

PROBLEMAS DE FÍSICA ELEMENTAR (FÍSICA GERAL)

CATUMBELA, E.
PALMA, LECÁRCIO.
DOS SANTOS MANUEL, P.



FAÍSCA



EDITORA FONTE DO SABER

PROBLEMAS DE FÍSICA ELEMENTAR (FÍSICA GERAL)

1ª EDIÇÃO

Apostila de Física publicado em Luanda, Angola (Outubro de 2016)

Sob orientação do Eng.º Edson J. Catumbela & Eng.º Lecárcio Palma

joedson24@hotmail.com & lecarciopalma@2014gmail.com

Editora,

Fonte do Saber, Futungo



Apostila, revisada pelo:

Geofísico, Manuel Paulo dos Santos

EDSON CATUMBELA
&
LECÁRCIO PALMA

Editora,

Fonte do Saber, Futungo

ÍNDICE

CAPÍTULO I: MECÂNICA	6
1.1 - Cinemática.....	6
1.2 - Dinâmica	32
1.3 - Movimento de Rotação dos Corpos Rígidos	56
1.4 - Mecânica de líquidos & gases.....	62
CAPÍTULO II: FÍSICA MOLECULAR & TERMODINÂMICA	70
2.1 - Temperatura & Calor	70
2.2 - Gases Perfeitos & Teórica Cinética Molecular	77
2.3 - Leis da Termodinâmica	82
CAPÍTULO III: ELETRICIDADE & MAGNETISMO	85
3.1 - Eletrostática	85
3.2 - Eletrodinâmica	92
3.3 - Eletromagnetismo.....	98
CAPÍTULO IV: OSCILAÇÕES & ONDAS	104
4.1 - Oscilações Harmônicas.....	104
4.2 - Ondas mecânicas	105
4.3 - Ondas Eletromagnéticas	106
CAPÍTULO V: ÓTICA & LUZ	111
5.1 - Ótica Geométrica	111
5.2 - Fotometria	112
RESPOSTAS DOS EXERCÍCIOS COM OPÇÕES DE RESPOSTA	117

PREFÁCIO

1.1 - Cinemática

As grandezas físicas representam-se por um símbolo e experimentam-se por um número seguido de uma unidade. As unidades de base são definidas a partir de experiências rigorosas e de leis fundamentais da física. A partir de um conjunto de unidades de base definem-se as unidades derivadas, formando um sistema coerente. Por convenção, adotou-se o *Sistema Internacional de Unidades (SI)*.

O físico conhece quatro grandezas fundamentais independentes: comprimento, tempo, massa e carga elétrica. No sistema Internacional de Unidades (S.I), ou seja, sistema MKSC: metro-quilograma-segundo-Coulomb.

Tabela 1. Algumas Constantes Fundamentais

Grandeza	Símbolo	Valor aproximado
Velocidade da Luz no vácuo	c	$3,0 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
Constante de gravitação	G	$6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{kg}^2$
Aceleração da gravidade	g	$9,81 \text{ m/s}^2$
Número de Avogadro	N_A	$6,02 \cdot 10^{23} \text{ 1/mol}$
Constante universal dos gases	R	$8,31 \text{ J/(mol} \cdot \text{K)}$
Constante de Boltzmann	k	$1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$
Constante elétrica	ϵ_0	$8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$
Constante magnética	μ_0	$4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$
Carga do elétron	e	$1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Massa do elétron em repouso	m_e	$9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
Massa do próton em repouso	m_p	$1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

Tabela 2. Prefixos das Potências de dez

Fator	Prefixos	Símbolos
10^{-18}	atto -	a
10^{-15}	fento -	f
10^{-12}	pico -	p
10^{-9}	nano -	n
10^{-6}	micro -	μ
10^{-3}	mili -	m
10^{-2}	centi -	c
10^{-1}	deci -	d
$10^0 = 1$	Unidade fundamental	
10^1	deca -	$D (da)$
10^2	hecto -	$H (h)$
10^3	quilo -	$K (k)$
10^6	mega -	M
10^9	giga -	G
10^{12}	tera -	T
10^{15}	penta -	P
10^{18}	exa -	E

Tabela 3. Algumas Dados Astronômicos

Corpo Celeste	Massa (kg)	Raio ^(a) (m)	Raio Orbital ^(b) (m)	Período Orbital ^(c)	Período de Rotação
<i>Sol</i>	$1,99.10^{30}$	$6,96.10^8$			$37\text{ d}/26\text{ d}^{(d)}$
<i>Mercúrio</i>	$3,30.10^{23}$	$2,44.10^6$	$5,79.10^{11}$	$88,0\text{ d}$	$58,7\text{ d}$
<i>Vénus</i>	$4,87.10^{24}$	$6,05.10^6$	$1,08.10^{11}$	$224,7\text{ d}$	243 d
<i>Terra</i>	$5,97.10^{24}$	$6,38.10^6$	$1,50.10^{11}$	$365,3\text{ d}$	$23\text{h } 56\text{ min}$
<i>Lua</i>	$7,35.10^{22}$	$1,74.10^6$	$3,84.10^8$	$27,3\text{ d}$	$27,3\text{ d}$
<i>Marte</i>	$6,42.10^{23}$	$3,40.10^6$	$2,28.10^{11}$	$687,0\text{ d}$	$1,03\text{ d}$
<i>Júpiter</i>	$1,90.10^{27}$	$6,91.10^7$	$7,78.10^{11}$	$11,86\text{ anos}$	$0,409\text{ d}$
<i>Saturno</i>	$5,68.10^{26}$	$6,03.10^7$	$1,43.10^{12}$	$29,45\text{ anos}$	$0,426\text{ d}$
<i>Úrano</i>	$8,68.10^{25}$	$2,56.10^7$	$2,87.10^{12}$	$84,02\text{ anos}$	$0,451\text{ d}$
<i>Neptuno</i>	$1,02.10^{26}$	$2,48.10^7$	$4,50.10^{12}$	$164,8\text{ anos}$	$0,658\text{ d}$
<i>Plutão</i>	$1,31.10^{22}$	$1,15.10^7$	$5,91.10^{12}$	$247,9\text{ anos}$	$6,39\text{ d}$

^(a) O "Raio" é o valor do raio equatorial do corpo celeste.

^(b) O "Raio Orbital" é a distância média ao Sol, no caso dos planetas, e a distância da Terra, no caso da Lua.

^(c) O "Período orbital" refere-se ao período de translação em torno do Sol, no caso dos planetas, e ao período de translação em torno da Terra, no caso da Lua.

^(d) Sendo constituído por uma massa de gás ionizado (plasma), o Sol não é um corpo rígido, tem um movimento de rotação nos polos diferente do movimento de rotação no equador. O período de rotação nos polos é de 37 dias enquanto que no equador é de 26 dias.

Indicações metódicas sobre como resolver os problemas...

1ª ETAPA: LER O PROBLEMA: é preciso saber ler, quer dizer, ser capaz de imaginar o cenário que o enunciado descreve. Nem sempre entendemos tudo o que está escrito, mas podemos estar atentos aos detalhes para "visualizar" corretamente o que se está dizendo.

2ª ETAPA: FAZER UM ESQUEMA: fazer um esquema ou desenho simples da situação ajuda a visualizá-lo e a resolvê-lo. Procure indicar em seus esquemas informações básicas como o sentido e os valores envolvidos.

3ª ETAPA: MONTE AS EQUAÇÕES E FAÇA AS CONTAS: uma equação só faz sentido se você sabe o que ela significa. Por exemplo, sabemos que é possível resolver a nossa questão porque há a conservação da quantidade do movimento total de um sistema. Quer dizer, a soma das quantidades de movimento antes e depois do choque deverá ter o mesmo valor. Com isso, você consegue montar as contas.

4ª ETAPA: INTERPRETE OS VALORES. (A ETAPA MAIS IMPORTANTE!): muito bem, você achou um número! Mas ainda não resolveu o problema. Não queremos saber somente o número, mas também o que aconteceu. O número deve nos dizer isso. Olhando para ele você deve ser capaz de chegar a alguma conclusão.

DESCONFIE DOS NÚMEROS! Existe uma coisa que se chama erro nas contas, que pode nos levar a resultados errados. Pense bem no que o número está lhe dizendo e avalie se é uma coisa razoável. Se achar que há um erro, confira suas contas e o seu raciocínio. Se o número insistir em lhe dizer coisas absurdas, considere a possibilidade de que aquilo que você esperava não seja realmente o que acontece na prática.

Cinemática escalar...

Ponto material: é um corpo desprezável em relação ao sistema.

Corpo extenso: são corpos cujas dimensões não podem ser desprezáveis em relação ao sistema.

Trajetória: é o somatório das sucessivas posições que um corpo ocupa ao longo do seu percurso ou é uma linha imaginária descrita por um corpo em movimento.

Espaço inicial: é a posição que o corpo ocupa no início da contagem dos tempos, normalmente, quando tempo inicial é igual a zero ($t_0 = 0$).

Referencial: um corpo está em movimento em relação a um determinado referencial quando sua posição, neste referencial, varia no decurso do tempo.

A velocidade e aceleração escalar média do movimento retilíneo determinam-se pelas fórmulas gerais:

$$\left| \bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \right| \left(\frac{1 \text{ m}}{\text{s}} = \frac{3,6 \text{ km}}{\text{h}} \right) \quad e \quad \left| \bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \right| \left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right)$$

A velocidade e aceleração instantânea determinam-se pelas fórmulas:

$$\left| v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \right| (1.1) \quad e \quad \left| a = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d^2 x}{dt^2} \right| (1.2)$$

Sabendo que a velocidade e aceleração são funções do tempo, ou seja, $v = f(t)$ e $a = f(t)$; pelas equações (1.1) e (1.2), obtêm-se as *funções horárias das posições do corpo em função do tempo no movimento retilíneo e uniforme (M.R.U)* e *das velocidades do corpo para o movimento retilíneo variado (M.R.V)*.

$$v = \frac{dx}{dt} \Rightarrow dx = v dt \quad e \quad a = \frac{dv}{dt} \Rightarrow dv = a dt$$

Integrando ambos os membros das igualdades acima, tem-se:

$$\int_{x_0}^x dx = \int_{t_0}^t v dt \Rightarrow x - x_0 = \int_{t_0}^t v dt \quad (1.3)$$

$$\Rightarrow \boxed{x = x_0 + vt} \quad (1.4)$$

$$\int_{v_0}^v dv = \int_{t_0}^t a dt \Rightarrow v - v_0 = a(t - t_0)$$

$$\Rightarrow \boxed{v = v_0 + at} \quad (1.5)$$

A partir das equações (1.3), e (1.5) obtém-se a função horária das posições no M.R.V

$$x - x_0 = \int_{t_0}^t v dt = \int_{t_0}^t (v_0 + at) dt = v_0 \int_{t_0}^t dt + a \int_{t_0}^t t dt = v_0(t - t_0) + \frac{a}{2}(t^2 - t_0^2)$$

$$\Rightarrow \boxed{x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} \cdot t^2} \quad (1.6)$$

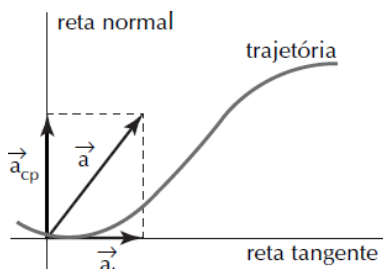
Observação: caso se elimine o parâmetro t entre as equações (1.5) e (1.6), obtém-se uma expressão que relaciona a velocidade e o deslocamento, conhecida como equação de Torricelli.

$$\begin{cases} v = v_0 + at \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t = \frac{v - v_0}{a} \\ x = x_0 + v_0 t + \frac{a}{2} \cdot t^2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{v^2 = v_0^2 + 2a \cdot \Delta x} \quad (1.7)$$

Movimento Retilíneo e Uniforme (M.R.U): é aquela que tem velocidade constante ($v = cste$) e não possui aceleração ($a = 0$); por isso é representado por uma função linear. O seu movimento é progressivo quando $v > 0$ e retrógrado quando $v < 0$. Num gráfico $x = f(t)$, a velocidade é numericamente igual a inclinação da reta; se a velocidade for em função do tempo, $v = f(t)$, a distância total entre dois instantes é numericamente igual à área compreendida com a reta $v = f(t) = cste$.

Movimento Retilíneo Variado (M.R.V): é o movimento que tem uma velocidade variável e passa a existir uma aceleração. Onde este movimento será representado por uma função quadrática. O seu movimento é acelerado quando $a > 0$ e retardado quando $a < 0$. A partir dos gráficos $x = f(t)$, $v = f(t)$ destacam -se, respetivamente, a velocidade tangente a trajetória e distância total percorrido numericamente igual a área compreendida.

Movimento circular...



Aceleração centrípeta ou normal (\vec{a}_c ou \vec{a}_n): indica a variação da velocidade em função do tempo.

Aceleração tangencial (\vec{a}_t): indica a variação do módulo da velocidade ao longo do tempo.

Aceleração, a , é o vetor resultante das suas componentes normal e tangencial.

$$\vec{a} = \vec{a}_n + \vec{a}_t \Rightarrow \boxed{a^2 = a_n^2 + a_t^2} \quad (1.8). \text{ As suas componentes estão}$$

definidas pelas relações:

$$\left| \vec{a}_n = \frac{v^2}{R} \right| \quad (1.9) \quad \text{e} \quad \left| a_t = \frac{d(\|v\|)}{dt} \right| \quad (1.10)$$

Onde R é o raio de curvatura e $\|v\|$ é a norma do vetor velocidade.

Período (T): é o intervalo de tempo no qual o movimento se repete.

Frequência (f): é o número de vezes que o movimento se repete em intervalo de tempos iguais.

$$\left| f = \frac{n}{\Delta t} = \frac{1}{T} \right| \quad (1.11)$$

onde n é o número de voltas, rotações ou revoluções. A frequência no S.I é dado em Hertz ($1 \text{ Hz} = \text{s}^{-1} = 60 \text{ rpm}$), é muito frequente unidades como: rotações por minuto (rpm) e/ou por segundo (rps).

Consideremos uma partícula em trajetória circular de raio R e centro C , orientado no sentido anti-horário, por exemplo. O espaço, $\Delta x = l$, percorrido pela partícula em dois instantes quaisquer, é definido pela relação: $\boxed{l = x = \varphi \cdot R}$ Onde, espaço angular, φ , é dado em radianos (rad) e l o comprimento do arco.

A velocidade angular e aceleração angular média do movimento circular determinam-se pelas fórmulas gerais:

$$\left| \bar{\omega} = \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} \right| \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) \quad \text{e} \quad \left| \bar{\alpha} = \frac{\Delta \omega}{\Delta t} \right| \left(\frac{\text{rad}}{\text{s}^2} \right)$$

A velocidade e aceleração instantânea determinam-se pelas fórmulas:

$$\left| \omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \varphi}{\Delta t} = \frac{d\varphi}{dt} \right| \quad (1.12) \quad \text{e} \quad \left| \alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) = \frac{d^2 \varphi}{dt^2} \right| \quad (1.13)$$

Relações importantes no movimento circular uniforme (M.C.U) e/ou variado (M.C.V):

M.C.U	M.C.V
$ \varphi = \varphi_0 + \omega t \quad (1.14)$	$ \varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\alpha}{2} \cdot t^2 \quad (1.19)$
$ v = 2\pi R f \quad (1.15)$	$ \omega = \omega_0 + \alpha t \quad (1.20)$
$ \omega = 2\pi f \quad (1.16)$	$ \omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha \cdot \Delta\varphi \quad (1.21)$
$ v = \omega R \quad (1.17)$	$ \varphi = 2\pi \cdot n \quad (1.22)$
$ a_c = \omega^2 R = v \cdot \omega \quad (1.18)$	$ a = \alpha R \quad (1.23)$

Cinemática vetorial...

Equação paramétrica do movimento: como a partícula se encontra em movimento, o vetor posição é função do tempo, assim:

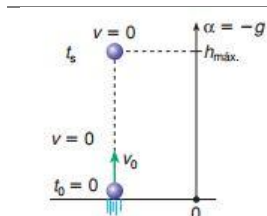
$$\begin{cases} x = x(t) \\ y = y(t) \\ z = z(t) \end{cases}$$

Resolvendo o sistema acima eliminando o parâmetro t , obtém-se a equação da trajetória.

	Definição:	Norma:
Vetor posição (\vec{r})	$\vec{r} = x\vec{e}_x + y\vec{e}_y + z\vec{e}_z$	$\ \vec{r}\ = \sqrt{(x_{\vec{e}_x})^2 + (y_{\vec{e}_y})^2 + (z_{\vec{e}_z})^2}$
Vetor deslocamento ($\Delta\vec{r}$)	$\Delta\vec{r} = \Delta x\vec{e}_x + \Delta y\vec{e}_y + \Delta z\vec{e}_z$	$\ \Delta\vec{r}\ = \sqrt{(\Delta x_{\vec{e}_x})^2 + (\Delta y_{\vec{e}_y})^2 + (\Delta z_{\vec{e}_z})^2}$
Vetor velocidade (\vec{v})	$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = v_{\vec{e}_x} + v_{\vec{e}_y} + v_{\vec{e}_z}$	$\ \vec{v}\ = \sqrt{(v_{\vec{e}_x})^2 + (v_{\vec{e}_y})^2 + (v_{\vec{e}_z})^2}$
Vetor aceleração (\vec{a})	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_{\vec{e}_x} + a_{\vec{e}_y} + a_{\vec{e}_z}$	$\ \vec{a}\ = \sqrt{(a_{\vec{e}_x})^2 + (a_{\vec{e}_y})^2 + (a_{\vec{e}_z})^2}$

Quando lançamos um corpo verticalmente para cima notamos que ele sobe até uma certa altura e depois cai porque é atraído pela Terra; o mesmo acontece quando largamos um corpo de uma determinada altura. Os corpos são atraídos pela Terra porque em torno dela há uma região chamada campo gravitacional exercendo atração sobre eles.

Lançamento vertical para cima



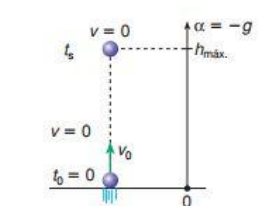
Função horária do movimento: $|y = v_0 t - \frac{1}{2} \cdot g t^2| \quad (1.24)$

Tempo de voo: ($y = 0$) $|t_v = \frac{2v_0}{g}| \quad (1.25)$

Velocidade instantânea: $|v = v_0 - g t| \quad (1.26)$

Altura máxima: $y(t_s) = h_{max}$ $|h_{max} = \frac{v_0^2}{2g}| \quad (1.27)$

Queda livre



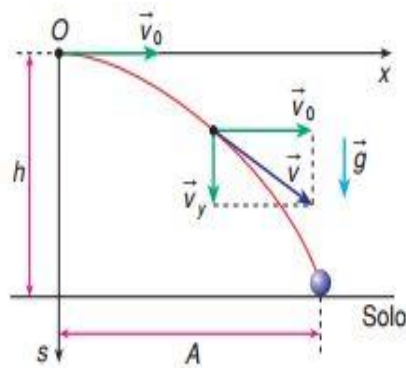
Função horária do movimento: $|y = h_0 - \frac{1}{2} \cdot g t^2| \quad (1.28)$

Tempo de queda: $|t_v = \sqrt{\frac{2h_0}{g}}| \quad (1.29)$

Velocidade instantânea: $|v = g t| \quad (1.30)$

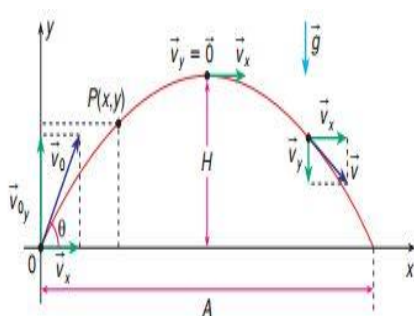
Os lançamentos horizontais e oblíquos no vácuo, nas proximidades da superfície terrestre, podem ser considerados como sendo a composição de dois movimentos:

Lançamento horizontal



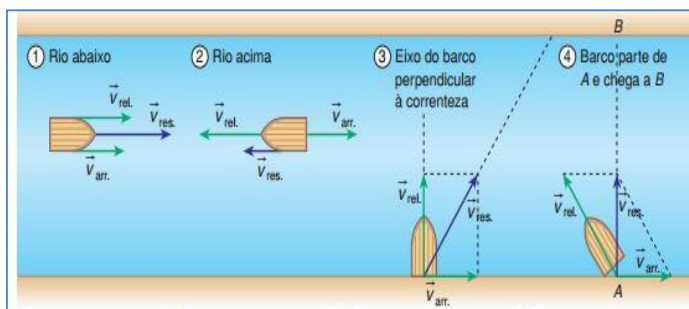
Funções do movimento:	$\begin{cases} y = h_0 - \frac{1}{2} \cdot g t^2 \\ x = v_0 \cdot t \end{cases} \quad (1.31)$
Equação da trajetória:	$\left y = h_0 - \frac{g x^2}{2 v_0^2} \right \quad (1.32)$
Velocidade instantânea:	$\left v = \sqrt{v_0^2 + (g t)^2} \right \quad (1.33)$
Tempo de queda:	$\left t_v = \sqrt{\frac{2 h_0}{g}} \right \quad (1.35)$
Alcance máximo: ($A = l$)	$\left l = v_0 \cdot \sqrt{\frac{2 h_0}{g}} \right \quad (1.35)$
Relações das componentes da aceleração:	$\left a_t = \frac{v_y}{v} \cdot g \text{ e } a_n = \frac{v_x}{v} \cdot g \right \quad (1.36)$

Lançamento oblíquo



Funções do movimento:	$\begin{cases} y = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g t^2 \\ x = v_0 \cos \theta \cdot t \end{cases} \quad (1.37)$
Equação da trajetória:	$\left y = x \operatorname{tg} \theta - \frac{g x^2}{2 v_0^2 \cos^2 \theta} \right \quad (1.38)$
Velocidade instantânea:	$\left v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \right \quad (1.39)$
Componentes da velocidade:	$\begin{cases} v_y = \frac{dy}{dt} = v_0 \sin \theta - g t \\ v_x = \frac{dx}{dt} = v_0 \cos \theta \end{cases} \quad (1.39)$
Tempo de voo:	$\left t_v = \frac{2 v_0 \sin \theta}{g} \right \quad (1.40)$
Altura máxima:	$\left h_{\max} = \frac{v_0^2 \sin^2 \theta}{2 g} \right \quad (1.41)$
Alcance máximo: ($A = l$)	$\left l = \frac{v_0^2 \sin 2 \theta}{g} \right \quad (1.42)$

Relatividade do movimento ou movimento relativo...



Em muitos casos, um corpo está sujeito a diferentes agentes, que nele produzem velocidade e/ou aceleração diferentes. O movimento resultante é obtido pela combinação das respectivas velocidades e acelerações, de acordo com a regra da soma de vetores. Suponhamos, por exemplo, um barco que se move relativamente á água:

$$(1) |\vec{v}_{res}| = |\vec{v}_{rel}| + |\vec{v}_{arr}| \quad (2) |\vec{v}_{res}| = |\vec{v}_{rel}| - |\vec{v}_{arr}| \quad (3) |\vec{v}_{res}|^2 = |\vec{v}_{rel}|^2 + |\vec{v}_{arr}|^2 \quad (4) |\vec{v}_{rel}|^2 = |\vec{v}_{res}|^2 + |\vec{v}_{arr}|^2$$



0.1 Dois vetores, cujos módulos são de 6 e 9 unidades de comprimento, formam um ângulo de: **a)** 0° , **b)** 60° , **c)** 90° , **d)*** 150° e **e)*** 180° . Determine o módulo da soma desses vetores e a direção do vetor resultante com relação ao vetor menor.

R: a) $15 u$ e 0° . b) $13,1 u$ e $36^\circ 35'$. c) $10,8 u$ e $56^\circ 6'$ d) $4,9 u$ e $112^\circ 18'$ e) $3 u$ e 180°

0.2* Dois vetores formam um ângulo de 110° . Um dos vetores é de 20 unidades de comprimento e faz um ângulo de 40° com o vetor resultante da soma dos dois. Determine o módulo do segundo vetor e o vetor soma.

R: $13,7 u$ e $20 u$

0.3* A resultante de dois vetores é de 30 unidades de comprimento e forma, com eles, ângulos de 25° e 50° . Determine os módulos dos dois vetores.

R: $13,1 u$ e $23,8 u$

0.4** Três vetores de um mesmo plano, têm, respectivamente 6, 5 e 4 unidades de comprimento. O primeiro e o segundo formam um ângulo de 50° , enquanto que o segundo e o terceiro formam um ângulo de 75° . Determine o módulo e a direção da resultante relativamente ao maior vetor.

R: $9,92 u$ e $45^\circ 45'$

0.5** São dados quatro vetores co-planares, de 8, 12, 10 e 6 unidades de comprimento, respectivamente; os três últimos fazem, com o primeiro, os ângulos de 70° , 150° e 200° , respectivamente. Determine o módulo e a direção do vetor resultante.

R: $14,40 u$ e $99,01^\circ$ em relação a \vec{d}

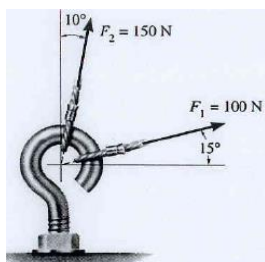
0.6° Dado o vetor posição do movimento de uma partícula: $\vec{r} = (5t^2 - 4t)\vec{e}_x + (t^3 - 1)\vec{e}_y$ (SI)

a) determine os módulos da velocidade e da aceleração para $t = 2s$.

R: 20 e 15,62

b) que ângulo fazem, entre si, os vetores referidos em a) no instante $t = 2s$?

R: $13^\circ 19' 12''$



0.7° Dois vetores a e b , onde $|a| = a = 2$ e $|b| = b = 6$ formam entre si um ângulo de 120° . Determine o módulo da soma de $a + b$ e da diferença de $a - b$.

R: $2\sqrt{7}$ e $2\sqrt{7}$

0.8** O parafuso tipo gancho está sujeito a duas forças F_1 e F_2 . Determine a intensidade e a direção da força resultante.

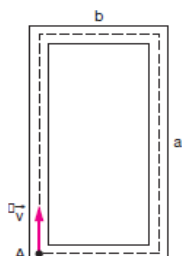
R: $212,6 N$ e $54,8^\circ$

0.9** Um barco parte de um ponto O e percorre, em linha reta, 50 km com a proa apontando para o sul. Muda, então, de direção apontando a proa para $S40^\circ E$, percorrendo mais 60 km. Finalmente, com a proa apontada para o leste percorre 30 km até parar. Calcule a distância entre o ponto de partida e o ponto de chegada do barco.

R: $117,94 km$



§.1 MOVIMENTO RETILÍNEO E UNIFORME (M.R.U)



1.1° Numa pista atlética retangular de lados $a = 160 \text{ m}$ e $b = 60 \text{ m}$, um atleta corre com velocidade de módulo constante $v = 5 \text{ m/s}$, no sentido horário, conforme mostrado na figura. Em $t = 0 \text{ s}$, o atleta encontra-se no ponto A. O módulo do deslocamento do atleta, após 60 s de corrida, em metros, é:

- ☒ a) 10^2 ☐ b) 10^4 ☐ c) 220 ☒ d) 300 ☐ e) $1,8 \cdot 10^4$ ☐ f) Outro

1.2° Um homem caminha com velocidade $v_H = 3,6 \text{ km/h}$, uma ave, com velocidade $v_A = 30 \text{ m/min}$, e um insecto, com $v_I = 60 \text{ cm/s}$. Essas velocidades satisfazem a relação:

- ☐ a) $v_I > v_H > v_A$ ☐ b) $v_A > v_I > v_H$ ☐ c) $v_H > v_A > v_I$ ☐ d) $v_A > v_H > v_I$ ☒ e) $v_H > v_I > v_A$

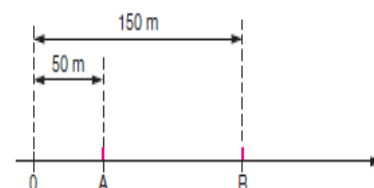
1.3* O Sr. José sai de sua casa caminhando com velocidade escalar constante de $3,6 \text{ km/h}$, dirigindo-se para o supermercado que está a $1,5 \text{ km}$. Seu filho Fernão, 5 minutos após, corre ao encontro do pai, levando a carteira que ele havia esquecido. Sabendo que o rapaz encontra o pai no instante em que este chega ao supermercado, podemos afirmar que a velocidade escalar média de Fernão foi igual a:

- ☐ a) $5,4 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ☐ b) $5,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ☒ c) $4,5 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ☐ d) $4,0 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$
☐ e) $3,8 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$ ☐ e) Outro

1.4* As funções horárias de dois trens que se movimentam em linhas paralelas são: $x_1 = k_1 + 40t$ e $x_2 = k_2 + 60t$, onde o espaço x está em quilómetros e o tempo t está em horas. Sabendo que os trens estão lado a lado no instante $t = 2,0 \text{ h}$, a diferença $k_1 - k_2$, em quilómetros, é igual a:

- ☐ a) 30 ☒ b) 40 ☐ c) 60 ☐ d) 80 ☐ e) 100 ☐ f) Outro

1.5* Dois móveis A e B, ambos com movimento uniforme, percorrem uma trajetória retilínea conforme mostra a figura. Em $t = 0$, estes se encontram, respectivamente, nos pontos A e B na trajetória. As velocidades dos móveis são $v_A = 50 \text{ m/s}$ e $v_B = 30 \text{ m/s}$ no mesmo sentido.



a) em qual ponto da trajetória ocorrerá o encontro dos móveis?

- ☐ a) 200 m ☐ b) 225 m ☐ c) 250 m ☒ d) 300 m ☐ e) 350 m ☐ f) Outro

b) em que instante a distância entre os dois móveis será 50 m?

- ☐ a) 2,0 s ☒ b) 2,5 s ☐ c) 3,0 s ☐ d) 3,5 s ☐ e) 4,0 s ☐ f) Outro

1.6** Um carro A, viajando a uma velocidade constante de 80 km/h , é ultrapassado por um carro B. Decorridos 12 min , o carro A passa por um posto rodoviário e o seu motorista vê o carro B parado e



sendo multado. Decorridos mais 6 minutos, o carro *B* novamente ultrapassa o carro *A*. A distância que o carro *A* percorreu entre as duas ultrapassagens foi de:

- ☐ a) 18 km ☐ b) 10,8 km ☐ c) 22,5 km ☐ d) 24 km ☐ e) 35 km ☐ f) Outro

1.7* Um caminhão, de comprimento igual a 20 m, e um homem percorrem, em movimento uniforme, um trecho de uma estrada retilínea no mesmo sentido. Se a velocidade do caminhão é 5 vezes maior que a do homem, a distância percorrida pelo caminhão desde o instante em que alcança o homem até o momento em que o ultrapassa é, em metros, igual a:

- ☐ a) 20 ☐ b) 25 ☐ c) 30 ☐ d) 32 ☐ e) 35 ☐ f) Outro

1.8° Um trem de 200 m de comprimento, com velocidade escalar constante de 60 km/h, gasta 36 s para atravessar completamente uma ponte. A extensão da ponte, em metros, é de:

- ☐ a) 200 ☐ b) 400 ☐ c) 500 ☐ d) 600 ☐ e) 800 ☐ f) O.R

1.9* Um automóvel move-se à velocidade de 80 km/h durante a primeira metade do tempo percorrido e à velocidade de 40 km/h durante a segunda metade. Achar a velocidade média do automóvel.

R: 60 km/h

1.10* Um móvel percorre metade de um percurso com velocidade escalar média de 60 km/h e, imediatamente a seguir, a outra metade com velocidade escalar média de 40 km/h. Calcule a velocidade escalar média no percurso todo.

R: 48 km/h

1.11° Um veículo percorre 100 m de uma trajetória retilínea com velocidade escalar constante de 25 m/s, e os 300 m seguintes com velocidade constante igual a 50 m/s. Determinar sua velocidade média.

R: 40 m/s

1.12* Um comboio parte do Porto para Lisboa com a velocidade de 90 km.h⁻¹ e, no mesmo instante, parte outro de Lisboa para o Porto com a velocidade com a velocidade de 60 km.h⁻¹. Supondo constantes as velocidades dos dois comboios e que as duas cidades distam 330 km, calcular:

a) a distância entre o Porto e o ponto de encontro dos dois comboios;

R: 198 km

b) o tempo que gastaram para se encontrarem;

R: 2h 12min

1.13** Uma patrulha rodoviária mede o tempo que cada veículo leva para percorrer a primeira metade do trecho de 400 m da estrada. Um automóvel percorre a primeira metade do trecho com velocidade de 140 km/h. Sendo de 80 km/h a velocidade limite permitida, qual deve ser a maior velocidade média do carro na segunda metade do trecho para que não seja multado?

R: 50 km/h

1.14* Dois trens partem de uma estação e avançam por uma linha reta no mesmo sentido, animados de movimento retilíneo uniforme. A velocidade do primeiro é de 30 km/h e a do segundo 40 km/h, se o segundo sair 2 h depois que o primeiro:

a) determina suas posições 5 h depois de sair o primeiro trem;

R: 150 km e 120 km

b) que tempo emprega o segundo trem em alcançar o primeiro?

R: 6,0 h



c) a que distância da estação o alcança?

R: 240 km

1.15* Um carro partindo da cidade *A* no decorrer da primeira metade de tempo necessária para conseguir chegar a cidade *B* andava com uma velocidade de 85 kmh^{-1} e na outra metade, com a velocidade de 105 kmh^{-1} , qual a velocidade média do movimento.

☐ a) 90 km.h^{-1}

☐ b) 75 km.h^{-1}

☐ c) 95 km.h^{-1}

☐ d) 80 km.h^{-1}

☐ e) 85 km.h^{-1}

☐ f) *Outro*

1.16* Um corpo passou uma terça de todo caminho com uma velocidade de 36 km/h e o resto, de 300 m de comprimento, durante 60 s .

a) quanto tempo se moveu o corpo;

R: 75 s

b) que percurso passou o corpo;

R: 450 m

1.17* Por duas estradas mutuamente perpendiculares se movem uniformemente um caminhão e um automóvel com velocidades de 54 km/h e 72 km/h , respectivamente. A que distância se encontram um do outro, transcorrido 10 min depois de encontrar-se em uma interseção?

R: 15 km

1.18* Um carro de marca Audi e outro de marca Mercedes percorrem os dois uma mesma reta. No início da contagem do tempo o carro de marca Audi encontrava-se a 80 metros do início das coordenadas e igualmente o carro de marca Mercedes encontrava-se a 10 metros do início das coordenadas. Sabendo que ambos percorrem a reta no sentido positivo do eixo de coordenadas com velocidade constante igual: $v_{\text{audi}} = 108 \text{ km/h}$ e $v_{\text{Mercedes}} = 144 \text{ km/h}$. Calcule:

a) o tempo que o Mercedes levará a alcançar o Audi;

b) a posição em que os carros se encontraram relativamente ao início das coordenadas;

☐ a) 7 min e 280 m

☐ b) 7 s e 290 m

☐ c) 8 s e 320 m

☐ d) 2 h e 2 km

1.19* Duas cidades distam 250 km entre si. Da cidade *A* parte um caminhão em direção a *B*, e da cidade *B* parte um outro caminhão em direção a *A*. Considerando que um dos móveis tem velocidade constante igual a 40 km.h^{-1} e o outro 60 km.h^{-1} , em quanto tempo os caminhões irão se encontrar e a que distância da cidade *A* será o ponto de encontro?

☐ a) $2,5 \text{ s}$ 100 m

☐ b) $2,5 \text{ h}$ e 100 km

☐ c) 8 s e 320 m

☐ d) 2 h e 200 km

1.20* Um peão com velocidade de 2 m/s e um comboio de comprimento de 100 m , com velocidade de 5 m/s , caminham sobre uma ponte de 300 m de comprimento. Em quanto o tempo gasto pelo peão em atravessar a ponte é maior que o do comboio?

