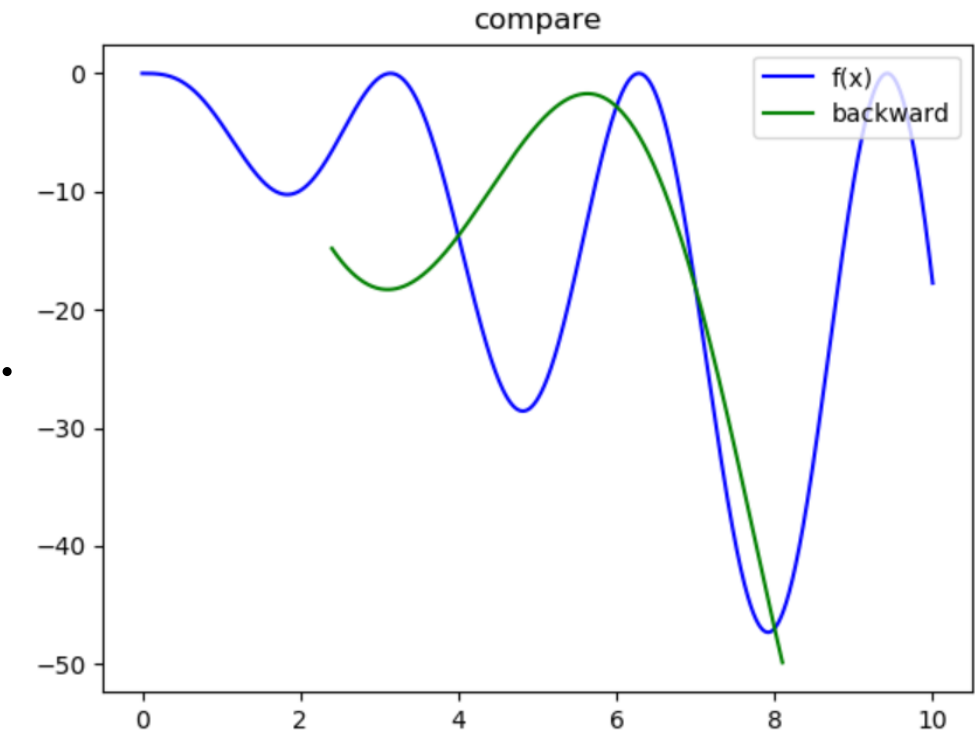


Gregory-Newton Backward Difference

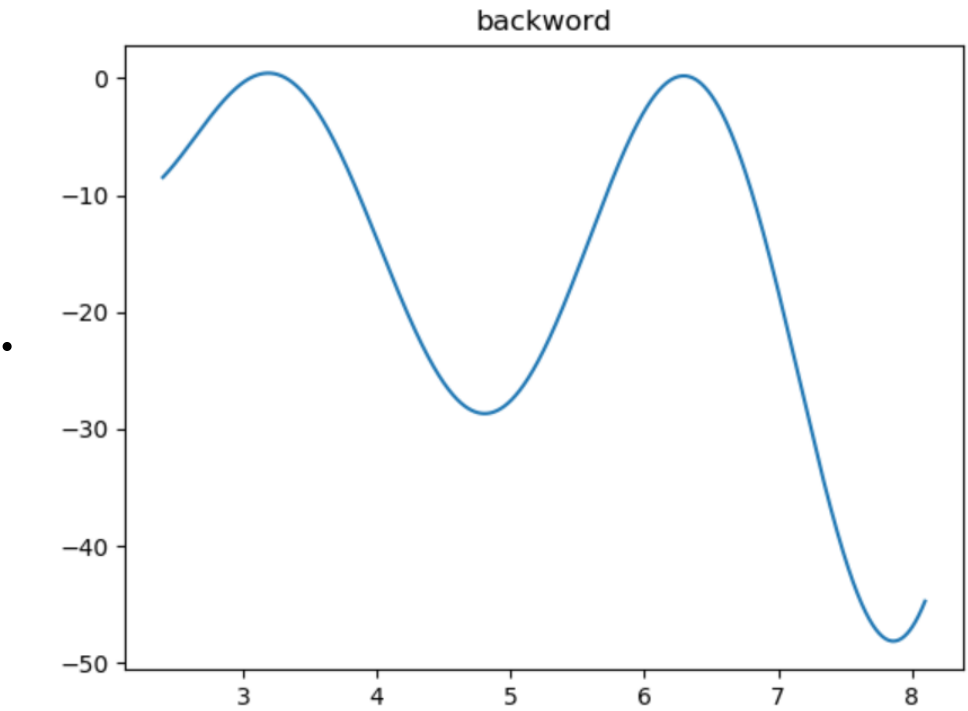
random 數據為5筆之圖形



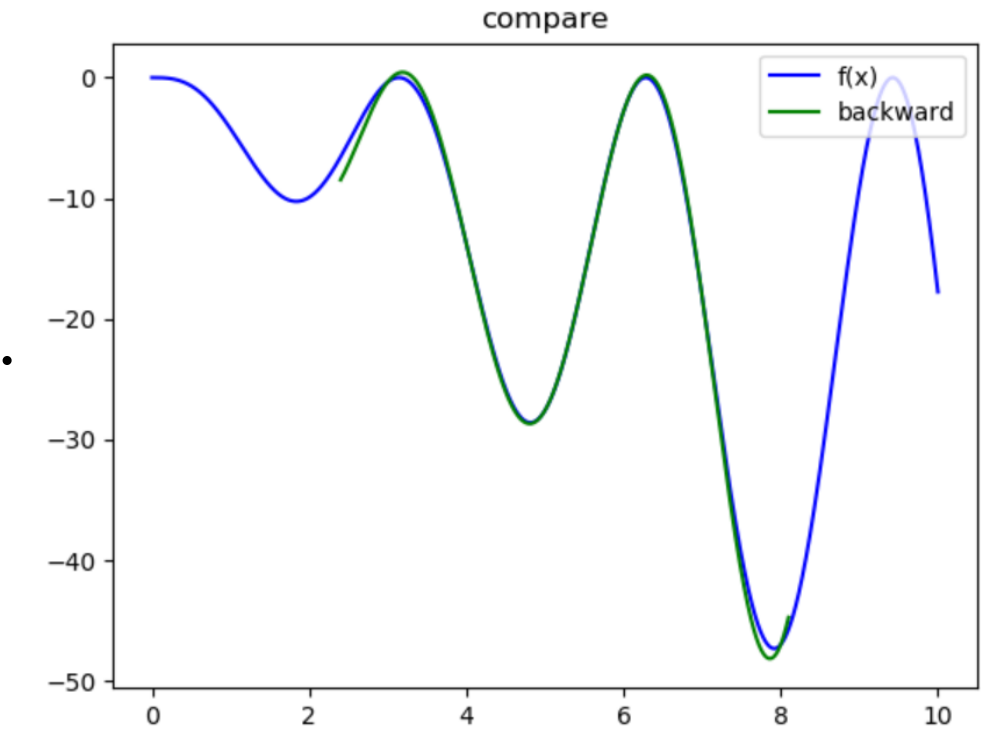
- 與原方程式的比較



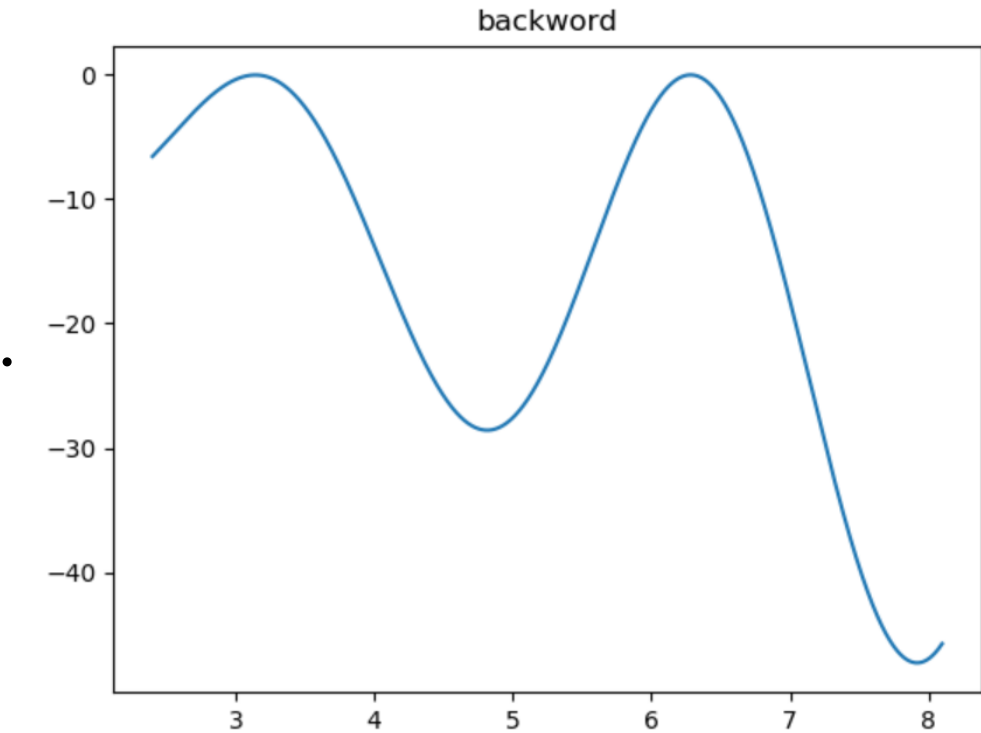
random 數據為10筆之圖形



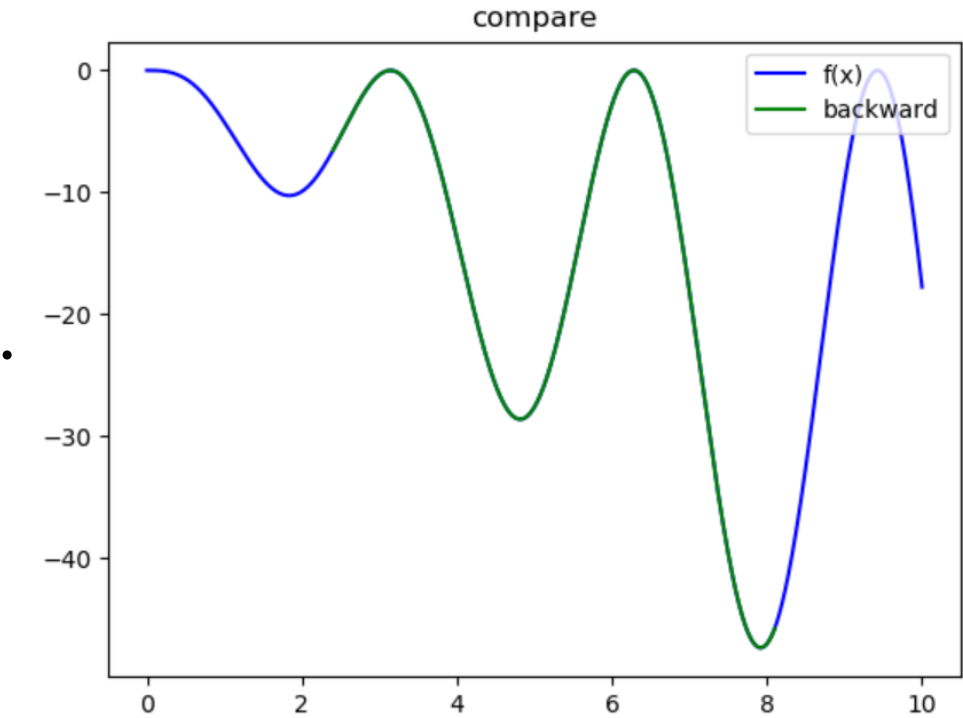
- 與原方程式的比較



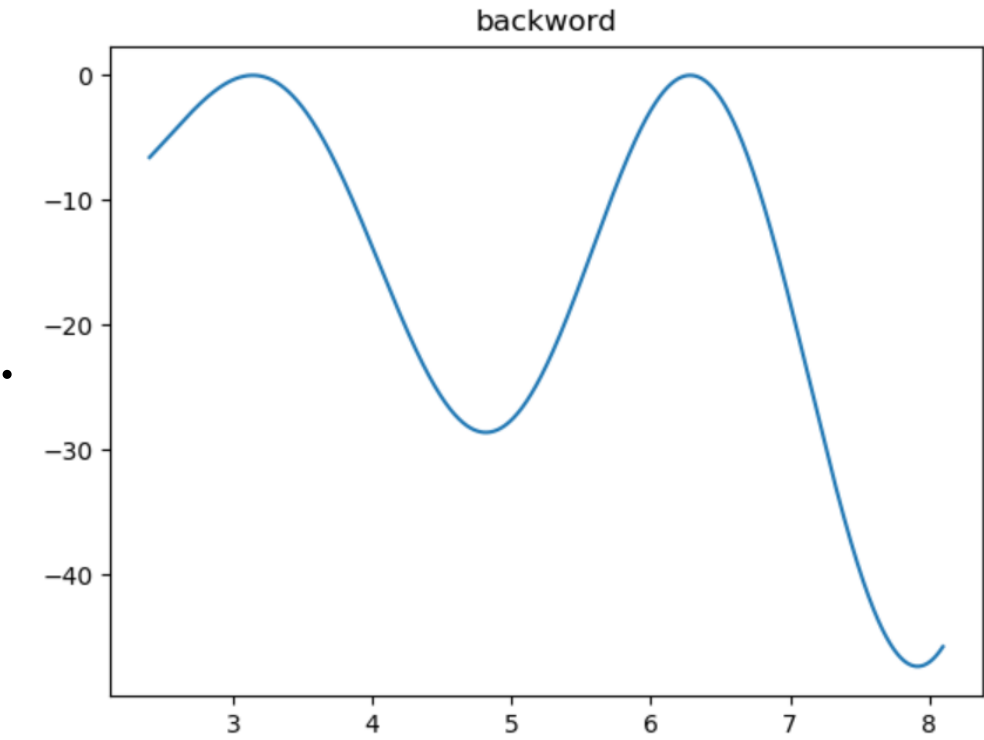
random 數據為15筆之圖形



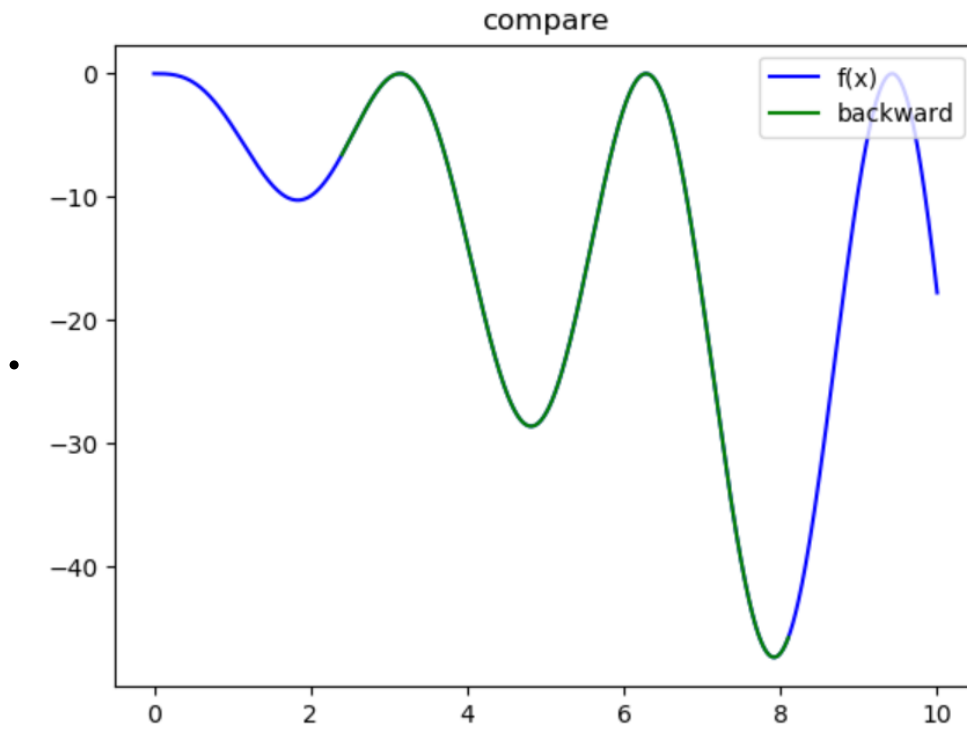
• 與原方程式的比較



random 數據為20筆之圖形

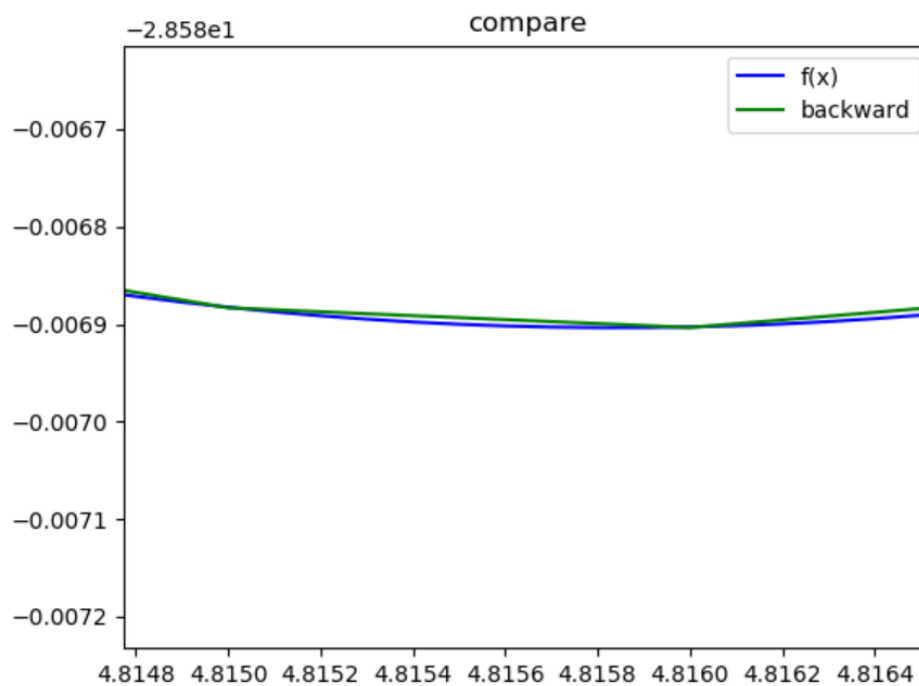


- 與原方程式的比較



分析

- 同一個方程式，每次採樣的數量不同，內插法索求出來的方程式也會不同。採樣數量越多，誤差值越小，索求出來的方程式就越接近原方程式。尤其是當採樣數高達20筆時，誤差值其實已經非常小了(如下圖所示)

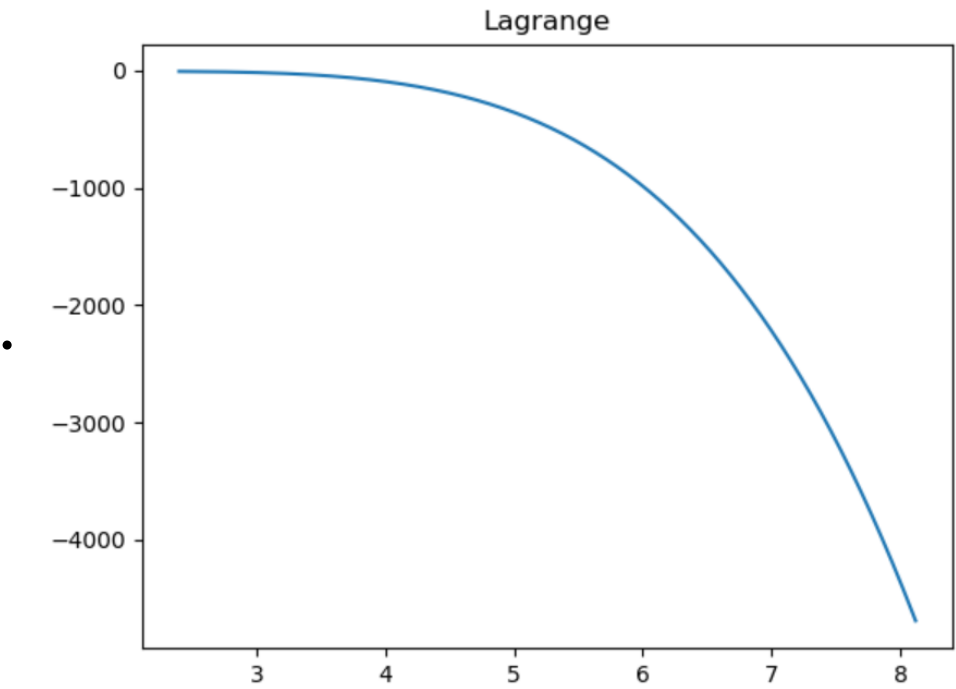


- 從實驗數據為15筆的與原方程式比較圖形，可以看出Forward 和 backward索求出來的方程式已經和原方程式可以重疊了，但是Lagrange和Newton Divided Difference還是有些許的落差，直到20筆時才跟方程式重疊。由此可證明上一段落所做的推測是正確的，Forward 和 backward 比 Lagrange和Newton Divided Difference 具有更高的精確度以及穩定性。

