

Reto 4 Aro saltarín

Amy Barrera, Alejandro Estupiñan, Johangel Gabriel Veliz Gómez *

*Universidad Industrial Santander
Cl. 9 27, Bucaramanga, Santander*

Versión 1 5 de marzo del 2025

Índice

0.1. Lista de materiales	2
1. Pregunta de investigación	2
2. Introducción	2
3. Estado del arte	3
4. Objetivos	3
4.1. Objetivo general	3
4.2. Objetivos específicos	3
5. Metodología	3
6. Referencias	4

Resumen

El concepto del aro saltarín explora la dinámica de un aro con una masa puntual adherida, que al rodar sobre una superficie plana, experimenta saltos espontáneos. Este fenómeno surge del desequilibrio de masas, inicialmente pensado por Littlewood para causar despegues a 90 grados de la masa respecto al contacto. Más adelante se añadió la noción de "movimientos de deslizamiento", donde la fricción se anula, permitiendo desplazamientos sin resistencia. Así mismo al incorporar la inercia del aro, se revela un sistema dinámico complejo con transiciones entre rodamiento y deslizamiento, y saltos autogenerados. También se toman en cuenta la masa añadida y condiciones iniciales y su afectación en el despegue. Este sistema, más que un simple juguete, es un ejemplo de dinámica no lineal, donde el desequilibrio de masas, los movimientos de deslizamiento y la inercia interactúan, generando comportamientos complejos. Las simulaciones modelan fricción y deformación, mostrando movimientos de periódicos a caóticos, importantes en robótica y física del caos.

* e-mail: autor@XXX.yyy.zz

0.1. Lista de materiales

- Aro
- Masas adicionales
- Cámara de alta velocidad
- Software de análisis
- Plano inclinado
- Sensores de posición

1. Pregunta de investigación

¿Cómo influyen la distribución de masa desequilibrada en un aro rodante y las características del suelo (como la inclinación o rugosidad) en la aparición de saltos durante su movimiento?

2. Introducción

El estudio del movimiento de cuerpos rígidos es fundamental en la física clásica debido a sus múltiples aplicaciones en ingeniería, robótica y dinámica de sistemas mecánicos. Un caso particularmente interesante es el comportamiento de un aro con una masa desbalanceada que, al rodar, puede presentar saltos cuando las condiciones físicas lo permiten. Este fenómeno se origina a partir de la interacción entre la fuerza centrífuga generada por la masa adicional, la fuerza normal ejercida por el suelo y la velocidad angular del aro. Comprender los factores que provocan este comportamiento es esencial para modelar sistemas rotativos en diversas disciplinas.

El presente experimento tiene como objetivo analizar cómo diferentes parámetros físicos influyen en la frecuencia y altura de los saltos del aro. Entre las variables consideradas se encuentran la magnitud y la posición de la masa desbalanceada, la velocidad angular, el radio del aro, el tipo de superficie y la inclinación del plano. Mediante el uso de principios fundamentales como la dinámica de cuerpos rígidos, la conservación de la energía y el análisis del torque, se busca comprender las condiciones necesarias para que el aro pierda contacto con el suelo y se produzca el salto.

Este estudio no solo proporciona una exploración detallada del fenómeno, sino que también tiene aplicaciones prácticas en la optimización de sistemas rotativos y el diseño de mecanismos que dependen del equilibrio dinámico. La investigación se basa en un enfoque cuantitativo, donde se recopilarán y analizarán datos experimentales para validar las relaciones teóricas entre las variables involucradas. Los resultados esperados contribuirán a una comprensión más profunda del comportamiento de sistemas desbalanceados y permitirán modelar con mayor precisión situaciones similares en aplicaciones industriales y científicas.

A lo largo de este documento, se presentará la metodología empleada para la realización del experimento, incluyendo el diseño del procedimiento, la recolección de datos y el análisis cuantitativo. Este enfoque permitirá evaluar de manera rigurosa la influencia de cada parámetro y ofrecerá una base sólida para futuras investigaciones en dinámica rotacional.

3. Estado del arte

El concepto del aro saltarín, comúnmente conocido en inglés como hopping hoop fue introducido por el matemático John E. Littlewood en su obra *Mathematician's Miscellany* (1953). Este problema plantea que un aro con una masa puntual adherida en su circunferencia podría, al rodar sobre una superficie plana, experimentar saltos espontáneos debido al desequilibrio generado por la masa añadida.