R: 70 s

1.21** Um percurso de 245 km deve ser feito em 4 horas . Por problemas com o tráfego, o motorista efectua 100 km com velocidade de 50 km/h e 45 km , com velocidade de 60 km/h . Que velocidade deve ter o carro no trecho restante, para efetuar a viagem em tempo previsto.

R: 80 km/h

1.22** Um trem de 600 m de comprimento avança com uma velocidade de 18 km/h . O maquinista, que se encontra na locomotiva envia a um moço a percorrer o trem e este vai até o ultimo vagão e



retorna em 1 min e 40 s. Determina a velocidade, a longitude da trajetória o deslocamento do moço.
a) respeito ao trem. ; b) respeito a Terra.

R: a) 1 m/s e 11 m/s b) 6 m/s

1.23° Num determinado movimento, a equação do espaço, quando expresso em unidades S.I, é dada por: $e = 15 + 7,5t$

a) de que movimento se trata? Justifique!

R: MRU

b) qual é o espaço percorrido pelo móvel durante 8 segundos?

R: 75 m

c) que tempo gasta o móvel a percorrer 127,5 metros?

R: 15 s

1.24** O movimento de um corpo é dado pelas equações: $v(t) = t$ se $[0 \leq t \leq 5s]$; $v(t) = 5$ m/s se $[5s \leq t \leq 10s]$ e $v(t) = 10 - 0,5t$ se $[10s \leq t \leq 20s]$. Esboça o diagrama $v \times t$ e determine: a) o espaço percorrido pelo corpo; b) a velocidade média de todo percurso;

R: 62,5 m; 3,1 m/s

1.25** Dois autocarros partiram simultaneamente de duas cidades A e B separadas de 234 km ao encontro uma com a outra. O autocarro que partiu da cidade A passou ao encontro a uma distância de 130 km. Qual a sua velocidade se a velocidade do autocarro que partiu da cidade B fosse de 52 km/h.

R: 65 km/h

1.26*** Um automóvel emprega 8 h em percorrer uma distância de 350 km. Neste percorrido o chofer tomou descansos. Se em cada lance mantém uma velocidade constante de 50 km/h, quantos descansos de 10 min pôde tomar durante a viagem?

R: 6 desc.

1.27*** Dois trens trasfegam, no mesmo trilho, um em direção ao outro, cada um com uma velocidade escalar de 34 km/h. Quando estão a 102 km de distância um do outro, um pássaro, que voa a 58 km/h, parte da frente de um trem para o outro. Alcançando o outro trem ele volta para o primeiro, e assim sucessivamente. ($\epsilon \leq 0,05$)

a) quantas viagens o pássaro faz de um trem para o outro, até a colisão?

R: $n \cong 6$

b) qual a distância total percorrida pelo pássaro?

R: 87 km

§.2 MOVIMENTO RETLÍNEO VARIADO (M.R.V)

1.28 (UAN-F.E:2002-V2) Uma partícula moveu-se de uma aceleração de 1,0 m/s² e no decorrer de 5 s percorreu uma distância de 37,5 m. Quantas vezes se aumentou a sua velocidade?

☐ a) 3,0

☒ b) 2,0

☐ c) 1,0

☐ d) 5,0

☐ e) 1,50

☐ f) Outro

1.29 (UAN-F.C:2005-2006) calcule a aceleração de um carro durante o tempo de travagem sabendo que no início deste processo, a sua velocidade é 72 km/h e que depois de 100 m de percurso ele pára.

R: -2 m.s⁻²

1.30* Um comboio move-se à velocidade de 36 km/h. Se se desligar a corrente, o comboio passa a ter um movimento uniformemente retardado e pára ao fim de 20 s. Calcular a aceleração do comboio. A que distância da paragem se deve desligar a corrente?

R: $-0,5$ m/s² ; 100 m

1.31° A partir de uma paragem simultaneamente começam o movimento dum elétrico e um troleicarro. A aceleração do troleicarro é duas vezes maior do que o elétrico. Compare os percursos



passados pelo troleicarro e eléctrico no mesmo intervalo de tempo e as velocidades adquiridas por eles.

R: 2

1.32** A distância entre duas estações foi passada por um comboio com velocidade média de 72 kmh^{-1} durante 20 min . A aceleração e travagem durante 4 min , o resto do tempo o comboio moveu-se uniformemente. Qual foi a velocidade durante o movimento uniforme?

- ☐ a) 60 kmh^{-1} ☐ b) 70 kmh^{-1} ☒ c) 80 kmh^{-1} ☐ d) 90 kmh^{-1} ☐ e) 100 kmh^{-1} ☐ f) Outro

1.33** Um automóvel trasfega com velocidade constante de 12 m/s por uma avenida e se aproxima de um cruzamento onde há um semáforo com fiscalização electrónica. Quando o automóvel se encontra a uma distância de 30 m do cruzamento, o sinal muda de verde para amarelo. O motorista deve decidir entre parar o carro antes de chegar ao cruzamento ou acelerar o carro e passar pelo cruzamento antes do sinal mudar para vermelho. Este sinal permanece amarelo por $2,2 \text{ s}$. O tempo de reacção do motorista (tempo decorrido entre o momento em que o motorista vê a mudança de sinal e o momento em que realiza alguma ação) é $0,5 \text{ s}$. Determine a mínima aceleração constante que o carro deve ter para parar antes de atingir o cruzamento e não ser multado.

R: -3 m.s^{-2}

1.34*** Um automóvel desloca-se a 108 km/h quando o condutor vê na mesma estrada a sua frente e a distância de 50 m , um segundo automóvel que se desloca apenas a 54 km.h^{-1} . O condutor do primeiro automóvel trava, resultando uma aceleração negativa de apenas 2 m.s^{-2} . Pergunta-se:

a) colidem ou não os dois automóveis? Justifique!

R: colidem

b) qual a distancia mínima que seria indispensável para não haver colisão?

R: $56,25 \text{ m}$

1.35** A distância entre duas estações de metro é de $1,5 \text{ km}$. Percorrendo a primeira metade do caminho, o comboio move-se com movimento uniformemente acelerado e percorrendo a segunda, com movimento uniformemente retardado, sem que varie o módulo da aceleração. A velocidade máxima do comboio é de 50 km/h . Encontrar o módulo da aceleração e o tempo gasto pelo comboio para percorrer a distância referida.

R: $0,13 \text{ m/s}^2$; $3,6 \text{ min}$

1.36° Deslocando-se com um movimento uniformemente retardado, um comboio durante 1 min reduz a sua velocidade de 40 km/h para 28 km/h . Encontrar a aceleração do comboio e a distância que ele percorre deste que começa a travar até parar.

R: $-0,055 \text{ m/s}^2$; 566 m

1.37** Ao aproximar um trem à estação, o maquinista desconectou o motor da locomotiva a qual continuou depois de seu movimento com uma aceleração constante e igual a $0,1 \text{ m/s}^2$. Qual é o valor do deslocamento do trem até deter-se se no momento de desconectar o motor a velocidade do trem era de 20 m/s ? Que tempo demorou em deter-se?

R: 1 km ; 200 s

1.38** O corpo 1 está animado de um movimento uniformemente acelerado, sendo a sua velocidade inicial de 2 m/s e a aceleração a . 10 s após o início do movimento deste corpo, o corpo 2 inicia um movimento uniformemente acelerado com a velocidade inicial de 12 m/s a mesma aceleração a . Calcular o valor que a aceleração a deve ter para que o corpo 2 passa atingir o corpo 1.

R: 1 m/s^2

1.39*** O maquinista de um comboio de passageiros, que marcha com a velocidade constante de 72 km/h , avista um comboio de mercadorias na mesma linha e a distância de 120 metros . Este



comboio marcha no mesmo sentido que o de passageiros e com a velocidade constante de 27 km/h . Sabendo que o maquinista aplica imediatamente os freios, causando um retardamento constante de $0,8 \text{ m/s}^2$, continuando o comboio de mercadorias com a mesma velocidade, calcular a distância entre os dois comboios, quando o de passageiros consegue parar.

R: $57,5 \text{ m}$

1.40° Um comboio desloca-se com movimento uniformemente retardado, sendo a velocidade inicial de 54 km/h e aceleração de $-0,5 \text{ m/s}^2$. Calcular a distância percorrida pelo comboio desde que começa a travar até parar e o tempo necessário para a paragem.

R: 30 s ; 225 m

1.41* O chofer de um automóvel que se move retilineamente com uma velocidade de 72 km/h , vê a luz vermelha de um semáforo e aplica os freios, por isso o automóvel começa a diminuir sua velocidade com uma aceleração negativa de 5 m/s^2 . Que distância percorreu o automóvel ao cabo de 2 s de haver-se aplicado os freios? Que distância percorreu até deter-se?

R: 30 m ; 40 m

1.42° Um trem que avança com uma velocidade constante e igual a 20 m/s chega a um pendente e ao subir por esta experimenta uma aceleração constante cujo valor modular é de 2 m/s^2 .

a) qual é sua velocidade aos 6 s de ir pelo pendente?

R: 8 m/s

b) que distância percorreu o trem nesse tempo?

R: 84 m

c) que tempo emprega em deter-se?

R: 10 s

1.43* Uma ferrovia urbana parte de uma estação e se acelera durante 10 s com uma aceleração de $1,2 \text{ m/s}^2$. Depois parte a velocidade constante durante 30 s e, continuando, começa a frear a razão de $2,4 \text{ m/s}^2$ até deter-se. Qual é a posição da ferrovia quando se detém?

R: 84 m

1.44** Quando se começa a analisar o movimento de um carro que vinha com uma velocidade de 30 km/h a qual manteve durante $0,5 \text{ h}$, depois acelera até alcançar em 1 h uma velocidade de 60 km/h , posteriormente aplica os freios detendo-se o transcorrer um tempo de $0,5 \text{ h}$. Construa a gráfica de $v = f(t)$ e determine o deslocamento total do carro.

R: 75 km

1.45** Um motorista espera o sinal de trânsito abrir. Quando a luz verde acende, o carro é acelerado uniformemente durante 6 s , na razão de 2 m/s^2 , após o que ele passa a ter velocidade constante. No instante em que o carro começou a se mover, ele foi ultrapassado por um caminhão movendo-se no mesmo sentido com a velocidade constante de 10 m/s . Após quanto tempo, os dois veículos se encontrarão novamente?

R: 18 s

1.46** Um carro partindo do repouso, mantém uma aceleração de 4 m/s^2 durante 4 s . Durante os 10 s seguintes ele tem um movimento uniforme. Quando os freios são aplicados, o carro passa a ter um movimento uniformemente retardado com aceleração de 8 m/s^2 , até parar. Calcular a distância total percorrida.

R: 208 m

1.47*** Um ciclista começou o seu movimento de estado de repouso e durante os primeiros 4 s moveu-se com uma aceleração de 1 ms^{-2} . Depois, durante de $0,1 \text{ min}$, ele moveu-se uniformemente e os últimos 20 m , uniformemente retardado à paragem. Achar a velocidade média durante todo o movimento.

R: $2,6 \text{ m/s}^2$

1.48** No instante em que um sinal de trânsito fica verde um automóvel começa a se mover com uma aceleração constante de $2,2 \text{ m/s}^2$. No mesmo instante um caminhão, que se move com uma



velocidade constante de $9,5 \text{ m/s}$, ultrapassa o automóvel. Determine: **a)** a que distância do sinal o automóvel alcança o caminhão? **b)** qual é a velocidade do automóvel neste instante? R: 82 m ; 19 m/s

1.49* Uma motocicleta está se movendo a 30 m/s quando o motociclista aciona os freios, imprimindo à motocicleta uma desaceleração constante. Durante o intervalo de $3,0 \text{ s}$ imediatamente após o início da frenagem a velocidade diminui para 15 m/s . Que distância percorre a motocicleta desde o início da frenagem até parar? R: 90 m

1.50*** Um autocarro encontra-se parado diante de um semáforo. Um homem corre para ele, à velocidade de 5 m/s , para tentar atingi-lo. Bruscamente, quando se encontra à distância de 20 metros do autocarro, este tem luz verde e arranca com uma aceleração constante de 1 m/s^2 . O homem alcança, ou não, o autocarro? Justifica! Se não o alcança, qual a distância mínima de aproximação? R: Não, $7,5 \text{ m}$

1.51** Um automóvel encontra-se parado diante de um semáforo. Quando a luz verde aparece, é ultrapassado por um camião que se desloca com velocidade constante de 54 km/h e nesse instante o automóvel arranca com aceleração constante de 1 m/s^2 durante 20 segundos, findos os quais continua com movimento uniforme.

a) determinar o tempo gasto pelo automóvel a atingir a velocidade do camião; R: 15 s

b) qual o veículo que se encontra afrente, e de quanto, a fim de 30 segundos; R: $112,5 \text{ m}$

c) o tempo gasto para o automóvel atingir o camião; R: 50 m

d) o espaço percorrido durante esse tempo pelos veículos; R: 600 m

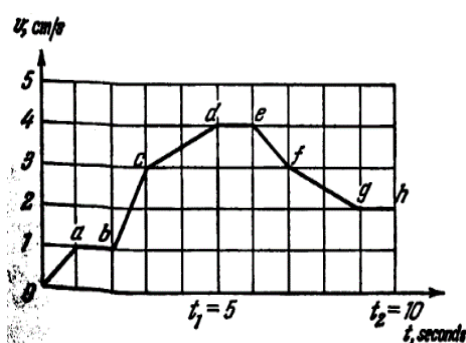
1.52** Um carro está movendo-se a 45 km/h quando o motorista nota que o sinal fechou. Se o tempo de reacção do motorista é $0,7 \text{ s}$ e o carro desacelera na razão de 7 m/s^2 tão logo que se apliquem os freios, calcular a distância percorrida pelo carro desde o instante em que o motorista nota que o sinal fechou até parar. O tempo de reacção é o tempo que vai desde o instante em que o motorista vê o sinal fechar, até o instante em que ele aplica os freios. R: $19,9 \text{ m}$

1.53° Uma bala dentro do cano da pistola-metralhadora de kalachnikov move se com uma aceleração de 616 km.s^{-2} . Qual a velocidade que terá ao sair do cano se seu comprimento é de $41,5 \text{ cm}$? R: $715,04 \text{ m/s}$

1.54* Um trem corre a uma velocidade de 20 m/s quando o maquinista vê um obstáculo 50 m a sua frente. Calcular a desaceleração mínima que deve ser dada ao trem para que não haja choque. R: -4 m/s^2

1.55° Um projétil cuja velocidade é de 1000 m/s , atravessa uma parede em 10^{-3} s , ao sair da parede sua velocidade é de 200 m/s . Considerando que o movimento do projétil dentro da parede blindada é uniformemente retardado, determina o grosso da parede. R: 60 cm

1.56° Um corpo passou uma distância de 100 m durante 20 s movendo com uma aceleração de $0,3 \text{ m.s}^{-2}$. Qual a sua velocidade inicial e final? R: 2 m/s e 8 m/s



1.57*** Determinar a velocidade média e a aceleração média de um ponto em 5 e 10 segundos, sendo seu movimento dado pelo gráfico da velocidade. R: $2,5 \text{ cm/s}$ e $0,2 \text{ cm/s}^2$



1.58* A aceleração de um corpo movendo-se ao longo do eixo x é $a = (4t - 2) \text{ m/s}^2$. Sabendo que $v_0 = 10 \text{ m/s}$ e $x_0 = 0$. Determine a velocidade e a posição em qualquer instante de tempo.

$$\text{R: } \vec{v} = 2t^2 - 2t + 10 \text{ m/s} \text{ e } \vec{r} = \frac{2}{3} \cdot t^3 - t^2 + 10t \text{ s}$$

1.59* A função entre o caminho (S) percorrido por um corpo e o tempo (t) é dada pela equação: $S(t) = At - Bt^2 + Ct^3$, onde $A = 2 \text{ m/s}$, $B = 3 \text{ m/s}^2$ e $C = 4 \text{ m/s}^3$. Calcular:

a) a variação da velocidade e da aceleração em função do tempo (t);

b) a distância percorrida pelo movimento, a sua velocidade e aceleração 2 s depois de começar o movimento.

$$\text{a) R: } v = (2 - 6t + 12t^2) \text{ m.s}^{-1} ; a = (-6 + 24t) \text{ m.s}^{-2}$$

$$\text{b) R: } 24 \text{ m} ; 38 \text{ m/s} ; 42 \text{ m/s}^2$$

1.60** A função entre o caminho (S) percorrido por um corpo e o tempo (t) é representada pela equação: $S(t) = A - Bt + Ct^2$, onde $A = 6 \text{ m}$, $B = 3 \text{ m/s}$ e $C = 2 \text{ m/s}^2$. Calcular a velocidade média e a aceleração média do corpo durante o intervalo de tempo $1 \leq t \leq 4 \text{ s}$.

$$\text{R: } 7 \text{ m/s} ; 4 \text{ m/s}^2$$

1.61** O caminho (S) percorrido por um corpo é dado em função do tempo (t) pela equação: $S(t) = A + Bt + Ct^2$, onde $A = 3 \text{ m}$, $B = 2 \text{ m/s}$ e $C = 1 \text{ m/s}^2$. Calcular a velocidade média e a aceleração média do corpo durante o primeiro, segundo e terceiro segundos de movimento.

$$\text{R: } v_1 = 3 \text{ m/s} ; v_2 = 5 \text{ m/s} ; v_3 = 7 \text{ m/s} \text{ e } a_1 = a_2 = a_3 = 2 \text{ m/s}^2$$

1.62** O caminho (S) percorrido por um corpo é dado em função do tempo (t) pela equação: $S(t) = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, onde $C = 0,14 \text{ m/s}^2$ e $D = 0,01 \text{ m/s}^3$. Calcular o tempo ao fim do qual o corpo terá a aceleração $a = 1 \text{ m/s}^2$. Encontrar a aceleração média do corpo durante este intervalo de tempo.

$$\text{R: } 12 \text{ s} ; 0,64 \text{ m/s}^2$$

§.3 MOVIMENTO CIRCULAR UNIFORME (M.C.U)

1.63° Um corpo descreve um movimento circular uniforme, completando uma volta a cada 5 s. Qual é a sua velocidade angular média?

$$\text{R: } 0,4 \pi \text{ rad/s}$$

1.64° Duas polias, de raio 250 mm e 500 mm, giram solidárias em um mesmo eixo, que gira a 1.800 rpm. Qual a velocidade das correias que passam por estas polias?

$$\text{R: } 15\pi \text{ rad/s e } 30\pi \text{ rad/s}$$

1.65* As rodas de uma bicicleta possuem raio igual a 0,5 m e giram com velocidade angular igual a 5,0 rad/s. Qual a distância percorrida, em metros, por esta bicicleta num intervalo de 10 s.

$$\text{R: } 25 \text{ m}$$

1.66° Um corpo em MCU efetua 480 voltas numa circunferência de raio 0,5 m em 2 min. Determine:

a) a frequência;

$$\text{R: } 4 \text{ Hz}$$

b) o período;

$$\text{R: } 0,25 \text{ s}$$

c) a velocidade escalar do corpo;

$$\text{R: } 4\pi \text{ m/s}$$

1.67° Uma mosca pousa a 3 cm do centro de um disco que está efectuando 40 rpm. Quais a velocidade angular e linear da mosca?

$$\text{R: } 4,2 \text{ rad/s e } 4\pi \text{ cm/s}$$



1.68* Um móvel percorre com o movimento uniforme uma circunferência de 3 m de raio, efectuando meia volta por segundo. Sabendo que no início da contagem dos tempos ele se encontra na origem dos arcos, calcule o tempo decorrido para descrever um ângulo de $3\pi/2\text{ rad}$. R: $1,5\text{ s}$

1.69* O período de rotação de uma roda de diâmetro de 600 mm é $0,046\text{ s}$. Qual a aceleração centrípeta dos pontos da pina? R: $5,6\text{ km/s}^2$

1.70** O comprimento de um ponteiro de minutos de um relógio é três vezes maior do que o de segundos. Calcule a razão das velocidades lineares das extremidades desses ponteiros. R: $0,05$

1.71° Um disco de raio de 10 cm gira uniformemente com uma velocidade de 100 rad/s . Calcule velocidade linear dos pontos que se encontra na superfície lateral do disco. R: 10 m/s

1.72* Calcule as velocidades angulares e lineares do movimento da terra ao redor do sol. O raio da órbita da terra se pode considerar igual a $15 \cdot 10^{10}\text{ m}$. R: $0,2 \cdot 10^{-6}\text{ rad/s}$ e 30 km/s

1.73* Calcule a aceleração centrípeta de pontos conectados com o solo, dá roda de um carro que se move com uma velocidade de 72 km/h se a frequência de rotação da roda é de 8 Hz . R: $1,0\text{ km/s}^2$

1.74** Um satélite artificial gira a volta da terra, a 600 km de altura. Qual deve ser o valor da velocidade linear do satélite para que um observador colocado na terra tenha a impressão que ele se encontra parado? ($R_t = 6,37 \cdot 10^6\text{ m}$). R: $5,1 \cdot 10^2\text{ m/s}$

1.75° Um corpo percorre uniformemente uma circunferência de raio igual a 4 m , com uma velocidade igual a $0,4\text{ m/s}$. Calcule:

a) a velocidade angular do corpo;

b) o período de rotação;

☐ a) $0,3\text{ rad/s}$; $62,6\text{ s}$ ☐ b) 4 rad/s ; $52,3\text{ s}$ ☐ c) $0,2\text{ rad/s}$; $20\pi\text{ s}$ ☐ d) $0,1\text{ rad/s}$; $62,8\text{ s}$

1.76* Duas rodas, de raio 5 e 10 cm , respectivamente, estão ligadas entre si por uma correia de transmissão. Se a maior roda efectuar 60 r.p.m , determine:

a) a frequência de rotação da menor roda. R: $0,5\text{ Hz}$

b) o valor da velocidade linear de um ponto de periferia da maior roda. R: $0,31\text{ m/s}$

1.77* Um móvel animado de M.C.U descreve uma circunferência de 30 cm de raio e dá 360 voltas em 2 min . Calcular a aceleração centrípeta do móvel. R: $106,48\text{ m/s}^2$

1.78** Duas rodas, A e B , estão ligadas entre si por uma correia que se desloca com velocidade v . Sabendo que o raio da roldana B é o dobro da roldana A , determine a relação entre os períodos. R: $T_B = 2T_A$

1.79*** Um eixo com dois discos situados à distância de $0,5\text{ m}$ um do outro, giram com a frequência de 1600 r.p.m . Uma bala que voa ao longo do eixo, perfura ambos os discos; o furo feito pela bala no segundo disco está deslocado em relação ao furo do primeiro disco, formando um ângulo de 12° . Calcular a velocidade da bala. R: 400 m/s



1.80*** Determine a velocidade de um projétil disparado contra um alvo rotativo a 15 m de distância, sabendo-se que o alvo executa 300 revoluções por minuto e que o arco medido entre o ponto visado no momento do disparo e o ponto de impacto do projétil é de 18° . 40 m/s

1.81*** Encontrar o raio duma roda que gira, sabendo que a velocidade linear v_1 de um ponto que se encontra na borda é 2,5 vezes maior do que a velocidade linear v_2 do ponto que se encontra à distância r (5 cm mais perto) do eixo da roda. R: 8,33 cm

1.82* Encontrar a velocidade linear de rotação dos pontos da superfície da Terra na latitude de Leninegrado ($\varphi = 60^\circ$). R: 231 m/s

1.83** Na primeira aproximação, pode-se considerar que um electrão no átomo de hidrogénio se move por uma órbita circular com a velocidade linear v . Calcular a velocidade angular de rotação do electrão em redor do núcleo e a sua aceleração normal. Considerar que o raio da órbita é de $0,5 \cdot 10^{-10} \text{ m}$ e a sua velocidade linear nesta órbita é de $2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$. R: $4,4 \cdot 10^{16} \text{ rad/s}$; $9,7 \cdot 10^{22} \text{ m/s}^2$

1.84* Encontrar a velocidade angular: **a)** da rotação da terra; **b)** do ponteiro das horas no relógio; **c)** do ponteiro dos minutos no relógio; **d)** dum satélite artificial da Terra que se move pela órbita circular com o período de rotação de 88 min. Qual é a velocidade linear deste satélite artificial, sabendo que a sua órbita se encontra à distância de 200 km da superfície da terra?

R: a) $7,26 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$; b) $14,5 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$; c) $1,74 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$; d) $1,19 \cdot 10^{-3} \text{ rad/s}$; 7,8 km/s

§.4 MOVIMENTO CIRCULAR VARIADO (M.C.V)

1.85° A velocidade angular de uma ventoinha é 6 rad/s . A velocidade linear na ponta da ventoinha é 20 m/s. Calcule a aceleração centrípeta na ponta da ventoinha. R: 120 m/s

1.86° Uma roda de bicicleta de 66 cm de diâmetro é montada num eixo ligado a um motor que a faz girar. Durante um intervalo de 10 s o motor fornece à roda uma aceleração angular α constante. Sabendo que a roda estava inicialmente em repouso e que ao fim de 10 s a velocidade linear de um ponto da sua periferia é de $28,05 \text{ ms}^{-1}$, calcular: **a)** a velocidade angular da roda ao fim dos 10 s; **b)** a aceleração angular constante durante o mesmo intervalo de tempo; **c)** a aceleração tangencial de um ponto da periferia da roda; **d)** o número de rotações realizadas pela roda durante os 10 s.

R: 85 rad.s^{-1} ; $8,5 \text{ rad.s}^{-2}$; $2,8 \text{ m/s}^2$; 68 rot.

1.87** Animada de movimento de rotação uniformemente acelerado, uma roda atingiu a velocidade angular de 20 rad/s , dadas dez voltas após o início da rotação. Encontrar a aceleração angular da roda. R: $3,2 \text{ rad/s}^2$

1.88° Uma partícula descreve uma circunferência de acordo com a lei $\theta = 3t^2 + 2t$, onde θ é medido em radianos e t em segundos. Calcular a velocidade angular e a aceleração angular da partícula para $t = 4 \text{ s}$. R: 0,5 e 2 em SI

1.89** Girando com uma aceleração constante, uma roda atinge a frequência de 720 r.p.m decorrido o tempo de 1 min após o início da rotação. Calcular a aceleração angular da roda e o número de voltas da roda durante este lapso de tempo. R: $1,26 \text{ rad/s}^2$; 360 rot.



1.90** Girando com um movimento uniformemente retardado, uma roda reduziu a sua frequência de $f_1 = 300 \text{ r.p.m}$ até $f_2 = 180 \text{ r.p.m}$, ao decorrer 1 minuto. Encontrar a aceleração angular da roda e o número de rotações da roda ao fim deste intervalo de tempo. R: $-0,21 \text{ rad/s}^2$; 240 rot.

1.91** Um ventilador gira com a frequência de 900 r.p.m . Ao ser desligado, o ventilador, girando com movimento uniformemente retardado, deu 75 voltas até parar. Que tempo decorreu deste o momento em que se desligou o ventilador até que este parou? R: 10 s.

1.92** Uma árvore gira com a frequência de 180 r.p.m . A partir de certo momento a árvore começa a girar de maneira uniformemente retardada com aceleração angular de 3 rad/s^2 . Ao fim de que tempo a árvore parará? Calcular o número de voltas que a árvore dá até parar. R: 6,3 s; 9,4 rev.

1.93** Um ponto move-se por uma circunferência de raio de 20 cm , com aceleração tangencial constante de 5 cm/s^2 . Ao fim de que tempo, contando a partir do início do movimento, aceleração normal do ponto será: a) igual a tangencial; b) duas vezes maior que a tangencial? R: a) 2 s; b) 2,8 s.

1.94** Um ponto move-se por uma circunferência com o raio de 10 cm com a aceleração tangencial constante. Calcular a aceleração tangencial do ponto, sabendo que no fim da quinta volta após o início do movimento a velocidade linear do ponto será de $79,2 \text{ cm/s}$. R: $0,1 \text{ m/s}^2$

1.95** Um ponto move-se por uma circunferência com o raio de 10 cm com aceleração tangencial constante. Achar a aceleração normal do ponto decorridos 20 s após o início do movimento, sabendo que no fim da quinta volta, depois do início do movimento, a velocidade do ponto é de 10 cm/s . R: $0,01 \text{ m/s}^2$

1.96** Uma roda gira com aceleração de 2 rad/s^2 . Decorrido $0,5 \text{ s}$ após o início do movimento, a aceleração total da roda é de $13,6 \text{ cm/s}^2$. Achar o raio da roda. R: 6,1 cm

1.97** Uma roda de raio 10 cm gira com aceleração angular de $3,14 \text{ rad/s}^2$. Para os pontos na borda da roda, decorrido um segundo após o início do movimento, determinar: **a)** velocidade angular; **b)** a velocidade linear; **c)** a aceleração tangencial; **d)** a aceleração normal; **e)** a aceleração total; **f)** O ângulo formado pelo vetor da aceleração total com o raio da roda;

R: a) $3,14 \text{ rad/s}$; b) $0,314 \text{ m/s}$; c) $0,314 \text{ m/s}^2$; d) $0,986 \text{ m/s}^2$; e) $1,03 \text{ m/s}^2$; f) $17^\circ 46'$

1.98° Um ponto material move-se numa trajetória circular de raio unitário de acordo com a lei angular $\theta(t) = 5t^2 + 3t$ (SI). Determine a velocidade angular, a aceleração angular e as coordenadas cartesianas da partícula no instante $t = 2 \text{ s}$. R: 23 rad/s ; 10 rad/s^2 ; (0,647; 0,763) m

1.99** Uma partícula material descreve uma trajetória circular de raio 2 m com uma aceleração angular de 12 rad.s^{-2} . Sabendo que, ao fim de 2 s , a partícula percorreu uma distância de 40 m sobre a trajetória e adquiriu uma velocidade de 30 m.s^{-1} , determine o valor da aceleração da partícula no instante $t = 1 \text{ s}$. R: 30 m.s^{-2}

1.100** Uma roda de bicicleta de $68,58 \text{ cm}$ de diâmetro é montada num eixo ligado a um motor que a faz girar. Durante um intervalo de 10 s o motor fornece à roda uma aceleração angular constante. Sabendo que a roda estava inicialmente em repouso e que ao fim de 10 s a velocidade linear de um ponto da sua periferia tem o valor $28,82 \text{ m.s}^{-1}$. Determine o número de rotações efetuadas pela roda durante os primeiros 5 s em que o motor está desligado. R: 16,7 rot.



§.5 LANÇAMENTO DE CORPOS NO CAMPO GRAVITACIONAL

1.101** Um ponto material percorre uma curva plana de tal modo que suas coordenadas cartesianas são dadas pelo vetor posição $\vec{r} = 5t^2\hat{e}_x + 12t\hat{e}_y$ (SI). Calcular o raio de curvatura da trajetória no instante $t = 2$ s.

R: 105,7 m

1.102 (UAN-F.E: 2013) A lei do movimento de uma partícula é: $r = -2t\hat{e}_x + 2t^2\hat{e}_y$, m. Determine o raio de curvatura da trajetória no instante $t = 1,8$ s.

☐ a) 61 m ☐ b) 45 m ☒ c) 52 m ☐ d) 57 m ☐ e) 39 m ☐ f) 32 m ☐ g) 65 m ☐ h) Outro

1.103** Deixou-se cair livremente um corpo da altura de 275,625 m. Com que velocidade seria preciso lançar o corpo para que fizesse o mesmo percurso em menos 1,2 s?

R: 12,9 m/s

1.104** Deixou-se cair livremente um corpo num lugar da Terra em que a aceleração da gravidade é de $9,8 \text{ m.s}^{-2}$. Calcular a altura de que o corpo caiu, sabendo que no último segundo da queda percorreu 49 m.

R: 148,2 m

1.105** Lança-se um corpo verticalmente, de baixo para cima, com a velocidade inicial de 49 m.s^{-1} . Ao mesmo tempo, com a mesma velocidade inicial, e do ponto mais alto que o corpo atinge, lança-se outro de cima para baixo. A que distância do ponto de partida do primeiro corpo se encontrarão?

R: 53,6 m

1.106** Dois projéteis são lançados verticalmente, de baixo para cima, com 2 s de intervalo, sendo o primeiro com a velocidade inicial de 50 m.s^{-1} e o segundo com a velocidade inicial de $57,2 \text{ m.s}^{-1}$. Supondo nula a resistência do ar, calcular o tempo que demoram a encontrar-se.

R: 5 s

1.107* Um corpo lançado verticalmente para cima cai ao fim de 3 s. Encontrar a velocidade inicial do corpo e a altura que atingiu.

R: 14,7 m/s ; 11 m

1.108* Uma pedra, lançada verticalmente para cima, atinge a altura de 10 m. Calcular o intervalo de tempo ao fim do qual ela cairá. Que altura atingirá a pedra se a sua velocidade inicial for duas vezes maior?

R: 2,9 s ; 40 m

1.109° Uma pedra cai da altura de 300 m. Calcular o tempo necessário para que a pedra atinja a Terra sabendo que:

a) o aeróstato, donde a pedra caiu, sobe à velocidade de 5 m/s;

R: 8,4 s

b) o aeróstato desce à velocidade de 5 m/s;

R: 7,3 s

c) o aeróstato está fixo;

R: 7,8 s

1.110* Um corpo cai da altura de 19,6 m com a velocidade inicial igual a zero. Calcular a distância percorrida pelo corpo durante o primeiro e o último 0,1 s do movimento.

R: 17,7 m ; 1,9 m

1.111* Um corpo cai de uma altura de 19,6 m com a velocidade inicial igual a zero. Calcular o tempo necessário para percorrer o primeiro e o último metro do percurso.

R: 1,95 s ; 0,05 s



1.112** Um corpo que cai livremente percorre no último segundo a metade do percurso. Calcular a altura de que o corpo cai e o tempo de queda.

R: 57 m ; 3,4 s

1.113° Uma pedra é lançada horizontalmente, com a velocidade de 15 m/s de uma torre com a altura de 25 m. Calcular o tempo durante o qual a pedra se move. A que distância da base da torre a pedra cairá? Calcular a velocidade com que ela cairá. Qual será o ângulo (φ) entre a trajetória da pedra e o horizonte, no ponto em que caiu?

R: 2,26 s ; 33,9 m ; 26,7 m/s ; 55°48'

1.114** Uma pedra lançada horizontalmente, ao fim do tempo de 0,5 s após o início do movimento, adquiriu uma velocidade 1,5 vezes maior do que a velocidade no momento do lançamento. Calcular a velocidade com que foi lançada a pedra.

R: 4,4 m/s

1.115° Uma pedra lançada horizontalmente caiu ao fim do tempo de 0,5 s à distância de 5 m, medida na horizontal, do ponto de lançamento. Calcular a altura da qual ela foi lançada. Com que velocidade ela foi lançada? Calcular a velocidade com que ela caiu. Qual será o ângulo (φ) entre a trajetória da pedra e o horizonte, no ponto em que caiu?

R: 1,22 m ; 10 m/s ; 11,1 m/s ; 26°12'

1.116° Uma bola é lançada com a velocidade de 10 m/s sob o ângulo de 40° em relação ao horizonte. Calcular a altura atingida pela bola. A que distância do ponto de lançamento ela cairá? Quanto tempo ela se moverá?

R: 10,0 m ; 1,3 s

1.117** Nas competições desportivas em Leninegrado um desportista lançou o peso à distância de 16,2 m. A que distância voará o mesmo peso em Tachkent, com a mesma velocidade inicial e o mesmo ângulo de inclinação em relação ao horizonte? A aceleração da queda livre em Leninegrado (g_1) é de 9,819 m/s² e em Tachkent (g_2) é de 9,801 m/s².