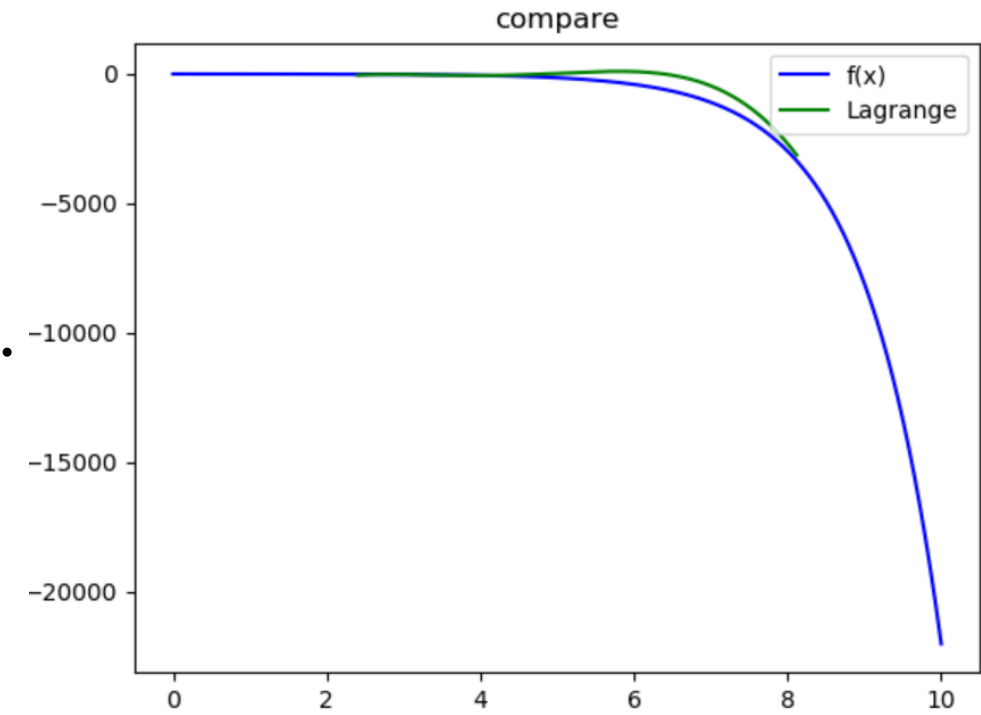
2. 自選題 $\sin(3x)+2-\exp(x)$

Lagrange

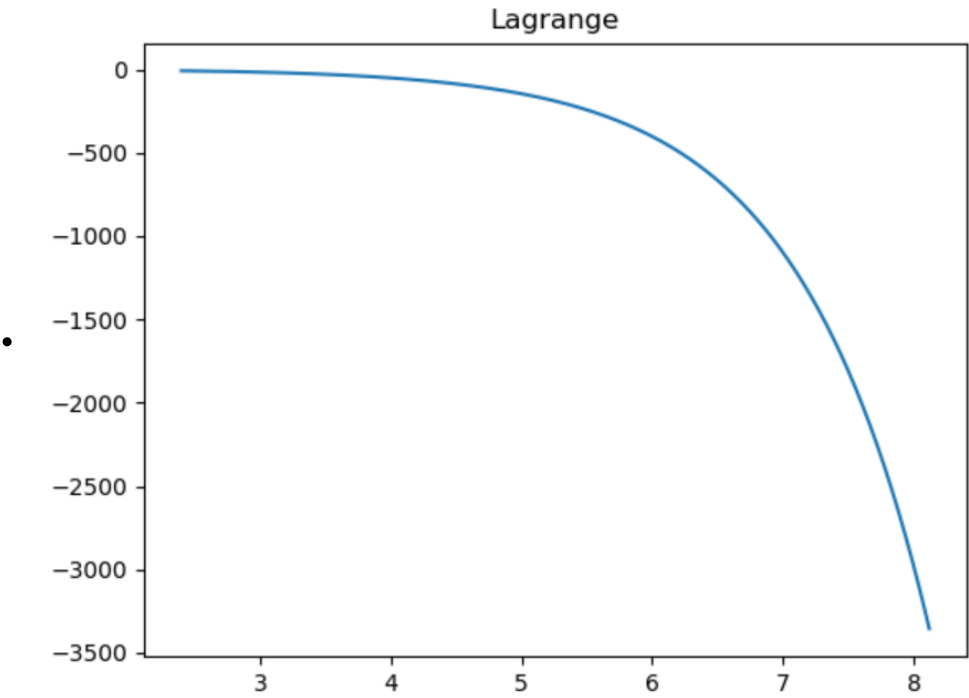
random 數據為5筆之圖形



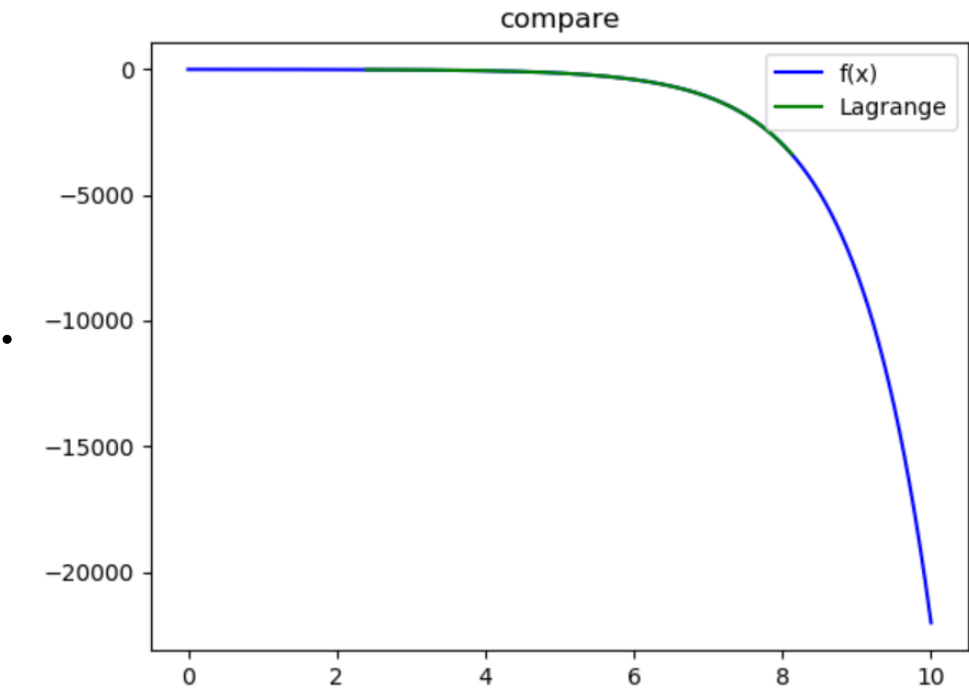
- 與原方程式的比較



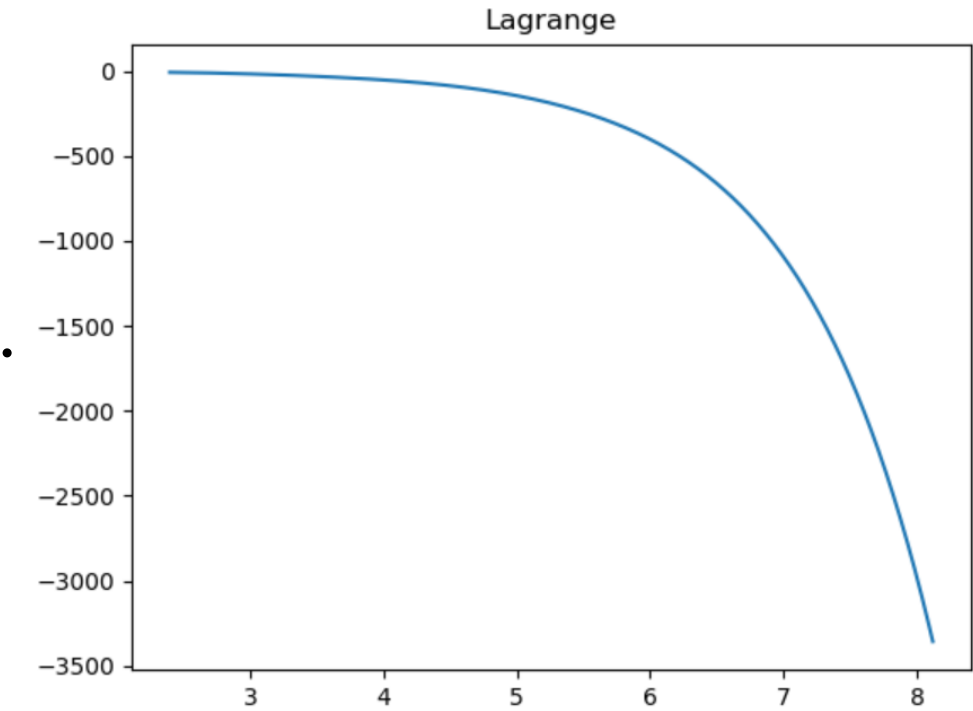
random 數據為10筆之圖形



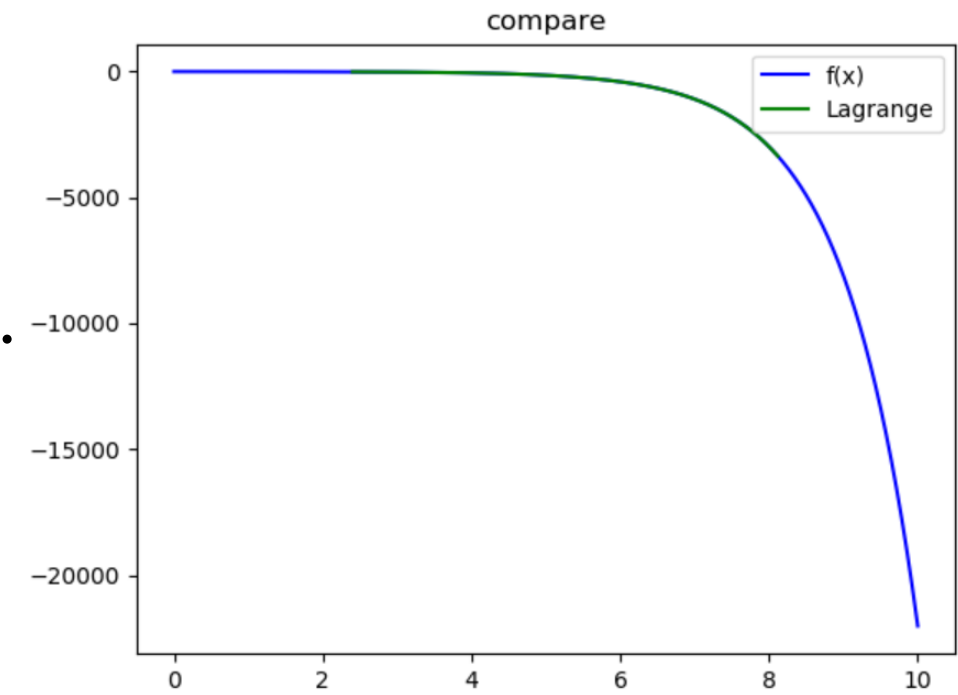
- 與原方程式的比較



random 數據為15筆之圖形

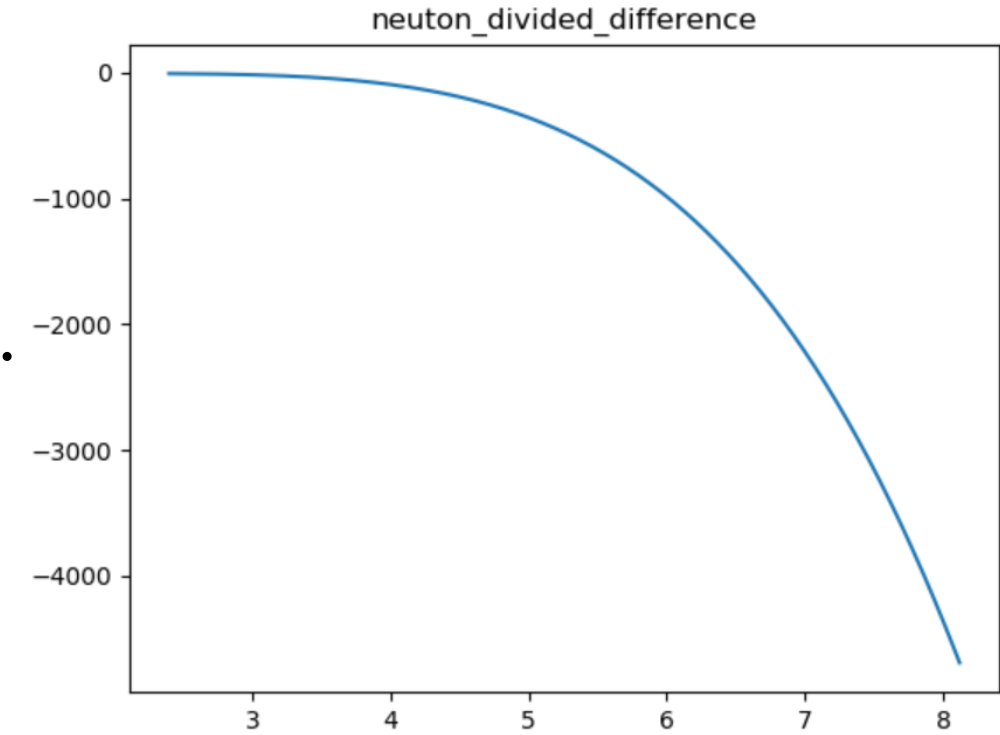


- 與原方程式的比較

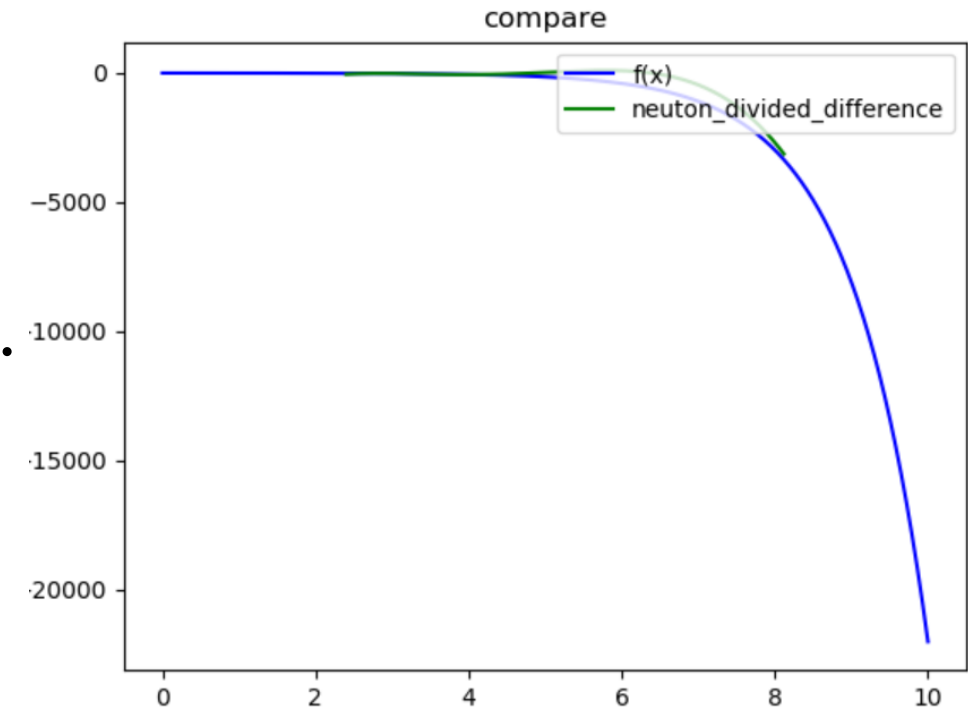


