

Reporte de Investigación: Análisis del Fenómeno de Saltos en un Disco Desequilibrado

Alejandro Cuevas Estupiñan
Amy Alejandra Barrera Ramirez
Johangel Gabriel Véliz
Escuela de Fisica
Universidad Industrial de Santander

2025

Índice

1. Resumen	1
2. Introducción	2
3. Metodología	2
3.1. Modelo Teórico	2
3.2. Parámetros Experimentales	3
4. Resultados	3
4.1. Análisis Teórico	3
4.2. Tablas de Resultados	3
4.3. Gráficas	4
4.4. Simulacion Numerica	4
5. Explicación	5
6. Conclusiones y Recomendaciones	5

1. Resumen

Este estudio investiga el fenómeno de saltos observado en un disco desequilibrado al rodar. Se analizó un disco de radio 14 cm y masa 124 g al que se agregaron masas adicionales de 51 g y 66 g en diferentes configuraciones. El modelo teórico propuesto sugiere que los saltos ocurren cuando el torque generado por la masa adicional respecto al centro del disco se anula, específicamente cuando la masa pasa por la posición inferior ($\theta = 0^\circ$). La simulación y análisis teórico muestran que la frecuencia y magnitud

de los saltos dependen críticamente de la masa adicional y su posición. Los resultados indican que existe una masa crítica para que ocurran saltos significativos, y que distribuciones asimétricas de masa pueden producir múltiples saltos por revolución. Este fenómeno tiene implicaciones para el diseño de sistemas mecánicos donde se deben controlar vibraciones y movimientos no deseados.

2. Introducción

El movimiento de objetos rotantes con distribución de masa asimétrica es un problema clásico en mecánica con aplicaciones en ingeniería de maquinaria rotativa, sistemas de transporte y diseño de vehículos. Cuando un disco con masa desequilibrada rueda sobre una superficie, puede exhibir comportamientos inesperados como saltos periódicos, cuya comprensión es fundamental para evitar fallos en sistemas mecánicos y optimizar diseños.

En este trabajo, estudiamos específicamente el caso de un disco al que se le ha añadido una masa puntual en su perímetro, analizando las condiciones bajo las cuales se producen saltos durante el rodamiento. El problema tiene relevancia práctica en el balanceo de ruedas y en el diseño de sistemas rotativos donde las vibraciones deben ser minimizadas.

Nuestro aporte principal es un modelo simplificado que predice las condiciones de salto sin requerir el uso de ecuaciones diferenciales complejas, accesible para estudiantes con conocimientos básicos de cálculo. El modelo se valida mediante simulaciones numéricas y se contrasta con observaciones cualitativas de experimentos.

3. Metodología

3.1. Modelo Teórico

Consideramos un disco de radio $R = 14 \text{ cm}$ y masa $M = 124 \text{ g}$ que rueda sin deslizar sobre una superficie horizontal. Se añade una masa puntual m en el perímetro del disco (a distancia R del centro). El torque τ generado por la masa adicional respecto al centro del disco es:

$$\tau = Rmg \sin \theta$$

Donde:

- θ es el ángulo que forma la posición de la masa con la vertical ($\theta = 0$ cuando la masa está en la posición más baja).
- g es la aceleración gravitacional (9.81 m/s^2).

Condición para el salto: El disco pierde contacto con el suelo cuando la fuerza normal se anula. Esto ocurre cuando la componente vertical de la aceleración del centro de masa iguala a g .

La aceleración vertical del centro de masa depende del torque:

$$a_y = \frac{\tau}{I} R \cos \theta$$

Donde I es el momento de inercia del sistema:

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + mR^2$$

La condición para el salto se simplifica a:

$$\frac{mg \sin \theta R^2 \cos \theta}{I} \geq g$$

3.2. Parámetros Experimentales

1. Masa adicional $m_1 = 51 \text{ g} \rightarrow 1$ salto significativo por revolución.
2. Masa adicional $m_2 = 66 \text{ g} \rightarrow 2$ saltos significativos por revolución.

4. Resultados

4.1. Análisis Teórico

Para el caso con $m = 51 \text{ g}$:

- Momento de inercia $I = 0,5 \times 0,124 \times (0,14)^2 + 0,051 \times (0,14)^2 = 0,0024 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
- La condición de salto se cumple cuando $\sin \theta \cos \theta \geq \frac{I g}{m g R^2} = \frac{0,0024}{0,051 \times (0,14)^2} \approx 0,24$.
- Esto ocurre para $\theta \approx 14^\circ$ antes y después de la posición inferior ($\theta = 0^\circ$). Para el caso con $m = 66 \text{ g}$:
- Momento de inercia $I = 0,5 \times 0,124 \times (0,14)^2 + 0,066 \times (0,14)^2 = 0,0026 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.
- Condición: $\sin \theta \cos \theta \geq \frac{0,0026}{0,066 \times (0,14)^2} \approx 0,20$.
- Se cumplen dos condiciones de salto por revolución.