R: 16,23 m

1.118** Uma pedra, lançada com a velocidade de 12 m/s sob o ângulo de 45° em relação ao horizonte, caiu à distância l do ponto de lançamento. De que altura se deve lançar a pedra na direção horizontal para que ela caia no mesmo ponto, se a velocidade inicial for a mesma?

R: 7,4 m

1.119° Uma pedra é lançada com a velocidade de 15 m/s, de uma torre com a altura de 25 m, sob um ângulo de 30° em relação ao horizonte. Durante quanto tempo a pedra se moverá? A que distância da base da torre a pedra cairá? Calcular a velocidade com que ela cairá. Qual será o ângulo entre a trajetória da pedra e o horizonte no ponto em que cairá?

R: 3,16 s ; 41,1 m ; 26,7 m/s ; 61°

1.120* Um corpo é lançado obliquamente no vácuo, com velocidade inicial de módulo 50 m/s. O ângulo de tiro é de 60°. Considerando $g = 10 \text{ m/s}^2$, determine:

a) as componentes verticais e horizontais das velocidades iniciais;

R: 25 m.s⁻¹ ; 43,3 m.s⁻¹

b) as funções horárias do movimento na vertical e horizontal;

R: 25t ; 43,3t - 5t²

c) a equação da trajetória;

$y = 1,73x - 0,008x^2$

d) a altura máxima, o alcance e tempo de voo;

R: 93,7 m ; 216,5 m ; 8,66 s

1.121** Quanto tempo durava a queda de um corpo se durante os dois últimos segundo que ele passou a distância é de 60 m.

R: 4 s



1.122** Do cano de um chuveiro, a água pinga no chão, 200 cm abaixo. As gotas caem em intervalos regulares, e a primeira gota bate no chão, no instante em que a quarta gota começa a cair. Determine as posições da segunda e terceira gotas, no instante em que a primeira gota bate no chão.

R: 11,1 cm; 178 cm

1.123* A cada 0,1 s as gotas d'água pingam do orifício de um canudo vertical. A aceleração de sua queda é $9,81 \text{ m/s}^2$. Determinar a distância entre a primeira e a segunda gota, passado 1 s após a partida da primeira gota.

R: 0,932 m

1.124 (UAN-F.E: 2014) O Pedro lançou verticalmente para cima a partir de uma altura de 2,0 m do solo uma bola. Sendo a altura máxima atingida pela bola em relação ao solo de 5,2 m, calcular a velocidade de lançamento da bola. Despreze pela resistência do ar.

R: 7,9 m/s

1.125 (UAN-F.E: 2004) Um corpo é lançado segundo um ângulo de 45° com a horizontal e atinge o alcance de 7,9 m. Despreze a resistência do ar e determine o valor da velocidade do corpo no ponto mais alto da trajetória.

☐ a) $4,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

☐ b) $7,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

☐ c) $5,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

☐ d) $3,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

☐ e) $9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

☐ f) $6,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

☐ g) $8,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

☐ f) Outro

1.126** Considere hipoteticamente duas bolas lançadas de um mesmo lugar ao mesmo tempo: a bola 1, com velocidade para cima de 30 m/s , e a bola 2, com velocidade de $50 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ formando um ângulo de 30° com a horizontal. Considerando $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, assinale a distância entre as bolas no instante em que a primeira alcança sua máxima altura.

☐ a) $25\sqrt{10} \text{ m}$

☐ b) $30\sqrt{17} \text{ m}$

☐ c) $30\sqrt{19} \text{ m}$

☐ d) $25\sqrt{31} \text{ m}$

☐ e) $25\sqrt{43} \text{ m}$

☐ f) Outro

1.127° Um corpo lançado de uma altura de 15 m em relação ao solo com uma velocidade de 30 m/s sob o ângulo de 45° relativamente ao horizonte. Calcule:

a) a altura máxima de subida em relação ao solo.

R: 35,7 m

b) a duração do voo e a distância passada no sentido horizontal

R: 4,86 s ; 103 m

c) a velocidade no fim do seu movimento.

R: $34,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

1.128 (UAN-F.E: 2003) De uma torre de altura 45 m horizontalmente foi lançado um projétil com velocidade inicial 30 m/s . Determine o ângulo em relação a horizontal que faz o vetor velocidade com que o projétil chega ao solo.

R: 45°

1.129 (UAN-F.C: 2006-2007) Um corpo é lançado a partir de uma altura inicial de 20 m para cima na direção que faz com o plano horizontal α igual a 60° com velocidade inicial igual a 20 m/s . Após quanto tempo é que o corpo atinge o seu ponto mais alto e qual o valor da altura desse ponto em relação a superfície da terra, tomado $g = 10 \text{ m/s}^2$.

R: 1,7 s ; 35 m

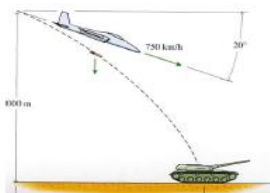
1.130** Um corpo lançado com a velocidade v_0 sob um certo ângulo em relação ao horizonte. O tempo de voo é igual a 2,2 s. Calcular a altura atingida pelo corpo.

R: 5,9 m



1.131*** Uma partícula é lançada de uma altura que é o dobro do alcance, atingido por uma partícula com uma velocidade de 10 m/s que faz um ângulo de 30° com a horizontal. Determine o alcance da partícula.

R: $39,4 \text{ m}$

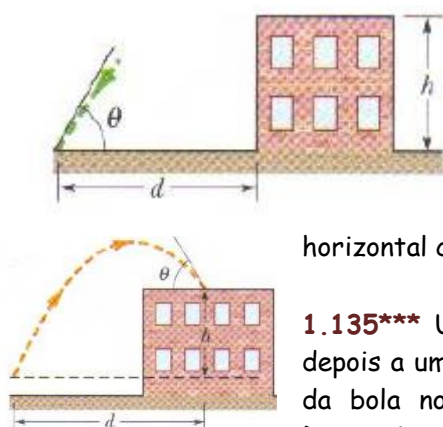


1.132*** Um avião encontra-se numa trajetória descendente, sob um ângulo $\theta = 20^\circ$, quando larga uma bomba. Se altitude no instante do lançamento é de 5000 m e a sua velocidade de 750 m/h . Determine a distância horizontal percorrida pela bomba e o tempo decorrido até atingir o solo. Despreze a resistência do ar.

R: 4991 m

1.133** Você lança uma bola em direção a uma parede com uma velocidade de 25 m/s e um ângulo de 40° . A parede está a uma distância de 22 m do ponto de lançamento da bola. **a)** A que distância acima do ponto de lançamento a bola atingirá a parede? **b)** Quais são as componentes horizontal e vertical da velocidade da bola ao atingir a parede? **c)** Ao atingir a parede, a bola já passou pelo ponto mais alto da trajetória?

R: 12 m ; $19,2 \text{ m/s}$; $4,8 \text{ m/s}$; Não



1.134*** Uma bola é jogada para a esquerda a partir da extremidade esquerda de uma terraço, situado a uma altura h acima do solo. A bola chega ao solo $1,50 \text{ s}$ depois, a uma distância $d = 25,0 \text{ m}$ do edifício e fazendo um ângulo de 60° com a horizontal. **a)** Determine o valor de h . **b)** Quais são o módulo da velocidade inicial e o ângulo em relação à horizontal com o qual a bola foi jogada?

R: $32,3 \text{ m}$; $21,9 \text{ m/s}$ $40,4^\circ$

1.135*** Uma bola é arremessada para o alto de um edifício, caindo $4,00 \text{ s}$ depois a uma altura $h = 20,0 \text{ m}$ acima da altura de lançamento. A trajetória da bola no final tem uma inclinação de 60° em relação à horizontal. Determine a distância d coberta pela bola, o módulo da velocidade inicial da bola e o ângulo em relação à horizontal com o qual a bola foi jogada.

R: $33,7 \text{ m}$; 26 m/s $71,1^\circ$

1.136*** Um foguete é lançado verticalmente e sobe com aceleração constante de 21 m.s^{-2} durante 30 s . Seu combustível é consumido e continua subindo somente sob ação da gravidade. **a)** qual é a altitude máxima alcançada? **b)** qual é o tempo total decorrido desde o lançamento até que o foguete volte à Terra?

R: 29700 m ; $172,2 \text{ s}$

1.137** Um projétil é disparado com uma velocidade inicial de valor 250 m/s , para atingir um alvo A , situado 500 m acima da arma e a uma distância horizontal de 3600 m . Desprezando a resistência do ar e sabendo que a meia distância entre a arma e o alvo existe uma colina com 800 m de altura. Determine o ângulo de lançamento.

R: $71,85^\circ$

1.138*** Considerando-se 320 m/s a velocidade do som no ar, deixa-se cair uma pedra num poço ouvindo-se o som do choque contra o fundo $4,25 \text{ s}$ após ter-se soltado a pedra. Qual é a profundidade do poço?

R: 80 m

1.139** Um projétil é disparado horizontalmente da altura de 60 m , com a velocidade $v_0 = 20_{\overline{ex}} (\text{m.s}^{-1})$. Considere desprezável a resistência do ar. Determine:

a) a equação paramétrica do movimento;

R: $y = 60 - 0,0125x^2$



b) a equação cartesiana do vetor posição no instante t ;

$$\vec{r} = 20t\vec{e}_x + (60 - 5t^2)\vec{e}_y$$

c) o tempo de queda e o alcance máximo;

$$R: 3,5 \text{ s}; 70 \text{ m}$$

e) Para $t = 3 \text{ s}$; as componentes tangencial e normal da aceleração;

$$R: 5,6 \text{ m.s}^{-2}; 8,3 \text{ m.s}^{-2}$$

1.140 (UAN-2005) Uma partícula que se move no campo gravitacional da terra ao fim de $1,0 \text{ s}$ do movimento possui a $\vec{v} = 10,0\vec{e}_x - 4,0\vec{e}_y$. Determine a sua aceleração normal neste instante. $R: 9,1 \text{ m.s}^{-2}$

1.141** Uma pedra é lançada horizontalmente com a velocidade inicial de 15 m/s . Encontrar as acelerações normal (a_n) e tangencial (a_t) da pedra após 1 s após o início do movimento.

$$R: 8,2 \text{ m.s}^{-2}; 5,4 \text{ m.s}^{-2}$$

1.142** Uma pedra é lançada horizontalmente com a velocidade inicial de 10 m/s . Encontrar o raio de curvatura da trajetória da pedra três segundos após o início do movimento. $R: 305 \text{ m}$

1.143** Um corpo é lançado com a velocidade de $14,7 \text{ m/s}$ sob o ângulo de 30° em relação ao horizonte. Encontrar as acelerações normal (a_n) e tangencial (a_t) do corpo $1,25 \text{ s}$ o início do movimento. $R: 9,15 \text{ m.s}^{-2}; 3,52 \text{ m.s}^{-2}$

1.144*** Um corpo é lançado com a velocidade de 10 m/s sob o ângulo de 45° em relação ao horizonte. Encontrar o raio de curvatura da trajetória 1 s após o início do movimento. $R: 6,3 \text{ m}$

1.145*** Um corpo é lançado com a velocidade de v_0 sob um ângulo α em relação ao horizonte. Encontrar a velocidade v_0 e o ângulo α , sabendo que a altura da ascensão do corpo é de 3 m e o raio de curvatura da trajetória do corpo no ponto mais alto da trajetória é de 3 m . $R: 9,4 \text{ m/s}; 54^\circ 44'$

§.6 RELATIVIDADE DO MOVIMENTO (MOVIMENTO RELATIVO)

1.146° Um barco a vapor, quando sobe um rio, percorre 2160 m em 432 s e, quando o desce, percorre o mesmo espaço em 4 min . Sabendo que o motor imprime ao barco a mesma velocidade nos dois casos, calcular:

a) a velocidade que o motor imprime ao barco.

$$R: 7 \text{ m.s}^{-1}$$

b) a velocidade da corrente.

$$R: 2 \text{ m.s}^{-1}$$

1.147° Um barco está com o motor a funcionar com o regime constante, sua velocidade em relação a água tem o módulo igual a 5 m/s . A correnteza do rio se movimenta em relação as margens com 2 m/s , constante. Determine o módulo da velocidade do barco em relação as margens e o rio em 3 situações distintas:

a) o barco caminha paralelamente a correnteza em sentido contrário.

$$R: 3 \text{ m.s}^{-1}$$

b) o barco caminha paralelamente a correnteza no mesmo sentido.

$$R: 7 \text{ m.s}^{-1}$$

c) o barco se movimenta numa direção perpendicular a margens.

$$R: 1,93 \text{ km.h}^{-1}$$

1.148* Uma pessoa sobe uma escada rolante parada em 15 s . A mesma escada, quando em funcionamento, transporta a pessoa em 10 s . Calcule o tempo que levaria a mesma pessoa para subir o lance de escadas, caminhando com a escada em funcionamento. $R: 6 \text{ s}$



1.149* Um barco passa uma distância de 20 km durante 2h indo da corrente de um rio e perde 2,5 h para superar esta distância contra a corrente.

a) calcule a velocidade do barco relativamente a água;

R: 9 km. h⁻¹

b) qual a velocidade da corrente do rio;

R: 1 km/h

1.150* Um nadador cuja velocidade em relação a água é de 5,4 km.h⁻¹ atravessa um rio perpendicularmente a sua corrente. A velocidade da corrente é de 3,6 km.h⁻¹.

a) qual a velocidade do nadador relativamente a margem

R: 6,5 km. h⁻¹

b) sob que ângulo relativamente a corrente se move o nadador

R: 56,3°

1.151** Um barco faz uma viagem entre duas localidades situadas na mesma margem e que distam 8 km quando o motor funciona a potência máxima. A viagem de descida do rio demora 30 min e de subida 60 min. Determine a velocidade do rio.

R: 4,0 km. h⁻¹

1.152* Um barco a vapor tem a velocidade de 11,52 km/h, e as águas do rio em que navega têm a velocidade de 1,5 m. s⁻¹. Que espaço percorrerá o barco, durante 1,25 horas, quando desce e quando sobe o rio?

R: 21,15 km, 7,65 km

1.153 (UAN-F.E: 2004) Uma embarcação turística faz a viagem entre duas localidades A e B, que distam 6 km na mesma margem de um rio cuja corrente tem a velocidade de 3 km/h dirigida de A para B. A viagem de ida e volta entre as duas localidades demora 2h e 40 min. Quando o motor está a funcionar a potência máxima. Quanto tempo demora a viagem de A para B.

R: 40 min

1.154 (UAN-F.E: 2009-V2) Um barco tem que atravessar um rio de largura 775 m perpendicularmente as margens. Para isso o piloto orienta o barco segundo uma direção que faz um ângulo α com a perpendicular as margens. Qual o ângulo α se a velocidade do barco em águas estagnadas é igual a 45 km/h e a travessia demora 1,1 min.

R: 20°

1.155 (UAN- F.E: 2009-V4) Um barco tem que atravessar um rio de largura 861 m perpendicularmente as margens. Para isso o piloto orienta o barco segundo uma direção que faz um ângulo α com a perpendicular as margens. Qual o ângulo α se a velocidade do barco em águas estagnadas é igual a 50 km/h e a travessia demora 1,1 min.

☐ a) - 10°

☐ b) 25°

☐ c) 15°

☐ d) 20°

☐ e) 0°

☐ f) 0.R

1.156° Um barco tem a velocidade de 7,5 m/s quando desce um rio, e a velocidade de 5 m/s quando sobe. Determinar a velocidade do barco e da corrente do rio.

R: 6,25 m/s e 1,25 m/s

1.157** Um barco atravessa um rio com velocidade própria de 10 m/s, perpendicular a correnteza. Sabendo-se que a largura do rio é de 800 m e velocidade da correnteza 4 m/s, determine:

a) o tempo gasto da travessia;

R: 80 s

b) o deslocamento do barco rio abaixo ao fim da travessia;

R: 320 m

c) a distância realmente percorrida pelo barco na travessia;

R: 862 m



d) a velocidade do barco em relação a terra;

R: 10,8 m/s

1.158 (UAN-2006) Um barco tem de atravessar um rio de largura de 600 m que flui com a velocidade de 2,3 m/s perpendicularmente as margens. Que ângulo faz se a travessia demora 2 min?

- ☐ a) 35° ☐ b) 25° ☐ c) 15° ☐ d) 30° ☐ e) 45° ☐ f) 0. R

1.159*** Um barco leva 10 horas para subir e 4 horas para descer um mesmo trecho do rio Kwanza, mantendo constante o módulo de sua velocidade em relação á água. Quanto tempo o barco leva para descer esse trecho com o motor desligado?

- ☐ a) 14h30 min ☐ b) 13h20 min ☐ c) 10 horas ☐ d) 7h20 min ☐ e) Outro

1.160* Ngomith atravessa a nado, com velocidade constante, um rio de 60 m de largura e margens paralelas, em 2 minutos. Edna, que boia no rio e está parada em relação á água, observa Ngomith, nadando no sentido sul-norte, em uma trajetória retilínea, perpendicular as margens. Rosa, sentada na margem do rio, vê que Ngomith se move no sentido sudoeste-nordeste, em uma trajetória que forma um ângulo θ com a linha perpendicular as margens. As trajetórias, como observadas por Edna e Rosa, estão indicadas nas figuras abaixo, respetivamente por PA e PM. Se o ângulo θ for tal que $\cos \theta = 3/5$ ($\sin \theta = 4/5$), qual o valor do módulo da velocidade.

a) de Ngomith em relação á água?

R: 0,5 m/s

b) de Ngomith em relação á margem?

R: 0,83 m/s

c) da água em relação á margem?

R: 0,67 m/s

1.161** Um barco atravessa um rio de 60 metros de largura com uma velocidade de 2 m/s numa direção normal à da corrente. Calcular a velocidade da corrente, sabendo que o barco derivou águas abaixo 15 metros.

R: 0,5 m. s⁻¹

1.162** Um barco desce de um rio a velocidade de 12 m/s e sobe-o a velocidade de 9 m/s em relação as suas margens quando o motor está funcionar em potência máxima. Quanto tempo demora fazer a travessia perpendicularmente as margens, sabendo que o rio tem 1,87 km largura?

- ☐ a) 300 s ☐ b) 240 s ☐ c) 180 s ☐ d) 120 s ☐ e) 420 s ☐ f) 0. R

1.163*** Um barco a motor dirige-se para o Norte a 15 km. h⁻¹, num local onde a corrente é de 5 km. h⁻¹ na direção S70°E. Ache a velocidade do barco e a direção em relação à margem.

R: 14,1 km. h⁻¹; N19,4°E

1.164*** Um barco de corridas desloca-se na direção N30°E a 25 km. h⁻¹. Encontra-se num local onde a corrente lhe dá um movimento resultante de 30 km. h⁻¹ na direção N50°E. Achar a velocidade e a direção da corrente.

R: 10,74 km. h⁻¹; S77°15'E

1.165** Imagine que se encontra a viajar de carro, num dia de chuva, mas sem qualquer vento. O carro viaja a 80 km. h⁻¹ relativamente a Terra. Observando os rastros que os pingos de chuva deixam nas janelas laterais do carro, conclui-se que a chuva se desloca, relativamente ao carro, segundo uma direção que faz um ângulo de 58° com a vertical. Qual é o valor da velocidade dos pingos de chuva relativamente à Terra?

R: 50 km/h



1.166** O Mr. Cat consegue remar um barco, em águas paradas, a uma velocidade de 4 km.h^{-1} . a) se ele quiser atravessar um rio cuja corrente tem velocidade de valor igual a 2 km.h^{-1} , em que direção deverá orientar o barco se desejar alcançar um ponto diretamente oposto ao ponto de partida? b) se o rio tiver 4 km de largura, quanto tempo demorará a travessia? c) quanto tempo demoraria o Mr. Cat a remar 2 km rio acima e regressar ao ponto de partida?

R: $30^\circ \uparrow$; $69,3 \text{ min}$; $1 \text{ h } 20 \text{ min}$

1.167** Um velejador pretende navegar de oeste para leste a uma velocidade de valor igual a 15 km.h^{-1} relativamente à costa. Existe, porém, uma corrente marítima de sul para norte, com velocidade de valor igual a 5 km.h^{-1} . Determine qual deve ser o valor da velocidade do barco relativamente à corrente, bem como a sua direção, para que o velejador consiga o que pretende.

R: $15,8 \text{ km.h}^{-1}$; $E18^\circ S$

1.168** Um avião voa com a velocidade de 800 km/h em relação ao ar. O vento sopra na direção Oeste-Este com a velocidade de 15 m/s . Encontrar a velocidade com que o avião se move em relação à Terra e sob que ângulo α com o meridiano se ver manter o rumo para que o voo seja: a) para o Sul; b) para o Norte; c) para o Oeste; d) para o Este.

R: a e b) $3^\circ 52'$ e 798 km.h^{-1} ; c) 746 km.h^{-1} ; d) 854 km.h^{-1}

1.169*** Um avião voa do ponto A ao ponto B num percurso de 300 km para o Este. Encontrar a duração do voo, sabendo que: a) não há vento; b) o vento sopra do Sul para o Norte; c) o vento sopra do Oeste para o Este. A velocidade do vento é de 20 m/s e a do avião em relação ao ar é de 600 km/h .

R: 30 min ; $30,2 \text{ min}$; $26,8 \text{ min}$.

1.170*** Um avião A voa para norte a 300 km.h^{-1} em relação ao solo. Ao mesmo tempo, outro avião B voa na direção $N60^\circ W$ a 200 km.h^{-1} em relação ao solo. Achar a velocidade e a direção de A em relação a B e a de B em relação a A.

R: $264,6 \text{ km.h}^{-1}$ e $N40,7^\circ E$; $264,6 \text{ km.h}^{-1}$ e $S40,7^\circ O$

1.171*** Um barco a motor, que ia subindo um rio, encontrou uma balsa que se movia no sentido da corrente. Decorrida uma hora uma hora do encontro o barco parou. O concerto do motor durou 30 min e durante o mesmo o barco moveu-se livremente no sentido da corrente. Depois do concerto o barco começou a mover-se na direção da corrente, com a mesma velocidade relativa à água e alcançou a balsa a $7,5 \text{ km}$ de distância em relação ao primeiro encontro. Determine a velocidade da corrente.

R: $3,0 \text{ km/h}$

1.2 – Dinâmica

Leis de newton...

A **primeira lei de Newton** ou **lei da Inércia** descreve o que acontece a um corpo quando deixado entregue a si mesmo, ou seja, quando a resultante (soma vetorial) das forças que sobre ela se exercem é nula. Pode enunciar-se do seguinte modo: "se a resultante das forças que se exercem sobre um corpo é nula, este corpo move-se com velocidade constante (note-se que o repouso é um caso particular de velocidade constante nula)"

Condições de equilíbrio: uma partícula encontra-se em equilíbrio se é nula a soma de todas as forças que nela atuam. Para corpo um rígido que se encontra em equilíbrio sob a ação de um sistema de forças é preciso considerar o equilíbrio relativamente a translação e a rotação. Por isso, devem ser satisfeitas as seguintes condições:

$$\sum \vec{F}_R = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sum \vec{F}_x = 0 \\ \sum \vec{F}_y = 0 \end{cases} \quad e \quad \sum \vec{M} = 0$$

Segunda lei de Newton ou **Lei fundamental da Dinâmica** descreve o que acontece quando a resultante das forças que se exercem sobre um corpo não é nula.

$$\left| F = m \cdot a \Rightarrow F = m \cdot \frac{dv}{dt} \Rightarrow F = \frac{d\vec{p}}{dt} \right| \quad \left(kg \cdot \frac{m}{s^2} = 1N \right)$$

Onde \vec{p} é a quantidade do movimento.

Terceira lei de Newton: a matéria interage com a matéria - as forças vêm em pares. Para cada força exercida num corpo existe uma força igual, mas de sentido contrário, exercida num outro corpo que interaja com ele. A isso chama-se a **Lei de Ação e Reação**.

Tipos específicos de forças...

a) **Peso ou força gravítica. A lei da gravitação Universal de Newton:** o peso de um corpo é a força gravítica que a Terra exerce sobre esse corpo. Esta força é dirigida segundo a vertical, de cima para baixo (aponta para o centro da Terra) e tem o valor constante desde que a distância a que o corpo se encontra da superfície da Terra seja muito menor do que o raio da Terra. Se a força gravítica, F_g , for a única força que se exerce sobre um corpo de massa m , a segunda lei de Newton diz-nos que este adquire uma aceleração, dita aceleração da gravidade, g , então:

$$|\vec{P} = \vec{F}_g = mg| \quad (2.1)$$

A **lei da atração universal** foi formulada por Newton e tem o seguinte enunciado: "dois corpos materiais exercem um sobre o outro uma força de atração F diretamente proporcional às suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que os separa". A expressão analítica que a traduz é a seguinte:

$$\left| F = G \cdot \frac{M \cdot m}{r^2} \right| \quad (2.2)$$

representado por M e m as massas dos corpos e r a distância que os separa; G é a constante de proporcionalidade, a que se dá o nome de **constante de gravitação** ou **constante de atração universal**. O seu valor expresso em unidades do SI é de $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$.

Nos diferentes lugares da terra o valor de g não é constante: varia com a *latitude e altitude*. A variação de g com a latitude é devida as duas causas: achatamento da Terra nos polos e a desigualdade da força centrífuga. Quanto a sua variação com a altitude, é regulada pela lei de Newton. Por tanto, representando por R o raio da Terra, por M a sua massa, por g_0 a aceleração da gravidade ao nível do mar (latitude 0), por h a altitude e por g_h a aceleração da gravidade num lugar cuja distância ao centro da Terra é $R + h$, temos:

$$g_0 = G \cdot \frac{M}{R^2} \text{ e } g_h = G \cdot \frac{M}{(R + h)^2}$$

donde

$$\frac{g_h}{g_0} = \frac{R^2}{(R + h)^2} \text{ ou } g_h = g_0 \cdot \frac{R^2}{(R + h)^2}$$

ou ainda, sem grande erro:

$$\left| g_h = g_0 \cdot \left(\frac{1}{1 + \frac{2h}{R}} \right) \right| \quad (2.3)$$

b) Força Normal (N): atua perpendicularmente ao plano horizontal de referência.

c) Força de atrito estático (f_e): exerce-se entre duas superfícies sólidas em contacto de modo a impedir o seu movimento relativo.

$$|f_e = \mu_e \cdot N| \quad (2.4)$$

d) Força de atrito cinético ou de deslizamento (f_k): exerce-se entre duas superfícies sólidas em contacto, em movimento de translação relativamente uma da outra.

$$|f_k = \mu_k \cdot N| \quad (2.5)$$

e) Força de Tensão (T): atua em cordas, fios ou cabos. É exercida sobre o corpo suspenso e está dirigida segundo a direção da corda, fio ou cado, em suspensão; o seu sentido é tal que aponta para fora do corpo (é uma força que "puxa" o corpo).

f) Força elástica (Lei de Hooke): em regime de deformação elástica, a intensidade da força é proporcional á deformação.

$$|F_{el} = -k(x - x_0)| \quad (2.6)$$

x_0 é a posição de equilíbrio, k é a rigidez da mola (N/m). O sinal negativo indica que o sentido da força elástica é sempre oposto ao sentido do deslocamento da extremidade livre da mola.

Técnicas para aplicação das leis de Newton...

1º PASSO: definir qual é o sistema sob estudo - a parte do universo que nos interessa;

2º PASSO: desenhar um esboço do sistema. Não é necessário grande talento artístico, mas as dimensões relativas das diferentes partes do sistema e quaisquer ângulos devem estar corretos. Linhas retas e circunferência devem ser representadas o mais rigorosamente possível;

3º PASSO: representar todas as forças que atuam sobre o sistema;

4º PASSO: com base nas forças que atuam sobre o sistema, escolher um sistema de eixos cartesianos ortogonais. A orientação dos eixos deve ser tal que haja tantas forças quanto possível dirigidas segundo um ou mais dos eixos;

5º PASSO: desenhar o *diagrama do corpo livre (DCL)*, que consiste na apresentação de todas as forças no sistema de eixos escolhido;

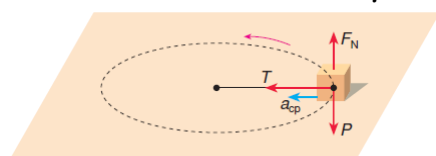
6º PASSO: com base no DCL, escrever as forças em função das suas componentes segundo os eixos escolhidos;

7º PASSO: aplicar as leis;

Forças no movimento circular...

	Força resultante (\vec{F}_R):	$ \vec{F}_R = \vec{F}_t + \vec{F}_c \quad (2.7)$
	Componente tangencial (\vec{F}_t):	$ \vec{F}_t = m \cdot \vec{a}_t \quad (2.8)$
	Componente centrípeta (\vec{F}_c):	$ \vec{F}_c = m \cdot \vec{a}_c = m \cdot \frac{v^2}{R} \quad (2.9)$
	No MCU, $\vec{F}_t = 0$, então:	$ \vec{F}_R = \vec{F}_c = m \cdot \vec{a}_c \quad (2.10)$

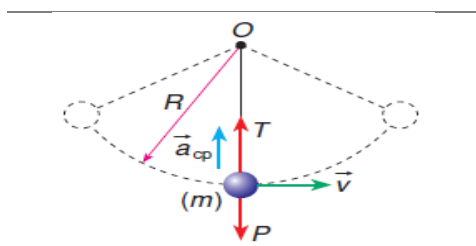
Bloco preso a um fio em MCU num plano horizontal



Eixo OX, $\sum \vec{F}_x = 0$: $\left| T = F_c = m \cdot \frac{v^2}{R} \right| \quad (2.11)$

Eixo OY, $\sum \vec{F}_y = 0$: $|F_N = P = m \cdot g| \quad (2.12)$

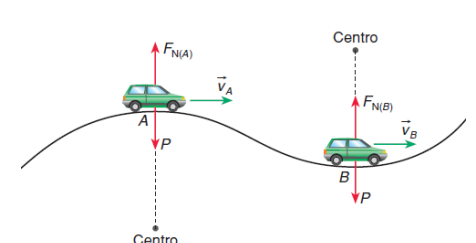
Pêndulo Simples



Posição mais baixa: analisando o eixo OY, $\sum \vec{F}_y = 0$: $\left| T - P = m \cdot \frac{v^2}{R} \right| \quad (2.12)$

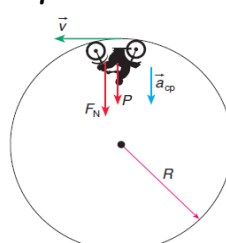
Período, T, das oscilações: $\left| T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \right| \quad (2.13)$

Estrada com lomba e com depressão; Globo da morte e Rotor



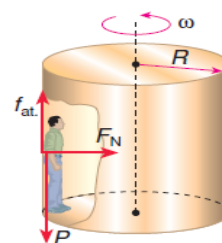
Ponto A: $|P - N_A = m \cdot a_{cA}| \quad (2.14)$

Ponto B: $|N_B - P = m \cdot a_{cB}| \quad (2.15)$



Posição mais alta: $F_N + P = F_c$

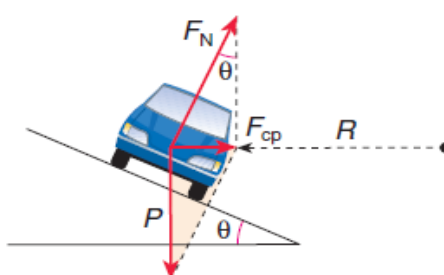
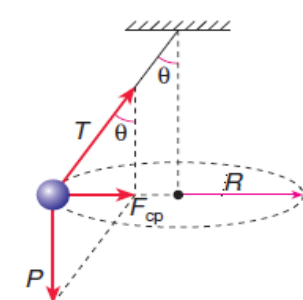
Se, $F_N = 0$: $|v_{min} = \sqrt{Rg}| \quad (2.16)$



$f_{at} = P$ e $F_N = F_c$

$|F_N = m\omega^2 \cdot R| \quad (2.17)$

Pêndulo cônico e Pista Sobrelevada

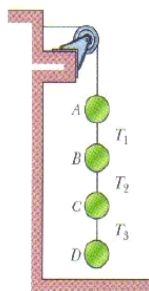


A partir do triângulo formado no pêndulo cônico e na pista sobrelevada, é válida a relação:

$\text{tg } \theta = \frac{F_c}{P}$
 $\left| \text{tg } \theta = \frac{v^2}{Rg} \right| \quad (2.18)$

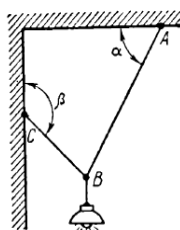


§. 7 LEIS DE NEWTON (ESTÁTICA & MOVIMENTOS NO PLANO)



2.1° Dois pesos, de 10 N e 5 N , pendem de uma corda, presos a ela em diferentes pontos, sendo que o peso maior pende abaixo do menor. Qual é a tensão da corda, caso seja fixo o seu extremo superior?

R: 10 N e 15 N



2.3** Uma lâmpada elétrica que pesa 20 N pende do teto no cordão AB e é puxada para o lado da parede pela corda BC . Determinar as T_A tensões, no cordão AB , e T_C , na corda BC , se são dados os ângulos $\alpha = 60^\circ$ e $\beta = 135^\circ$. Não considerar os pesos do cordão e da corda.

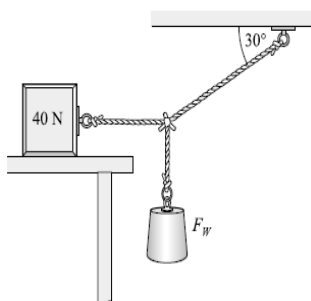
R: $14,6\text{ N}$ e $10,4\text{ N}$

2.4* Um veículo assenta num plano inclinado a 30° com a horizontal, sem atrito, preso por uma corda que se encontra paralela ao plano inclinado. Supondo que a tensão suportada pela corda é de $6\,000\text{ N}$, determinar o peso do veículo e a força exercida sobre o veículo pelo plano inclinado.

R: 12 kN e $6\sqrt{3}\text{ kN}$

2.5*** Em dois planos inclinados, que fazem ângulos $\alpha_1 = 30^\circ$ e $\alpha_2 = 60^\circ$ com a horizontal, encontra-se uma bola que pesa 20 N . Determinar a força de pressão da bola sobre cada um dos planos inclinados, sendo que a fricção entre a bola e os planos é desprezada.

R: $17,32\text{ N}$ e 10 N



2.6** O Sistema está em equilíbrio. Qual é o valor máximo que o peso F_w pode ter se a força de atrito do bloco não pode exceder 12 N ? Determine o coeficiente de atrito estático entre o bloco e a superfície da mesa?

R: $6,9\text{ N}$; $0,3$

2.7° Achar a resultante de duas forças de 600 N cada uma aplicada a um corpo que formam o ângulo de 60° entre si.

R: 1040 N

2.8* Sobre um corpo atuam duas forças dirigidas sob o ângulo de 90° uma relativamente à outra. Uma força é igual a 40 N . Qual a outra força se a força resultante é de 50 N ?

R: 30 N

2.9° Uma pessoa com 60 kg de massa está num elevador. Determine a força que o piso exerce sobre a pessoa quando o elevador:

a) sobe e desce com movimento uniforme;

R: 588 N

b) sobe e desce com aceleração de 3 m/s^2 ;

R: 768 N e 408 N

2.10 (UAN-F.C:2006-2007 VB) Uma pessoa de massa igual a 50 kg está de pé dentro da cabine de um elevador. Determine o seu peso nos dois casos seguintes:

a) o elevador sobe com aceleração constante $A = 3\text{ m/s}^2$;

R: 650 N

b) o elevador desce com aceleração constante $A = 3\text{ m/s}^2$;

R: 350 N



2.11* Uma caixa de madeira de 25 kg cai de um caminhão que viaja a 90 km/h . Se o coeficiente de atrito por deslizamento entre a madeira e o pavimento é $0,48$. Determine a distância que percorrerá a caixa até deter-se.