Newton Divided Difference

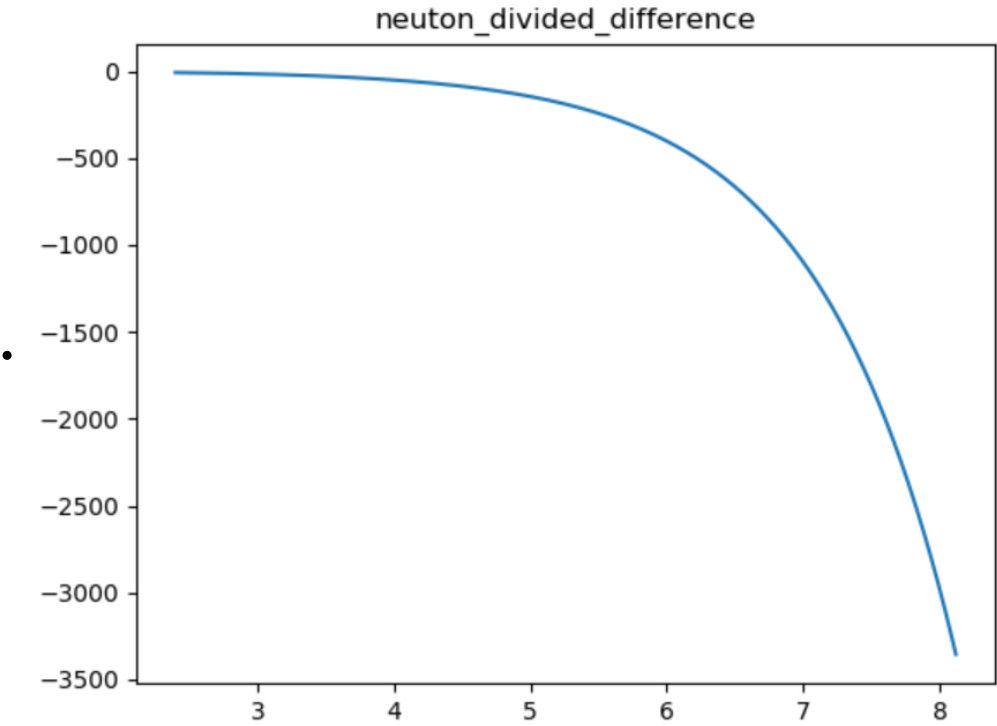
random 數據為5筆之圖形



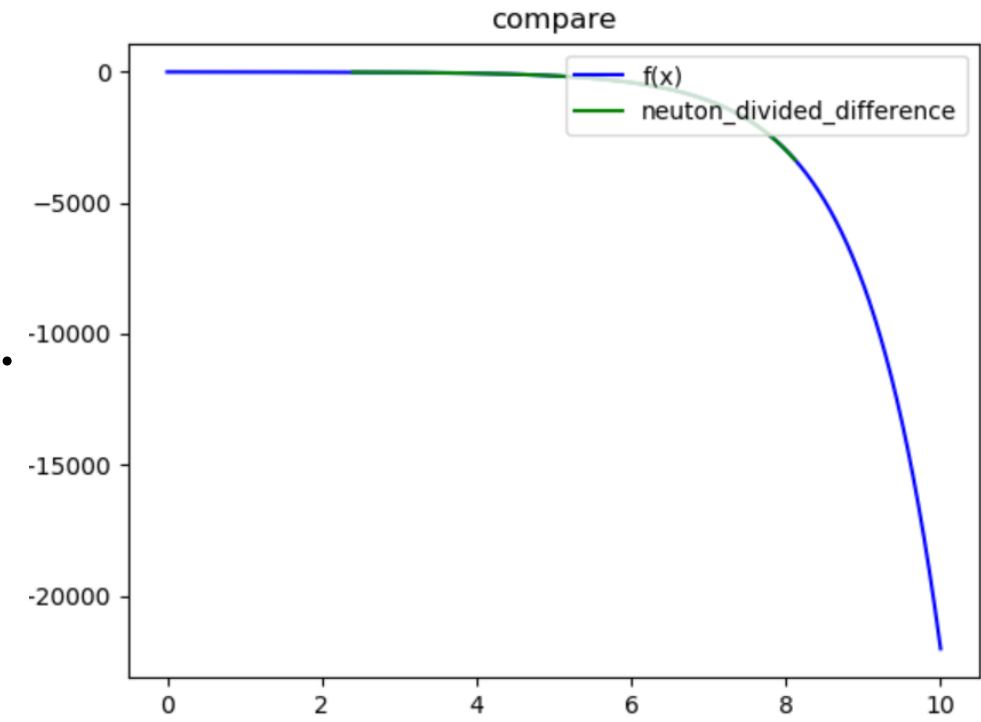
- 與原方程式的比較



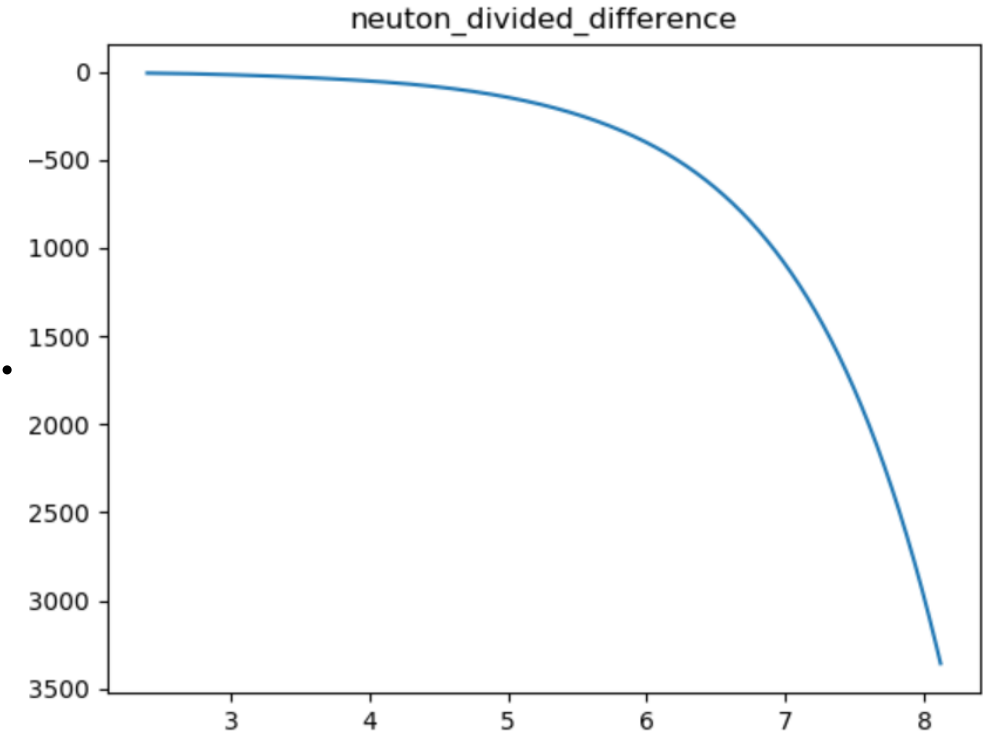
random 數據為10筆之圖形



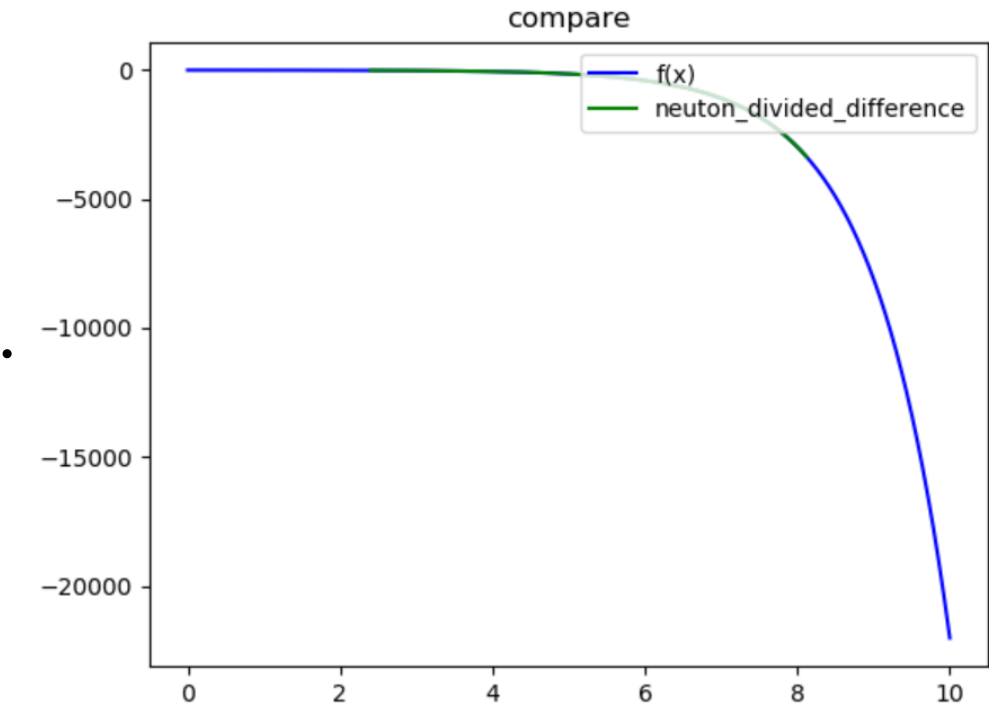
- 與原方程式的比較



random 數據為15筆之圖形

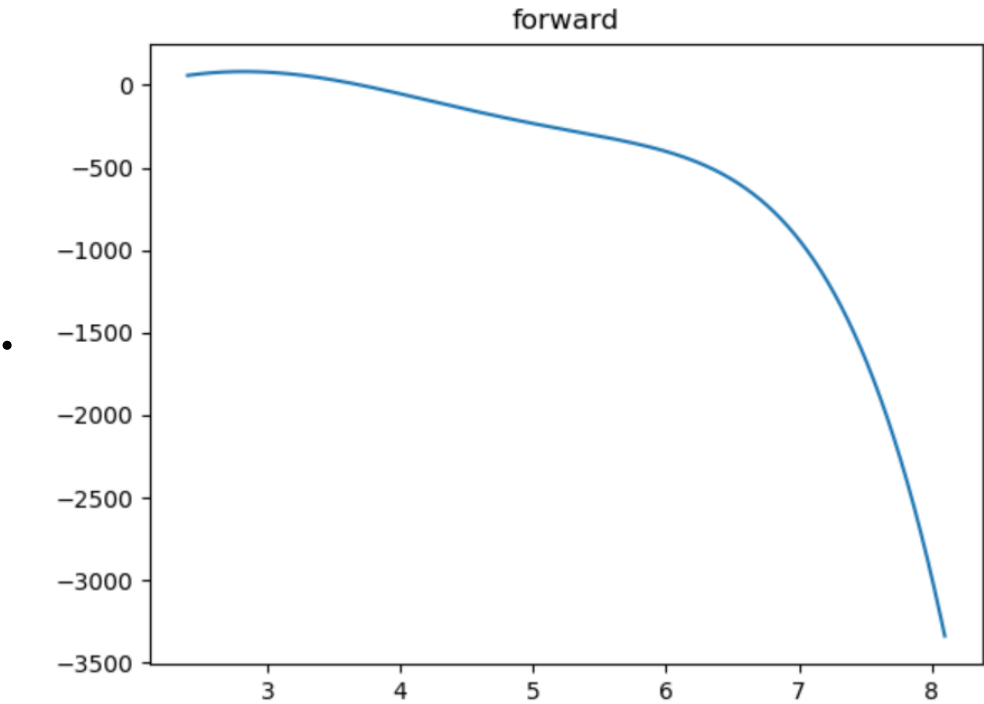


- 與原方程式的比較

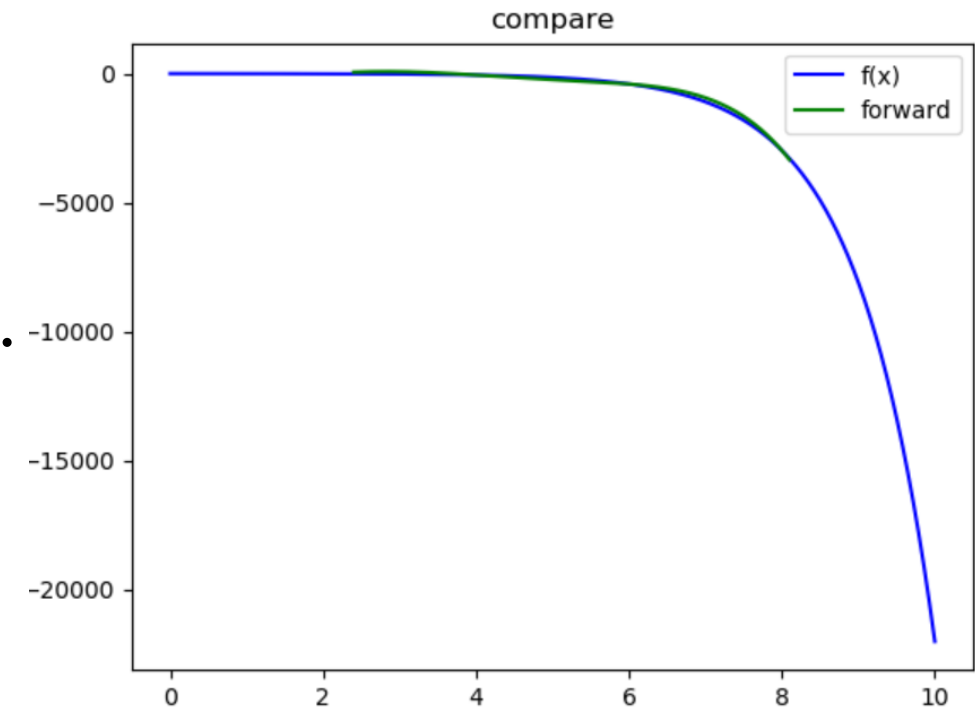


Gregory-Newton Forward Difference

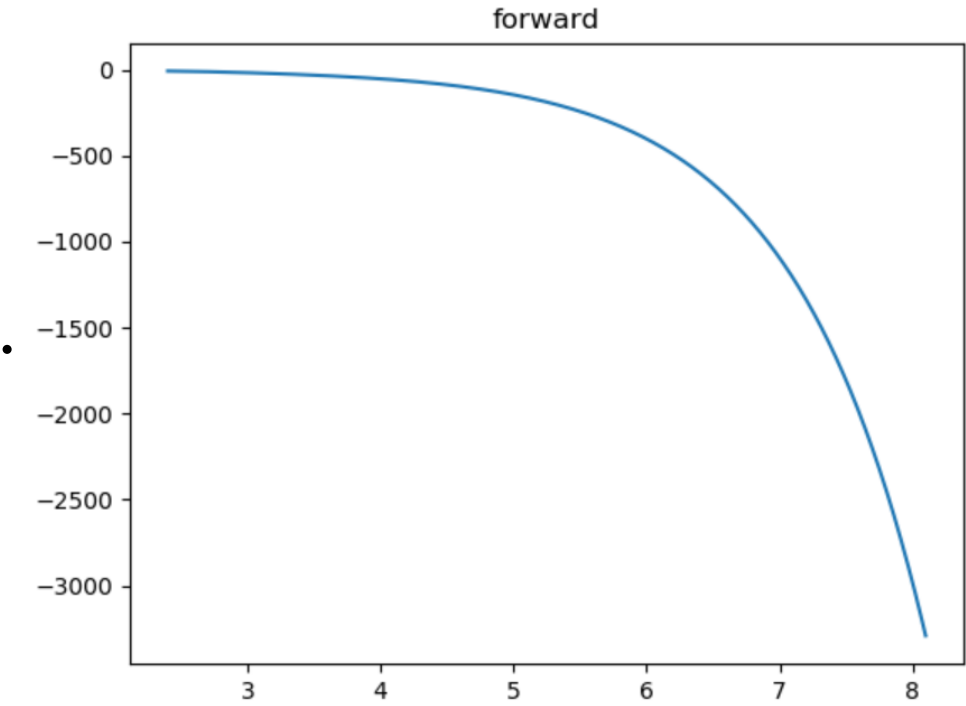