Inicialmente Littlewood sugirió que, debido al desequilibrio de masas, el aro podría despegarse del suelo en ciertos puntos de su recorrido, especialmente cuando la masa añadida alcanza una posición de 90 grados respecto al punto de contacto inicial. Luego de esto, en 1997, el físico y matemático japonés Tadashi Tokieda revisó el problema y señaló que el aro podría experimentar movimientos de deslizamiento, denominados "gliding motions", donde la fuerza normal y la fuerza de fricción se anulan, permitiendo que el aro se desplace sin resistencia friccional.

Estudios recientes: Investigaciones más recientes han proporcionado análisis exhaustivos del problema, incorporando la inercia del aro en sus modelos. Estos estudios revelaron que, al considerar la inercia, el sistema exhibe una variedad de comportamientos dinámicos, incluyendo transiciones entre rodamiento y deslizamiento, y la posibilidad de saltos autogenerados. Así como Henrik Sönnnerlind, en su blog para COMSOL (2023) donde analizó este problema utilizando simulaciones numéricas. Su estudio se centró en cómo la masa añadida al aro y las condiciones iniciales afectan la posibilidad de que el aro se despegue del suelo durante su movimiento.

4. Objetivos

4.1. Objetivo general

Analizar el fenómeno de los saltos en un aro rodante con una distribución de masa desequilibrada, identificando los parámetros clave que influyen en este comportamiento y estudiando cómo se modifica el movimiento al variar las condiciones del sistema, como la distribución de masa y el perfil del suelo.

4.2. Objetivos específicos

Ø Determinar la relación entre la distribución de masa desequilibrada en el aro y la aparición de saltos durante su movimiento rodante.

Ø Investigar cómo el perfil del suelo (plano horizontal, inclinado o irregular) afecta la dinámica del aro saltarín.

Ø Desarrollar un modelo teórico o computacional que permita predecir y reproducir el comportamiento del aro saltarín.

5. Metodología

Para generar los objetivos específicos, se llevarán a cabo diversas actividades. En primer lugar, tenemos un objetivo que se centra en la relación entre la distribución de masa y los saltos, se realizará una revisión bibliográfica exhaustiva sobre sistemas dinámicos con masas desequilibradas y fenómenos de salto. Posteriormente, se construirá un modelo físico del aro saltarín con diferentes configuraciones de masa, como agregar masas en posiciones variables. Finalmente, se medirá experimentalmente la frecuencia y amplitud de los saltos para cada

configuración. En cuanto al segundo objetivo, que aborda el efecto del perfil del suelo, se diseñarán experimentos en superficies con diferentes perfiles, como plano horizontal, inclinado y rugoso. Se analizará cómo cambia la dinámica del aro en cada caso, registrando datos como la velocidad, la altura de los saltos y la estabilidad del movimiento. Para el último objetivo específico, que consiste en desarrollar un modelo teórico o computacional, se formulará un modelo matemático basado en las leyes de la mecánica clásica, como energía, momento angular y fuerzas de contacto. Además, se implementarán simulaciones computacionales para validar el modelo teórico y comparar los resultados con los datos experimentales.

Para lograr estos objetivos, se llevarán a cabo varias acciones. En la fase de experimentación, se construirán prototipos del aro saltarín con masas ajustables y se realizarán pruebas en diferentes superficies y condiciones iniciales. Se utilizarán herramientas como cámaras de alta velocidad y sensores para capturar datos precisos. En la etapa de modelado y simulación, se formularán ecuaciones diferenciales que describan el movimiento del aro y se utilizará software como MATLAB, Python o simuladores de dinámica para resolver numéricamente las ecuaciones. Finalmente, en el análisis de datos, se compararán los resultados experimentales con los teóricos, identificando patrones y relaciones entre los parámetros del sistema, como masa, velocidad e inclinación del suelo, y los saltos.

Los resultados esperados incluyen una descripción clara de cómo la distribución de masa afecta los saltos del aro, un conjunto de datos experimentales que muestren cómo el perfil del suelo influye en la dinámica del sistema, y un modelo teórico y computacional validado que permita predecir el comportamiento del aro saltarín en diferentes condiciones. La justificación de este trabajo radica en que estos resultados permitirán comprender mejor el fenómeno físico detrás de los saltos en sistemas con masas desequilibradas, lo cual tiene aplicaciones en ingeniería, robótica y diseño de sistemas mecánicos. Además, el modelo desarrollado podrá ser utilizado para optimizar el diseño de sistemas similares en el futuro.

6. Referencias

<https://www.comsol.com/blogs/the-physics-of-a-hopping-hoop?utm>
<https://www.youtube.com/watch?v=GFxJWxPqGvQ>
https://royalsocietypublishing.org/doi/full/10.1098/rspa.2019.0440?utm_source
<https://www.mathworks.com/help/matlab/>