R: $61,5\text{ m}$

2.12** baixo a ação de uma força desconhecida, um bloco partindo do repouso percorre uma distância de 40 cm . Quando sobre o corpo se coloca outro corpo de massa 20 g e lhe aplica a mesma esta força percorre a partir do repouso uma distância de 20 cm no mesmo tempo. Calcule a massa do bloco.

R: 20 g

2.13** Um trator automóvel dá a um reboque sem carga uma aceleração de $0,4\text{ m/s}^2$ e outro reboque carregado, $0,1\text{ m/s}^2$. Qual será a aceleração de dois reboques ligados entre si se a força de tração em todos os casos é a mesma?

R: $0,08\text{ m/s}^2$

2.14** Sob ação de uma força um carrinho movendo de estado de repouso passou um percurso de 40 cm . Movendo nas mesmas condições com a carga de 200 g durante o mesmo intervalo de tempo o carrinho andou a distancia de 20 cm . Determine a massa do carrinho.

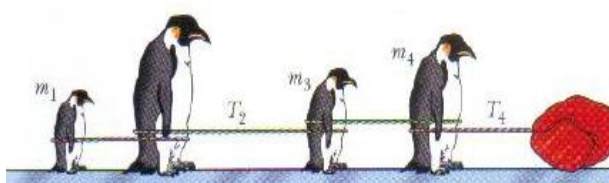
R: 200 g

2.15** Uma partícula de massa $0,15\text{ kg}$ cai de uma altura de 3 m sobre uma superfície plana e horizontal de areia. Sabendo que o corpo afunda 3 cm antes de parar, determine a força, suposta constante, que a areia exerce sobre o corpo.

R: $148,5\text{ N}$

2.16** Um homem está de pé sobre a carroceria de um caminhão que se move a 36 km.h^{-1} . Em que ângulo e em que direção deve a pessoa se inclinar-se para não cair se, em 2 s , a velocidade do caminhão passar a 45 km.h^{-1} .

R: $7,3^\circ \rightarrow$

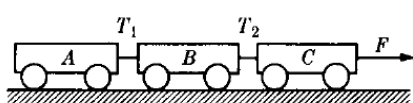


dada.

2.17* Quatro pinguins que estão sendo puxados sobre gelo muito escorregadio (sem atrito) por um zelador. As massas de três pinguins e a tensão em duas das cordas são $m_1 = 12\text{ kg}$, $m_3 = 15\text{ kg}$, $m_4 = 20\text{ kg}$, $T_2 = 111\text{ N}$ e $T_4 = 222\text{ N}$.

Determine a massa do pinguim m_2 , que não é

R: $23,1\text{ kg}$



2.18* Os corpos A , B e C têm massas de $10, 15$ e 20 kg , respectivamente. Uma força F igual a 50 N é aplicada em C . Calcule a aceleração do sistema, admitindo que não há atrito e a tensão em cada cabo.

R: $1,1\text{ m/s}^2$; $11,11\text{ N}$; $27,78\text{ N}$

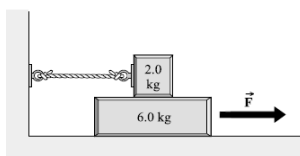
2.19 (UAN-F.E:2006-2007 VA) Um comboio composto de uma locomotiva de massa 12000 kg e de seis vagões idêntico de massa 1000 kg cada um, move-se com aceleração constante .

a) calcule o valor da força resultante F que desenvolve todo o comboio.

R: $9 \cdot 10^4\text{ kN}$

b) determine a tensão pela barra de acoplamento que liga o segundo vagão.

R: $2,5 \cdot 10^4\text{ N}$



2.20* Qual é a intensidade da força F necessária para puxar um bloco de 6 kg com uma aceleração de $1,5\text{ m/s}^2$ se o coeficiente de atrito cinético em todas as superfícies é $0,40$?

R: 48 N



2.21* Dois corpos A e B , de massa respetivamente iguais a 3 kg e 7 kg encontram-se ligados entre si por um fio ideal de massa desprezível. Sabendo que os mesmos estão apoiados em uma mesa horizontal. Sabendo que o coeficiente de atrito entre os corpos e a mesa é igual a $0,4$ e aplica-se ao corpo A uma força horizontal constante de intensidade igual a 50 N . Calcule a aceleração transmitida ao sistema.

R: 1 m/s^2

2.22* Um automóvel cuja massa é 1000 kg sobe uma rua com 20° de inclinação relativamente à horizontal. Determine a força que o motor deve exercer para que o carro se mova:

a) com movimento uniforme;

R: 3350 N

b) com aceleração de $0,2\text{ m/s}^2$;

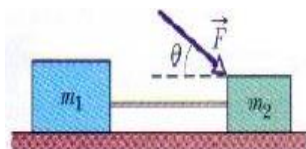
R: 3550 N

2.23* Uma força F horizontal atua sobre um corpo de massa 50 kg desde o topo de um plano inclinado de altura 5 m e comprimento 10 m , transmitindo-lhe uma aceleração de $9,4\text{ m/s}^2$. Sabendo que o coeficiente de atrito é $0,2$. Determinar a força aplicada ao corpo e o tempo gasto até o corpo chegar a base do plano inclinado.

R: 310 N ; $1,46\text{ s}$

2.24* Um caixote de 68 kg é arrastado sobre um piso, puxado por uma corda inclinada 15° acima da horizontal. Se o coeficiente de atrito estático é $0,50$, qual é o valor mínimo do módulo da força para que o caixote comece a se mover? Se $\mu_k = 0,35$, qual é o módulo da aceleração inicial do caixote?

R: 304 N ; $1,3\text{ m/s}^2$

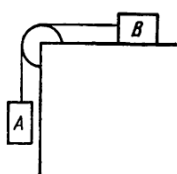


2.25** O bloco 1 de massa $2,0\text{ kg}$ e o bloco 2 de massa 1 kg estão ligados por um fio de massa desprezível. O bloco 2 é empurrado por uma força F de módulo 20 N que faz um ângulo $\theta = 35^\circ$ com a horizontal. O coeficiente de atrito cinético entre cada bloco e a horizontal é de $0,20$. Qual é a tensão do fio?

R: $9,4\text{ N}$

2.26* Através de uma roldana, passa um fio em que nas suas extremidades estão penduradas as cargas $m_1 = 2\text{ kg}$ e $m_2 = 1\text{ kg}$. A velocidade inicial das cargas é nula. Qual será o espaço percorrido pelos corpos em tempo $t = 3\text{ s}$? Qual será a força de tensão no fio?

R: 15 m ; $13,3\text{ N}$

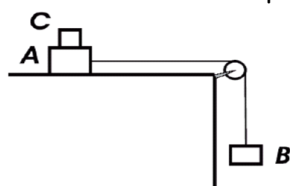


2.27** Uma roldana é fixa à borda de uma mesa. Os pesos A e B , de massas iguais a 1 kg , estão ligados por um fio e pendurados através de uma roldana. coeficiente de atrito do peso B contra a mesa é de $0,1$. Calcule a aceleração com que se movem e a força de tensão do fio, desprezando o peso da roldana e o atrito na mesma.

R: $4,4\text{ m/s}^2$; $5,4\text{ N}$

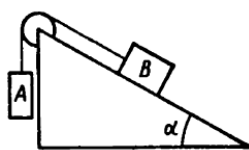
2.28** Um bloco de massa de 400 g colocado num plano horizontal sob ação de uma carga de massa de 100 g , ligada com o bloco por um fio e suspensa a uma roldana colocada numa extremidade do plano, a partir de estado de repouso passou a distancia de 80 cm durante 2 s . Achar o coeficiente de atrito do bloco com o plano.

R: $0,2$



2.29** Os corpos A e B pesam 44 N e 22 N , respetivamente. a) determine o menor peso do bloco C que evita que o bloco A deslize, se μ_e entre A e a mesa é $0,2$. b) o bloco C é removido bruscamente de cima do bloco A . Qual é a aceleração do bloco A se μ_k entre A e a mesa é $0,15$?

R: 66 N ; $2,3\text{ m/s}^2$



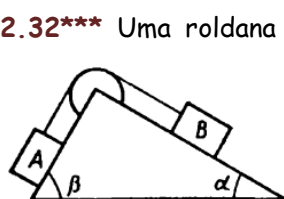
2.30** Uma roldana é fixa ao vértice do plano inclinado que forma um ângulo de 30° com o horizonte. OS pesos A e B da mesma mesa de massas iguais a 1 kg estão unidos por meio dum fio e pendurados através de uma roldana. Encontrar a aceleração com que se movem os pesos, e a força de tensão do fio. O coeficiente de atrito do peso B contra o plano inclinado é de $0,1$.

Desprezar o peso da roldana e o atrito da roldana.

R: $2,02\text{ m/s}^2$; $7,8\text{ N}$

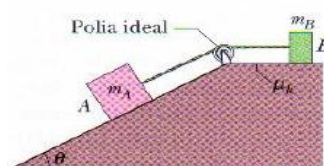
2.31*** Dois corpos, A e B, de massas $0,5$ e $0,25\text{ kg}$, respetivamente, estão ligados entre si por uma haste de massa desprezável (corpo A próximo do vértice com ângulo α). Sabendo que o plano tem uma inclinação de $\alpha = 30^\circ$ com a horizontal e que os coeficientes de atrito cinético entre os corpos e superfície do plano são, respetivamente, $0,2$ e $0,3$. Determine a aceleração do conjunto bem como a tensão na haste.

R: $2,9\text{ m/s}^2$; $0,14\text{ N}$



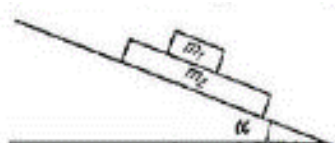
2.32*** Uma roldana é fixa num vértice de dois planos inclinados, que formam os ângulos $\alpha = 30^\circ$ e $\beta = 45^\circ$ com o horizonte. Os pesos A e B de mesma massa de 1 kg estão ligados por meio dum fio e pendurados através duma roldana. Achar a aceleração com que os pesos se movem, e a força de tensão do fio se os coeficientes de atrito entre os blocos e os dois planos inclinados é igual a $0,1$. Desprezar o peso da roldana e o atrito da roldana.

R: $0,24\text{ m/s}^2$; $6,0\text{ N}$



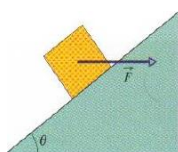
2.33** O bloco A possui massa de $4,0\text{ kg}$ e o bloco B possui massa de $2,0\text{ kg}$. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco B e o plano horizontal é $\mu_k = 0,50$. O ângulo do plano inclinado sem atrito é $\theta = 30^\circ$. A polia serve apenas para mudar a direção do fio que liga os blocos. O fio possui massa desprezável. Determine a tensão do fio e o módulo da aceleração dos blocos.

R: $1,63\text{ m/s}^2$; $13,1\text{ N}$



2.34*** Sobre um plano inclinado, com ângulo de inclinação $\alpha = 30^\circ$, se coloca uma prancha plana de massa $m_2 = 10\text{ kg}$ e sobre ela um corpo de massa $m_1 = 5\text{ kg}$. O coeficiente de atrito entre o corpo e a prancha é $\mu_1 = 0,15$, e entre a prancha e o plano é $\mu_2 = 0,3$. Determinar as acelerações de ambos corpos.

R: $3,7\text{ m/s}^2$ e $1,8\text{ m/s}^2$



2.35** Um bloco de $5,0\text{ kg}$ é lançado para cima ao longo de um plano inclinado de ângulo $\theta = 37^\circ$, enquanto uma força horizontal F de módulo 50 N atua sobre ele. O coeficiente de atrito cinético entre o bloco e o plano é de $0,30$. Quais são o módulo e o sentido da aceleração do bloco? A velocidade inicial do bloco é de $4,0\text{ m/s}$, que distância o bloco sobe no plano?

R: $2,1\text{ m/s}^2$; \downarrow ; $3,9\text{ m}$

2.36 (UAN-F.E:2009) Um bloco de massa de $12,2\text{ kg}$ sobe uniformemente um plano inclinado ($\alpha = 30^\circ$ com a horizontal) sob ação de duas forças horizontais F_1 e $F_2 = 8,3\text{ N}$, de sentidos opostos, ($\rightarrow F_1, \leftarrow F_2$). Determine o valor da força F_2 se o coeficiente de atrito entre o bloco e o plano é igual a $0,11$.

R: 96 N

2.37* Um bloco de madeira de massa 4 kg é içado por meio de duas cordas de constante de elasticidade 15 N/cm e 5 N/cm respetivamente. Determina a aceleração de ascensão do bloco se as cordas se deformarem 2 e 3 cm respetivamente.

R: $1,25\text{ m/s}^2$



2.38* Pendura-se um corpo de massa 2 kg de uma mola que se deforma 2 cm . Determine quanto se deformará esta mola se se repetir o experimento na Lua, conhecendo que a gravidade na Lua é $1/6$ da gravidade terrestre. R: $0,33\text{ cm}$

§.8 DINÂMICA NO MOVIMENTO CURVILÍNEO. LEIS DA CONSERVAÇÃO

2.39* Um motociclista realiza um movimento circular num plano vertical dentro de um globo da morte de raio $4,9\text{ m}$. Determine o menor valor da velocidade no ponto mais alto para a moto não perder o contato com o globo. R: $6,93\text{ m/s}^2$

2.40* Um carro deve fazer uma curva de raio 100 m numa pista plana e horizontal com velocidade de 72 km.h^{-1} . Determine o coeficiente de atrito entre os pneus e a estrada para que o carro não derrape na pista. R: $0,41$

2.41* Considere um pêndulo simples de comprimento de 110 cm . Se aumentar o seu comprimento o período das oscilações aumenta-se $1,15$ vezes. Qual a elongação do pêndulo? R: 35 cm

2.42** Considere um pêndulo simples. Quantas vezes aumentarão o seu período se aumentar seu comprimento de 69% do comprimento inicial? R: $1,30$

2.43** Considere um pêndulo simples. Quantas vezes a razão dos comprimentos é maior que a razão dos períodos se o comprimento do pêndulo aumentar de 42% da metade do comprimento inicial? R: $1,1$

2.44 (UAN-F.E:2003-V2) Considere um pêndulo simples de comprimento de 110 cm . Se aumentar o seu comprimento o período de oscilações aumenta-se $1,15$ vezes. Qual a elongação do pêndulo?

☐ a) 39 cm ☐ b) 47 cm ☐ c) 29 cm ☐ d) 35 cm ☐ e) 42 cm ☐ f) Outro

2.45 (UAN-F.E:2003-V4) Considere um pêndulo simples. Se aumentar o seu comprimento de 44 cm o período das oscilações aumenta-se $1,20$ vezes. Qual o comprimento inicial do pêndulo. R: 100 cm

2.46* Uma viatura de massa 2400 kg passa pelo cume de uma ponte curvada para cima de raio $R = 60\text{ m}$. considere $g = 10\text{ m/s}^2$, calcular:

a) A força centrípeta necessária para manter o movimento circular nesta posição;

b) A força de reação que a ponte atua sobre a viatura sabendo que $v = 36\text{ km/h}$;

☐ a1) 3000 N ☐ a1) 4000 N ☐ a3) 4500 N ☐ a4) Nenhuma
☐ b1) 20000 N ☐ b2) 20000 kg ☐ b3) 22000 kg ☐ b4) Nenhuma

2.47 (UAN-F.E:2010-V2) Uma estrada tem uma curva com inclinação α e raio de curvatura 152 m . Se o valor máximo da velocidade com que é possível descrever a curva for de 72 km/h , qual deve ser a inclinação α ?

☐ a) 17° ☐ b) 16° ☐ c) 12° ☐ d) 14° ☐ e) 15°
☐ f) 13° ☐ g) 18° ☐ h) outro



2.48 (UAN-F.E:2010-V1) Uma estrada tem uma curva com inclinação 15° e raio de curvatura 150 m . Determine o valor máximo da velocidade com que é possível descrever a curva.

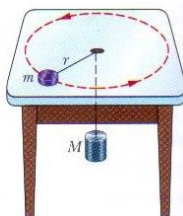
- | | | | |
|--|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> a) 93 km/h | <input type="checkbox"/> b) 71 km/h | <input type="checkbox"/> c) 55 km/h | <input type="checkbox"/> d) 82 km/h |
| <input type="checkbox"/> e) 64 km/h | <input type="checkbox"/> f) 49 km/h | <input type="checkbox"/> g) 105 km/h | <input type="checkbox"/> h) Outro |

2.49° Um corpo pacote a uma corda gira em um plano horizontal, considerando que a massa do corpo é de 20 kg e a longitude da corda 2 m , determine a tensão da corda e a velocidade angular que deve ter o corpo para que a corda forme um ângulo de 45° com a direção vertical. R: 283 N e $0,7\text{ rad/s}$

2.50* Um peso de massa de 500 g ligado com uma barra de comprimento de 100 cm roda uniformemente num plano vertical com uma frequência de $3,0\text{ Hz}$. Qual a tensão na barra quando o peso passar o ponto inferior da sua trajetória? R: $182,65\text{ N}$

2.51* Num pêndulo cônico, uma esfera de massa 12 kg , presa à extremidade de um fio de comprimento $1,5\text{ m}$ e massa desprezável, descreve uma trajetória circular num plano horizontal com velocidade angular de 3 rad/s . Calcular o valor da tensão na corda e o ângulo que ela faz com a vertical. R: $43,45^\circ$; 162 N

2.52** Uma estrada tem $13,6\text{ m}$ de largura. Calcule a diferença de nível entre as bordas exterior e interior da estrada para que um carro possa, a 60 m/s (sem estar sujeito à forças laterais), percorrer uma curva com 600 m de raio. R: 710 m



2.53** Um disco de metal de massa $m = 1,50\text{ kg}$ descreve numa circunferência de raio $r = 20,0\text{ cm}$ sobre uma mesa sem atrito, enquanto permanece ligado a um cilindro de massa $M = 2,50\text{ kg}$ pendurado por um fio que passa no centro da mesa. Que velocidade do disco mantém o cilindro em repouso? R: $1,81\text{ m/s}$

2.54* Um viciado em movimentos circulares, com 80 kg de massa, está andando em uma roda-gigante que descreve uma circunferência vertical de 10 m de raio a uma velocidade escalar constante de $6,1\text{ m/s}$. **a)** qual é o período do movimento? **b)** qual é o módulo da força normal exercida pelo assento sobre o viciado quando ambos passam pelo ponto mais alto e mais baixo da trajetória?

R: 10 s ; $4,9 \cdot 10^2$ e $1,1 \cdot 10^3\text{ N}$

Trabalho e energia...

A **energia cinética** K associada ao movimento de uma partícula de massa m e velocidade linear v , onde v é muito menor que a velocidade da luz, é dada por:

$$\left| K = \frac{1}{2}mv^2 \right| \quad (2.19)$$

Trabalho é a energia transferida para um objeto ou de um objeto através de uma força que age sobre o objeto. Quando o objeto recebe energia o trabalho é positivo; quando o objeto cede energia, o trabalho é negativo.

$$\left| W = F \cdot d \cos \alpha = \vec{F} \cdot \vec{d} \right| \quad (2.20)$$

onde α é o ângulo constante entre \vec{F} e \vec{d} . Apenas a componente de \vec{F} na direção do deslocamento \vec{d} pode realizar trabalho sobre o objeto. Quando duas ou mais forças agem sobre um objeto, o **trabalho total ou resultante** é a soma dos trabalhos realizados pelas forças, que também é igual ao trabalho que seria realizado pela força resultante, \vec{F}_R .

Teorema do trabalho ou da energia cinética: para uma partícula, uma variação ΔK da energia cinética é igual ao trabalho total ou resultante W_R realizado pela partícula:

$$\left| W_R = \Delta K = K_f - K_i \right| \quad (2.21)$$

onde K_i é a energia cinética inicial da partícula e K_f é a energia cinética da partícula após o trabalho ter sido realizado.

O trabalho W_g realizado pela força gravitacional \vec{F}_g sobre um objeto (semelhante a uma partícula) de massa m durante um deslocamento \vec{d} é dado por:

$$\left| W_g = mgd \cos \alpha \right| \quad (2.22)$$

onde α é o ângulo constante entre \vec{F}_g e \vec{d}

O trabalho W_a realizado por uma força aplicada quando um objeto que se comporta como uma partícula é levantado ou baixado está relacionado ao trabalho W_g realizado pela força gravitacional é dado por:

$$\left| W_a = -W_g \right| \quad (2.23)$$

A força \vec{F} , de uma mola é

$$\vec{F}_{el} = -k\vec{d}$$

onde \vec{d} é o deslocamento da extremidade livre da mola da sua posição de equilíbrio quando a mola está no *estado relaxado* (nem comprimida nem alongada), e k é a constante elástica (uma medida da rigidez da mola). Se um eixo x é traçado ao longo do comprimento da mola, com a origem na posição da extremidade livre da mola quando ela está no estado relaxado, a equação acima pode ser escrita na forma:

$$\left| F_{el} = -kx \right| \quad (2.24)$$

a força elástica é, portanto, uma força variável: ela varia com o deslocamento da extremidade livre da mola.

Se um objeto está preso à extremidade livre da mola, o trabalho W_e realizado sobre o objeto pela força elástica quando o objeto é deslocado de uma posição inicial x_i para uma posição final x_f é dado por:

$$\left| W_e = -\frac{1}{2}kx^2 \right| \quad (2.25)$$

Trabalho da força variável: quando a força \vec{F} aplicada a um objeto que se comporta como uma partícula depende da posição do objeto, o trabalho realizado por \vec{F} sobre o objeto enquanto o objeto se move de uma posição inicial r_i de coordenadas $(x_i; y_i; z_i)$ para uma posição final r_f de coordenadas $(x_f; y_f; z_f)$ pode ser calculado integrando a força. Supondo que a componente F_x pode depender de x mas não de y ou z , que a componente F_y pode depender de y mas não de x ou z e que a componente F_z pode depender de z mas não de x ou y , o trabalho é dado por

$$W = \int_{x_i}^{x_f} F_x dx + \int_{y_i}^{y_f} F_y dy + \int_{z_i}^{z_f} F_z dz,$$

Se \vec{F} possui apenas a componente x , a equação acima se reduz a

$$\left| W = \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \right| \quad (2.26)$$

A **potência** desenvolvida por uma força é a taxa com a qual a força realiza trabalho sobre um objeto. Se a força realiza um trabalho W em um intervalo de tempo Δt , a **potência média** desenvolvida pela força neste intervalo de tempo é dada por:

$$\left| P_{\text{méd}} = \frac{W}{\Delta t} \right| \quad (2.27)$$

Potência instantânea é a taxa instantânea com a qual o trabalho está sendo realizado:

$$\left| P_{\text{méd}} = \frac{dW}{dt} \right| \quad (2.28)$$

No caso de uma força \vec{F} que faz um ângulo α com a velocidade instantânea \vec{v} de um objeto, a potência instantânea é:

$$\left| P = Fv \cos \alpha = \vec{F} \cdot \vec{v} \right| \quad (2.29)$$

O **rendimento** de uma máquina é a relação entre a potência útil (P_u) e a potência total recebida P_t dado por:

$$\left| \eta = \frac{P_u}{P_t} \right| \quad (2.30)$$

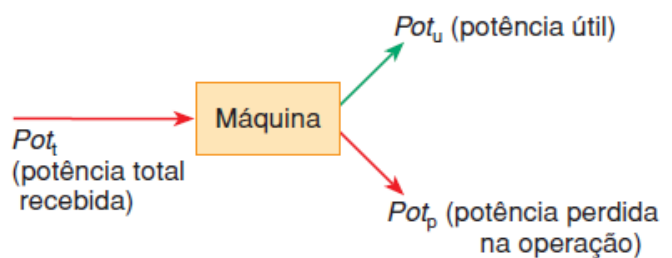
Uma força é **conservativa** se o trabalho que realiza sobre uma partícula se anula ao longo de um percurso fechado. Podemos dizer também que uma força é conservativa se o trabalho que realiza sobre uma partícula que se move entre dois pontos não depende da trajetória seguida pela partícula. A força gravitacional e a força elástica são forças conservativas; a força de atrito é uma força dissipativa (não conservativa).

Energia potencial U , é a energia associada à configuração de um sistema submetido à ação de uma força conservativa. Quando a força conservativa realiza um trabalho W sobre uma partícula do sistema, a variação ΔU da energia potencial do sistema é dado por:

$$\left| \Delta U = -W \right| \quad (2.31)$$

Se a partícula se desloca do ponto x_i para o ponto x_f , a variação de energia potencial do sistema é:

$$\left| \Delta U = - \int_{x_i}^{x_f} F(x) dx \right| \quad (2.31)$$



A energia potencial associada a um sistema constituído pela Terra e uma partícula próxima é chamada de **energia potencial gravitacional**. Se uma partícula se desloca de uma altura y_i para uma altura y_f , a variação da energia potencial gravitacional do sistema partícula-Terra é dada por:

$$| \Delta U = mg(y_f - y_i) = mg\Delta y | \quad (2.32)$$

A **energia potencial gravitacional** U_r de um sistema de duas partículas de massas M e m , separadas por uma distância r , é igual ao negativo do trabalho que seria realizado pela força gravitacional de uma partícula agindo sobre a outra se a distância entre elas mudasse de infinito (muito grande) até r . Esta energia é:

$$| U_r = -\frac{GMm}{r} | \quad (2.33)$$

se um sistema contém mais de duas partículas, sua **energia potencial gravitacional** U_r é a soma de termos que representam as energias potenciais de todos os pares. Por exemplo, para três partículas de massas m_1, m_2 e m_3 , temos:

$$| U_r = -\left(\frac{Gm_1m_2}{r_{1,2}} + \frac{Gm_1m_3}{r_{1,3}} + \frac{Gm_2m_3}{r_{2,3}}\right) | \quad (2.34)$$

Um objeto escapará da atração gravitacional de um astro de massa M e de raio R (isto é, atingirá uma distância infinita) se a velocidade do objeto nas proximidades da superfície do astro for igual ou maior que a *velocidade de escape*, dado por:

$$| v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} | \quad (2.35)$$

Leis de Kepler: é atração gravitacional que mantém a estabilidade do sistema solar e torna possível a existência de satélites, tanto naturais como artificiais, em órbita em torno da Terra e outros planetas. Esses movimentos governados pelas três leis do movimento planetário de Kepler, que são consequências diretas das leis do movimento e da gravitação de Newton:

- 1ª Lei das órbitas: todos os planetas se movem em órbitas elípticas, com o sol em um dos focos.
- 2ª Lei das áreas: a reta que liga qualquer planeta ao sol varre áreas iguais em intervalos de tempos iguais. (Esta lei equivale à lei de conservação do momento angular)
- 3ª Lei dos períodos: o quadrado do período T de qualquer planeta é proporcional ao cubo do semieixo maior a de sua órbita.

$$| \frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{R_1^3}{R_2^3} | \quad (2.36)$$

onde T_1 e T_2 são os períodos de rotação dos planetas, R_1 e R_2 são os semieixos das suas órbitas.

Quando um planeta ou satélite de massa m se move em órbita circular de raio R , sua energia potencial U e a energia cinética K são dadas por:

$$| U = -\frac{GMm}{R} \text{ e } K = \frac{GMm}{2R} | \quad (2.37)$$

a energia mecânica $EM = K + U$ é, portanto,

$$| EM = -\frac{GMm}{2R} | \quad (2.38)$$

Energia potencial elástica é a energia associada ao estado de compressão ou distensão de um objeto elástico. No caso de uma mola que exerce uma força elástica $F = -kx$ quando sua extremidade livre sofre um deslocamento x , a energia potencial elástica é dada por:

$$\left| U_e = \frac{1}{2} kx^2 \right| \quad (2.39)$$

A **energia mecânica** EM de um sistema é a soma da energia cinética K e da energia potencial U do sistema:

$$\left| EM = K + U \right| \quad (2.40)$$

Sistema isolado é um sistema no qual nenhuma *força externa* produz variações de energia. Se apenas forças conservativas realizam trabalho em um sistema isolado, a energia mecânica EM do sistema não pode variar. Este **princípio de conservação da energia mecânica** pode ser escrito na forma

$$\left| K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \Delta K + \Delta U = 0 \right| \quad (2.41)$$

Trabalho realizado sobre um sistema por uma força Externa

O trabalho W é a energia transferida para um sistema ou de um sistema por uma força externa que age sobre o sistema. Quando mais de uma força externa age sobre o sistema, o *trabalho total* dessas forças é igual à energia transferida. Quando não existe atrito o trabalho realizado sobre o sistema e a variação ΔEM da energia mecânica são iguais:

$$\left| W = \Delta EM = \Delta K + \Delta U \right| \quad (2.42)$$

quando uma força de atrito cinético age dentro do sistema, a energia térmica E_t do sistema varia. (Esta energia está associada ao movimento aleatório dos átomos e moléculas do sistema.) Nesse caso, o trabalho realizado sobre o sistema é dado por:

$$\left| W = \Delta EM + \Delta E_t \right| \quad (2.43)$$

a variação ΔE_t está relacionada ao módulo f_k da força de atrito e ao módulo d do deslocamento causado pela força externa através da equação:

$$\left| \Delta E_t = f_k \cdot d \right| \quad (2.44)$$

A **energia total** E de um sistema (a soma da energia mecânica e das energias internas, incluindo a energia térmica) só pode variar se uma certa quantidade de energia é transferida para o sistema ou retirada do sistema. Este fato experimental é conhecido como *lei da conservação da energia*. Se um trabalho W é realizado sobre o sistema,

$$\left| W = \Delta E = \Delta EM + \Delta E_t + \Delta E_{int} \right| \quad (2.45)$$

se o sistema é isolado ($W = 0$),

$$\left| \Delta EM + \Delta E_t + \Delta E_{int} = 0 \right| \quad (2.46)$$

sendo que a **potência** desenvolvida por uma força é a taxa com a qual essa força transfere energia. E se uma certa quantidade de energia ΔE é transferida por uma força em um certo intervalo de tempo Δt , a potência média e instantânea desenvolvida pela força é dada, receptivamente, por:

$$\left| P = \frac{\Delta E}{\Delta t} \quad e \quad P = \frac{dE}{dt} \right| \quad (2.46)$$



2.55* Uma partícula material, de massa 100 g , suspensa por um fio inextensível, de massa desprezável e de comprimento $2,0\text{ m}$, descreve um movimento circular no plano horizontal. Durante o movimento, o fio faz com a vertical um ângulo θ de amplitude 60° . (considere $g = 10\text{ m/s}^2$), determine a tensão do fio e o período do movimento. R: 2 N ; 2 s

2.56** Uma partícula, de massa 100 g , suspensa de um ponto fixo O por um fio inextensível e de massa desprezável, de comprimento 50 cm afastada de um ângulo de amplitude 30° , em relação à vertical, e abandonada a partir do repouso. Considere o atrito desprezável e $g = 10\text{ m/s}^2$. Determine:

- a) o valor da tensão do fio quando a partícula passa a posição de equilíbrio; R: $1,3\text{ N}$
 b) o valor da tensão mínima do fio; R: $0,87\text{ N}$
 c) o valor da aceleração da partícula na posição de equilíbrio; R: $2,7\text{ m/s}^2$

2.57** Um corpo suspenso por um fio de comprimento $0,8\text{ m}$ foi afastado 60° da posição de equilíbrio e posto a oscilar no plano vertical. Determine o valor da velocidade do corpo ao passar no ponto mais baixo da trajetória. R: $2,83\text{ m/s}$

2.58 (UAN-F.E:2004-V1) Um corpo de 200 g está suspenso de um fio inextensível de massa desprezável e realiza as oscilações de amplitude angular de 30° . Calcule a tensão (tração máxima do fio). R: $2,54\text{ N}$

2.59 (UAN-F.E:2003-V2) Um corpo caindo de uma altura num filme elástico deformou-se $1,0\text{ m}$. Se o corpo estiver deitado no filme esta deformação é igual a 45 mm . De que altura caiu o corpo?

- ☐ a) $8,9\text{ m}$ ☐ b) $9,6\text{ m}$ ☐ c) $12,5\text{ m}$ ☐ d) $11,1\text{ m}$ ☐ e) $10,1\text{ m}$ ☐ f) Outro

2.60 (UAN-F.C:2005-V1) Uma partícula presa por um fio de comprimento de 50 cm , está a girar no plano vertical. O vector da atração do fio é igual a $3,0\text{ N}$, quando a partícula passa o ponto mais baixo da sua trajetória com a velocidade mínima. Qual a massa da partícula?

- ☐ a) 51 g ☐ b) 26 g ☐ c) 78 g ☐ d) 35 g ☐ e) 64 g ☐ f) Outro

2.61 (UAN-F.C:2014-V6) Uma partícula de massa 65 g ligada a um fio de comprimento de 60 cm gira num plano vertical. Determine a tensão no fio quando a partícula passa o ponto mais baixo da sua trajetória tendo no ponto mais alto a velocidade mínima (*velocidade crítica*).

- ☐ a) $3,0\text{ N}$ ☐ b) $1,3\text{ N}$ ☐ c) $2,1\text{ N}$ ☐ d) $4,4\text{ N}$
☐ e) $4,8\text{ N}$ ☐ f) $2,6\text{ N}$ ☐ g) $3,8\text{ N}$ ☐ h) Outro

2.62** Um balde com água, atado numa corda de 60 cm de comprimento, gira uniformemente no plano vertical. Achar a velocidade mínima da rotação do balde para que a água não caia do balde no ponto mais alto. Qual é a força de tensão da corda, com esta velocidade, nos pontos mais altos e mais baixos da circunferência? A massa do balde com água é 2 kg . R: $2,43\text{ m/s}$; $0 \uparrow$ e $39,2\text{ N} \downarrow$

2.63** Uma pedra atada a uma corda, de 50 cm de comprimento, gira uniformemente no plano vertical. Com que frequência de rotação rebentará a corda, sabendo que ela se rebenta quando a força de tensão é dez vezes maior que a força da gravidade que atua sobre a pedra? R: $2,1\text{ Hz}$



2.64** Uma pedra atada a uma corda gira uniformemente no plano vertical. Calcular a massa da pedra, sabendo que a diferença entre as forças máxima e mínima de tensão da corda é de 10 N .

R: $0,5\text{ kg}$

2.65** Considere um pêndulo de massa de 25 kg e comprimento de $2,5\text{ m}$. O fio suporta a tensão máxima de 550 N . A que altura máxima pode ser largada o pêndulo para que o fio não rebentar nas oscilações livres?

R: $1,5\text{ m}$

2.66** Um pêndulo de massa de 100 g é desviado em relação à vertical a 30° . Qual será a tensão no fio quando o pêndulo passar o ponto inferior da sua trajetória?

R: $1,3\text{ N}$

2.67** De uma montanha com a altura de 2 m e a base de 5 m desce um trenó que passa pelo caminho horizontal até à paragem uma distância de 35 m . Considerando que o coeficiente de atrito é o mesmo ao longo de todo o percurso passado pelo trenó calcule o seu valor.

R: $0,05$

§.9 GRAVITAÇÃO UNIVERSAL

3.1° Qual deve ser a distância entre uma partícula de $5,2\text{ kg}$ e uma partícula de $2,4\text{ kg}$ para que a atração gravitacional entre elas tenha um módulo de $2,3 \cdot 10^{-12}\text{ N}$?

R: 19 m

3.2* A que distância da superfície da Terra se reduzirá a metade o peso de um corpo?

R: $2\,650\text{ km}$

3.3* Num certo lugar da Terra e ao nível do mar, a aceleração da gravidade é de $9,81\text{ m/s}^2$. A que altura terá o valor de $9,78\text{ m/s}^2$, sabendo que o raio médio da Terra é de 6370 km ?

R: $9,8\text{ km}$

3.4* Dois satélites artificiais movem-se a volta da Terra com órbitas elípticas de eixos maiores respetivamente R e $4R$. Determine a razão entre os períodos de revolução.