random 數據為5筆之圖形



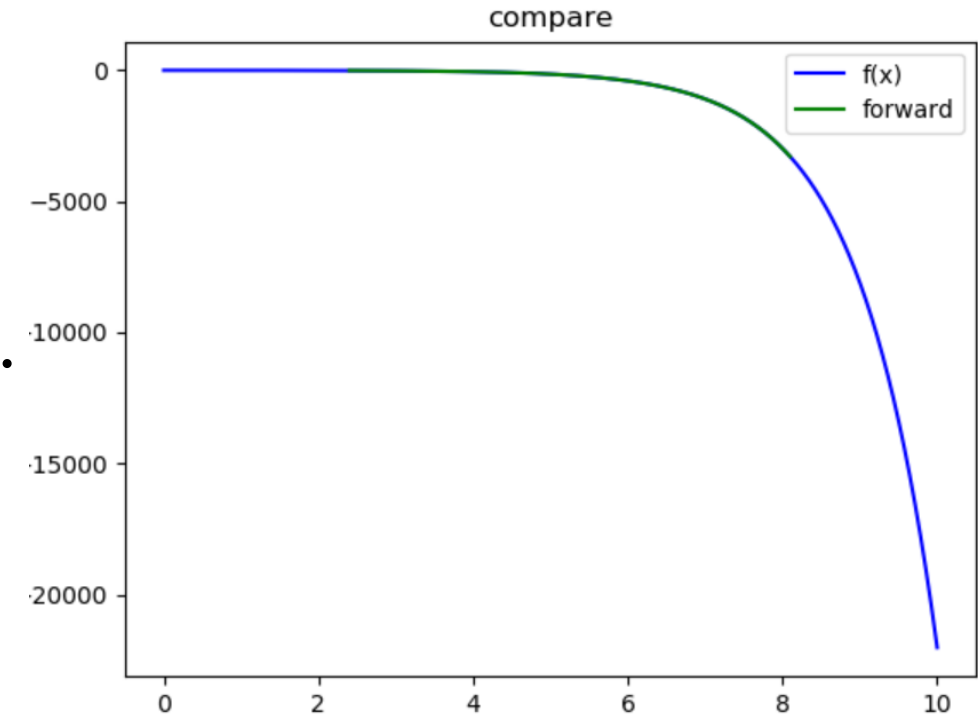
- 與原方程式的比較



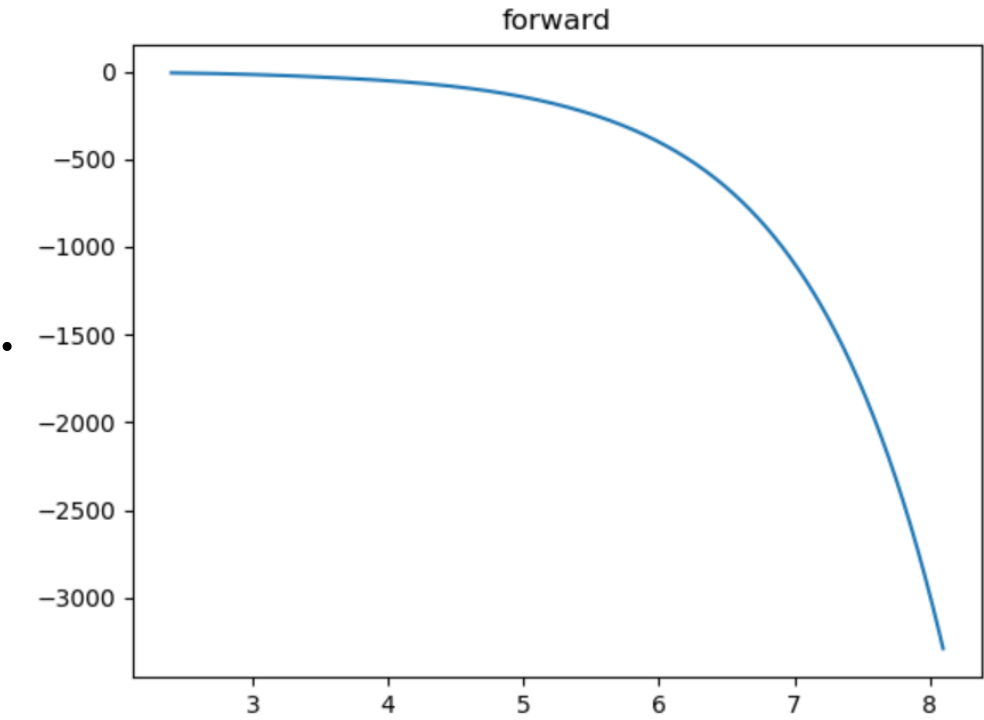
random 數據為10筆之圖形



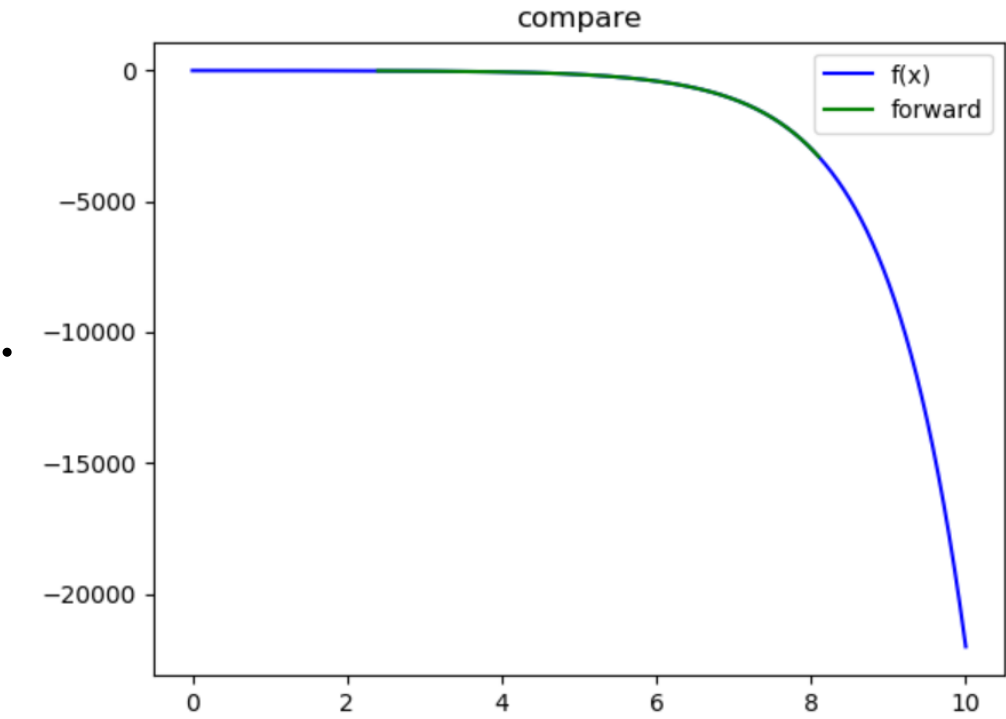
- 與原方程式的比較



random 數據為15筆之圖形

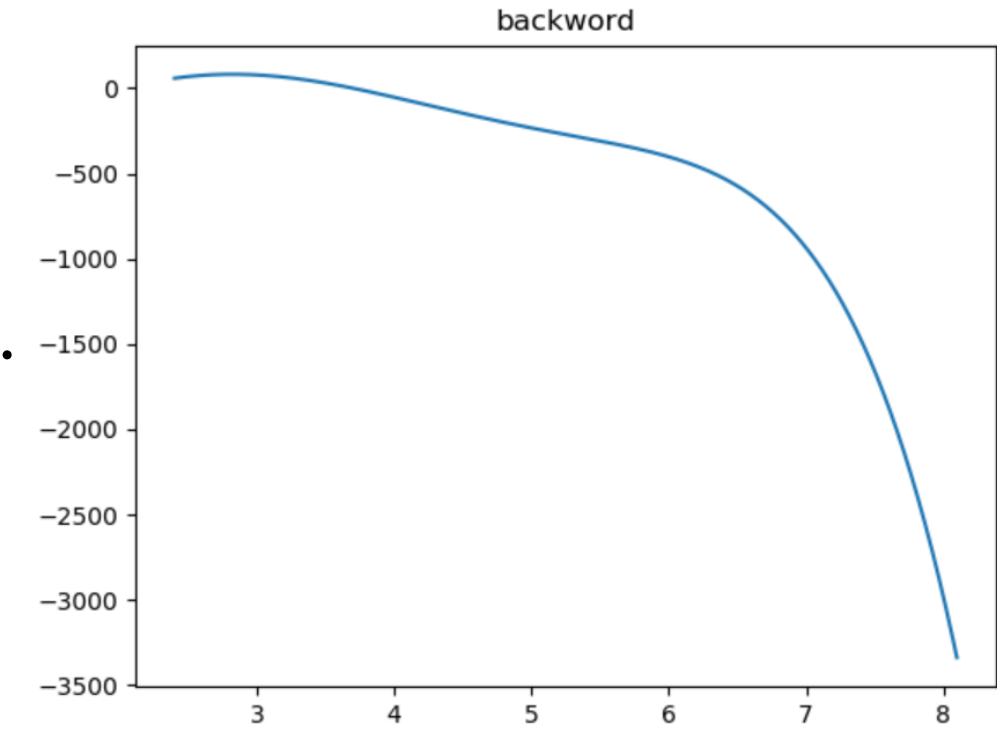


- 與原方程式的比較

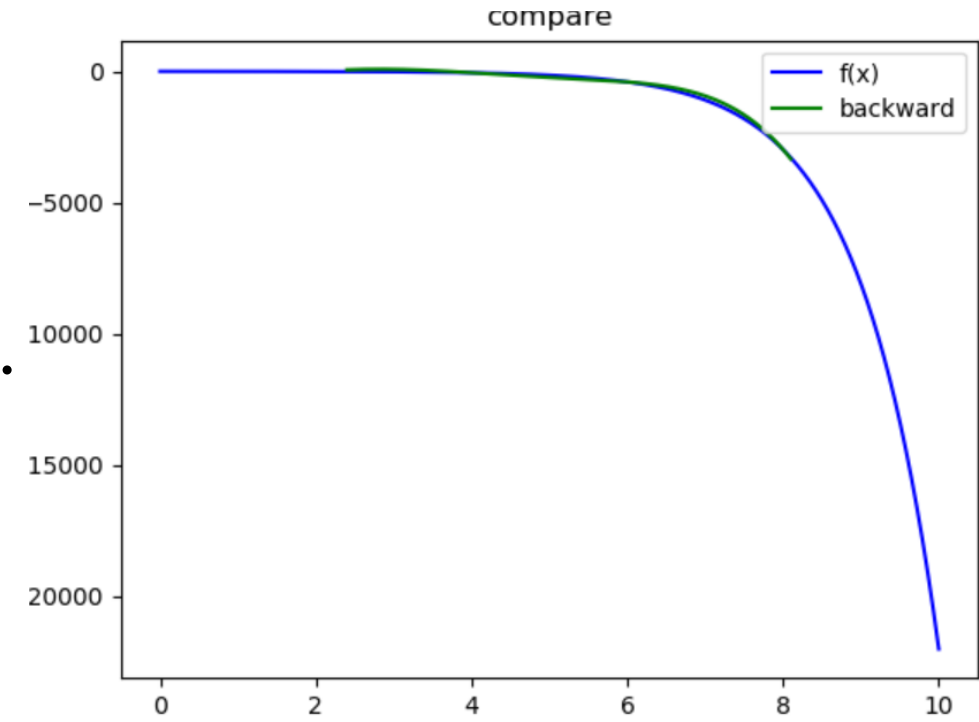


Gregory-Newton Backward Difference

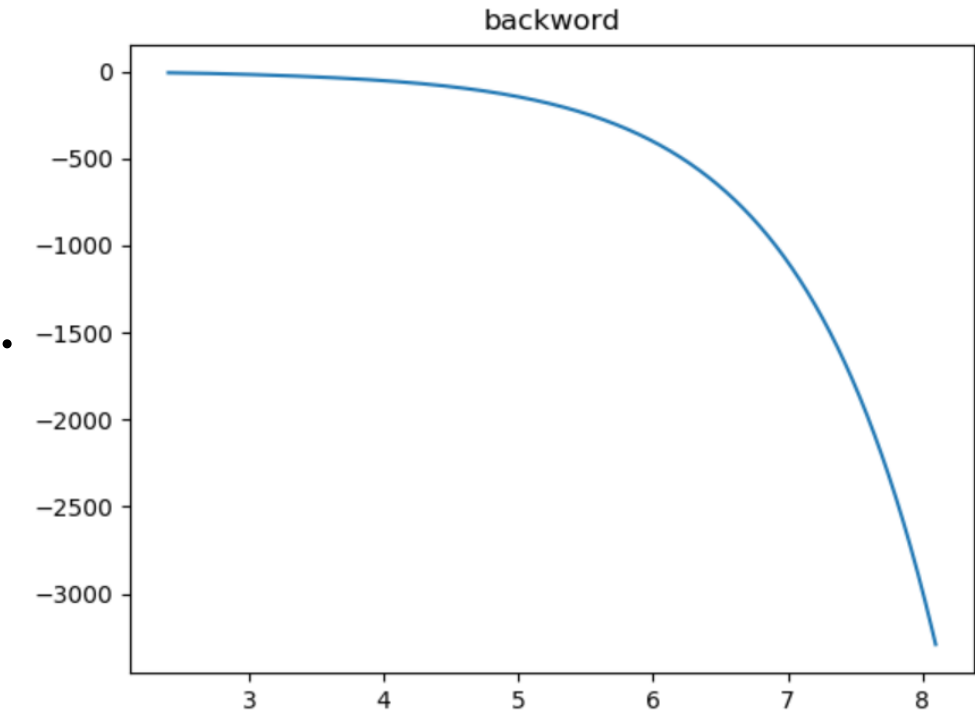
random 數據為5筆之圖形