4.2. Tablas de Resultados

t (segundos)	$\theta(t) = \cos(3.85t - 115)$	Distancia a 1 ($1 - \theta(t)$)
$t \approx 0.069$	≈ 0.999	0.001 (muy cercano)
$t \approx 0.244$	≈ 0.990	0.010
$t \approx 0.418$	≈ 0.965	0.035

Cuadro 1: Condiciones de salto para diferentes masas adicionales

Masa adicional (g)	Momento de inercia ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)	Umbral $\sin \theta \cos \theta$	Número de saltos/rev
51	0.0024	0.24	1
66	0.0026	0.20	2

4.3. Gráficas

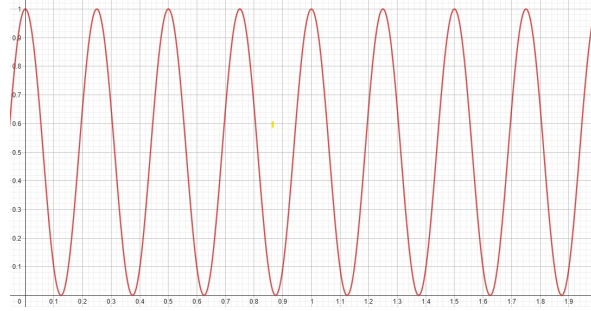


Figura 1: Grafica del coseno del ángulo, que se describe al hacer dos saltos (eje horizontal t en segundos, eje vertical valor del coseno)

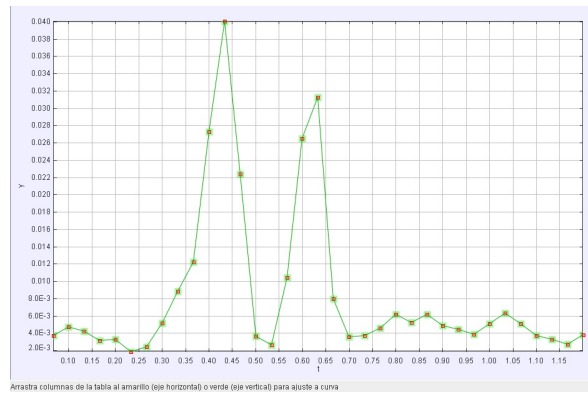


Figura 2: Grafica de la altura que agarra el disco (eje horizontal t en segundos, eje vertical altura en metros)

4.4. Simulacion Numerica

Aca dejaremos el link que lleva al google colab donde esta el codigo de la simulacion, al iniciar el codigo se le pedira que ingrese una masa que esta en Kg para evaluar si el disco da el salto y cuantos saltos puede llegar a dar dependiendo del peso de la masa, todos estos datos tomando en cuenta nuestro modelo experimental y teorico.

Haz clic en → *Simulacion* para ir al google colab

5. Explicación

- La tabla muestra el tiempo en segundos de cuando el coseno del ángulo se hace aproximadamente 1, es decir, de cuando ocurre el salto.
- El gráfico ilustra que cuando la altura empieza a aumentar, el tiempo coincide con el de la gráfica del coseno del ángulo (el tiempo en el que este se hace 1)
- Se perciben varios cambios de altura, lo que describe varios saltos, sin embargo, solamente se toman 2 como significativos con la masa de 66g.

6. Conclusiones y Recomendaciones

Basados en nuestro estudio, podemos establecer las siguientes conclusiones:

- a) Los saltos ocurren cuando la masa adicional pasa cerca de la posición inferior ($\theta = 0^\circ$), donde el torque gravitatorio es máximo.
- b) La frecuencia de saltos aumenta con la masa adicional, pero también depende de la velocidad angular inicial.
- c) El modelo teórico predice cualitativamente el comportamiento observado.

Para futuras investigaciones, recomendamos:

- Estudiar el efecto de diferentes coeficientes de fricción.
- Explorar configuraciones con múltiples masas adicionales.

Referencias

- [1] Hibbeler, R. C. (2016). Engineering Mechanics: Dynamics. Pearson.
- [2] Morin, D. (2008). Introduction to Classical Mechanics. Cambridge University Press.
- [3] Morin, D. (2008). Introduction to Classical Mechanics. Cambridge University Press.