R: 8

3.5* Um satélite artificial da Terra move-se à altura $h = 670\text{ km}$, em órbita circular. Encontrar a velocidade de movimento do satélite.

R: $7,5\text{ km/s}$

3.6 (UAN-F.C:2011-V1) O período de revolução de um satélite artificial, que descreve uma órbita circular em torno da Terra, é $2,00\text{ h}$. Determine a altura em que se encontra o satélite. As constantes são: $M_T = 5,98 \cdot 10^{24}\text{ kg}$; $R_T = 6,37 \cdot 10^6\text{ m}$; $G = 6,67 \cdot 10^{-11}\text{ Nm}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.

☐ a) 1250 km

☐ b) 2540 km

☐ c) 3620 km

☐ d) 1430 km

☐ e) 990 km

☐ f) 1690 km

☐ g) 1860 km

☐ h) Outro

3.7*** Determinar a mínima distância h da superfície da Terra, do primeiro satélite artificial da mesma, lançado na URSS em 4 de Outubro de 1957, sendo conhecidos os seguintes parâmetros: a distância máxima do satélite em relação à Terra $H = 900\text{ km}$; o período de rotação do satélite em redor da Terra $T = 96\text{ min}$; o semi-eixo maior da órbita lunar $R = 384\,400\text{ km}$; o período de movimento da Lua em redor da Terra $T = 27,3\text{ dias}$ e o raio da Terra $R_0 = 6370\text{ km}$.

R: 220 km

3.8** A distância média da Terra ao Sol é $1,49 \cdot 10^8\text{ km}$ e a distância média de Marte ao Sol é $2,28 \cdot 10^{11}\text{ m}$. Determine a duração do ano marciano.

R: $1,88\text{ anos Terrestre}$



3.9** Um foguete Cósmico voa para a Lua. Em que ponto da reta que une os centros de massas da Lua e da Terra, o foguete será atraído com a força igual pela Terra e pela Lua? R: $3,4 \cdot 10^5 \text{ km}$

3.10** Determine a primeira velocidade Cósmica, isto é, a velocidade que deve ser comunicada a um corpo à superfície da Terra para que ele comece a mover-se em torno da Terra pela órbita circular, como satélite. R: $7,9 \text{ km/s}$

3.11** Determine a segunda velocidade Cósmica, isto é, a velocidade que deve ser comunicada a um corpo à superfície da Terra para que ele ultrapasse a gravitação Terrestre e se afaste para sempre da Terra. R: $11,2 \text{ km/s}$

3.12** Um satélite é colocado em órbita a uma altura de 300 km da superfície da Terra. Admitindo que o satélite descreve um movimento circular uniforme no plano equatorial da Terra, determine a velocidade do satélite. R: $27,7 \cdot 10^3 \text{ km/h}$

3.13** Um satélite artificial, descreve, em torno da do centro da Terra, uma órbita circular a uma altura de $3,6 \cdot 10^4 \text{ km}$. Determine o valor da velocidade orbital do satélite e o período de revolução. R: $1,1 \cdot 10^4 \text{ km/h}$; 24 h

3.14** Qual é a velocidade de escape de um asteroide esférico cujo raio é 500 km e cuja aceleração gravitacional na superfície é $3,0 \text{ m/s}^2$? Que distância da superfície uma partícula atingirá se deixar a superfície do asteroide com uma velocidade vertical de 1000 m/s ? Com que velocidade um objeto se chocaria com o asteroide se fosse libertado sem velocidade inicial 1000 km acima da superfície? R: $1,7 \text{ km/s}$; $2,5 \cdot 10^5 \text{ m}$; $1,4 \text{ km/s}$

3.15** Um satélite de 20 kg está em uma órbita circular com um período de $2,4 \text{ h}$ e um raio de $8 \cdot 10^6 \text{ m}$ em torno de um planeta de massa desconhecida. Se o módulo da aceleração gravitacional na superfície do planeta é 8 m/s^2 , qual é o raio do planeta? R: $5,8 \cdot 10^6 \text{ m}$

3.16** Ceres é um planeta anão que se encontra no cinturão de asteroides, entre Marte e Júpiter. Tem um diâmetro de cerca de 950 km e uma massa de aproximadamente $8,7 \cdot 10^{20} \text{ kg}$. Admitindo que a nave espacial pousou em Ceres, qual deverá ser o valor da velocidade de partida da nave para poder regressar à Terra? R: 494 m/s

§.10 TRABALHO & ENERGIA. CONSERVAÇÃO DE ENERGIA MECÂNICA

3.17° Que trabalho é realizado por uma força de 30 N , ao levantar um peso de 10 N a uma altura de 5 m ? R: 150 J

3.18* Determine o trabalho realizado pela força de atrito sobre um corpo de massa 1000 kg se sua velocidade diminuir de 54 km/h á 36 km/h . R: $-6,25 \text{ kJ}$

3.19* Calcule o trabalho realizado por um homem que arrasta um saco de farinha de 65 kg a uma distância de 10 m sobre o solo com uma força de 250 N , erguendo-o para depois depositar num camião cuja carroçaria de um camião de 75 cm de altura. Qual é a potência média desenvolvida se o processo todo durou 40 s ? R: $2,98 \text{ kJ}$; $74,4 \text{ W}$

3.20** Que trabalho efetua um homem levantando uma carga de massa de 2 kg á altura de 1 m com a aceleração de 3 m.s^{-2} ? R: 26 J



3.21* Um corpo de massa igual a 4 kg encontra-se em repouso numa superfície horizontal e lisa. No instante $t = 0\text{ s}$ aplica-se ao corpo uma força horizontal com uma intensidade igual a 32 N . Calcule a energia cinética do corpo no instante igual a 20 s .

☐ a) $51,2\text{ kJ}$ ☐ b) 613000 J ☐ c) 209700 J ☐ d) 563000 J ☐ e) Outro

3.22* Sob a ação de uma força constante, um móvel de 49 kg de massa adquiriu a velocidade de 40 m.s^{-1} ao fim de 25 segundos . Determine a intensidade da força, o trabalho realizado e a potência dinâmica.

R: $78,4\text{ N}$; $39,2\text{ kJ}$ e $1,57\text{ kW}$

3.23* Um comboio com 10 toneladas desloca-se a uma velocidade de valor 100 km/h . Determine o valor da força exercida pelos freios para que o comboio pare: **a)** em 20 m ; **b)** em 10 s .

R: $1,93 \cdot 10^5\text{ N}$; $2,78 \cdot 10^4\text{ N}$

3.24** Em uma corrida, um pai tem a metade da energia cinética do filho, que tem metade da massa do pai. Aumentando a velocidade em 1 m/s , o pai passa a ter a mesma energia cinética do filho. Qual é a velocidade escalar inicial do pai e do filho?

R: $2,4\text{ m/s}$ $4,8\text{ m/s}$

3.25* Um trenó de massa 30 kg desliza de uma colina partindo de uma altitude de 30 m . Sabendo que o trenó parte do repouso e que atinge ao fim da encosta com velocidade de valor 20 m/s , determine a energia dissipativa devido ao atrito entre o trenó e a neve.

R: 2820 J

3.26* Um corpo de 20 kg de massa partindo do repouso se desliza por uma colina de 20 m de altura chegando à base da mesma com uma velocidade de 16 m/s . Determine a perda de energia por causa da força de atrito e o valor da força de atrito se se deslocar 40 m .

R: $-1,44\text{ kJ}$

3.27** Um carregador empurra uma mala de 20 kg para cima de uma rampa com inclinação de 25° acima da horizontal com uma força de módulo igual a 140 N , que actua paralelamente a rampa. O coeficiente de atrito cinético é dado por $\mu = 0,30$. Se a mala desloca-se $3,8\text{ m}$ ao longo da rampa, calcule: **a)** o trabalho que todas as forças exercem sobre a mala; **b)** se a velocidade da mala na parte inicial da rampa é nula, qual é a velocidade depois que ela se desloca $3,8\text{ m}$ ao longo da rampa?

R: $14,74\text{ J}$; $1,2\text{ m/s}$

3.28** Um motor elétrico com rendimento 70% é usado para tirar água de um poço. Sabe-se que tem a capacidade de elevar, a velocidade constante, um balde de 5 litros de água de uma altura de 5 metros num intervalo de tempo de 10 s . Desprezando a massa do balde vazio, determinar: **a)** o trabalho e a potência útil desenvolvida pelo motor. **b)** a potência posta em jogo (consumida) no motor e a potência dissipada no motor.

R: 245 J e $24,5\text{ W}$; 35 W e $10,5\text{ W}$

3.29** Um automóvel de massa 1100 kg sobe com velocidade constante de 36 km/h uma colina inclinada 5° . Calcule o trabalho que o motor realiza em 5 minutos e a potência por ele desenvolvida. Desprezar todos efeitos de atrito.

R: $2,82\text{ MJ}$; $9,4\text{ kW}$

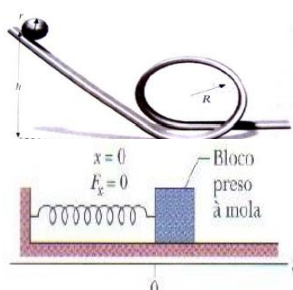
3.30* Uma pedra de $0,2\text{ kg}$ é lançada horizontalmente de uma torre de altura 25 m com a velocidade inicial de 15 m/s . Calcule: **a)** as energias cinética e potencial da pedra ao fim do tempo $t = 1\text{ s}$, após o início do movimento; **b)** a energia cinética quando a pedra atinge o solo; **c)** a velocidade quando ela atinge o solo.

R: $32,2\text{ J}$ e $39,4\text{ J}$; $71,5\text{ J}$; $26,7\text{ m/s}$



3.31** Uma pedra de 200 g é lançada com velocidade inicial de 15 m/s sob o ângulo de 60° em relação ao horizonte. Encontrar as energias cinética, potencial e total da pedra: **a)** decorrido 1 s após o início de movimento; **b)** no ponto mais alto da trajetória.

R: a) $6,64\text{ J}$; $15,9\text{ J}$ e $22,5\text{ J}$; b) $5,6\text{ J}$; $16,9$ e $22,5\text{ J}$



3.32** Determine a altura mínima da qual deve partir uma bola para completar com sucesso a curva em laço com raio R mostrada na figura. Suponha que a bola desliza sem rolar e sem atrito.

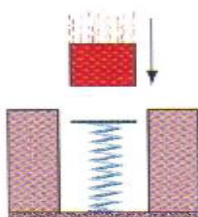
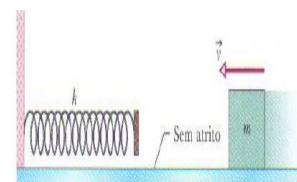
R: $2,5 R$

3.33* Um pacote de pralina está sobre um piso sem atrito, preso à extremidade livre de uma mola. Uma força aplicada para a direita, de módulo $4,9\text{ N}$, seria necessária para manter o bloco em $x_1 = 12\text{ mm}$. Qual é o trabalho realizado sobre o bloco pela força elástica da mola se o bloco é puxado para a direita de $x_0 = 0$ até $x_2 = 17\text{ mm}$? Em seguida, o bloco é deslocado para a esquerda até $x_3 = -12\text{ mm}$. Que trabalho a força elástica realiza sobre o bloco neste deslocamento?

R: $-0,059\text{ J}$; 30 mJ

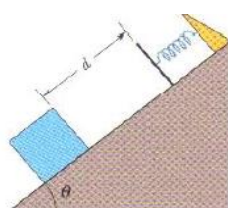
3.34* Depois de deslizar sobre uma superfície horizontal sem atrito com velocidade $v = 0,50\text{ m/s}$, um bloco de massa de $0,40\text{ kg}$ colide com uma mola de constante elástica $k = 750\text{ N/m}$ e começa a comprimi-la. No instante em que o bloco pára momentaneamente por causa da força exercida pela mola, de que distância d a mola foi comprimida?

R: $1,2\text{ cm}$



3.35* Um bloco de 250 g é deixado cair em uma mola vertical, inicialmente relaxada, com uma constante elástica $K = 2,5\text{ N/cm}$. O bloco fica acoplado à mola, comprimindo-a em 12 cm até parar momentaneamente. Nesta compreensão, que trabalho é realizado sobre o bloco: **a)** pela força gravitacional e pela força elástica? **b)** qual é a velocidade do bloco imediatamente antes de se chocar com a mola? **c)** se a velocidade no momento do impacto é duplicada, qual é a compressão máxima da mola?

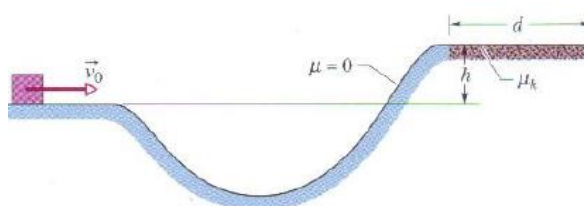
R: $0,29\text{ J}$; $-1,8\text{ J}$; $3,5\text{ m/s}$; $6,942\text{ m/s}$



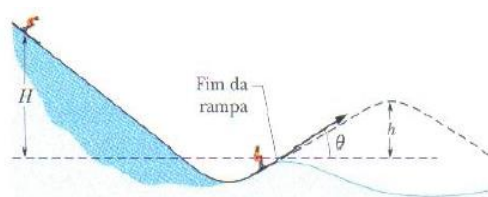
3.36** Uma mola ($k = 200\text{ N/m}$) está presa no alto de um plano inclinado sem atrito com $\theta = 40^\circ$. Um bloco de $1,0\text{ kg}$ é lançado para cima ao longo do plano, de uma posição inicial que está a uma distância $d = 0,60\text{ m}$ da extremidade da mola relaxada, com uma energia cinética inicial de 16 J . Qual é a energia cinética do bloco no instante em que comprime a mola $0,20\text{ m}$? Com que energia cinética o bloco deve ser lançado ao longo do plano para que fique momentaneamente parado depois de ter comprimido a mola $0,40\text{ m}$?

R: $7,0\text{ J}$; 22 J

3.37** Um bloco desliza ao longo de uma pista, de um nível para outro mais elevado, passando por um vale intermediário. A pista não possui atrito até o bolco atingir o nível mais alto, onde uma força de atrito para o bloco em uma distância d . A velocidade inicial do bloco é de $6,0\text{ m/s}$, a diferença de altura h é $1,1\text{ m}$ e $\mu_k = 0,60$. Determine d .



R: $1,2\text{ m}$



3.38* Um esquiador de 60 kg parte do repouso a uma altura $H = 20\text{ m}$ acima da extremidade de uma rampa para saltos de esqui, e deixa a rampa fazendo um ângulo $\theta = 28^\circ$ com a horizontal. Despreze os efeitos da resistência do ar e suponha que a rampa não tem atrito. Qual é a altura máxima h do salto em relação à extremidade da rampa? Se

o esquiador aumentasse o próprio peso colocando uma mochila nas costas, h seria maior, menor ou igual?

R: $4,4\text{ m}$; =

3.39** Um corpo de $0,5\text{ kg}$ de massa desliza 4 m sobre um plano inclinado que forma um ângulo de 45° com a horizontal, até embater numa mola paralela ao plano e com uma extremidade fixa nele. Admitindo que não existe atrito entre o corpo e a superfície do plano e que a constante da mola é 400 N/m , calcule a deformação máxima da mola.

R: $0,25\text{ m}$

3.40** Uma mola de massa desprezável pode ser comprimida de 1 m com uma força de intensidade de 100 N . Uma massa de 10 kg é abandonada do alto de um plano inclinado de 30° , partindo do repouso e parando momentaneamente depois de comprimir a mola de $2,5\text{ m}$. Considerando desprezável o atrito. A que distância percorre a massa antes de parar? Qual é a velocidade da massa no instante em que atinge a mola?

R: $6,38\text{ m}$; $6,17\text{ m.s}^{-1}$

3.41*** Um pilar com peso 100 kg é introduzido no solo por um martelo gigante, cujo peso é 400 kg . O martelo cai livremente de uma altura de 5 metros e após cada choque o pilar afunda-se em 5 cm . Determinar a força resistente do solo, considerando-a constante.

R: $\approx 24,5\text{ kN}$

Dinâmica de uma partícula material...

Corpo rígido ou *sólido indeformável* é um sistema de partículas cujas posições relativas permanecem constantes;

Sistema discreto de partículas é um conjunto de partículas cujas distâncias relativas variam no decurso do tempo;

O *centro de massa* de um sistema move-se como se toda a massa estivesse concentrada nele e as forças exteriores que atuam sobre o sistema estivessem aplicadas nesse ponto. Consideremos um sistema de n partículas de massas m_1, m_2, \dots, m_n , de coordenadas tridimensional $(x_1; y_1; z_1); (x_2; y_2; z_2), \dots, (x_n; y_n; z_n)$, respetivamente:

Coordenadas do centro de massa, CM $X_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i x_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; Y_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i y_i}{\sum_{i=1}^n m_i}; Z_{CM} = \frac{\sum_{i=1}^n m_i z_i}{\sum_{i=1}^n m_i}$

Vector posição do CM, \vec{r}_{CM}	$\left \vec{r} = x_{CM} \vec{e}_x + y_{CM} \vec{e}_y + z_{CM} \vec{e}_z = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{r}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \right \quad (2.47)$
Vector velocidade do CM, \vec{v}_{CM}	$\left \vec{v} = \frac{d\vec{r}_{CM}}{dt} = v_{CM} \vec{e}_x + v_{CM} \vec{e}_y + v_{CM} \vec{e}_z = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{v}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \right \quad (2.48)$
Vector aceleração do CM, \vec{a}_{CM}	$\left \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = a_{CM} \vec{e}_x + a_{CM} \vec{e}_y + a_{CM} \vec{e}_z = \frac{\sum_{i=1}^n m_i \vec{a}_i}{\sum_{i=1}^n m_i} \right \quad (2.49)$

Define-se *momento linear* ou *quantidade do movimento*, \vec{p} , de uma partícula de massa m animada de velocidade \vec{v} como:

$$|\vec{p} = m\vec{v}| \quad (2.50)$$

o momento linear é uma grandeza vetorial, expressa no SI em $kg \cdot ms^{-1}$. Para um *sistema discreto de partícula*, o momento linear é igual ao momento linear de uma partícula de massa $M = \sum_{i=1}^n m_i$ que, localizada no centro de massa, se move com velocidade \vec{v}_{CM} .

$$|\vec{p}_{CM} = M\vec{v}_{CM}| \quad (2.51)$$

a segunda lei de Newton pode ser definida como,

$$\vec{F} = m\vec{a} = m \frac{dv}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} = \frac{d\vec{p}}{dt}$$

desta última relação podemos deduzir o *princípio de conservação do momento linear*, sendo que, "se a resultante das forças que se exercem sobre uma partícula for nula, o seu momento linear não varia; diz-se que é conservado", então:

$$F = \frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{0} \Rightarrow \vec{p} = const.$$

se uma força \vec{F} que atua num corpo durante um certo intervalo de tempo $\Delta t = t_2 - t_1$, for constante, o *impulso* define-se pelo produto:

$$|\vec{I} = \vec{F} \cdot \Delta t| \quad (2.52)$$

Caso a força não se mantiver constante, ou seja, força variável:

$$\left| \vec{I} = \int_{t_1}^{t_2} F(t) dt \right| \quad (2.53)$$

o impulso é uma grandeza vetorial cuja unidade no sistema internacional é $N.s$; O impulso assume especial importância quando lidamos com forças que atuam durante intervalos de tempo muito curtos, como por exemplo durante choques ou colisões. No entanto,

$$\vec{I} = \vec{F}_{med} \cdot \Delta t = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \cdot \Delta t \Rightarrow \boxed{\vec{I} = \Delta \vec{p}} \quad (2.54)$$

se a resultante das forças que atuam sobre a partícula for nula, $\vec{I} = 0$, o movimento se conserva:

$$\boxed{\vec{p}_i = \vec{p}_f} \quad (2.55) \text{ teorema do impulso.}$$

Choques ou colisões...

Um choque ou colisão é um contacto de curta duração entre dois ou mais corpos. Na ausência de forças exteriores (atrito, força da gravidade, etc.), o momento linear total dos corpos depois do choque é igual ao momento linear total dos corpos antes do choque, isto é,

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f \Rightarrow \sum_{i=1}^n p_i = \sum_{i=1}^n p_f$$

num choque, pode acontecer o seguinte:

- Todos os corpos intervenientes conservam a sua integridade;
- Um dos corpos intervenientes fragmenta-se em vários pedaços;
- É transferida massa de um corpo para o outro (por exemplo, um pedaço de um corpo fica agarrado a um outro);
- Um ou mais corpos coalescem num só (ou seja, passam a mover-se em conjunto);

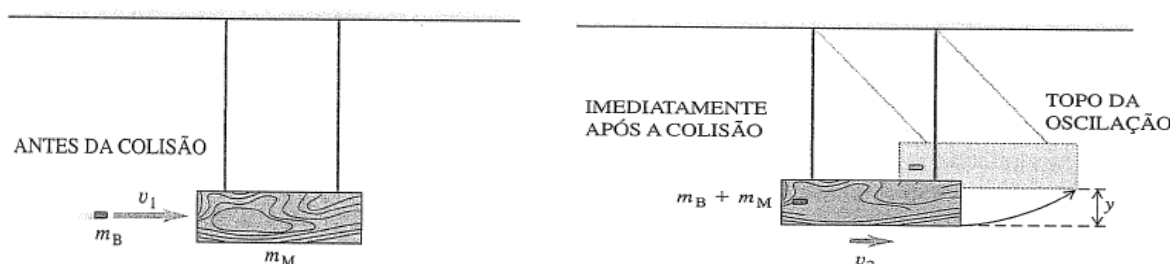
Os choques classificam-se em *elástico*, se conservam a energia cinética total do sistema, e *inelásticos*, que não se conservam. Um choque em que se perde o máximo possível de energia cinética (ou seja, em que a variação da energia cinética toma o maior valor negativo possível) diz-se *perfeitamente inelástico*.

Se dois corpos colidem e não estão se movendo ao longo de um único eixo (a colisão não é frontal), a colisão é bidimensional. Se o sistema de dois corpos é fechado e isolado, a lei da conservação do momento se aplica à colisão na forma de componentes, fornecendo duas equações que descrevem a colisão (uma equação para cada uma das dimensões).

A percentagem de energia dissipada na colisão calcula-se através da expressão:

$$\left| \%E = \frac{K_i - K_f}{K_i} \times 100 \right| \quad (2.56)$$

Pêndulo balístico: é um dispositivo que nos permite medir a velocidade da bala.



$$\left| v_1 = \frac{m_B + m_M}{m_B} \cdot \sqrt{2gy} \right| \quad (2.57)$$

onde v_1 é a velocidade inicial da bala



§.11 CENTRO DE MASSA & MOMENTO LINEAR

4.1* Determine as coordenadas do centro de massa de um sistema constituído por três partículas de massas $m_A = 2 \text{ kg}$; $m_B = 4 \text{ kg}$ e $m_C = 5 \text{ kg}$, localizadas, respectivamente: **a)** nos pontos $A(1; 3) \text{ m}$, $B(5; 9) \text{ m}$ e $C(8; 6) \text{ m}$ **b)** nos vértices de um triângulo equilátero de 1 m de lado.

R: $(5,6; 6,5) \text{ m}$; $(0,6; 0,4) \text{ m}$

4.2** A Ana e o Pedro estão sentados num barco de massa 40 kg , em repouso num lago. Os assentos distam entre si $3,0 \text{ m}$ e estão colocados simetricamente em relação ao centro do barco. Ao trocarem de lugares, o Pedro apercebe-se de que o barco se deslocou $0,40 \text{ m}$ em relação às margens. Sabendo que o Pedro tem de massa 60 kg , calcule a massa da Ana.

R: 41 kg

4.3** A distância entre o Centro da Terra e o centro da Lua é $3,8 \cdot 10^5 \text{ km}$. A massa da Terra é 82 vezes maior que a massa da Lua. Calcule a que distância do centro da Terra se encontra o centro de massa do sistema Terra-Lua.

R: $(2,4; -0,1) \text{ m}$

4.4* Uma carruagem de 20 toneladas de massa que se move com a velocidade de $1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ encontra uma plataforma de 10 toneladas de massa. Com que velocidade elas se moverão como um todo depois do encontro.

R: $1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

4.5* Uma bola, de massa 200 g , desloca-se com velocidade de módulo $8,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ no instante em que colide com a parede vertical. Após a colisão, que durou $0,20 \text{ s}$, a bola volta para trás, na mesma direção e com velocidade de módulo igual á que possuía antes de colidir com a parede. Caracterize a força exercida pela parede sobre a bola.

R: -16 N

4.6* Duas esferas, A e B , deslocam-se em sentidos opostos. A esfera A de massa $1,6 \text{ kg}$ desloca-se com velocidade de valor $10,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ no instante em que colide com a esfera B , de massa $0,8 \text{ kg}$. Considerando que o atrito entre as esferas e a superfície de apoio é desprezável e que após a colisão as esferas seguem juntas com a velocidade de valor $6,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, determine a velocidade da esfera B imediatamente antes da colisão.

R: $-2,0 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

4.7** Um projétil de massa 10 g é disparado horizontalmente contra um pêndulo balístico de massa $2,0 \text{ kg}$ inicialmente em repouso. Após a colisão, o projétil fica incrustado no pêndulo e o conjunto atinge 10 cm de altura. Calcule a velocidade do projétil.

R: $281,4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

4.8* Um canhão de artilharia horizontal de 1 tonelada dispara uma bala de 2 kg que sai da peça com velocidade de 300 m/s . Admita a velocidade da bala constante no interior do canhão. Determine a velocidade de recuo da peça do canhão.

R: $-0,6 \text{ m/s}$

4.9** A esfera A , de massa 200 g , desloca-se com velocidade $v_A = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ no instante em que colide frontalmente com a esfera B , de massa 100 g e velocidade $v_B = -4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Considerando desprezáveis as forças dissipativas, determine as velocidades das esferas após a colisão se esta for elástica.

R: $-1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

4.10*** Uma carga de massa de $2,0 \text{ kg}$ desliza para baixo ao longo de um plano inclinado de altura de $3,6 \text{ m}$ e que forma com a horizontal o ângulo de 30° . Em baixo do plano inclinado ela choca-se com a outra carga de $6,0 \text{ kg}$ de massa que se encontra em repouso. Se o choque for perfeitamente elástico e desprezar as forças de atrito quais serão: As velocidades de cargas depois de choque? A altura a que subira a primeira carga?

R: $2,45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $-7,35 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ e 270 cm



4.11** Uma partícula de massa 1 kg , inicialmente em repouso, explode dividindo-se em três pedaços. Dois pedaços, de massas 200 g e 400 g , adquirem velocidades de 300 m/s e 200 m/s , respectivamente, em direções perpendiculares entre si. Determine o módulo, a direção e o sentido da velocidade do terceiro estilhaço.

R: 250 m/s ; 53°

4.12** Um corpo de massa 20 kg move-se no sentido positivo do eixo OX com velocidade de 200 m/s , quando uma explosão interna o divide em três partes. Uma parte, de 10 kg , afasta-se com velocidade de 100 m/s no sentido positivo do eixo OY . Um segundo fragmento, de massa 4 kg , move-se no sentido negativo do eixo OX com velocidade de 500 m/s . Ignorando os efeitos da gravidade, calcule: o módulo da velocidade do terceiro fragmento e a energia libertada na explosão.

R: $1013,8\text{ m/s}$; $3,2\text{ MJ}$

4.13** Uma esfera de massa 100 g é lançada verticalmente para cima com a velocidade $v_{0y} = 20\hat{e}_y\text{ m.s}^{-1}$. Ao atingir a altura máxima, colide com um projétil de massa 20 g e velocidade $v_p = 60\hat{e}_x\text{ m.s}^{-1}$, ficando este incrustado na esfera. Desprezando a resistência do ar, determine a que distância do ponto de lançamento o sistema atinge o solo.

R: 20 m

4.14** Um corpo com 2 kg de massa sofre uma colisão elástica com um corpo em repouso e continua a se mover na mesma direção e sentido, mas com um quarto da velocidade inicial. **a)** qual é a massa do outro corpo? **b)** qual é a velocidade do centro de massa dos dois corpos se a velocidade inicial do corpo de 2 kg era 4 m/s ?

R: $1,2\text{ kg}$; $2,5\text{ m/s}$

4.15** Dois carritos A e B ($m_A = 120\text{ g}$) aproximam-se um do outro com as seguintes velocidades de $0,12\text{ m/s}$ e $0,15\text{ m/s}$. Determine a massa do carrito B , quando os dois se movem depois do choque não elástico: **a)** na direção que tinha A antes do choque com velocidade de $0,08\text{ m/s}$; **b)** na direção que tinha B antes do choque com velocidade de $0,06\text{ m/s}$.

R: 21 g ; 240 g

4.16** O bloco 1, de massa m_1 e velocidade 4 m/s , que desliza ao longo de um eixo OX em um piso sem atrito, sofre uma colisão elástica com o bloco 2 de massa $m_2 = 0,4 m_1$, inicialmente em repouso. Os dois blocos deslizam para uma região em que o coeficiente de atrito cinético é $0,5$, onde acabam parando. Que distância dentro dessa região é percorrida pelo bloco 1 e pelo bloco 2?

R: $0,3\text{ m}$; $3,3\text{ m}$

4.17 (UAN-F.E:2010 -VA) Uma bala de massa de $9,0\text{ g}$ atinge o pêndulo balístico (dispositivo utilizado para medir a velocidade de projéteis) de massa igual $1,55\text{ kg}$, onde fica incrustada. O sistema entra em movimento atingindo a altura de 15 cm . Determine a velocidade da bala.

- ☐ a) 285 m/s ☐ b) 315 m/s ☐ c) 268 m/s ☐ d) 252 m/s ☐ e) 297 m/s
☐ f) 222 m/s ☐ g) 330 m/s ☐ h) outro

4.18*** Um projétil com a massa 40 g e velocidade de 500 m/s atravessa o bloco B de massa 4 kg , inicialmente em repouso, suspenso por um fio ideal de comprimento $0,8\text{ m}$. A velocidade do bloco imediatamente após a saída do projétil é de 2 m/s . Despreze a resistência do ar. **a)** Determine a velocidade do projétil, quando emerge no bloco B . **b)** Sabendo que o bloco passa a executar um movimento circular, determine o valor mínimo da tensão do fio que sustenta B .

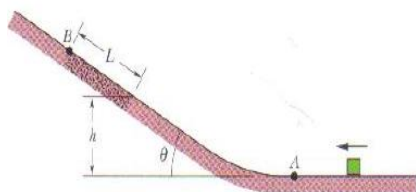
R: 300 m/s ; 30 N

4.19 (UAN-F.E:2016-VE) Considere um pequeno corpo A de massa $M = 120\text{ kg}$, suspenso por um fio inextensível e de massa desprezável. O corpo A pode mover-se no plano vertical. A distância entre o centro de massa do corpo A e o centro O é de $L = 40\text{ cm}$ (comprimento do fio). Um projétil



de massa $m = 12 \text{ g}$ e velocidade horizontal v_0 , colide com o corpo A, inicialmente em repouso, ficando incrustado nele. Determine o valor mínimo de v_0 do projétil, de modo que o sistema consiga descrever a trajetória circular no plano vertical. Considere desprezáveis todas as forças resistentes.

- ☐ a) 25 m/s ☐ b) 32 m/s ☐ c) 39 m/s ☐ d) 50 m/s ☐ e) 55 m/s
☐ f) 44 m/s ☐ g) 61,5 m/s ☐ h) outro



4.20*** Um bloco desliza em uma pista sem atrito até chegar a um trecho de comprimento $L = 0,75 \text{ cm}$, que começa a uma altura $h = 2 \text{ m}$ em uma rampa de ângulo $\theta = 30^\circ$. Neste trecho o coeficiente de atrito cinético é 0,40. O bloco passa pelo ponto A com uma velocidade de 8 m/s. Se o bloco pode chegar ao ponto B (onde o atrito acaba), qual é a sua velocidade nesse ponto e, se não pode, qual é a maior altura que atinge acima de A?

R: 3,5 m/s; 2,74 m

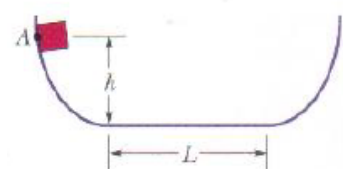


4.22*** Na figura, o bloco 1 de massa m_1 desliza sem velocidade inicial ao longo de uma rampa sem atrito a partir de uma altura $h = 2,50 \text{ m}$ e colide com o bloco 2 de massa $m_2 = 2m_1$, inicialmente em repouso. Após a colisão o bloco 2 desliza em uma região onde o coeficiente de atrito cinético μ_k é

0,5 e pára depois de percorrer uma distância d nessa região. Qual é o valor da distância d se a colisão é: **a)** elástica e **b)** perfeitamente inelástica.

R: 2,22 m; 0,556 m

4.23*** Uma partícula pode deslizar em uma pista com extremidades elevadas e uma parte central plana, como mostra a figura. A parte plana tem um comprimento $L = 40 \text{ cm}$. Os trechos curvos da pista não possuem atrito, mas a parte plana o coeficiente de atrito cinético é $\mu_k = 0,20$. A partícula é libertada a partir do repouso no ponto A, que está a uma altura $L/2$. A que distância da extremidade esquerda da parte plana a partícula finalmente pára?



R: 20 cm

1.3 – Movimento de Rotação dos Corpos Rígidos

O momento (M) de força (F) em relação a qualquer eixo de rotação determina-se pela fórmula:

$$| M = F \cdot l | \quad (3.1)$$

onde l é a distância da reta, ao longo da qual a atua a força, até ao eixo de rotação.

O momento de inércia de um sistema de partículas no plano cartesiano, pode ser calculado por:

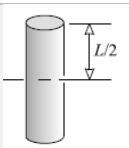
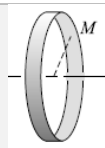
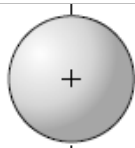
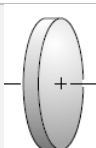
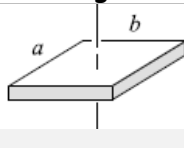
$$I_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \quad (3.2)$$

onde m é a massa de um ponto material e r é a sua distância em relação ao eixo de rotação. A unidade de I no SI é $kg \cdot m^2$

o momento de inércia de um corpo sólido em relação ao seu eixo de rotação é:

$$\int r^2 dm,$$

onde a integração deve ser aplicada a todo o volume do corpo. Realizando a integração, obtém-se o momento de inércia de um corpo de qualquer forma. Os momentos de inércia (em torno de um eixo que passa pelos seus centros de massa) de alguns objetos uniformes, cada um de massa M , são mostrados na tabela abaixo:

Barra uniforme	Cilindro oco (argola)	Esfera uniforme	Disco Uniforme ou Cilindro	Bloco uniforme retangular
				
$I = \frac{1}{12} M L^2$	$I = M R^2$	$I = \frac{2}{5} M R^2$	$I = \frac{1}{2} M R^2$	$I = \frac{1}{12} (a^2 + b^2)$

Se para qualquer corpo é conhecido o seu momento de inércia I_0 em relação a um eixo, que passa através do centro de massa, o momento de inércia em relação a qualquer eixo, paralelo ao primeiro, pode ser calculado pela fórmula de Steiner:

$$I = I_0 + m d^2,$$

onde m é a massa do corpo e d é a distância desde o centro de massa do corpo até ao eixo de rotação.