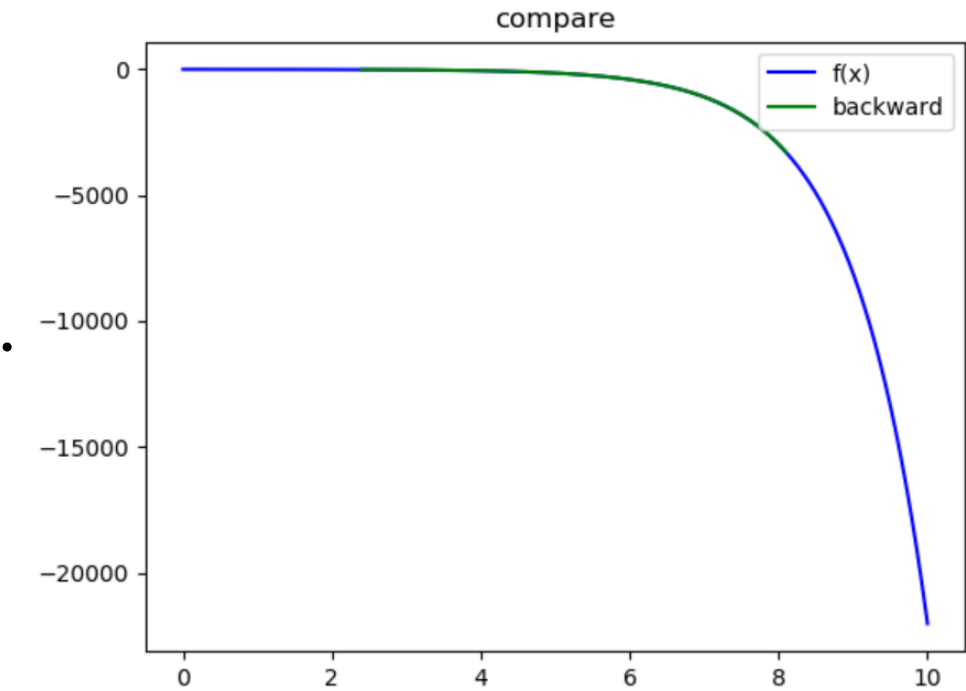
- 與原方程式的比較



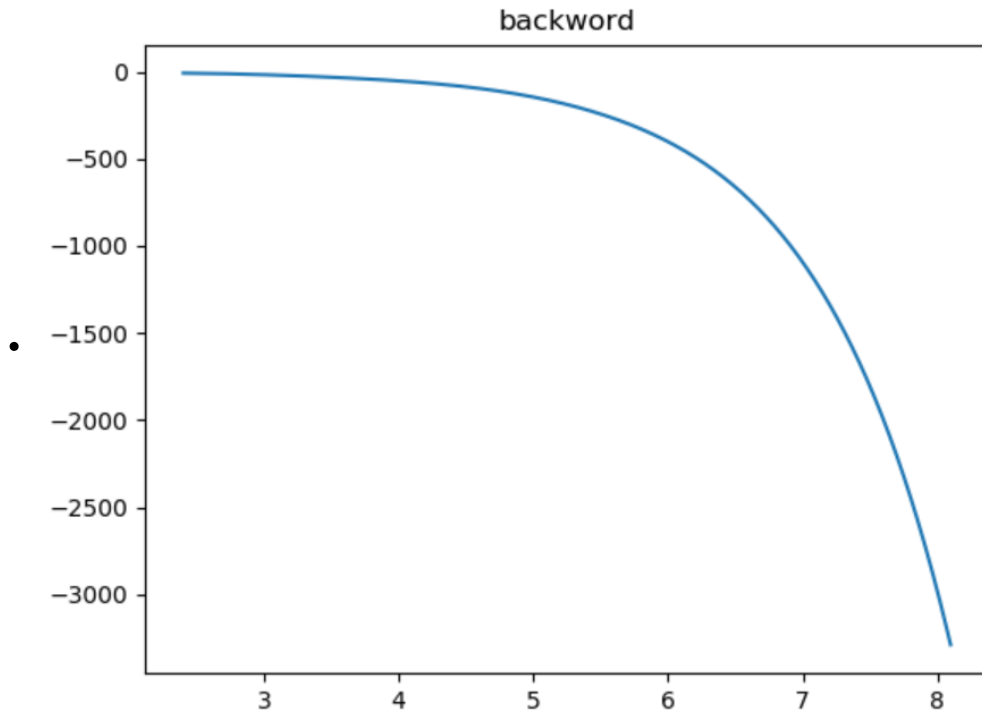
random 數據為10筆之圖形



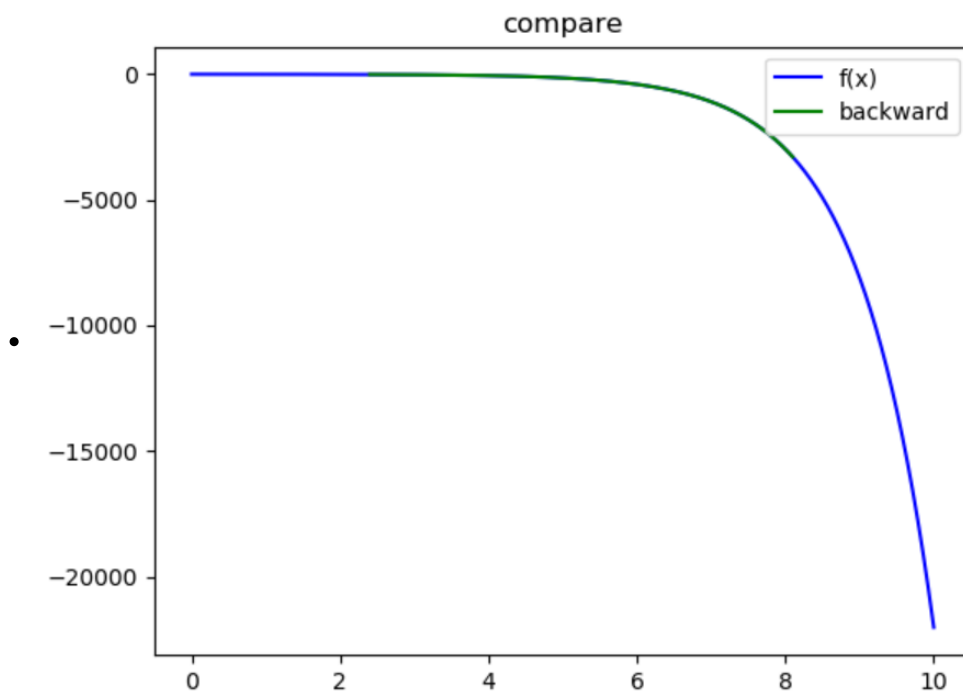
- 與原方程式的比較



random 數據為15筆之圖形



- 與原方程式的比較



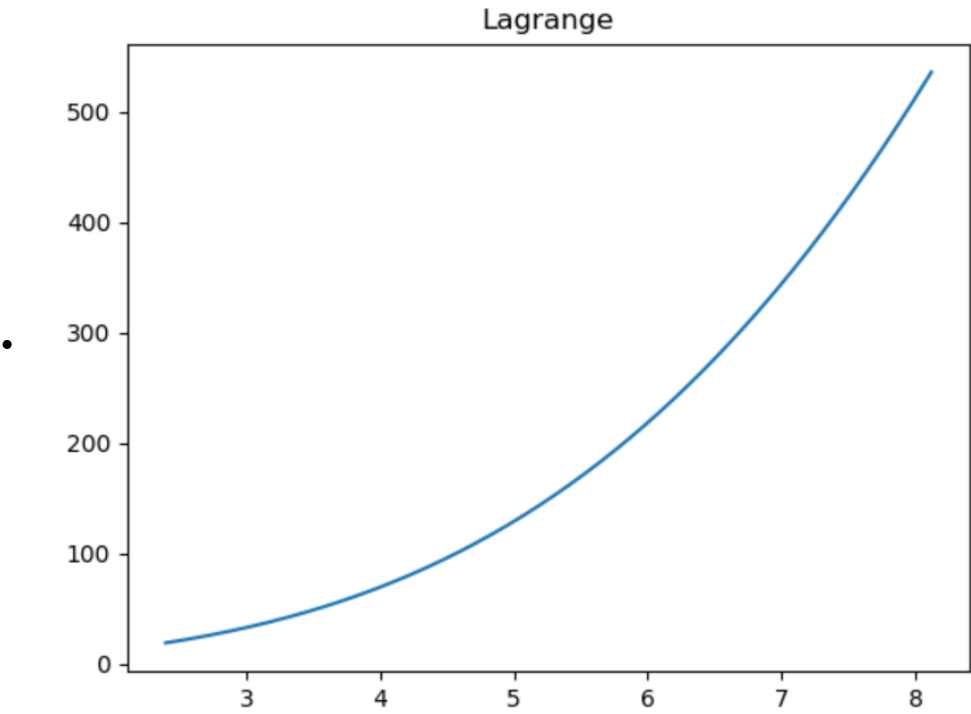
分析

- 自選題第二題，不論是哪一種方法數據為5時已經和原方程式滿接近的，數據到了10筆時，幾乎已可以算是重疊了。藉此可以判斷出，若原方程式相對比較簡單，內差法所需要的x數量就比較低，相反的，若原程式的圖形越複雜，所需要的點數據就越高。

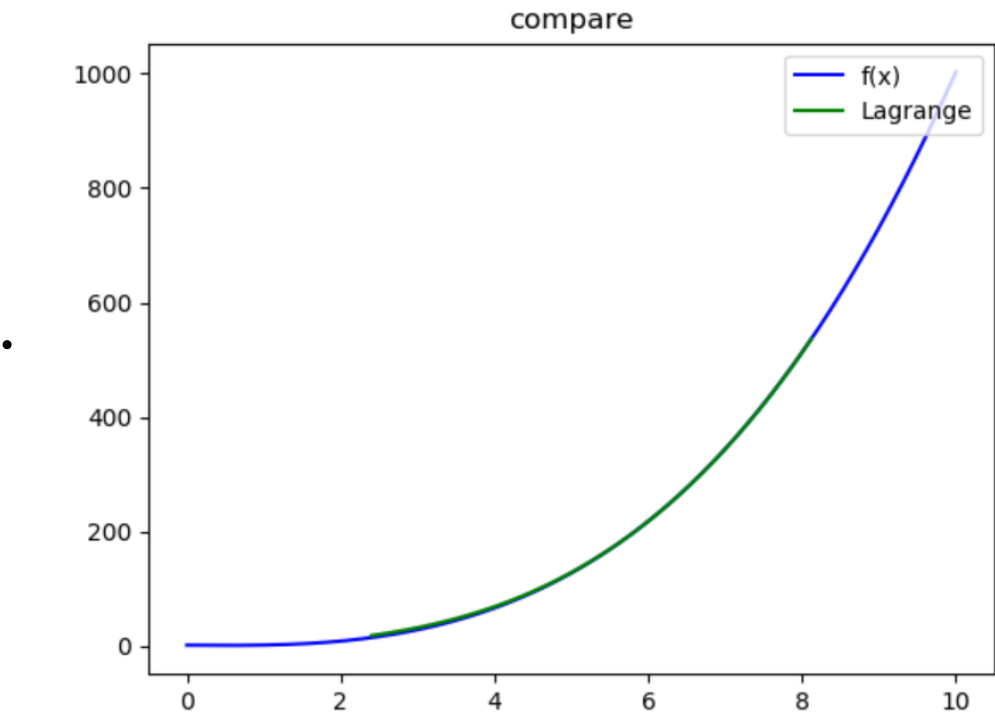
3. 自選題 $\exp((x-5)^2) - \sin(3(x+12)) - 5$

Lagrange

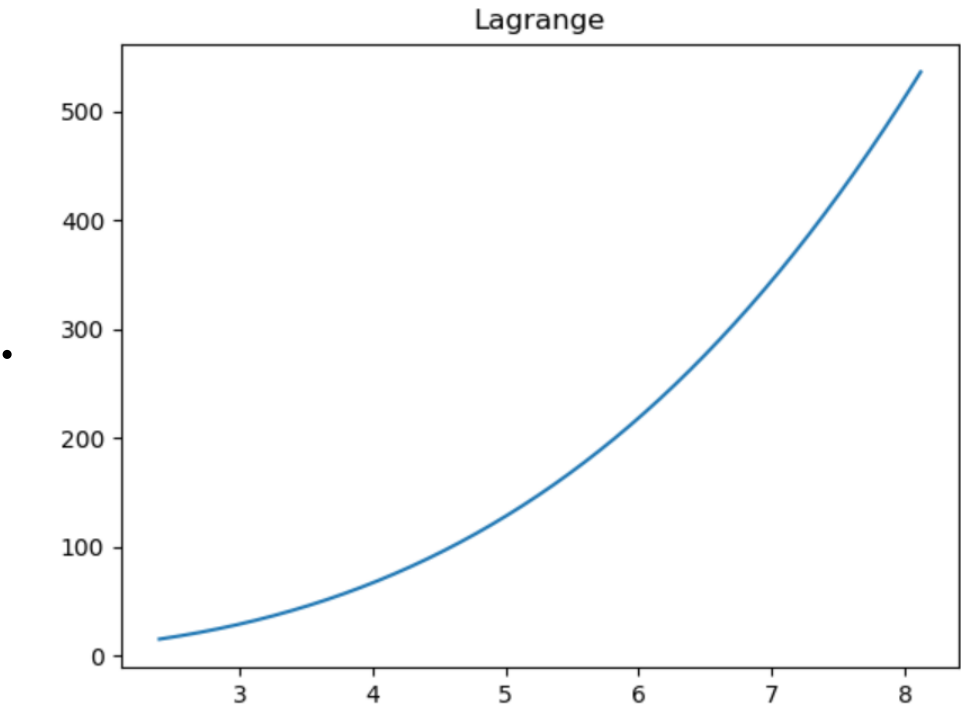
random 數據為5筆之圖形



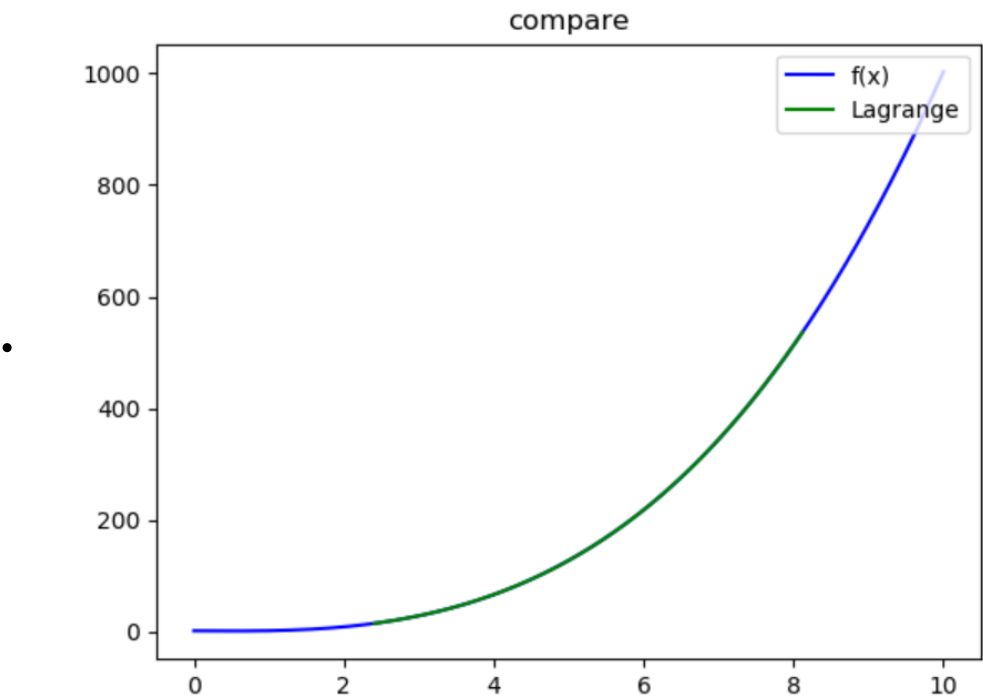
- 與原方程式的比較



random 數據為10筆之圖形

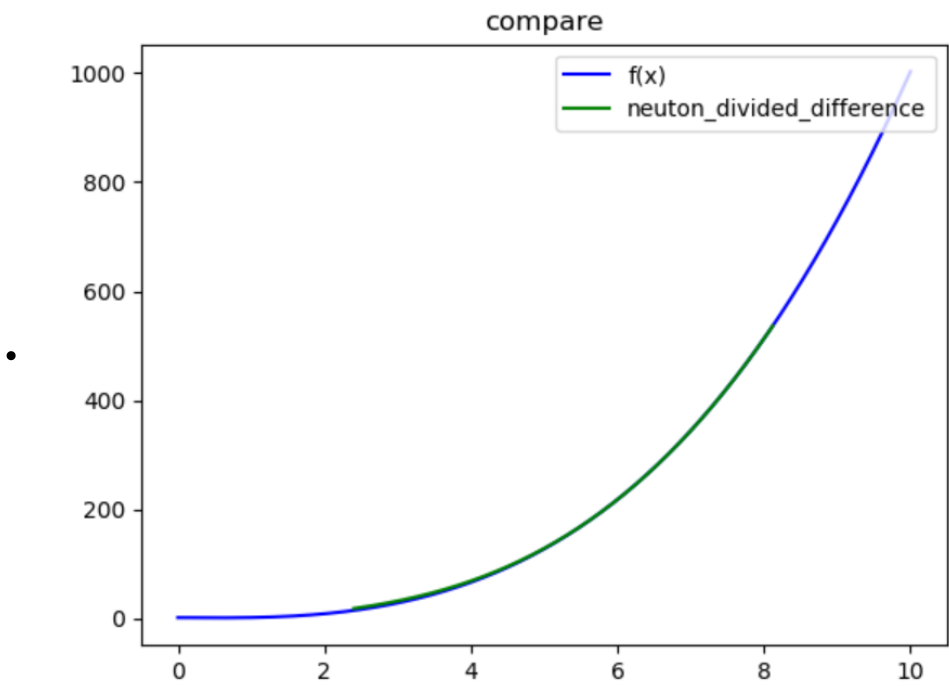
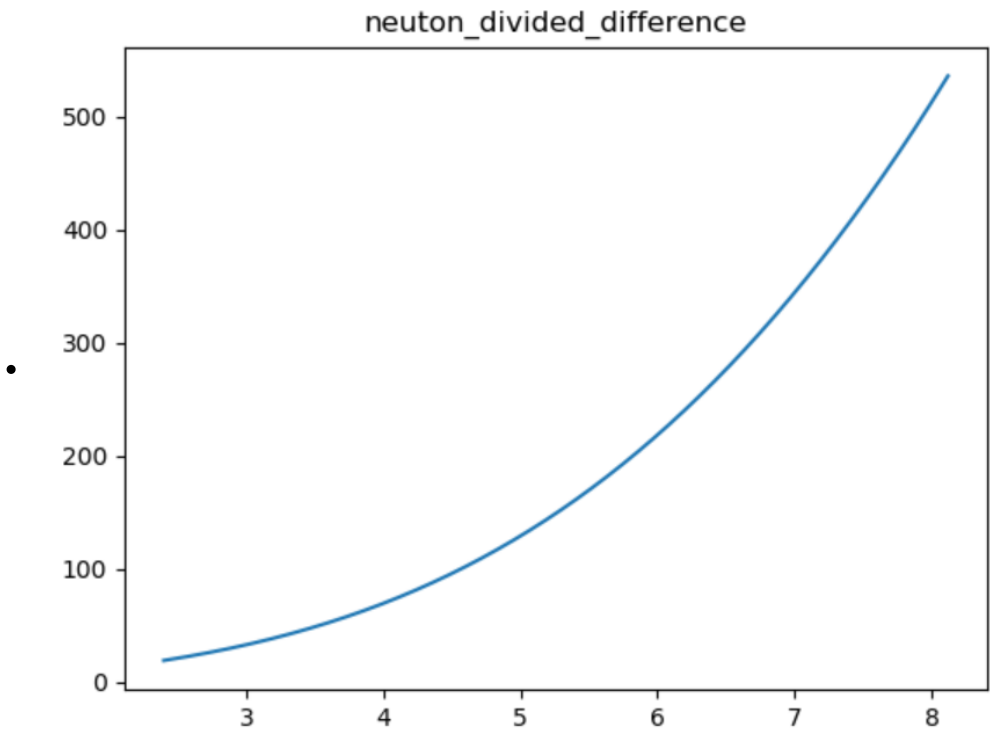