A lei fundamental da dinâmica do movimento angular (lei de conservação do momento do impulso) é expressa pela equação:

$$M dt = dL = d(I\omega),$$

onde M é o momento de forças aplicadas a um corpo, L é o momento angular do corpo (I é o momento de inércia do corpo, ω é a sua velocidade angular). Se $I = \text{const}$, então:

$$M = I \frac{d\omega}{dt} = I\alpha \quad (3.3)$$

onde α é aceleração angular comunicada ao corpo sob ação do momento de forças (M)

É importante sublinhar que, sempre que um corpo rígido tenha, simultaneamente, movimentos de rotação e de translação, como por exemplo uma esfera ou um cilindro que se movimentam rolando sobre um plano, teremos que contabilizar os balanços de energia a *energia cinética total*, dada pela soma da energia cinética de rotação com a energia cinética de translação:

$$| K_T = K_{trans} + K_{rot} | \quad (3.4)$$

onde,

$$K_{rot} = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad e \quad K_{trans} = \frac{1}{2} m v^2$$

Analogia entre quantidades lineares e as quantidades angulares

Espaço linear, x	Espaço angular, φ
Velocidade linear, v	Velocidade angular, ω
Aceleração linear, a	Aceleração angular, α
Massa (inércia), m	Momento de Inercia, I
Força, F	Momento de força, M ou torque, τ
Força de atrito, f_a	Momento de frenação ou atrito, M_a
Momento linear, p	Momento angular, L

Movimento de Translação	Movimento de Rotação
Segunda lei de Newton	
$F \cdot \Delta t = m v_2 - m v_1$, ou	$M \cdot \Delta t = I \omega_2 - I \omega_1$, ou
$F = m a$	$M = I \alpha$
Lei da Conservação do Impulso (momento do Impulso)	
$\sum m v = const$	$\sum I \omega = const$
Trabalho e Energia cinética	
$W = F \cdot \Delta x = \frac{m v_2^2}{2} - \frac{m v_1^2}{2}$	$W = M \cdot \varphi = \frac{I \omega_2^2}{2} - \frac{I \omega_1^2}{2}$

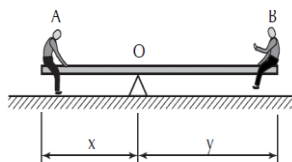
O período das oscilações pequenas do pêndulo físico é:

$$\left| T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{m d g}} \right| \quad (3.5)$$

onde I é o momento de inércia do pêndulo em relação ao seu eixo de rotação, m é a massa do pêndulo, d é a distância do centro de massa até ao eixo de rotação, g é a aceleração da queda livre.

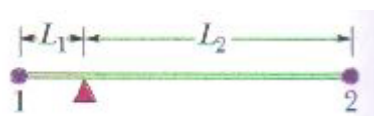


§.12 MOVIMENTO DE ROTAÇÃO DOS CORPOS RÍGIDOS



5.1* Dois meninos estão sentados nas extremidades de uma gangorra de 3,6 m de comprimento. O garoto da extremidade A tem 25 kg de massa, e o da extremidade B, 20 kg. Determine os comprimentos x e y indicados na figura para que a gangorra fique em equilíbrio no ponto de apoio.

$$x = 1,6 \text{ m e } y = 2 \text{ m}$$



5.2* A figura mostra as partículas 1 e 2, ambas de massa m , presas às extremidades de uma barra rígida de massa desprezável e com comprimento $L_1 + L_2$, com $L_1 = 20 \text{ cm}$ e $L_2 = 80 \text{ cm}$. A barra é mantida horizontalmente no fulcro até ser libertada. Qual é o

módulo da aceleração inicial das partículas 1 e 2?

$$\text{R: } 1,73 \text{ m/s}^2; 6,72 \text{ m/s}^2$$

5.3° Na figura abaixo suponha que o menino esteja empurrando a porta com uma força $F_1 = 5 \text{ N}$, actuando a uma distância $d_1 = 2 \text{ m}$ das dobradiças (eixo de rotação) e que o homem exerça uma força $F_2 = 80 \text{ N}$ a uma distância de 10 cm do eixo de rotação. Nestas condições, pode-se afirmar que:



- ☐ a) a porta estaria girando no sentido de ser fechada;
- ☐ b) a porta estaria girando no sentido de ser aberta;
- ☐ c) a porta não gira em sentido algum;
- ☐ d) o momento aplicado à porta pelo homem é maior que o valor do momento aplicado pelo menino;
- ☐ e) A porta estaria girando no sentido de ser fechada, pois a massa do homem é maior do que a massa do menino;

5.4* Três partículas A, B e C de massas iguais a 2, 4 e 6 kg, respetivamente, encontram-se fixas numa haste de massa desprezável. O sistema roda em torno de um eixo colocado perpendicularmente a haste a uma distância de 20 cm da partícula A, e a distância de $\overline{AB} = \overline{BC} = 10 \text{ cm}$. Sabendo que o sistema descreve um ângulo de 120° , em 2 s, determine:

a) o momento de inercia do sistema;

$$\text{R: } 1,4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

b) a energia cinética do sistema;

$$\text{R: } 0,8 \text{ J}$$

5.5 (UAN-F.E-2001-V1) Duas partículas A e B de massas 300 g e 100 g estão ligadas por uma haste de massa desprezável e de 1,2 m de comprimento. O sistema roda em torno de um eixo colocado perpendicularmente a haste a uma distância de 20 cm da partícula B. Calcule o momento de inércia do sistema.

$$\text{R: } 0,304 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$$

5.6* Uma barra homogênea de 1 m de comprimento e massa igual a 0,5 kg gira no plano vertical em torno dum eixo horizontal que passa através do ponto médio da barra. Com que aceleração angular gira a barra, sabendo que ela permanece sob a ação do momento de força de $98,1 \text{ mN} \cdot \text{m}$? ($I = \frac{1}{12} Ml^2$).

$$\text{R: } 2,35 \text{ rad/s}^2$$

5.7* Uma bicicleta está montada de modo que a roda traseira possa girar livremente. O corredor aplica uma força de 18 N ao pinhão a uma distância de 7 cm do eixo da roda. Admitamos que a roda é



um aro ($I = MR^2$) de raio 35 cm e massa $2,4\text{ kg}$. Qual é a velocidade angular da roda depois de transcorrido?

R: $21,43\text{ rad/s}$

5.8* Ao aro duma roda de $0,5\text{ m}$ de raio e a massa de 50 kg está aplicada uma força tangencial de $98,1\text{ N}$. Calcular a aceleração angular da roda. Ao fim de quanto tempo após o início da acção a roda terá a frequência de rotação de 100 r.p.s ? Considerar que a roda é um disco homogêneo ($I = \frac{1}{2}MR^2$). Desprezar o atrito.

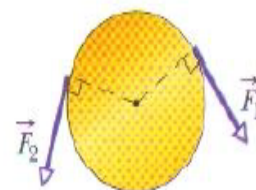
R: $7,8\text{ rad.s}^{-2}$; $1\text{ min } 20\text{ s}$

5.9* Um disco homogêneo de raio igual a $0,2\text{ m}$ e a massa de 5 kg gira em torno dum eixo que passa através do seu centro, perpendicularmente ao seu plano. A variação da velocidade angular de rotação do disco em função do tempo é dada pela equação $\omega = A + Bt$, onde $B = 8\text{ rad/s}^2$. Calcular a força tangencial aplicada ao aro do disco. Desprezar o atrito. O momento de inércia do disco homogêneo é $I = \frac{1}{2}MR^2$.

R: $4,0\text{ N}$

5.10* Um disco que pode girar em torno do centro como um carrossel. O disco tem um raio de $2,00\text{ cm}$ e uma massa de $20,0\text{ gramas}$, e está inicialmente em repouso. A partir do instante $t = 0$, duas forças devem ser aplicadas tangencialmente à borda do disco, como mostra a figura, para que, no instante $t = 1,25\text{ s}$, o disco tenha uma velocidade angular de 250 rad/s no sentido anti-horário. A força F_1 tem um módulo de $0,100\text{ N}$. Qual é o modulo de F_2 ?

R: $0,140\text{ N}$



5.11** Uma roda de massa $0,5\text{ kg}$ com momento de inércia de $0,035\text{ kgm}^2$ roda inicialmente com frequência de 30 r.p.s . Desacelera e pára após 163 rotações. Determine o valor do momento da força (suposta constante) que contrariou o movimento.

R: $0,61\text{ N.m}$

5.12** Um volante de $0,2\text{ m}$ de raio e massa de 10 kg está ligado a um motor por meio de uma correia motriz. A força de tensão da correia, que gira sem deslizamento, tem o valor de $14,7\text{ N}$. Calcular a frequência de rotação atingida pelo volante ao fim do tempo de 10 s após o início do movimento. Considerar que o volante é um disco homogêneo ($I = \frac{1}{2}MR^2$). Desprezar o atrito.

R: $23,4\text{ Hz}$

5.13° Um disco de massa igual a 2 kg rola sem deslizamento por um plano horizontal com a velocidade de 4 m/s . Determinar a energia cinética do disco. ($I = \frac{1}{2}MR^2$)

R: $24,0\text{ J}$

5.14° Uma bola de 6 cm de diâmetro e $0,25\text{ kg}$ de massa rola sem deslizamento por um plano horizontal com a frequência de rotação de 4 Hz . Calcular a energia cinética da bola. Considere que o momento de inércia da bola é $I = \frac{1}{2}MR^2$.

R: $0,1\text{ J}$

5.15 (UAN-F.E-2002-V1) O momento de inércia do motor de um centrífugo é $4,51 \cdot 10^{-2}\text{ kg.m}^2$. Que energia é necessária fornece-lo para que ele atinja, a partir do repouso, a frequência de 9000 r.p.m .

R: 21 kJ

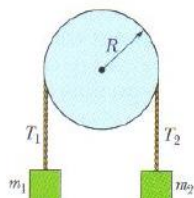
5.16 (UAN-F.E-2005-V3) Um cilindro de raio de 12 cm rola pela superfície horizontal com a velocidade de $2,0\text{ m/s}$ tendo a energia cinética igual a 21 J . Qual a sua massa? O momento de inércia do cilindro é $I = 0,5MR^2$.

☐ a) $7,0\text{ kg}$ ☐ b) $9,0\text{ kg}$ ☐ c) 15 kg ☐ d) 12 kg ☐ e) 18 kg ☐ f) *Outro*

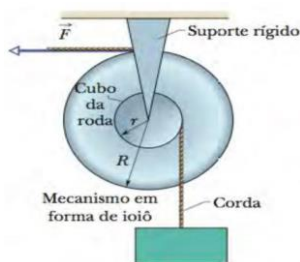


5.17* Dois pesos com as massas de 2 kg e 1 kg , respectivamente, estão ligados por meio de um fio, lançado através de uma roldana de massa igual a 1 kg . Determinar a aceleração com que se movem os pesos. Considerar que a roldana é um disco homogêneo. Desprezar o atrito. $2,8\text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$

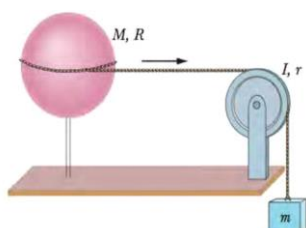
5.18* O bloco 1 tem massa de 460 g , o bloco 2 tem massa de 500 g , e a polia, que está montada em um eixo horizontal com atrito desprezável, tem um raio de $5,00\text{ cm}$. Quando o sistema é libertado a partir do repouso o bloco 2 cai $75,00\text{ cm}$ em $5,00\text{ s}$ sem que a corda deslize na borda da polia. Qual é o módulo da aceleração dos blocos? Qual é o valor das tensões na corda? Qual é o módulo da aceleração angular da polia? Qual é o momento de inércia da polia? $R: 6,0\text{ cm/s}^2; 4,87\text{ N}; 4,54\text{ N}; 1,20\text{ rad/s}^2; 0,0138\text{ kg}\cdot\text{m}^2$



5.19** Dois pesos com diferentes massas estão ligados por meio dum fio lançado através de uma roldana, cujo momento de inércia é $50\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ e o raio é de 20 cm . O momento das forças de frenação da roldana giratória é de $98,1\text{ N}\cdot\text{m}$. Determinar a diferença das forças de tensão do fio por ambos os lados da roldana, sabendo que a roldana gira com aceleração de $2,36\text{ rad/s}^2$. Considerar que a roldana é um disco homogêneo. $1,08\text{ kN}$



5.20** Um mecanismo em forma de ioiô, montado em um eixo horizontal sem atrito, é usado para levantar uma caixa de 30 kg . O raio externo R da roda é $0,5\text{ m}$ e o raio interno r do cubo da roda é $0,20\text{ m}$. Quando uma força horizontal F constante de módulo 140 N é aplicada a uma corda enrolada na roda, a caixa, que está pendurada em uma corda enrolada no cubo, tem uma aceleração para cima de módulo $0,8\text{ m/s}^2$. Qual é o momento de inércia do mecanismo em relação ao eixo de rotação? $R: 1,6\text{ kg}\cdot\text{m}^2$



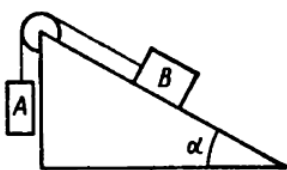
5.21*** Uma casca esférica homogênea ($I = 2MR^2/3$) de massa $M = 4,5\text{ kg}$ e raio $R = 8,5\text{ cm}$ pode girar em torno de um eixo vertical sem atrito. Uma corda de massa desprezável está enrolada no equador da casca, passa por uma polia de momento de inércia $I = 3\cdot 10^{-3}\text{ kg}\cdot\text{m}^2$ e raio $r = 5\text{ cm}$ e está presa a um pequeno objeto de massa $m = 0,6\text{ kg}$. Não há atrito no eixo da polia. Qual é a velocidade do objecto depois de cair 82 cm após ter sido liberada a partir do repouso? Use considerações de

energia.

$R: 1,4\text{ m/s}$

5.22** Resolver o exercício 2.27, considerando que a roldana é um disco homogêneo e tem massa de 1 kg . $R: 3,53\text{ m/s}^2; 6,3\text{ N}; 4,5\text{ N}$

5.23** Um fio é enrolado diversas vezes em torno da periferia de um pequeno aro de raio $0,08\text{ m}$ e massa $0,18\text{ kg}$. Se a extremidade livre da corda é mantida fixa e o aro é libertado do repouso, calcule: **a)** a tensão no fio enquanto o aro desce a medida que a corda se desenrola; **b)** o tempo que o aro leva a descer 75 cm ; **c)** a velocidade angular do aro no momento que desce 75 cm . $R: 0,9\text{ N}; 0,55\text{ s}; 34,4\text{ rad/s}$



5.24** Os blocos de massas $m_A = 2,1\text{ kg}$ e $m_B = 6\text{ kg}$, estão ligados por um fio inextensível e de massa desprezável que passa pela gola da roldana ($I = MR^2/2$) de massa $M = 4,8\text{ kg}$ e de raio R . O coeficiente de atrito entre o bloco m_B e o plano é de $0,11$. Determina a aceleração com que os corpos se movimentam e as tensões no fio, se o plano inclinado forma um ângulo de 30° com a horizontal.


R: $0,31 \text{ m/s}^2$; 22 N e $21,23 \text{ N}$

5.25 (UAN-F.E-2007-V1) Um cilindro maciço de raio de 10 cm rola pela superfície horizontal com a velocidade $2,3 \text{ m/s}$ e encontra um plano inclinado de 25° a horizontal. Que distância ele percorre ao longo do plano? O momento de inércia do cilindro é $I = 0,5MR^2$. R: 96 cm

5.26 (UAN-F.E-2007-V2) Um cilindro oco de raio de 16 cm rola pela superfície horizontal e encontra um plano inclinado de 20° a horizontal em que percorre a distância de 98 cm . Que velocidade possui o cilindro na superfície horizontal? O momento de inércia dele é $I = MR^2$.

☐ a) $1,4 \text{ ms}^{-1}$ ☐ b) $2,4 \text{ ms}^{-1}$ ☐ c) $1,8 \text{ ms}^{-1}$ ☐ d) $2,1 \text{ ms}^{-1}$ ☐ e) $1,1 \text{ ms}^{-1}$ ☐ f) Outro

5.27** Uma esfera maciça, de massa de m e de raio R , é abandonado do topo de um plano inclinado 70 cm de altura e faz um ângulo de α com a horizontal. Determine o valor da velocidade com que a esfera abandona o plano inclinado. ($I = \frac{2}{5}MR^2$). R: $\sqrt{g} \text{ m/s}$

5.28* Girando com movimento uniformemente retardado, uma roda reduziu, durante um intervalo de 1 min , a frequência de rotação deste 300 rpm até 180 rpm . O momento de inércia da roda é de 2 kg.m^2 . Calcular a aceleração angular da roda, o momento da força de frenagem, o trabalho da força de frenagem e o número de rotações efetuada pela roda do mesmo intervalo de tempo.

R: $-0,21 \text{ rad/s}^2$; $0,42 \text{ N.m}$; 630 J ; 240 rot.

5.29 (UAN-F.E-2002-V2) Um volante de um motor de carro tendo a frequência de 3500 r.p.m desenvolve o momento da força igual a 240 N.m . Qual é a potência do motor. R: 88 kw

5.30** Um disco de diâmetro igual a 60 cm e de massa de 1 kg gira em torno de um eixo que passa através do centro, perpendicularmente ao seu plano, com uma frequência de 20 Hz . Que trabalho deve ser realizado para parar o disco? R: 355 J

5.31° Uma barra homogênea de $0,5 \text{ m}$ de comprimento efetua pequenas oscilações num plano vertical em torno do eixo horizontal que passa através de seu extremo superior. Determinar o período das oscilações.

R: $1,16 \text{ s}$

5.34* Um arco de diâmetro igual a $56,5 \text{ cm}$ está pendurado num prego, espetado na parede, e efetua pequenas oscilações num plano paralelo à parede. Determinar o período das oscilações do arco.

R: $1,5 \text{ s}$

5.35*** Um rapaz de massa 60 kg , anda lentamente da periferia para o centro de uma plataforma circular de massa 100 kg e de raio 2 m que gira em torno de um eixo vertical que passa pelo seu centro. Determine a velocidade angular quando o rapaz se encontra num ponto situado a $0,5 \text{ m}$ do centro da plataforma, sabendo que quando o rapaz se encontra na periferia da plataforma e que o valor da velocidade angular é de 2 rad/s . Desprezar o atrito ($I = 0,5MR^2$). R: $4,1 \text{ rad.s}^{-1}$

5.36*** Uma plataforma horizontal de 100 kg de massa gira em torno de um eixo vertical, que passa através do centro da plataforma, com a frequência de 10 rpm . Um homem de massa igual a 60 kg encontra-se na borda da plataforma. Com que frequência começará a girar a plataforma, se o homem passar da borda para plataforma para o seu centro? Considerar que a plataforma é um disco homogêneo e que a massa do homem está concentrada num ponto. R: 22 rpm

1.4 - Mecânica de líquidos & gases

Um *fluido* é uma substância (ou uma mistura de substância) que se escoa, isto é, que flui com maior ou menor facilidade. Como fluidos temos:

- 1) Líquidos: substâncias que tomam a forma do recipiente que os contém, mais ocupam apenas uma parte dele.
- 2) Gases: substâncias que se adaptam a qualquer forma do recipiente que os contém, ocupando livremente o espaço que lhes for acessível.

algumas propriedades dos fluidos:

- a) Massa específica ou volúmica (ρ): é definido pelo quociente entre a massa e unidade de volume.

$$\left| \rho = \frac{m}{V} \right| \quad (4.1)$$

- b) Peso específico (γ): é o peso do fluido por unidade de volume.

$$\left| \gamma = \frac{F_g}{V} = \frac{mg}{V} = \rho \cdot g \right| \quad (4.2)$$

- c) Densidade: a densidade relativa d de uma substância é a relação entre seu peso e o peso específico de uma substância padrão (referência).

$$\left| d = \frac{\gamma_{subst}}{\gamma_{ref}} = \frac{\rho_{subst}}{\rho_{ref}} \right| \quad (4.3)$$

onde a massa específica ou volúmica de referência ρ_{ref} , é o da água quando o meio é líquido e do ar quando o meio é ar. A densidade absoluta é a mesma coisa que massa específica ou volúmica.

$$\rho_{H_2O} = 1 \frac{g}{cm^3} = 1000 \frac{kg}{m^3} = 1 \frac{g}{ml}; \quad \rho_{ar} = 1,29 \frac{kg}{m^3}$$

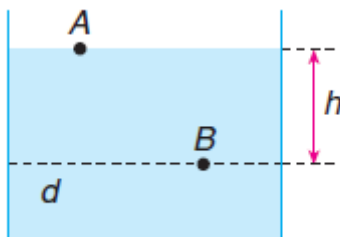
Fluidos em repouso (Hidrostática). Princípio de Pascal e de Arquimedes...

A pressão P é definido como o quociente entre a força F que atua perpendicularmente a superfície A :

$$P = \frac{dF}{dA} \Rightarrow \boxed{P = \frac{F}{A}} \quad (4.4)$$

onde a força normal F é dado em N e a superfície A é dado em m^2 . Em SI a unidade de pressão é Pascal (Pa). Outras unidades de pressão e relação entre elas:

$$1 \text{ atm} = 101325 \text{ Pa} = 760 \text{ mm Hg} = 14,7 \text{ Psi}$$



$\Delta P = Ph$ (pressão Hidrostática) , sendo:

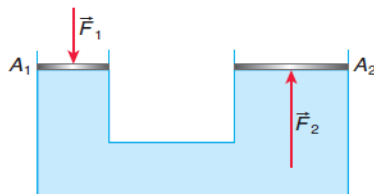
$$Ph = \frac{F_g}{A} = \frac{mg}{A} = \frac{\rho V g}{A} \Rightarrow \boxed{Ph = \rho g h} \quad (4.5) \quad , \text{ então:}$$

$$\Delta P = Ph \Rightarrow P_B - P_A = \rho g h \Rightarrow \boxed{P_B = P_A + \rho g h} \quad (4.6)$$

onde a última relação () é a *Lei fundamental da hidrostática* ou *Teorema de Stevin*. $P_A = P_0$, sendo que P_0 é a pressão exterior ou atmosférica.

características dos fluidos em repouso:

- A variação da pressão é independente da forma dos limites do domínio;
- A pressão varia unicamente segundo a direção vertical e aumenta com a profundidade;
- Dois pontos situados ao mesmo nível ligado por mesmo fluido, têm a mesma pressão;
- A interface de dois líquidos não miscíveis (não se misturam) de diferentes densidades e em equilíbrio é horizontal;

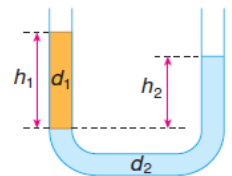


Princípio de Pascal: "qualquer variação de pressão exercida sobre um fluido em equilíbrio hidrostático transmite-se integralmente a todos os pontos do fluido e as paredes do recipiente que o contém"

$$\left| \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \right| \quad (4.7)$$

Vazos comunicantes ou tubo em U, são tubos conectados entre si; a relação entre as informações nos ramos dá-se facilmente a partir da interface ou superfície de separação entre os fluidos imiscíveis:

$$\left| \rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \right| \quad (4.8)$$



Princípio de Arquimedes: "quando um corpo mergulha num líquido, sofre por parte deste uma força vertical, de baixo para cima, que é igual ao peso do volume deslocado pelo líquido". Tal força tem o nome de empuxo (I).

$$I = \gamma \cdot V_i \Rightarrow \boxed{I = \rho_l \cdot V_i \cdot g} \quad (4.9)$$

- $\rho_c > \rho_l$ (corpo afunda): o corpo cai para o fundo do líquido, solicitado por uma força que é igual a diferença entre seu peso e a impulsão e que se chama de *peso aparente* do corpo no líquido (P_a);

$$\left| P_a = F_g - I \right| \quad (4.10)$$

- $\rho_c = \rho_l$ ($F_g = I$): o corpo fica em equilíbrio no seio do líquido;
- $\rho_c < \rho_l$ (o corpo flutua): o corpo eleva-se até a superfície livre solicitado por uma força que é igual à diferença entre a impulsão e o seu peso, chamada *força ascensional* (F_a);

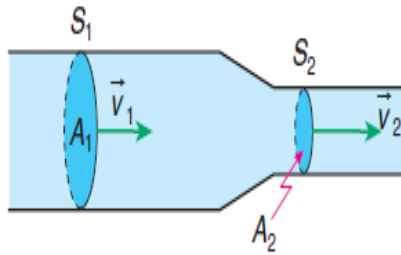
$$\left| F_a = I - F_g \right| \quad (4.11)$$

Fluidos em movimento (Hidrodinâmica)...

Quando um fluido se encontra em movimento, o seu escoamento pode ser:

- Estacionário ou laminar: quando o vetor velocidade do fluido, em cada ponto, é constante ao longo do tempo;
- Não estacionário ou turbulento: quando a velocidade do fluido, em cada ponto, varia no decurso do tempo.

Equação da continuidade: "no escoamento de um fluido, em movimento permanente, a vazão em massa de fluido que atravessa qualquer secção de escoamento é constante".



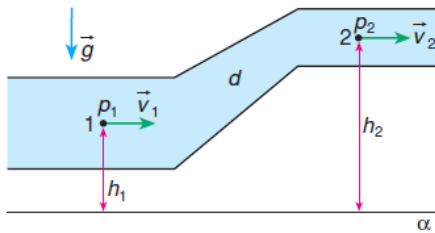
A vazão volumétrica Q_V e mássica Q_m , são, respetivamente:

$$\left| Q_V = \frac{V}{\Delta t} = v \cdot A \right| (4.12) ; \left| Q_m = \frac{m}{\Delta t} = \rho Q_V = \rho \cdot v \cdot A \right| (4.13)$$

$$\Delta m_1 = \Delta m_2 = \text{const.} \Rightarrow \rho_1 \cdot v_1 \cdot A_1 = \rho_2 \cdot v_2 \cdot A_2 = \text{const.}$$

Se o fluido for o mesmo $\rho_1 = \rho_2$, então:

$$Q_1 = Q_2 \Rightarrow \boxed{v_1 \cdot A_1 = v_2 \cdot A_2} (4.14)$$



Equação de Bernoulli: relaciona a pressão, o desnível e a velocidade de um fluido incompressível num escoamento permanente, através de um tubo com área de secção transversal variável.

$$\left| P_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = P_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 = \text{const.} \right| (4.15)$$



§.13 FLUIDOS EM REPOUSO. PRINCÍPIO DE PASCAL & DE ARQUIMEDES

6.1° Considere uma pessoa de massa de 60 kg sentada numa cadeira. Calcule a pressão exercida por pés da cadeira contra o chão se um pé tiver dimensões $3,0 \text{ cm} \times 2,0 \text{ cm}$. Despreze a massa da cadeira.

R: 245 kPa

6.2° Determine a altura de petróleo num reservatório se a leitura do manómetro situado acima do fundo do reservatório for de 0,25 MPa. A densidade do petróleo é de 780 kg/m^3 .

R: 33 m

6.3° Que pressão mínima tem de desenvolver uma bomba de água para fornecer-lhe a 40 m de altura?

R: 392 kPa

6.4° O diâmetro do êmbolo de uma seringa é de 1,0 cm. Que força deve ser aplicada ao êmbolo para injectar um líquido numa veia com a pressão excessiva de 18 mmHg?

R: 0,189 N

6.5* Num dos ramos de um tubo em U aberto de ambas extremidades (dos vasos comunicantes da mesma área da secção transversal) encontra-se a água, noutro, o óleo de densidade de $0,79 \text{ g/ml}$. A superfície de separação dos líquidos encontra-se no ponto inferior do tubo e a altura da coluna do óleo é igual a 18,0 cm. Qual a altura da coluna de água?

R: 14,2 cm

6.6** Num tubo em U aberto de ambas as extremidades encontra-se a água. Num dos ramos deita-se um líquido imiscível com a água. Noutro ramo a água sobe de 8,3 cm e o seu nível fica de 2,1 cm acima do nível do líquido deitado. Determine a densidade do líquido.

R: 1,14 g/ml

6.7** Num tubo em U aberto de ambas as extremidades encontra-se a água. Em ramos deitam-se líquidos imiscíveis com a água, num dos ramos, de densidade de $0,95 \text{ g/ml}$, noutro, de densidade de $0,78 \text{ g/ml}$. A altura de colunas dos líquidos deitados nos ramos é de 25 cm. Qual a diferença de níveis da água nos ramos?

R: 4,25 cm

6.8** Num tubo em U de secção transversal de $1,0 \text{ cm}^2$ aberto em ambas as extremidades está a água. Que massa de um líquido de densidade de 1600 kg/m^3 é necessário deitar num dos ramos para que o nível da água noutro ramo suba de 8,0 cm em relação ao estado inicial?

R: 16 g

6.9** Num tubo em U de secção transversal de $1,0 \text{ cm}^2$ aberto em ambas as extremidades está a água. Que massa de um líquido de densidade de 800 kg/m^3 é necessário deitar num dos ramos para que o nível da água noutro ramo suba de 16 cm em relação ao estado inicial?

R: 32 g

6.10** Num tubo em U de diâmetro de 5,0 mm encontra-se o mercúrio ($13,6 \text{ g/ml}$). Num dos ramos deitam-se dois líquidos imiscíveis entre si ($\rho_1 = 1,60 \text{ g/ml}$, $\rho_2 = 1,00 \text{ g/ml}$) e com o mercúrio e o nível do mercúrio no outro ramo sobe de 2,0 cm. Determine a massa do primeiro líquido se a altura da coluna do segundo líquido for de 30 cm.

R: 4,8 g

6.11 (UAN-F.C:2014-V5) Num recipiente cilíndrico encheu-se água e óleo de tal forma que a massa da água é dupla em relação à massa do óleo. A altura total da coluna dos líquidos é $h = 20 \text{ cm}$. Achar a pressão, exercida pelos líquidos no fundo do recipiente. A massa volúmica da água é $\rho_1 = 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$ e do óleo é $\rho_2 = 0,90 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$.

☐ a) 2,05 kPa

☐ b) 1,50 kPa

☐ c) 1,36 kPa

☐ d) 1,68 kPa

☐ e) 2,18 kPa

☐ f) 2,42 kPa

☐ g) 1,89 kPa

☐ h) Outro



6.12* Na prensa hidráulica, os diâmetros dos tubos 1 e 2 são, respectivamente, 4 e 20 cm. Sendo o peso do carro igual a 10 kN. Determine: **a)** a força a ser aplicada no tubo 1. **b)** o deslocamento do nível do óleo no tubo 1 quando o carro sobe 20 cm

R: 400 N; 500 cm

6.13* Uma barça rectangular tem 15 m de comprimento. Uma carga de 900 kg é carregada na barça fazendo que ela afunda de 10 mm. Qual é a largura da barça?

R: 6 m

6.14° Uma bola de futebol flutua num poço, a mesma possui uma massa de 0,5 kg e um diâmetro de 22 cm.

a) qual é a força que empuxo;

R: 4,9 N

b) qual é o volume de água deslocado pela bola;

R: $5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$

c) qual é a densidade média da bola de futebol;

R: $\rho_c = 89,68 \text{ kg/m}^3$

6.15* Um tubo flutua na posição vertical. A altura do tubo, que sai fora da água, é $h = 5 \text{ cm}$. Dentro do tubo foi colocado óleo de massa específica $d = 0,9 \text{ g/cm}^3$. Qual deverá ser o comprimento do tubo para enche-lo totalmente com óleo?

R: 50 cm

6.16 (UAN-F.E:2010) Um cubo de madeira ($\rho_m = 650 \text{ kg/m}^3$) de lado de 17 cm flutua num líquido ($\rho_l = 0,92 \text{ g/ml}$). Determine a altura da parte mergulhada (imersa) do cubo.

R: 12 cm

6.17 (UAN-F.E:2010) Um cubo de madeira ($\rho_m = 920 \text{ kg/m}^3$) de lado de 13 cm flutua num líquido. A altura da parte mergulhada (imersa) do cubo é igual a 9,5 cm. Qual a densidade do líquido?

R: 1,26 g/ml

6.18* Um sólido flutua em água emergindo $4/5$ do seu volume. Em seguida coloca-se o sólido em óleo e emerge $3/4$ do seu volume. Determine a massa volúmica do óleo?

R: $0,8 \text{ g.cm}^{-3}$

6.19* Um cubo de madeira de massa volúmica $0,8 \text{ g.cm}^{-3}$ flutua num líquido de massa volúmica $1,4 \text{ g.cm}^{-3}$. Expressa a relação entre as alturas emersas e imersas.

R: $3/4$

6.20** Um cubo homogêneo de densidade relativa $d = 0,95$ esta em equilíbrio entre dois líquidos. A água $d_1 = 1,0$ e o azeite $d_2 = 0,92$. Determine a fracção do volume do cubo mergulhado em azeite.

R: $5/8$

6.21* Um cubo flutua na água, tendo emerso $3/10$ do seu volume. Qual é a massa específica do cubo?

R: 700 kg/m^3

6.22* Um corpo totalmente imerso em água sobe com uma aceleração de 3 m/s^2 . Determine a massa volúmica da substância de que é feito o corpo.

R: $7,7 \cdot 10^2 \text{ kg.m}^{-3}$

6.23** Um cubo A, homogêneo e maciço, de aresta 4,9 cm, feito de um material de massa volúmica $0,80 \text{ g/cm}^3$, encontra-se preso, por um fio inextensível, a um cubo B, também homogêneo e maciço, de aresta 2,0 cm, feito de um material de massa volúmica $4,0 \text{ g/cm}^3$. Este conjunto é mergulhado completamente em água, onde fica em equilíbrio. Determine o valor da tensão do fio.

R: 0,24 N

6.24 (UAN-F.E:2012-V1) Um recipiente contém dois líquidos A e B, homogêneos e imiscíveis, cujas massas volúmicas (densidades) são, respetivamente, $\rho_A = 1,0 \text{ g/cm}^3$ e $\rho_B = 1,21 \text{ g/cm}^3$. Um corpo sólido e maciço, feito de um material de massa volúmica ρ , está em equilíbrio na interface



entre os dois líquidos, tendo o seu volume imerso no líquido A igual a duas vezes maior do que imerso no líquido B. Determine o valor da massa volúmica ρ .

- ☐ a) $1,12 \text{ g/cm}^3$ ☐ b) $1,15 \text{ g/cm}^3$ ☐ c) $0,95 \text{ g/cm}^3$ ☐ d) $1,32 \text{ g/cm}^3$
☐ e) $0,87 \text{ g/cm}^3$ ☐ f) $1,07 \text{ g/cm}^3$ ☐ g) $1,25 \text{ g/cm}^3$ ☐ h) Outro

6.25 (UAN-F.C:2005-V2) Um corpo de densidade $8,9 \text{ g.cm}^{-3}$ pesa no ar $5,8 \text{ N}$. No líquido o peso aparente é de $4,6 \text{ N}$. Determine a densidade do líquido?

- ☐ a) $0,78 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$ ☐ b) $1,34 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$ ☐ c) $0,85 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$ ☐ d) $0,61 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$ ☐ e) $1,0 \frac{\text{g}}{\text{ml}}$ ☐ f) Outro

6.26 (UAN-F.E:2007-V1) Uma peça de cobre ($\rho_c = 8,9 \text{ g.cm}^{-3}$) mergulhada num líquido de densidade $1,63 \text{ g/ml}$ tem o peso de $10,8 \text{ N}$ menor do que no ar. Qual é o peso dela no ar? R: 59 N

6.27* Uma esfera metálica, maciça, com o raio de 3 cm , pesa no ar $847,8 \text{ gf}$. O peso da esfera quando mergulhado num líquido de peso volúmica $0,85 \text{ gf.cm}^{-3}$. R: 751,67 gf

6.28** Um objeto de ouro e prata pesa no ar 6 kgf e na água $5,5 \text{ kgf}$. Qual é a massa de ouro e de prata que o objecto contém, sabendo que as densidades do ouro e da prata são, respectivamente, 20 e 10 . R: 2 kg e 4 kg

6.29** Um cilindro de gelo flutua na água pura e a altura mergulhada é $0,9$ da altura do cilindro. Sabendo que na água do mar o cilindro também flutua e que a altura mergulhada é $0,88$ de sua altura total. Calcular a massa volúmica da água do mar. O eixo do cilindro supõe-se vertical. R: $1,023 \text{ g/cm}^3$

6.30*** Um objecto esta pendurado em uma balança de mola. A balança indica 30 N no ar, 20 N quando o objecto está imerso em água e 24 N quando o objecto está imerso em outro líquido de massa específica desconhecida. Qual é a massa específica deste outro líquido? R: $6,0 \cdot 10^2 \text{ kg/m}^2$

§.14 FLUIDOS EM MOVIMENTO (HIDRODINÂMICA)

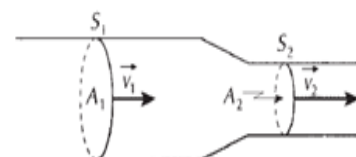
6.31° Um líquido flui através de um tubo de secção transversal constante e igual a $5,0 \text{ cm}^2$ com velocidade de 40 cm/s . Determine:

- a) a vazão do líquido ao longo do tubo; R: $2,0 \cdot 10^2 \text{ cm}^3/\text{s}$
 b) o volume de líquido que atravessa uma secção em 10 s ; R: $2,0 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$

6.32° A artéria aorta de um adulto tem área de secção transversal da ordem $3,0 \text{ cm}^2$. O sangue bombeado pelo coração passa pela artéria com vazão de $90 \text{ cm}^3/\text{s}$.