- 與原方程式的比較

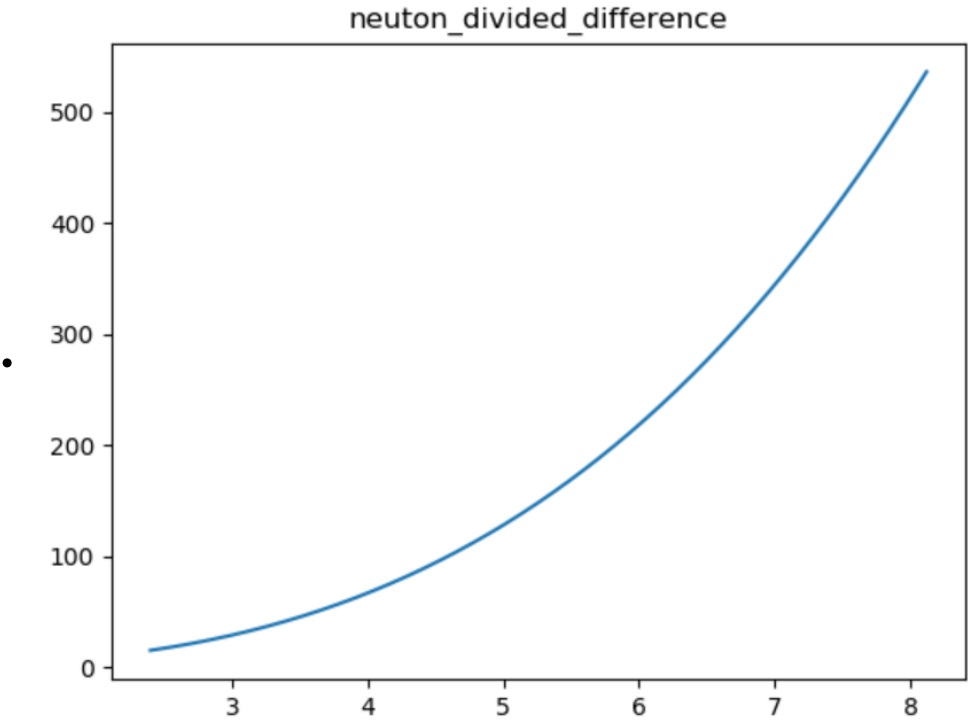


Newton Divided Difference

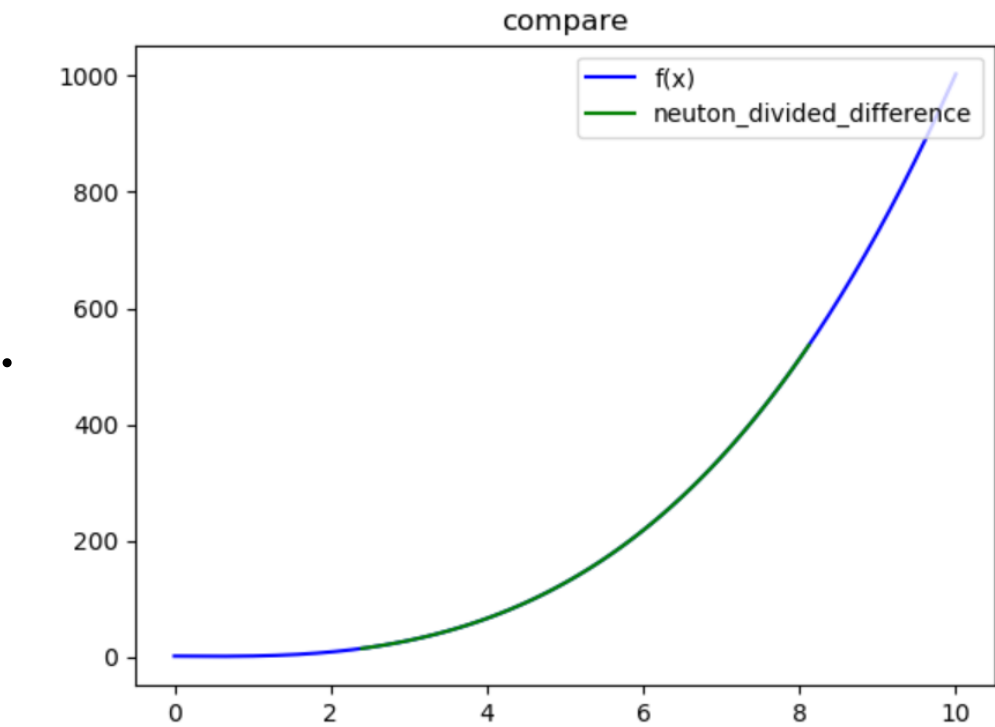
random 數據為5筆之圖形



random 數據為10筆之圖形

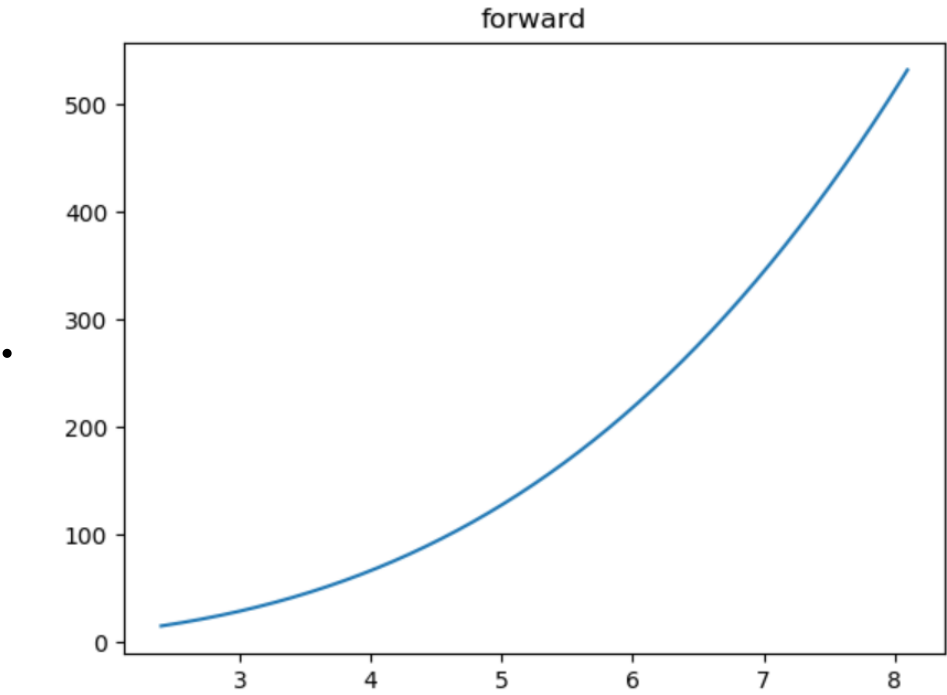


- 與原方程式的比較

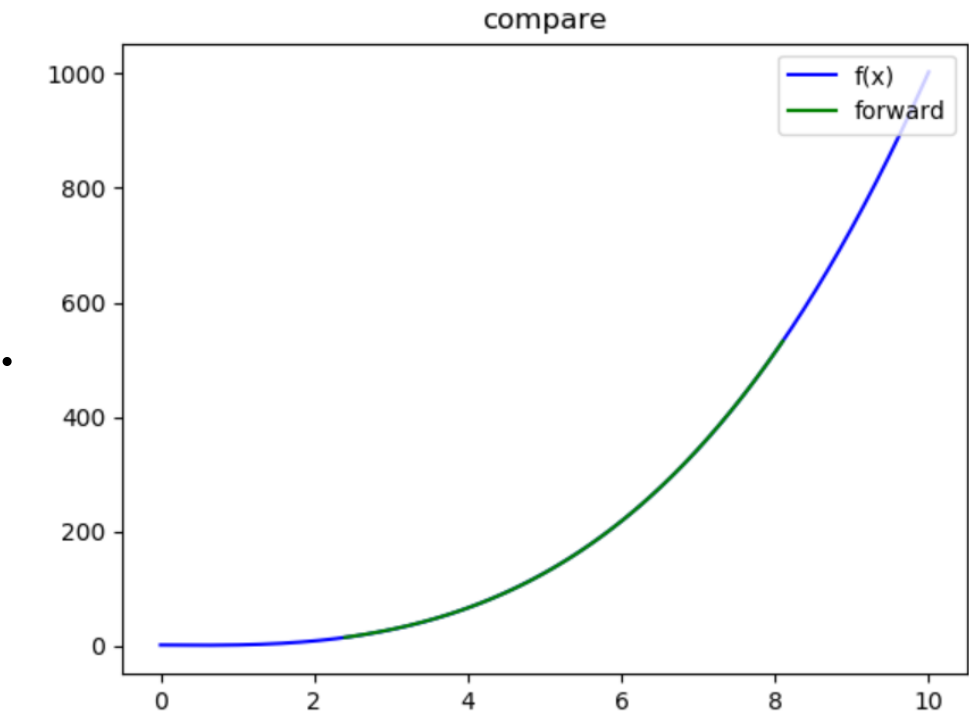


Gregory-Newton Forward Difference

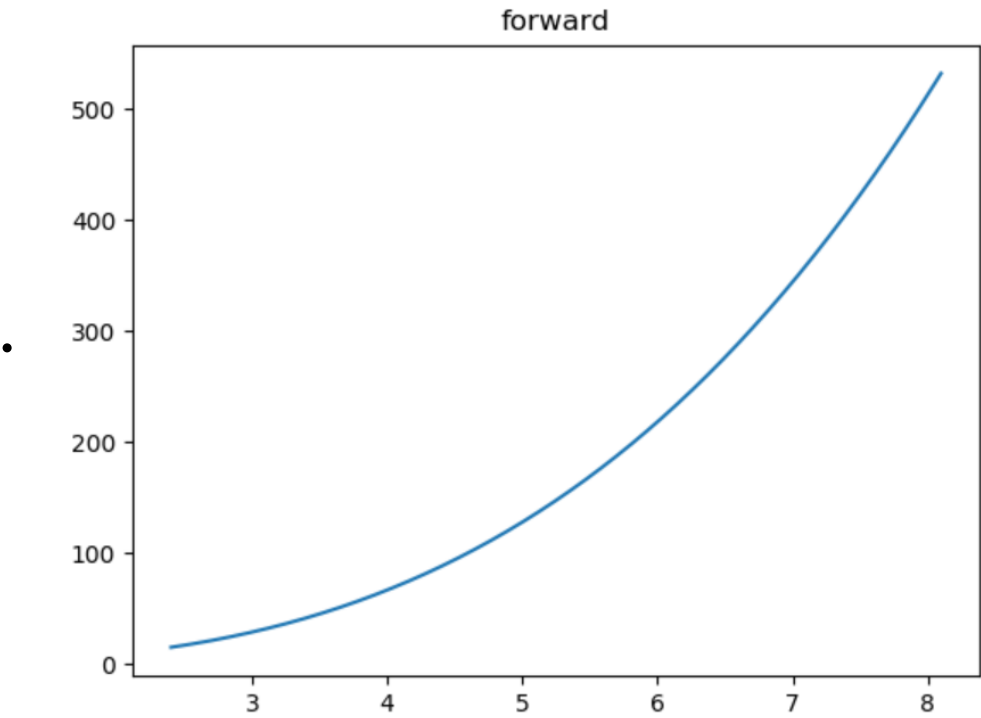
random 數據為5筆之圖形



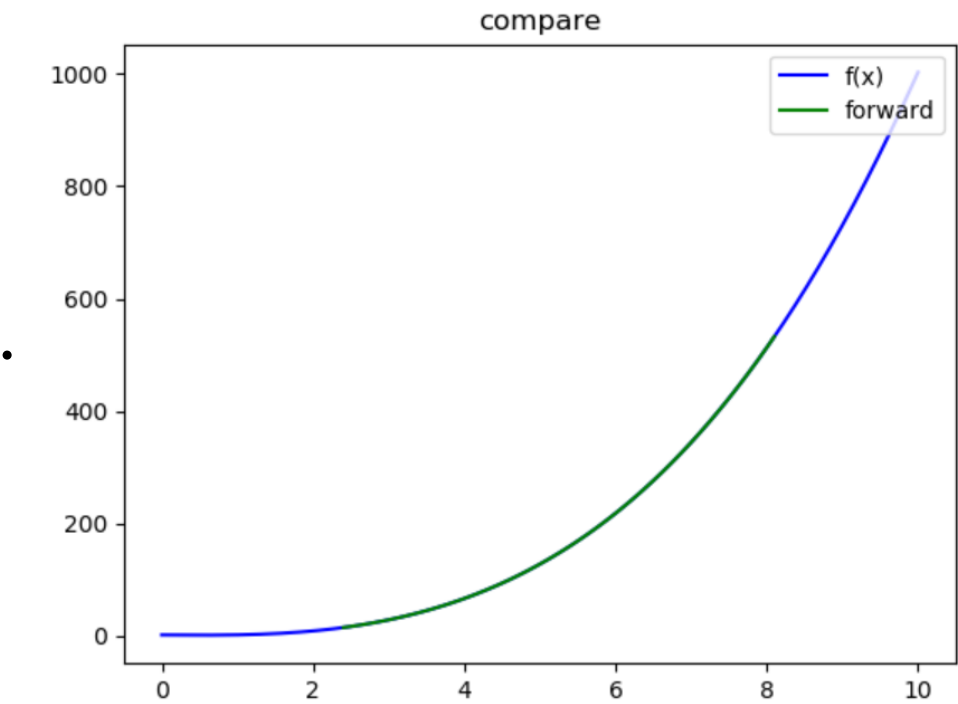
- 與原方程式的比較



random 數據為10筆之圖形

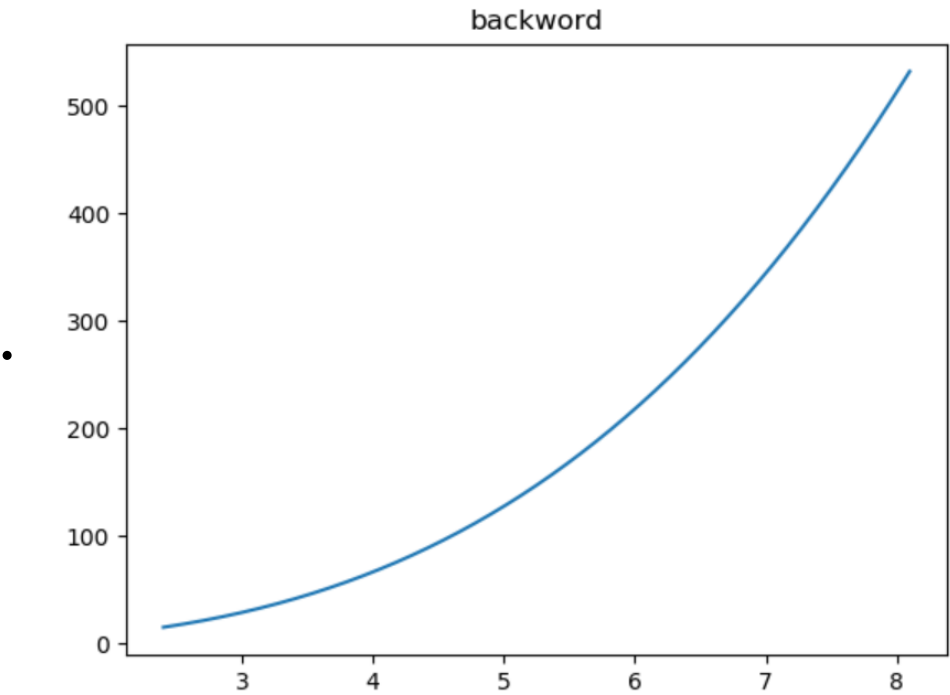


- 與原方程式的比較

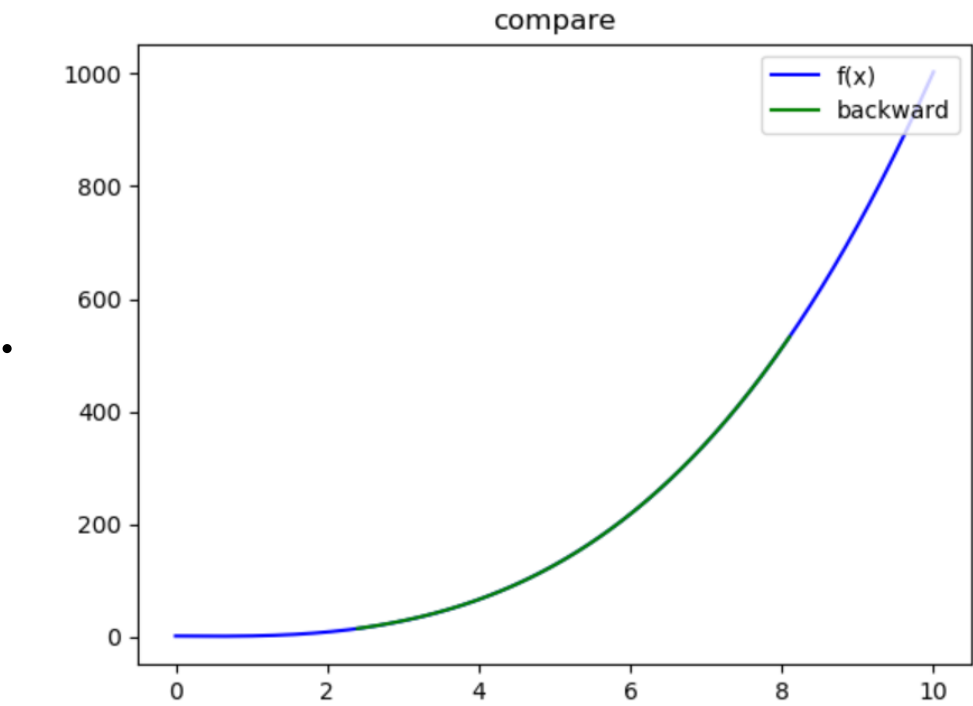


Gregory-Newton Backward Difference

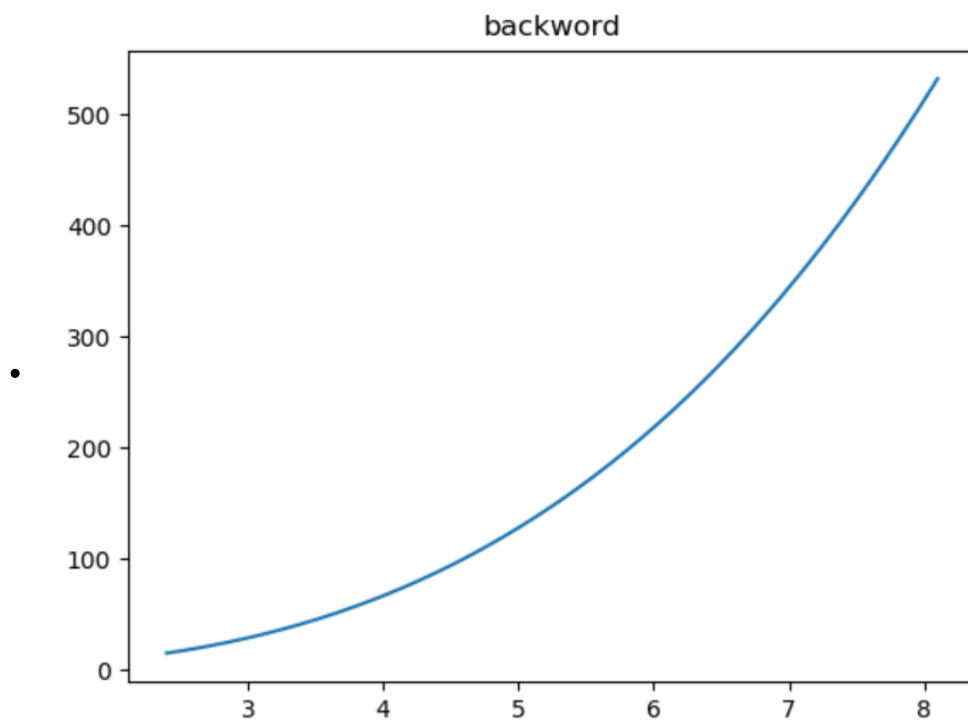
random 數據為5筆之圖形



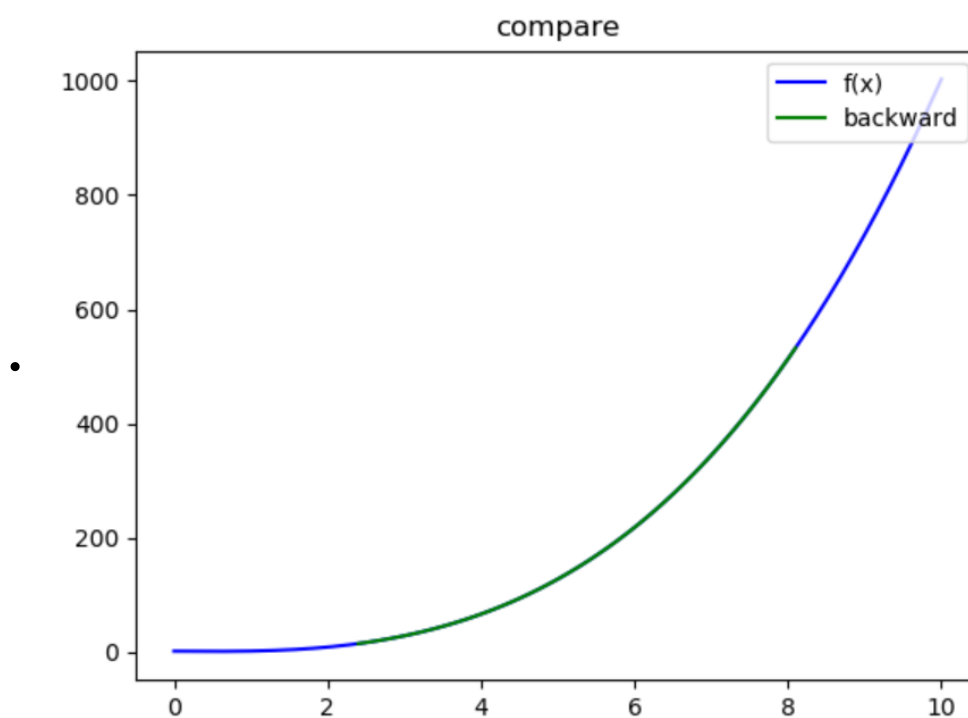
- 與原方程式的比較



random 數據為10筆之圖形



- 與原方程式的比較



分析

- 第三個自訂function也比較簡單，所需的各數也較第一個function還要來的少，也更加證明，如果方程式比較簡單，需要的實驗數據也比較少