- a) com que velocidade o sangue passa pela artéria aorta? R: 30 cm/s
 b) quanto tempo é necessário para circular pelo coração $1,8$ litros de sangue? R: 20 s

6.33° As superfícies S_1 e S_2 do tubo indicado na figura possuem áreas respectivamente iguais a $2,5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ e $1,0 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$. Um líquido escoando pelo tudo atravessa S_1 com velocidade $3,0 \text{ m/s}$. Determine





a velocidade com que o fluido atravessa a secção S_2 .

R: 7,5 m/s

6.34* Uma piscina possui 4,0 m de largura, 10 m de comprimento e 1,8 m de profundidade. Para enchê-la completamente, utilizando um conduto de área de secção transversal 25 cm^2 , são necessárias 8 h.

a) qual é a vazão de água através do conduto?

R: $2,5 \cdot 10^3 \text{ cm}^3/\text{s}$

b) qual é a velocidade com que a água sai do conduto?

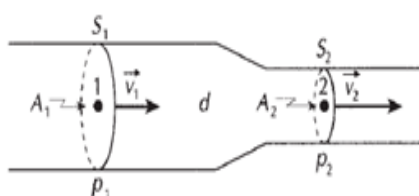
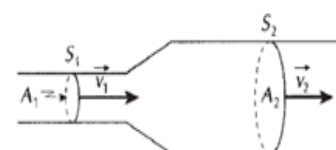
R: $1,0 \cdot 10^2 \text{ cm/s}$

c) com que velocidade sobe o nível de água da piscina.

R: $6,25 \cdot 10^{-2} \text{ mm/s}$

6.35* As superfícies S_1 e S_2 do tubo indicado na figura possuem, respectivamente, áreas A_1 e A_2 , tais que $A_2 = 3A_1$. Um gás flui pelo tubo, atravessando as secções S_1 e S_2 com velocidades v_1 e v_2 , respectivamente. Determine a relação v_1/v_2 .

R: 3

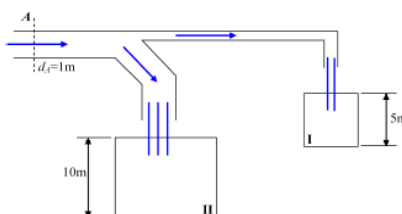


6.36* As superfícies S_1 e S_2 do tubo indicado na figura possuem áreas $3,0 \text{ cm}^2$ e $2,0 \text{ cm}^2$, respectivamente. Um líquido de densidade $d = 0,80$ escoar pelo tubo e apresenta, no ponto 1, velocidade $v_1 = 2,0 \text{ m/s}$ e pressão $P_1 = 0,4 \text{ bar}$. Determine a velocidade e a pressão no ponto 2.

R: $3,0 \text{ m/s}$ e $3,8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

6.37* O ar escoar num tubo convergente, a área da maior secção do tubo é de 20 cm^2 e a de menor é de 10 cm^2 . A massa específica do ar da secção (1) é de $0,12 \text{ kg/m}^3$ enquanto que na secção (2) é de $0,09 \text{ kg/m}^3$. Sendo a velocidade da secção (1) de 10 m/s . Determinar a velocidade da secção (2) e a vazão em massa.

R: $26,7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$; $0,0024 \text{ kg/s}$



6.38** Os reservatórios (I) e (II) da figura ao lado são cúbicos. São encheidos pelos tubos respectivamente em 100 seg e 500 seg. Determine a velocidade da água na secção A indicado. Sabendo-se que o diâmetro é de 1 m.

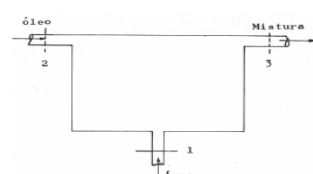
R: $4,14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

6.39* Calcular o diâmetro de uma tubulação, sabendo-se que pela mesma escoar água a uma velocidade de 6 m/s . A tubulação está conectada a um tanque com volume de 12000 l que leva 1 h, 5 minutos e 49 segundos para enchê-lo totalmente.

R: $25,4 \text{ mm}$

6.40** Um tubo admite água de massa específica igual a 1000 kg/m^3 num reservatório com vazão de 20 l/s . No mesmo reservatório é trazido óleo e com massa específica igual a 800 kg/m^3 por outro tubo com uma vazão de 10 l/s . A mistura homogênea formada é descarregada por um tubo cuja secção tem uma área de 30 cm^2 . Determinar a massa específica da mistura no tubo de descarga e a velocidade da mesma.

R: $933,3 \text{ kg/m}^3$; 10 m/s



6.41* Calcular o tempo que levará para encher um tambor de 214 l , sendo que a velocidade de escoamento do líquido é de $0,3 \text{ m/s}$ e o diâmetro do tubo conectado ao tambor é igual a 30 mm .

R: $16,82 \text{ min}$

6.42** Uma mangueira de jardim com diâmetro interno de $1,9 \text{ cm}$ está ligada a um borrifador (espracionário) que consiste apenas em um recipiente com 24 furos de $0,13 \text{ cm}$ de diâmetro. Se a água

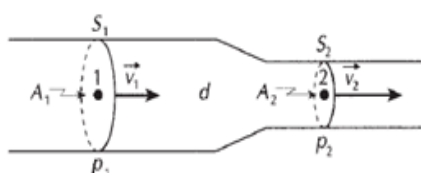


circula na mangueira com uma velocidade de $0,91 \text{ m/s}$, com que velocidade deixa os furos do borrifador?

R: $8,1 \text{ m/s}$

6.43** Uma mangueira de jardim com diâmetro interno de $1,9 \text{ cm}$ está ligada a um borrifador (espracador) que consiste apenas em um recipiente com 24 furos de $0,13 \text{ cm}$ de diâmetro. Se a água circula na mangueira com uma velocidade de $0,91 \text{ m/s}$, com que velocidade deixa os furos do borrifador?

R: $8,1 \text{ m/s}$



6.44** As superfícies S_1 e S_2 do tubo indicado na figura possuem áreas $3,0 \text{ cm}^2$ e $2,0 \text{ cm}^2$, respectivamente. Um líquido de densidade $d = 0,80$ escoar pelo tubo e apresenta, no ponto 1, velocidade $v_1 = 2,0 \text{ m/s}$ e pressão $P_1 = 0,4 \text{ bar}$. Determine a velocidade e a pressão no ponto 2.

R: $3,0 \text{ m/s}$ e $3,8 \cdot 10^4 \text{ Pa}$

6.45* Calcular a velocidade da corrente de gás carbônico por um tubo, sabendo que no fim de 30 min através da seção transversal do tubo passa uma massa do gás igual a $0,51 \text{ kg}$. A densidade do gás é de $7,5 \text{ kg/m}^3$. O diâmetro do tubo é de 2 cm .

R: $0,12 \text{ m/s}$

6.46** A água se move com uma velocidade de $5,0 \text{ m/s}$ em um cano com uma seção recta de $4,0 \text{ cm}^2$. A água desce gradualmente 10 m enquanto a seção reta aumenta para $8,0 \text{ cm}^2$. Determine a velocidade da água depois da descida. Se a pressão antes da descida é $1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, qual é a pressão depois da subida?

R: $2,5 \text{ m/s}$; $2,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}$

2.47** Um líquido de massa específica 900 kg/m^3 escoar em um tubo horizontal com seção recta de $1,190 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ na região A e uma seção recta de $9,50 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ na região B. A diferença de pressão entre as duas regiões é $7,20 \cdot 10^3 \text{ Pa}$. Quais são a velocidade e a vazão mássica?

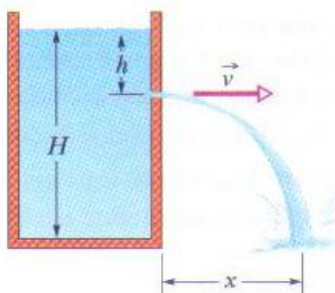
R: $0,0776 \text{ m}^3/\text{s}$; $69,8 \text{ kg/s}$

6.48** Um cano horizontal de calibre variável, cuja seção reta muda de $A_1 = 1,20 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$ para $A_2 = A_1/2$, conduz um fluxo laminar de etanol, de massa específica $\rho = 791 \text{ kg/m}^3$. A diferença de pressão entre a parte larga e a parte estreita do cano é 4120 Pa . Qual é a vazão do etanol?

R: $2,24 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$

6.49** Um tanque cilíndrico de grande diâmetro está cheio de água até uma profundidade $D = 0,30 \text{ m}$. Um furo de seção recta $A = 6,5 \text{ cm}^2$ no fundo do tanque permite a drenagem da água. Qual é a velocidade de escoamento da água, em metros cúbicos por segundo? A que distância abaixo do fundo do tanque a seção recta do jorro é igual a metade da área do furo?

R: $1,6 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$; $0,90 \text{ m}$



6.50*** A figura mostra um jorro de água saindo por um furo a uma distância $h = 10 \text{ cm}$ da superfície de tanque que contém $H = 40 \text{ cm}$ de água. **a)** a que distância x a água atinge o solo? **b)** a que profundidade deve ser feito um segundo furo para que o valor de x seja o mesmo? **c)** a que profundidade deve ser feito um furo para maximizar ao valor de x ?

R: **a)** 35 cm ; **b)** 30 cm ; **c)** 20 cm

6.51*** Na parede de um recipiente com água foram feitos dois orifícios, um sobre o outro, com área de $0,2 \text{ cm}^2$ cada um. A distância entre os orifícios é de 50 cm . No recipiente coloca-se, em cada segundo, 140 cm^3 de água. Encontrar o ponto de encontro dos jorros de água que saem dos orifícios.

R: $(120; 130) \text{ cm}$

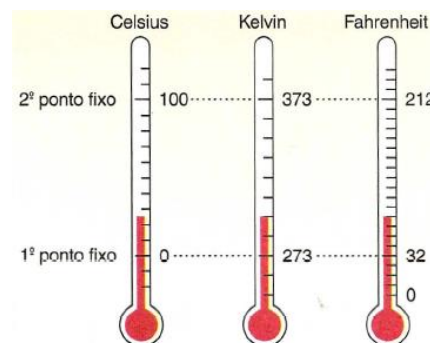
2.1 – Temperatura & Calor

A energia cinética das moléculas de um corpo (agitação térmica) corresponde à *energia térmica*.

Temperatura é a medida do grau de agitação das moléculas de um corpo. Dois corpos estão em equilíbrio térmico quando possuem temperaturas iguais. A *sensação térmica* constitui um critério impreciso para a medida da temperatura. O termómetro é um sistema auxiliar que possibilita avaliar a temperatura de modo indireto. As **substâncias térmicas** são aquelas que apresentam uma propriedade cuja medida varia com a temperatura. No termómetro de mercúrio, a substância térmica é o **mercúrio**; a altura da coluna de mercúrio é a grandeza termométrica desse termómetro. A unidade da temperatura no S.I é Kelvin (K).

Escalas Termométricas. Escala Absoluta de Temperatura:

- A **escala Celsius** ($^{\circ}\text{C}$) atribui temperatura zero (0°) à temperatura de fusão do gelo nas *Condições Normais de Temperatura e Pressão* (CNTP) e a temperatura de 100° à temperatura de ebulição da água a mesmas condições (CNTP).
- Na **escala de Kelvin** (K) o ponto de referência é o ponto triplo da água. (Ponto de coexistência de fases). A este ponto foi atribuído arbitrariamente a temperatura de 273,15 K.
- **Escala Fahrenheit** ($^{\circ}\text{F}$): atribui temperatura (32°) à temperatura de fusão do gelo nas CNTP e a temperatura de 212° à temperatura de ebulição da água a mesmas condições (CNTP).



Relação entre temperatura Kelvin T_K e Celsius T_C e variação:

$$| T_K = T_C + 273 \text{ e } \Delta T_K = \Delta T_C | \quad (5.1)$$

A temperatura também pode ser expressa em graus Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$)

$$| T_F = \frac{9}{5} \cdot T_C + 32 \text{ e } \frac{\Delta T_F}{9} = \frac{\Delta T_C}{5} | \quad (5.2)$$

A **dilatação térmica** é o aumento da distância entre as partículas de um sistema causado pelo aumento da temperatura ΔT . Do ponto de vista macroscópico, este fenómeno é percebido como um aumento das dimensões do sistema.

Dilatação (expansão) térmica:	Sólidos	Líquidos e Gases:
Linear (ΔL):	$ \Delta L = \alpha \cdot L_0 \cdot \Delta T \quad (5.3)$	-----
Superficial (ΔA):	$ \Delta A = \beta \cdot A_0 \cdot \Delta T \quad (5.4)$	-----
Volumétrica (ΔV):	$ \Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T \quad (5.5)$	$ \Delta V = \gamma \cdot V_0 \cdot \Delta T \quad (5.6)$

onde α , β e γ são coeficientes de dilatação linear, superficial e volumétricas, respectivamente, cuja unidade é $1/^{\circ}\text{C}$ ou $^{\circ}\text{C}^{-1}$. Relação entre os coeficientes de dilatação térmica:

$$| \frac{\alpha}{1} = \frac{\beta}{2} = \frac{\gamma}{3} | \quad (5.7)$$

Alguns coeficientes de dilatação linear

Substância	$\alpha (^{\circ}\text{C}^{-1})$	Substância	$\alpha (^{\circ}\text{C}^{-1})$
Bronze	$17,1 \times 10^{-6}$	Aço	11×10^{-6}
Chumbo	29×10^{-6}	Vidro (comum)	$9,0 \times 10^{-6}$
Alumínio	23×10^{-6}	Vidro (Pyrex)	$3,1 \times 10^{-6}$
Latão	19×10^{-6}	Diamante	$1,2 \times 10^{-6}$
Cobre	$16,8 \times 10^{-6}$	Quartzo fundido	$0,5 \times 10^{-6}$
Concreto	12×10^{-6}	Ferro	$12,1 \times 10^{-6}$
Platina	$9,0 \times 10^{-6}$	Ouro	$14,2 \times 10^{-6}$

Valores médios para o intervalo de temperaturas compreendidas entre 0°C e 100°C

Calor é a energia térmica *em trânsito* entre corpos a diferentes temperaturas. A unidade de calor no sistema internacional (S.I) é o Joule (J); unidade prática é a caloria (cal). Onde $1\text{ cal} = 4,18\text{ J}$.

A quantidade de calor Q recebida (fornecida) é dado por:

$$Q = C \cdot \Delta T \Rightarrow \boxed{Q = m \cdot c \cdot \Delta T = m \cdot c \cdot (T_2 - T_1)} \quad (5.8)$$

onde a capacidade calorífica ou térmica (C) e calor específico mássico (c) são definidas, respetivamente, pelas equações:

$$\left| c = \frac{Q}{\Delta T} \right| \left(\frac{J}{K} \text{ ou } \frac{cal}{^{\circ}C} \right) \text{ e } \left| c = \frac{C}{m} \right| \left(\frac{J}{kg \cdot K} \text{ ou } \frac{cal}{g \cdot ^{\circ}C} \right)$$

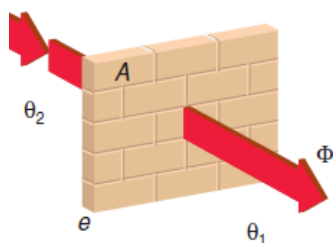
A quantidade de calor de transformação Q_L necessária para fazer mudança de fase (a fusão ou a solidificação, a vaporização ou condensação e/ou liquefação, a sublimação ou a condensação) de uma substância de massa m é dado por:

$$\left| Q_L = m \cdot L \right| \quad (5.9)$$

onde L é o calor latente

Princípio Geral das Trocas de Calor: se dois ou mais corpos trocam calor entre si, a soma algébrica das quantidades de calor trocadas pelos corpos, até o estabelecimento do equilíbrio térmico, é nula:

$$\left| Q_1 + Q_2 + Q_3 \dots + Q_n = 0 \right| \quad (5.10)$$



O calor se transfere de seguintes modos: **por condução:** acontece nos sólidos, por meio de contacto; **por Convecção:** tem lugar nos líquidos ou gases, por troca de correntes quentes e frias que sobem e descem; **por Radiação:** é a emissão da energia por uma fonte na forma de ondas eletromagnéticas. A taxa de transferência de calor H por condução é dado pela lei de Fourier:

$$\left| H = K \cdot \frac{A \cdot \Delta T}{L} \right| \quad (W) \quad (5.11)$$

onde K é a condutividade térmica (propriedade de cada material que depende da estrutura molecular, de sua densidade e também da temperatura) ($W/(m \cdot K)$); L é a espessura (m) e ΔT é a variação da temperatura (K). O fluxo de calor Φ , é definido por:

$$\left| \Phi = \frac{Q}{\Delta t} \right| \quad (w) \quad (5.12)$$



CAPÍTULO II: FÍSICA MOLECULAR & TERMODINÂMICA

§.15 TEMPERATURA & CALOR

7.1* Um termómetro graduado na escala Celsius e outro na escala Fahrenheit atingem o mesmo valor numérico quando mergulhados em um líquido. Determine o valor da temperatura medida.

R: -40°C ou -40°F

7.2* Colocam-se em um mesmo recipiente três termómetros: um Celsius, um Fahrenheit e um Kelvin. Aquece-se o sistema até que a variação de leitura fornecida pelo termómetro Celsius seja de 45°C . Quais as variações de leitura obtidas pelos outros termómetros?

R: 81°F e 45 K

7.3° A temperatura de uma máquina na escala Fahrenheit é de 122°F . Qual é sua temperatura na escala Célsius?

R: 50°C

7.4° A temperatura de ebulição do azoto é igual a 77 K . Qual é a temperatura de ebulição na escala centesimal internacional?

R: -196°C

7.5* Em que temperatura a leitura na escala Fahrenheit é igual: **a)** a duas vezes a leitura na escala Celsius; **b)** a metade da leitura na escala Celsius?

R: 320°F e $-12,3^{\circ}\text{F}$

7.6** Em uma escala linear de temperatura X , a água evapora a $-53,5^{\circ}\text{X}$ e congela a -170°X . Quanto vale a temperatura de 340 K na escala X ? (Aproxime o ponto de ebulição da água para 373 K)

R: $-91,2^{\circ}\text{X}$

7.7** Um estudante construiu um termómetro com uma escala particular de temperatura que denominou escala A . Essa escala registrou para o ponto do gelo 20°A e, para o ponto do vapor, 80°A . Que temperatura a escala A registraria para um líquido a 20°C ?

R: 32°A

7.8° Determine a variação de volume de uma esfera de alumínio com um raio inicial de 10 cm quando a esfera é aquecida de $0,0^{\circ}\text{C}$ para 100°C .

R: 29 cm^3

7.9° Qual é o volume de uma bola de chumbo a $30,00^{\circ}\text{C}$ se o volume da bola é $50,00\text{ cm}^3$ a $60,00^{\circ}\text{C}$?

R: $49,87\text{ cm}^3$

7.10° Uma xicara de alumínio com um volume de 100 cm^3 está cheia de glicerina a 22°C . Que volume de glicerina é derramado se a temperatura da glicerina e da xicara aumenta pra 28°C ? (O coeficiente de dilatação volumétrica da glicerina é $5,1 \times 10^{-4}\text{ C}^{-1}$).

R: $0,26\text{ cm}^3$

7.11° Um trilho e ferro têm comprimento inicial de 100 m a uma temperatura de 15°C . Qual a variação de comprimento para um acréscimo de temperatura de 20°C ?

R: $6,05 \cdot 10^{-3}\text{ m}$

7.12* Qual o coeficiente de dilatação térmica linear de uma barra que aumenta um milésimo de seu comprimento a cada 2°C de elevação de temperatura.

R: $5 \cdot 10^{-3}\text{ }^{\circ}\text{C}^{-1}$

7.13* Uma barra de ferro está a 20°C e tem o comprimento de 10 cm . A barra deverá ser encaixada perfeitamente em um sistema que lhe oferece um espaço de $9,998\text{ cm}$. Para quantos graus Célsius a barra deve ser resfriada, no mínimo, para atender à condição estipulada?

R: $3,47^{\circ}\text{C}$

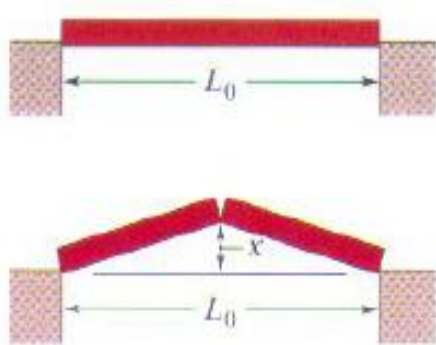


7.14* Uma chapa metálica bastante fina tem sua área aumentada em 0,1% quando aquecida em 80 °C. Determine os coeficientes de dilatação térmica superficial, linear e volumétrica que constitui a chapa.

$$\text{R: } \alpha = 6,250 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}; \beta = 1,250 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1} \text{ e } \gamma = 1,875 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

7.15° Uma placa fina de ouro a 25 °C tem um orifício circular de diâmetro igual a 30 cm. Qual o diâmetro do orifício se a temperatura for aumentada em 150 °C?

$$\text{R: } 30,05 \text{ cm}$$



altura x do centro da barra.

7.16* Uma barra de aço tem 3,000 cm de diâmetro a 25,00 °C. Um anel de latão tem um diâmetro interno de 2,992 cm a 25,00 °C. Se os dois objetos são mantidos em equilíbrio térmico, a que temperatura barra se ajusta perfeitamente ao furo?

$$\text{R: } 360 \text{ } ^\circ\text{C}$$

7.17** Como resultado de um aumento de temperatura de 32 °C, uma barra com uma rachadura no centro dobra para cima. Se a distância fixa L_0 é 3,77 m e o coeficiente de dilatação linear da barra é $25 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, determine a

$$\text{R: } 3,0 \text{ mm}$$

7.18* A densidade do mercúrio é igual a 13,59 g/cm³ à temperatura de 20 °C. Calcule a densidade a 65 °C.

$$\text{R: } 13,5 \text{ g/cm}^3$$

7.19* Uma barra de certa substância tem 6 m de comprimento a 0 °C e 600,96 cm a 100 °C. **a)** determinar o coeficiente de dilatação linear da substância de que é formada a barra. **b)** a que temperatura se deve aquecer a barra, para que o seu comprimento seja de 6,0288 m.

$$\text{R: } 1,6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}; 300 \text{ } ^\circ\text{C}$$

7.20° Uma dada massa de gás ocupa o volume de 20 dm³ à temperatura de 30 °C. Que volume ocupará a mesma massa de gás à temperatura de 80 °C, supondo a pressão constante e $\gamma = 1/273 \text{ K}^{-1}$?

$$\text{R: } 23,3 \text{ dm}^3$$

7.21*** Um fio de ferro bem tenso entre dois suportes tem 5 metros a 0 °C. Quando a sua temperatura se eleva 100 °C, o fio dilata-se, e um peso suspenso no meio transforma-o em dois lados de um triângulo isósceles. Calcular a altura desse triângulo.

$$\text{R: } 12,25 \text{ m}$$

7.22*** No decorrer do arrefecimento de uma placa homogênea retangular de lados de 100 cm e 50 cm a sua área reduziu-se de $5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$. Determine a redução do lado maior.

$$\text{R: } 5 \text{ mm}$$

7.23** Se a temperatura de um gás for igual a 80 °C a sua densidade é de 1 kg/m³. Determine a densidade de gás se a 20 °C o coeficiente de dilatação volumétrica $1/273 \text{ K}^{-1}$?

$$\text{R: } 1,20 \text{ kg/m}^3$$

7.24*** Um relógio, com pêndulo metálico, adianta 5 s por dia a uma temperatura de 15 °C e atrasa 10 s por dia a uma temperatura 30 °C. Encontrar o coeficiente α de dilatação térmica do metal do pêndulo, considerando-o um oscilador simples.

$$\text{R: } 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

7.25° Um corpo recebe 5000 kcal e sua temperatura varia de 10 °C para 250 °C. Qual é a capacidade térmica do corpo?

$$\text{R: } 20,8 \text{ cal/} ^\circ\text{C}$$



7.26° Um corpo de 1 kg recebe 2000 cal para que sua temperatura se eleve 50 °C. Quais são a capacidade térmica do corpo e o calor específico da substância que o constitui?

R: 20,8 cal/°C e 0,04 cal/g°C

7.27° A capacidade térmica de 200 g de um líquido é 45 cal/°C. Qual é a capacidade térmica de 500 g do mesmo líquido?

R: 112,5 cal/°C

7.28* São colocados, dentro de um calorímetro a 10 °C, 50 g de água pura a 25 °C. Sendo a capacidade térmica do calorímetro 1,5 cal/°C, determine a temperatura de equilíbrio.

R: 24,6 °C

7.29* Que massa de vapor d'água a 100 °C deve ser misturada com 150 g de gelo no seu ponto de fusão, em um recipiente isolado termicamente, para produzir água líquida a 50 °C?

R: 32,97 g

7.30** Num calorímetro de capacidade térmica de 90 J/K encontra-se o líquido de 200 g de massa a 20 °C. No calorímetro coloca-se uma peça de cobre de 100 g de massa a 185 °C. O sistema atinge a temperatura de equilíbrio igual a 26,65 °C. Determine o calor específico do líquido.

R: 4,2 kJ/(kg.K)

7.31** Um geólogo trabalhando num campo toma chá num copo de alumínio. A massa do copo é 0,120 kg e está inicialmente a 20 °C quando ele introduziu no copo 0,30 kg de chá a 70 °C. Qual será então a temperatura final quando o chá e o copo atingirem o equilíbrio? $c_{AL} = 910 \text{ J/(kg.K)}$ e $c_{chá} = 4190 \text{ J/(kg.K)}$.

R: 66 °C

7.32** Uma caldeira de ferro de massa de 128 kg contem 780 kg de água a 20 °C. Um aquecedor fornece a energia com a velocidade de 1600 kcal/h. **a)** quanto tempo é necessário para conseguir a temperatura de ebulição? **b)** quanto tempo é necessário para converter toda água em vapor?

R: 4 h; 1d e 2h

7.33** Na água a 30 °C de 2 kg de massa deita-se o gelo a 0 °C. O sistema atinge a temperatura de equilíbrio de 10 °C. Determine a massa do gelo.

R: 0,45 kg

7.34** Na água a 10 °C deita-se 100 g de vapor de água a 100 °C. O sistema atinge a temperatura de equilíbrio de 60 °C. Determine a massa da água.

R: 1,16 kg

7.35 (UAN-F.C:2005-V2) Na água a 45 °C introduziu-se o gelo de temperatura 0 °C e o sistema de massa total 470 g atinge a temperatura de equilíbrio igual a 12 °C. Determina a massa do gelo, se a temperatura de fusão do gelo é igual a 0 °C, o calor latente de fusão, 333 kJ/kg, o calor específico da água, 4190 kJ/kg.K.

☐ a) 102 g ☐ b) 93 g ☐ c) 115 g ☐ d) 131 g ☐ e) 125 g ☐ f) Outro

7.36 (UAN-F.E:2008-V2) Num calorímetro de capacidade térmica de 155 J/K encontra-se água de 380 g de massa a 10 °C. Na água introduz-se o vapor de água de 40 g de massa a 100 °C. Determine a temperatura de equilíbrio. A temperatura de condensação de vapor de água é igual a 100 °C, o calor latente de condensação, -2,26 MJ/kg, o calor específico da água, 4,19 kJ/(kg.K).

☐ a) 70 °C ☐ b) 80 °C ☐ c) 55 °C ☐ d) 90 °C ☐ e) 65 °C ☐ f) 75 °C ☐ g) 60 °C ☐ f) Outro

7.37** O gelo de 250 g de massa a 0 °C transforma-se em água da mesma temperatura por meio de vapor de água a 100 °C. Determine a massa do vapor.

R: 31 kg



7.38** O gelo a 0°C e o vapor de água a 100°C de massa total de 2 kg chegam à temperatura de equilíbrio de 35°C . Quais as massas das componentes? R: 1,68 kg; 0,32 kg

7.39** Num calorímetro misturam-se 2 l de água a 80°C e 5 kg de água a 20°C . Desprezando a capacidade térmica do calorímetro determine a temperatura de equilíbrio térmico. R: 37°C

7.40** Em um recipiente de cobre, aquecido até a temperatura $t_1 = 350^\circ\text{C}$, colocaram $m_2 = 600\text{ g}$ de gelo a uma temperatura $t_2 = -10^\circ\text{C}$. Como resultado no recipiente resultaram $m_3 = 550\text{ g}$ de gelo misturado com água. Encontrar a massa do recipiente, sendo que o calor específico do cobre é $c_1 = 420\text{ J/kg}\cdot\text{K}$. R: 200 g

7.41*** Dois cubos de gelo de 50 g são misturados com 200 g de água em um recipiente termicamente isolado. Se a água está inicialmente a 25°C e o gelo foi removido de um congelador a -15°C , qual é a temperatura final em equilíbrio térmico? Qual é a temperatura final se é usado apenas um cubo de gelo? R: 0°C e $2,5^\circ\text{C}$

7.42** Uma garrafa térmica isolada contém 130 cm^3 de café quente, a uma temperatura de 80°C . Você insere um cubo de gelo de 12 g no seu ponto de fusão para esfriar o café. De quantos graus o seu café esfriou quando o gelo se derreteu? Trate o café como se ele fosse água pura e despreze as transferências de energia para o ambiente. R: $13,48^\circ\text{C}$

7.43** Um atleta precisa perder peso e decide fazê-lo praticando halterofilismo. **a)** quantas vezes um peso de $80,0\text{ kg}$ precisa ser levantado à distancia de $1,00\text{ m}$ para queimar 1 lb de gordura, supondo que o processo necessite de 3500 Cal ? **b)** se o peso for levantado uma vez a cada $2,00\text{ s}$, quanto tempo levará para queimar tal quantidade de gordura? R: 18.700 vezes; $\approx 10\text{ h}$ e 24 min

7.44** Usa-se um pequeno aquecedor elétrico de imersão para ferver 136 g de água para uma xícara de café instantâneo. O aquecedor está especificado para 220 watts . Calcule o tempo necessário para se trazer essa água de $23,5^\circ\text{C}$ ao ponto de ebulição, ignorando quaisquer perdas de calor. R: $\approx 198\text{ s}$

7.45** O calor específico de uma substância varia com a temperatura de acordo com a equação $c = 0,20 + 0,14 T + 0,023 T^4$, com T em celsius e c em $\text{cal./g}\cdot\text{K}$. Determine a energia necessária para aumentar a temperatura de $2,0\text{ g}$ desta substância de $5,0^\circ\text{C}$ para 15°C . R: 82 cal

7.46° Assinale a alternativa falsa.

- ☐ **a)** A energia solar chega até nós por radiação;
- ☐ **b)** A condução térmica é a transferência de calor molécula a molécula ou átomo a átomo;
- ☐ **c)** A convecção ocorre basicamente para os sólidos e líquidos;
- ☐ **d)** O calor se transfere de um lado a outro de uma barra metálica aquecida em uma extremidade por condução.

7.47° No interior de uma geladeira, a temperatura é aproximadamente a mesma em todos os pontos graças à circulação do ar. O processo de transferência de energia causado por essa circulação de ar é denominado:



☐ a) radiação; ☐ b) condução; ☐ c) reflexão; ☐ d) convecção; ☐ e) compressão;

76

7.48° A potência de um choveiro elétrico é 4000 W . Determine a capacidade de fornecimento de calor em calorias por minuto, considerando o choveiro como fonte ideal. R: 57,4 kcal/min

7.49° Uma fonte fornece 50 cal a cada minuto. Determine a potência da fonte em watt. R: 3,5 W

7.50* Uma barra cujo coeficiente de condutividade térmica é $0,8\text{ cal/s.cm.}^{\circ}\text{C}$, tem $1,0\text{ m}$ de comprimento e secção transversal de 20 cm^2 . A barra é isolada nas laterais e tem uma de suas extremidades imersa em um líquido a 5°C e a outra em um líquido a 80°C . Determine o fluxo de calor ao longo da barra. R: 12 cal/s

7.51** Através de uma placa de aço carbono ($k = 60,5\text{ W/(m.K)}$) de 50 por 75 cm , com 2 cm de espessura, existe uma taxa de transferência de calor da ordem de 2500 W . A temperatura de uma face da placa é 250°C . Calcule a temperatura da outra face da placa. R: 247,8 $^{\circ}\text{C}$

7.52** Uma lâmpada de incandescência produz 95 W de calor que se dispersa através do balão de vidro (o corpo da lâmpada) de raio $3,0\text{ cm}$ e de espessura $1,00\text{ mm}$. Calcule a diferença de temperaturas de superfícies interior e exterior do balão da lâmpada. A condutividade do vidro é igual a $0,84\text{ W/(m.K)}$. R: 10 K

7.53** A potência transmitida através de uma janela de dimensões $2,0\text{ m} \times 1,5\text{ m}$ e $3,2\text{ mm}$ de espessura por 1 s é de 790 W . A temperatura da superfície interior do vidro é de 15°C . Determine a temperatura da superfície exterior. R: 14 $^{\circ}\text{C}$

7.54*** Num congelador está um cubo de espuma plástica que contem 8 l de água. A espessura de paredes do cubo é igual a 1 cm . Quanto tempo é necessário para converter toda a água em gelo se a temperatura no interior do congelador é de -18°C , a condutividade da espuma plástica é $0,050\text{ W/(m.K)}$. R: 34 h

2.2 – Gases Perfeitos & Teórica Cinética Molecular

Lei de Boyle-Mariotte (inglês-francês): “os volumes de uma dada massa de gás, mantendo constante a temperatura, variam na razão inversa das pressões”. Esta lei é válida para **processos isotérmicos** (temperatura constante).

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{P_2}{P_1}} \quad (6.1)$$

1ª Lei de Charles e Gay-Lussac (físicos franceses): “a pressão constante, o volume de uma dada massa de gás varia na razão direta da temperatura”, esta lei aplica-se para **processos isobáricos** (ocorrem a pressão constante). **2ª Lei de Charles e Gay-Lussac**: “a volume constante, a pressão de uma dada massa de gás varia na razão direta da temperatura”, esta lei aplica-se a **processos isocóricos** (ocorrem a volume constante). As relações são, respetivamente:

$$\left| \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \right| \quad (6.2) \quad e \quad \left| \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \right| \quad (6.3)$$

A equação de Clapeyron para a massa dada é:

$$\left| \frac{P_0 V_0}{T_0} = \frac{PV}{T} = \text{const} \right| \quad (6.4)$$

A massa molar M de uma substância é a massa de um mol da substância, e está relacionada à massa m_s de uma molécula da substância através da equação:

$$| M = m_s N_A | \quad (6.5)$$

Um mol de uma substância contém N_A (**número de Avogadro**) unidades elementares (em geral átomos ou moléculas), onde N_A é uma constante física cujo valor experimental é $6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. o número de mols n em uma amostra de massa m , que contém N moléculas, é dado por

$$\left| n = \frac{N}{N_A} = \frac{m}{M} \right| \quad (6.6)$$

Um **gás ideal** (perfeito) é um gás para qual a pressão P , o volume V e a temperatura T estão relacionados através da equação:

$$| PV = n \cdot R \cdot T | \quad (6.7)$$

onde n é o número de mols do gás e R é uma constante ($8,31 \text{ J/mol.K}$ ou $0,082 \text{ atm.dm}^3/\text{mol.K}$) chamada **constante dos gases ideais**. A lei dos gases ideais também pode ser escrita da seguinte forma:

$$| PV = N \cdot k \cdot T | \quad (6.8)$$

onde k é a **constante de Boltzmann**, dada por: $k = \frac{R}{N_A} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$

A massa específica dos gases perfeitos é:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{n \cdot M}{\frac{nRT}{P}} \Rightarrow \boxed{\rho = \frac{M \cdot P}{R \cdot T}} \quad (6.9)$$

A lei das pressões parciais ou lei de Dalton é dado por:

$$| P = P_1 + P_2 + \dots + P_N | \quad (6.10)$$

em que P_1, P_2, \dots, P_N são as pressões parciais de gases, N é o número de componentes.

A **teoria cinética dos gases** relaciona as propriedades *macroscópicas* dos gases (como, por exemplo, pressão e temperatura) às propriedades *microscópicas* das moléculas do gás (como, velocidade e energia cinética).

A pressão exercida por n mols de um gás ideal, em termos da velocidade de suas moléculas, é dada por:

$$\left| P = \frac{n \cdot M \cdot v_{qm}^2}{3V} \right| \quad (6.11)$$

onde $v_{qm} = \sqrt{v_{méd}^2}$ é a **velocidade quadrática média** das moléculas do gás, que pode ser definido por:

$$\left| v_{qm} = \sqrt{\frac{3RT}{M}} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} \right| \quad (6.12)$$

A **energia cinética** de translação média $K_{méd}$ por molécula em um gás ideal é dado por:

$$\left| K_{méd} = \frac{1}{2} \cdot m v_{qm}^2 = \frac{3}{2} \cdot kT \right| \quad (6.13)$$

O **calor específico molar** C_V de um gás a volume constante é definido como:

$$\left| C_V = \frac{Q}{n \Delta T} = \frac{\Delta E_{int.}}{n \Delta T} \right| \quad (6.14)$$

onde Q é o calor cedido ou absorvido por uma amostra de n mols de um gás, ΔT é a variação de temperatura resultante e $\Delta E_{int.}$ é a variação de energia interna. O calor específico molar C_P de um gás a pressão constante é definido como:

$$\left| C_P = \frac{Q}{n \Delta T} \right| \quad (6.15)$$

onde Q, n e ΔT têm mesmas definições que para C_V . C_P também pode ser definido como:

$$\left| C_P = C_V + R \right| \quad (6.16)$$

Se n mols de um gás ideal confinado sofrem uma variação de temperatura ΔT devido a qualquer processo, a variação da energia interna $\Delta E_{int.}$ do gás é dado por:

$$\Delta E_{int.} = n \cdot C_V \cdot \Delta T$$

onde deve ser usado o valor apropriado de C_V , de acordo com tipo de gás ideal. Podemos determinar C_V usando o **teorema de equipartição da energia**, segundo o qual a cada **grau de liberdade** de uma molécula (ou seja, cada forma independente de armazenar energia) está associada (em média) uma energia de $0,5k \cdot T = 0,5R \cdot T$ por molécula. Se i é o número de **graus de liberdade** então a equação acima pode ser escrito da seguinte forma:

$$\left| E_{int.} = \frac{i}{2} \cdot nRT \right| \quad (6.16)$$

Molécula	Grau de liberdade de várias moléculas				C_V	$C_P = C_V + R$
	Exemplo	De translação	De rotação	Total (i)		
Monoatômica	He	3	0	3	$\frac{3}{2}R$	$\frac{5}{2}R$
Diatômica	O_2	3	2	5	$\frac{5}{2}R$	$\frac{7}{2}R$
Poliatômica	CH_4	3	3	6	$3R$	$4R$



§.16 GASES PERFEITOS & TEÓRICA CINÉTICA MOLECULAR

8.1 (UAN-F.E:2012-V1) Numa transformação o volume de um gás ideal diminui 2 vezes, a pressão aumentou de 140 kPa, a temperatura acrescentou-se de 20 % em relação ao estado inicial. Qual foi a pressão inicial do gás?

- ☐ a) 120 kPa ☐ b) 100 kPa ☐ c) 110 kPa ☐ d) 90 kPa ☐ e) 80 kPa ☐ f) 115 kPa
☐ g) 65 kPa ☐ h) Outro

8.2 (UAN-F.C:2005-V2) No decorrer de uma transformação o volume de um gás ideal duplicou-se, a temperatura aumentou-se de 10 % e a pressão reduziu-se de 36 kPa. Qual foi a pressão inicial do gás.

- ☐ a) 80 kPa ☐ b) 90 kPa ☐ c) 70 kPa ☐ d) 60 kPa ☐ e) 100 kPa ☐ f) Outro

8.3 (UAN-F.C:2005-V3) No decorrer de uma transformação a pressão de um gás ideal duplicou-se, a temperatura baixou de 10 % e o volume reduziu-se de 33 l. Qual foi o volume inicial do gás.

- ☐ a) 40 l ☐ b) 60 l ☐ c) 70 l ☐ d) 80 l ☐ e) 50 l ☐ f) Outro

8.4* Se um gás duplicar o seu volume a pressão dele diminui de 120 kPa e a temperatura, de 20 %. Qual a pressão inicial? R: 200 kPa

8.5* Se um gás reduzir o seu volume duas vezes a pressão dele eleva-se de 120 kPa e a temperatura, de 10 %. Calcule a pressão inicial. R: 100 kPa

8.6* Numa transformação o gás duplica a sua pressão. O seu volume reduz-se de 110 l e a temperatura baixa de 10 %. Determine o volume inicial do gás. R: 200 l

8.7** Um gás ocupa o volume de 30 dm³ à pressão de 103 958 N.m⁻². De quanto aumentará o volume do gás, se a pressão baixar para 979,2 gf.cm⁻², supondo invariável a temperatura. R: 2,5 dm³

8.8** Calcular a massa de ar que enche uma sala com a altura de 5 m e a área do chão de 200 m². A pressão do ar é de 100 kPa, a temperatura do local é de 17 °C. A massa molar do ar é igual a 0,029 kg/mol. R: 1,2 t

8.9* A massa de 5 g de azoto, que se encontra num recipiente de volume igual a 4 l, à temperatura de 20 °C, é aquecida até a temperatura de 40 °C. Calcular as pressões do gás antes e depois do aquecimento. R: 108 kPa; 116 kPa

8.10** Uma massa de 12 g de gás ocupa o volume de 4 l, sendo a temperatura de 7 °C. Depois de ter aquecido o gás, sem que a pressão se alterasse, a sua densidade ficou igual a 0,6 g/cm³. A que temperatura foi aquecido o gás? R: 1400 K

8.11* Num recipiente de 10 l de volume encontra-se o hélio de temperatura de 300 K e de pressão de 1 MPa. Do recipiente escapou-se 10 g do gás e sua temperatura diminui-se a 290 K. Determine a pressão final. R: 360 kPa



8.12* Num recipiente está $7,22 \text{ kg}$ do oxigénio a 320 K de pressão de 15 MPa . No decorrer do arrefecimento a 259 K do recipiente escapou-se $2,22 \text{ kg}$ do gás. Determine a pressão do gás no estado inicial.

R: $8,4 \text{ MPa}$

8.13** Num reservatório de água de profundidade de 6 m sobe uma bolha do ar do fundo à superfície livre. Determine o volume da bolha perto da superfície se perto do fundo ele foi de 10 mm^3 . A pressão atmosférica é igual a 1 bar .

R: $15,9 \text{ mm}^3$

8.14*** Uma bolha de ar com 20 cm^3 de volume está no fundo de um lago de 40 m de profundidade, onde a temperatura é 4°C . A bolha sobe até a superfície, que está à temperatura de 20°C . Considere a temperatura da bolha como sendo a mesma da água em volta. Qual o volume da bolha no momento em que chega à superfície?

R: 100 cm^3

8.15*** O azoto de parâmetros: $m = 56 \text{ g}$, $V_1 = 10 \text{ l}$, $P_1 = 0,50 \text{ MPa}$ isocoricamente aquece-se à pressão de 1 MPa , depois, isotermicamente expande-se à pressão inicial, por fim, isobaricamente comprime-se à temperatura que é de 20 K maior que a temperatura inicial. Apresente as transformações no diagrama PV e calcule os parâmetros no fim de cada transformação.

R: 2) 1 MPa ; 10 l ; 600 K ; 3) $0,50 \text{ MPa}$; 20 l ; 600 K ; 4) $0,50 \text{ MPa}$; $10,7 \text{ l}$; 320 K

8.16*** O oxigénio de parâmetros: $m = 64 \text{ g}$, $V_1 = 20 \text{ l}$, $P_1 = 0,25 \text{ MPa}$ isobaricamente expande-se ao volume de 40 l , depois, isotermicamente comprime-se ao volume inicial, por fim, isotermicamente comprime-se arrefece-se à temperatura que é de 30 K maior que a temperatura inicial. Apresente as transformações no diagrama PV e calcule os parâmetros no fim de cada transformação.

R: 2) $0,25 \text{ MPa}$; 40 l ; 600 K ; 3) $0,50 \text{ MPa}$; 20 l ; 600 K ; 4) $0,27 \text{ MPa}$; 20 l ; 330 K

8.17* O oxigénio de $0,20 \text{ mol}$ ocupa o volume de 2 l . Qual a densidade do gás?

R: $3,2 \text{ kg/m}^3$

8.18* Num recipiente de 5 l de volume encontram-se $0,2 \text{ mol}$ de um gás de densidade igual a $1,12 \text{ kg/m}^3$. Qual esse gás?

☐ a) Oxigénio; ☐ b) Hélio; ☐ c) Hidrogénio; ☐ d) Azoto; ☐ e) Outro;

8.19° Um gás de massa de 6 kg sob a pressão de 200 kPa ocupa o volume de 5 m^3 . Determine a velocidade quadrática média das suas moléculas.

R: 710 m/s

8.20* Qual a pressão de um gás se a velocidade quadrática média das suas moléculas for igual a 500 m/s , a densidade, $1,35 \text{ kg/m}^3$?

R: 110 kPa

8.21** A energia cinética do movimento de translação de moléculas do azoto que se encontra numa botija de 20 l de volume é igual a 5 kJ , a velocidade quadrática média das suas moléculas, 2 km/s . Determine a massa do gás e a sua pressão.

R: $2,5 \text{ g}$; 167 kPa

8.22* Um gás diatômico de massa de 1 kg sob a pressão de 80 kN/m^2 tem a densidade igual a 4 kg/m^3 . Determine a energia do movimento térmico das suas moléculas.

R: 50 kJ

8.23** Uma bolha de 5 mols de hélio está submersa em água a uma certa profundidade quando a água (e, portanto, o hélio) sofre um aumento de temperatura ΔT de 20°C a pressão constante. Em consequência, a bolha se expande. O hélio é monoatômico e se comporta como um gás ideal. Qual é a



energia recebida pelo hélio na forma de calor e a variação de energia interna durante esse aumento de temperatura?

R: 2,08 kJ; 1,25 kJ

8.24* Fornecemos 70 J de calor a um gás diatômico, que se expande a pressão constante. As moléculas do gás giram, mas não oscilam. De quanto a energia interna do gás aumenta?

R: 50 J

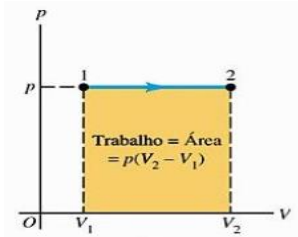
8.25* Quando 1 mol de gás oxigênio é aquecido a pressão constante a partir de 0 °C, quanta energia deve ser adicionada ao gás como calor para dobrar seu volume? (As moléculas giram, mas não oscilam)

R: 8 kJ

8.26** O volume de um gás ideal é reproduzido adiabaticamente de 200 l para 74,3 l. A pressão e a temperatura iniciais são 1 atm e 300 K. A pressão final é 4 atm. De que gás se trata? Qual é a temperatura final? Quantos mols existem no gás?

R: diatômico; 446 K; 8,10 mols

2.3 – Leis da Termodinâmica



Um gás pode trocar energia com o ambiente através do **trabalho**. O trabalho W realizado por um gás quando ao se expandir ou se contrair de um volume inicial V_i para um volume final V_f é dado por:

$$dW = p dV \Rightarrow W = \int_{V_i}^{V_f} P dV \quad (7.1)$$

quando a pressão permanece constante enquanto o volume varia entre os limites V_1 e V_2 , o trabalho realizado pelo sistema é:

$$| W = P(V_2 - V_1) | \quad (7.2)$$

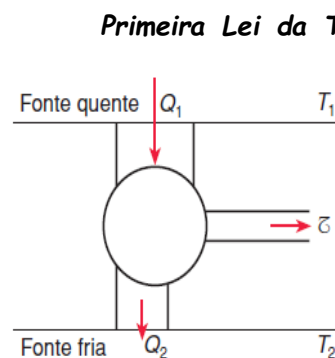
Lei Zero da Termodinâmica: dois corpos em equilíbrio térmico com um terceiro estão em equilíbrio térmico entre si.

Primeira Lei da Termodinâmica: a energia interna $E_{int.}$ de um sistema tende a aumentar, se acrescentamos energia na forma de calor Q , e a diminuir, se removemos energia na forma de trabalho W .

$$| \Delta E_{int.} = Q - W \text{ ou } Q = \Delta E_{int.} + W | \quad (7.3)$$

onde $E_{int.}$ é a energia interna do material, que depende apenas do estado do material (temperatura, pressão e volume), Q é a energia trocada entre o sistema e o ambiente na forma de calor (Q é positivo se o sistema absorve calor e negativo se o sistema liberta calor) e W é o trabalho realizado pelo sistema (W é positivo se o sistema se expande contra uma força externa e negativo se o sistema se contrai sob o efeito de uma força externa). A primeira lei da termodinâmica pode ser aplicada a vários casos especiais:

processos adiabáticos:	$Q = 0$; $\Delta E_{int.} = -W$	Processos isocóricos:	$W = 0$; $\Delta E_{int.} = Q$
processos cíclicos:	$\Delta E_{int.} = 0$; $Q = W$	expansões livres:	$Q = W = \Delta E_{int.} = 0$

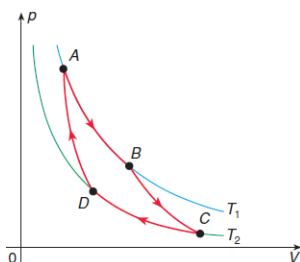


Primeira Lei da Termodinâmica: esta lei, que é uma extensão do postulado da entropia, afirma que: "se um processo ocorre em um sistema fechado, a entropia do sistema aumenta para processos irreversíveis e permanece constante para processos reversíveis"; quanto as **máquinas térmicas**: "é impossível construir uma máquina térmica que, operando em ciclo, transforme em trabalho todo calor recebido da fonte" o rendimento η é dado por:

$$\left| \eta = \frac{W}{Q_1} = 1 - \frac{|Q_2|}{|Q_1|} \right| \quad (7.4)$$

um **refrigerador** é um dispositivo que, operando ciclicamente, usa trabalho para transferir uma energia Q_2 de uma fonte fria para uma fonte quente. O rendimento η é definido como:

$$\left| \eta = \frac{|Q_2|}{|W|} \right| \quad (7.5)$$



Ciclo teórico que proporcionaria o **rendimento máximo** η a uma máquina térmica entre duas dadas temperaturas. AB e CD **transformações isotérmicas**; BC e DA **transformações adiabáticas**. Para a máquina de Carno, teremos:

$$\left| \frac{Q_1}{T_1} = \frac{Q_2}{T_2} \right| \quad (7.6) \text{ e } \left| \eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} \right| \quad (7.7)$$



§.17 LEIS DA TERMODINÂMICA

9.1* Uma quantidade de 2 mol gás de um gás ideal expande-se a pressão constante de 1 atm até ao volume de 50 l . Se o trabalho realizado seja de 2 atm.l , encontrar o volume e a temperatura iniciais.

R: 48 l ; 20°C

9.2** O azoto de massa de $2,8 \text{ g}$ encontra-se a 27°C sob a pressão normal. O volume duplica-se com o aumento da temperatura à pressão constante. Considere $c_p = 0,248 \text{ cal/(g.K)}$. Calcule: o calor absorvido, o trabalho realizado e a variação da energia interna.

R: 870 J ; 250 J ; 620 J

9.3* Num processo a temperatura constante 2 mol de um gás ideal expandem-se até duplicar o seu volume. Determinar a temperatura com que se efetua o processo se o calor absorvido seja de 1 kcal .

R: 91°C

9.4*** O oxigénio de massa 2 kg tem volume de 1 m^3 e a pressão de 200 kPa . De início, o gás expande-se isobaricamente ao volume de 3 m^3 e, seguidamente, comprime-se isotermicamente à pressão de 500 kPa . Apresente a transformação no diagrama PV e Calcule: a variação da energia interna, o trabalho realizado pelo gás, e a quantidade de calor fornecida ao gás.

R: 1 MJ ; $-0,15 \text{ MJ}$; $0,85 \text{ MJ}$

9.5*** O azoto de massa 56 g ocupa o volume de 10 l sob a pressão de 500 kPa . O gás aquece-se isocoricamente à pressão de 1 MPa , em seguida, expande-se isotermicamente à pressão de inicial. Finalmente, comprime-se isobaricamente assim que no fim desta transformação a sua temperatura é de 20 K maior do que a temperatura inicial. Apresente a transformação no diagrama PV e Calcule: a variação da energia interna, o trabalho realizado pelo gás, e a quantidade de calor fornecida ao gás.

R: $0,83 \text{ MJ}$; $2,3 \text{ kJ}$; $3,1 \text{ kJ}$

9.6*** Um mol do oxigénio de $P_1 = 100 \text{ kPa}$, $V_1 = 25 \text{ l}$ aquece-se isocoricamente até duplicar a sua pressão, depois expande-se isotermicamente até duplicar o seu volume, finalmente, comprime-se adiabaticamente à pressão P_2 . Apresente o gráfico desta transformação no diagrama PV e determine: a variação da energia interna, a quantidade de calor fornecida e o trabalho realizado.

R: 9 kJ ; $9,7 \text{ kJ}$; $0,73 \text{ kJ}$

9.7*** Um gás ideal monoatômico realiza sucessivamente as duas transformações, o arrefecimento isocórico e a expansão isobárica entre as duas isotérmicas. A quantidade de calor cedida na transformação isocórica é igual a $2,5 \text{ kJ}$. Apresente o gráfico da transformação no diagrama PV e determine o trabalho realizado pelo gás.

R: $1,67 \text{ kJ}$

9.8*** Um gás ideal poliatômico realiza sucessivamente as duas transformações, a expansão isobárica e o arrefecimento isocórico entre as duas isotérmicas. A quantidade de calor cedida na transformação isocórica é igual a $2,5 \text{ kJ}$. Apresente o gráfico da transformação no diagrama PV e determine o trabalho realizado pelo gás.

R: 830 kJ

9.9** Uma quantidade de 2 mol de um gás diatômico expande-se adiabaticamente desde o ponto 1 ($P_1 = 2 \text{ atm}$; $V_1 = 30 \text{ l}$) ao ponto 2 com a pressão de 1 atm . Calcule a variação da energia interna do gás.

R: $-2,7 \text{ kJ}$

9.10** Numa expansão adiabática do hélio de temperatura inicial de 300 K a sua energia interna diminuiu-se de 6 kJ e o volume acrescentou-se 8 vezes. Determine a massa do gás.

R: $8,6 \text{ g}$

9.11** Uma máquina térmica ideal que funciona segundo o ciclo de Carnot, recebe durante o ciclo a quantidade de calor Q_1 igual a $2,512 \text{ kJ}$, comunicada pelo aquecedor. A temperatura do aquecedor fonte quente T_1 é igual a 400 K , a temperatura do refrigerador fonte fria T_2 é igual a 300 K . Calcular



o trabalho realizado pela máquina durante o ciclo, e a quantidade de calor Q_2 comunicada à fonte fria durante o ciclo.

R: 630 J; 1,88 kJ

9.12** Uma máquina térmica ideal funciona segundo o ciclo de Carnot. Neste caso, 80 % da quantidade de calor comunicada pela fonte quente transmite-se à fonte fria. A máquina recebe da fonte quente quantidade de calor igual a 6,28 kJ. Calcular o rendimento do ciclo e o trabalho realizado durante o ciclo.

R: 20 %; 1,26 kJ

9.13** Um gás no decorrer do ciclo de Carnot cedeu no condensador a quantidade de calor igual a 3,61 kJ e realizou o trabalho de 590 J. Determine o rendimento térmico do ciclo e, ache também, a razão de temperaturas do aquecedor e do condensador?

R: 0,14; 1,16

9.14** Um gás realiza um ciclo de Carnot. O trabalho de expansão isotérmica é igual a 5 J. Calcule o trabalho de compressão isotérmica se o rendimento térmico do ciclo for de 0,20.

R: 4 J

9.15** Um gás realiza o ciclo de Carnot entre duas isotérmicas de 470 K e 280 K e no decorrer da expansão isotérmica produz o trabalho igual a 100 J. Determine o rendimento térmico do ciclo e a quantidade de calor cedida no condensador.

R: 0,40; 60 J

9.16** Um refrigerador absorve 100 J de calor a baixas temperaturas quando se realiza um trabalho de 60 J. Qual a quantidade de calor cedida a altas temperaturas?

R: 160 J

3.1 – Eletrostática

A carga elétrica é uma propriedade fundamental da matéria e está presente em qualquer porção desta. A carga elétrica não é criada nem destruída. A matéria contém, geralmente, o mesmo número de cargas elétricas positivas e negativas.

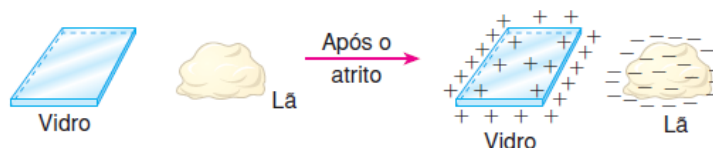
A carga elétrica é quantificada, isto é, só pode tomar valores múltiplos da carga do eletrão.

$$|Q| = n \cdot e \quad (8.1)$$

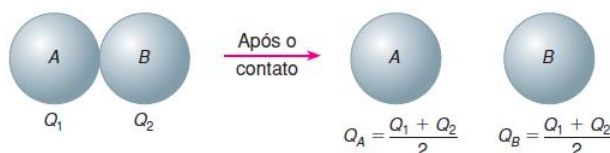
onde Q - carga elétrica; n - números de partículas; e - carga elementar (carga do eletrão). Carga do eletrão é $-1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; a carga do próton é $+1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$. A unidade de carga elétrica no SI é o Coulomb (C). $Q = I \cdot \Delta t = 1 \text{ A} \cdot 1 \text{ s} = 1 \text{ C}$. Um Coulomb é a carga elétrica transportada durante 1 segundo por uma corrente de 1 ampere, através da seção transversal de um condutor.

Corpo eletrizado: é um corpo que possui excesso de eletrões (carga negativa) ou falta de eletrões (carga positiva). Para eletrizar um corpo *positivamente*, bastará, por qualquer processo, arrancar eletrões aos seus átomos. Para o eletrizar *negativamente*, é necessário fornecer-lhes eletrões.

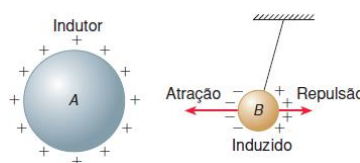
- **Eletrização por atrito:** os corpos atritados adquirem carga de mesmo valor absoluto e sinais oposto.



- **Eletrização por contacto:** os condutores adquirem cargas de mesmo sinal. Se os condutores tiverem mesma forma e mesmas dimensões, a carga final será igual para os dois e dada pela média aritmética das cargas iniciais.



- **Eletrização por condução:** o condutor induzido adquire carga oposta de sinal oposto à do condutor indutor. Por indução um corpo eletrizado pode atrair um condutor neutro.



Princípio da eletrostática: cargas elétricas de mesmo sinal repelem-se, e cargas de sinais contrários atraem-se.

Princípio da conservação das cargas elétricas: num sistema isolado, a soma algébrica das quantidades de cargas positivas e negativas é constante.

Condutores e Isolantes: os condutores elétricos são meios nos quais as cargas elétricas movimentam-se com facilidade. Os isolantes elétricos ou dielétricos são meios nos quais as cargas elétricas não têm facilidade de movimentação. *Eletrões livres* são os eletrões mais afastados do núcleo atômico, ligados fracamente a nele. Eles são os responsáveis pela condução de eletricidade nos metais.

Lei de Coulomb: a intensidade da força de ação mútua entre duas cargas elétricas puntiformes (corpo eletrizado de dimensões desprezáveis em relação a distância que o separa de outro corpo eletrizado) é diretamente proporcional ao produto dos valores absolutos das cargas e inversamente proporcional ao quadrado da distância que as separa.

$$\left| F_{2,1} = k \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \cdot \vec{e}_r \right| \quad (8.2)$$

a constante de proporcionalidade k , depende do meio em que estão situadas as cargas. No vácuo, o valor de k é $9 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$. No sistema internacional define-se uma constante, ϵ , chamada *permitividade do meio*, que esta relacionada com k pela expressão:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 \cdot \epsilon}, \quad \epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m} \quad (\text{F} = \text{Farad})$$

Uma carga elétrica puntiforme Q origina, na região que a envolve, um campo de forças chamado **campo elétrico**. Uma carga elétrica puntiforme de prova q , colocada num ponto P dessa região, fica sob ação de uma força elétrica \vec{F}_{el} . A carga elétrica q "sente" a presença da carga Q por meio do campo elétrico que Q origina. Portanto, a força elétrica \vec{F}_{el} é devida à interação entre o campo elétrico da carga Q e a carga elétrica q . Deste modo, o quociente da força que atua sobre a carga colocada num dado ponto do campo por esta carga, para qualquer ponto do campo, não depende da carga e pode ser considerado como características do campo. Essa característica chama-se vetor campo elétrico ou simplesmente campo elétrico.

$$\left| \vec{E} = \frac{\vec{F}_{el}}{q}, \quad \left(\frac{\text{N}}{\text{C}} \text{ ou } \frac{\text{V}}{\text{m}} \right) \right| \quad (8.3)$$

O **campo elétrico** é igual ao quociente da força com que o campo atua sobre uma dada carga pontual por essa carga. Onde, a força com que o campo elétrico atua sobre a carga q é igual á:

$$\left| \vec{F}_{el} = q \cdot \vec{E} \right| \quad (8.4)$$

o sentido do vetor \vec{E} coincide com o sentido da força que atua sobre uma carga positiva e é contrário ao sentido da força que atua sobre uma carga negativa.



Princípio de sobreposição dos campos: se um corpo se encontra sujeito à ação de várias forças, então de acordo com as leis da mecânica, a força resultante é igual à soma algébrica das forças:

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^n \vec{F}_i$$

num dado ponto do espaço, diferentes partículas carregadas associadas a campos elétricos, cujas intensidades são respetivamente $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$, criam um campo elétrico total neste ponto igual á:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i$$

Linhas de força do campo elétrico: é uma linha imaginária tangente ao vetor campo elétrico em cada um dos seus pontos. São orientados no sentido do vetor campo elétrico.

Campo elétrico uniforme: o vetor campo elétrico \vec{E} é o mesmo em todos os pontos; as linhas de forças são retas paralelas igualmente espaçadas e de mesmo sentido.

Uma partícula carregada, colocada num campo elétrico, tem uma energia potencial porque o campo realiza trabalho quando a partícula se move de um lugar para o outro. O **potencial elétrico** de um ponto do campo elétrico é definido como a energia potencial por unidade de carga colocada no ponto. Denotando por V o potencial elétrico e por E_p a energia potencial de uma carga q , temos:

$$V = \frac{E_p}{q} \Rightarrow \boxed{E_p = V \cdot q} \quad (8.5)$$

o potencial elétrico é medido em joule por coulomb ou $J.C^{-1}$, unidade designada por volt (V), em homenagem a Alessandro Volta (1745-1872). Se uma carga q se move de um ponto P_1 , para um outro ponto P_2 , ao longo de qualquer trajetória, o trabalho efetuado pelo campo elétrico é:

$$\left| W = -\Delta E_p = E_{p_1} - E_{p_2} = q(V_1 - V_2) \right| \quad (8.6)$$

assim, a diferença de potencial entre os pontos P_1 e P_2 é:

$$\left| V_1 - V_2 = \frac{W}{q} \Rightarrow \Delta V = -\frac{W}{q} \right| \quad (8.7)$$

onde $\Delta V = V_2 - V_1$, é a variação do potencial elétrico.

Relações entre o potencial elétrico e o campo elétrico: considere dois pontos muito próximos separados por uma pequena distância ds . A diferença de potencial entre os dois pontos é dV . Se o campo elétrico entre os dois pontos for E , a força sobre a carga q é $F_{el} = qE$ e o trabalho realizado para mover a carga de P_1 para P_2 é $dW = F_s ds = qE_s ds$, onde E_s é a componente do campo elétrico ao longo da linha $P_1 P_2$. Neste caso, teremos:

$$dV = -\frac{dW}{q} = -\frac{qE_s ds}{q} = -E_s ds$$

Potencial elétrico de uma carga pontual: para obter o potencial elétrico devido a uma carga pontual, usamos a equação acima, substituindo s pela distância r , uma vez que o campo elétrico é radial, isto é:

$$E_s = -\frac{dV}{ds} \Rightarrow k \cdot \frac{q}{r^2} = -\frac{dV}{dr}$$

integrando ambos os membros teremos:

$$\left| V = k \cdot \frac{q}{r} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} \right| \quad (8.8)$$

se tivermos várias cargas q_1, q_2, q_3, \dots , o potencial elétrico no ponto P é a escalar algébrica dos potenciais individuais, isto é:

$$\left| V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_1} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_2} + \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r_3} + \dots = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^n \frac{q_i}{r_i} \right| \quad (8.9)$$

Se colocarmos uma carga Q a uma distância r da carga q , a energia potencial do sistema é:

$$E_p = QV \Rightarrow \boxed{E_p = \frac{Q \cdot q}{4\pi\epsilon_0 r}} \quad (8.10)$$

As superfícies que têm o mesmo potencial elétrico em todos os pontos, isto é, $V = \text{cte.}$, designam-se **superfícies equipotenciais**



§.18 ELETROSTÁTICA

10.1* De acordo com o modelo de Bohr, o átomo de hidrogénio é formado por um protão, em torno do qual um eletrão descreve MCU de raio aproximadamente igual á $5,3 \cdot 10^{-11} m$. Sendo que $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} kg$; $e = \pm 1,6 \cdot 10^{-19} C$; $q_p = -1,6 \cdot 10^{-19} C$ e $k_0 = 9 \cdot 10^9 N m^2 / C^2$, Determine:

a) a intensidade da força de atracão entre o protão e o eletrão

R: 82 nN

b) a velocidade do eletrão

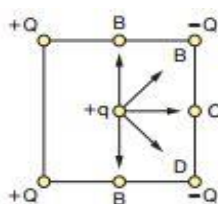
R: $2,2 \cdot 10^6 m/s$

10.2* Calcule o número em coulombs da carga positiva existente em um copo d' água. Supondo que o volume d' água seja de $250 cm^3$.

R: $1,5 \cdot 10^{26}$ partículas

10.3* Duas partículas igualmente carregadas, mantidas a $3,20 mm$ de distância uma da outra, são liberadas a partir do repouso. Observa-se que a aceleração inicial da primeira partícula é de $7,22 m/s^2$ e que a da segunda é de $9,16 m/s^2$. A massa da primeira partícula é de $6,31 \times 10^{-7} kg$. Encontrar a massa da segunda partícula e o módulo da carga comum nas duas.

R: 72 pC; $4,98 \cdot 10^{-7} kg$



10.4° No centro do quadrado abaixo, no vácuo, está fixa uma carga elétrica $+q$. Nos vértices do quadrado temos, também fixas, as cargas $+Q, -Q, +Q$ e $-Q$. Para qual das direções aponta a força elétrica resultante na carga central?

☐ a) A ☐ b) B ☐ c) C ☐ d) D ☐ e) E ☐ f) Outro

10.5° Determinar a força F de atracão entre o núcleo do átomo de hidrogénio e o eletrão. O raio do átomo de hidrogénio é igual a $0,5 \cdot 10^{-10} m$; o módulo da carga no núcleo é igual ao módulo da carga do eletrão, tendo o sinal contrário.

R: 92,3 nN

10.6* Duas cargas puntiformes, que se encontram no ar ($\epsilon = 1$) à distância de $20 cm$ uma da outra, reagem com uma certa força. Qual é a distância a que é necessário colocar as cargas no óleo ($\epsilon = 5$) para se obter a mesma força de interação?

R: 8,94 cm

10.7* Quantas vezes a força de gravitação entre dois protões é menor do que a força de repulsão de repulsão eletrostática entre eles? A carga do protão é igual em módulo a carga do eletrão, tendo o sinal contrário.

R: $1,25 \cdot 10^{36}$ vezes

10.8* Determinar a força de repulsão eletrostática entre o núcleo do átomo de sódio e um protão com que é bombardeado, considerando que o protão se aproximou do núcleo do átomo de sódio até a distância igual a $6 \cdot 10^{-14} m$. A carga do núcleo do átomo de sódio é onze vezes maior do que a carga do protão. Desprezar a influência de camada eletrónica do átomo de sódio.

R: 0,7 N

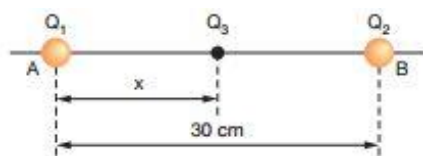
10.9* Pequenos corpos carregados estão dispostos ao longo da mesma reta. O corpo com a carga $q_2 = 1 \cdot 10^{-8} C$ está localizada entre o corpo de caga $q_2 = -3 \cdot 10^{-8} C$ (á distância de $0,4 m$ dele) e o corpo de carga $q_3 = 5 \cdot 10^{-8} C$ (á distância de $0,6 m$ dele). Calcular as resultantes das forças Coulombianas aplicadas a cada um dos corpos.

R: 30,1. μN ; 2,94 μC ; 1,1 μN



10.10* Pequenos corpos carregados estão dispostos ao longo da mesma reta. O corpo com a carga $q_1 = 1 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ está localizada entre o corpo de carga $q_2 = -3 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ (à distância de $0,4 \text{ m}$ dele) e o corpo de carga $q_3 = 5 \cdot 10^{-8} \text{ C}$ (à distância de $0,6 \text{ m}$ dele). Calcular as resultantes das forças Coulombianas aplicadas a cada um dos corpos.

R: $30,1 \mu\text{N}$; $2,94 \mu\text{C}$; $1,1 \mu\text{N}$



10.11* Duas cargas elétricas puntiformes Q_1 e $Q_2 = 4 Q_1$ estão fixas nos pontos A e B, distantes 30 cm . Em que posição x deve ser colocada uma carga $Q_3 = 2 Q_1$ para ficar em equilíbrio sob acção somente de forças elétricas?

- ☐ a) 5 cm ☐ b) 10 cm ☐ c) 15 cm ☐ d) 20 cm ☐ e) 25 cm ☐ f) Outro

10.12** Duas pequenas esferas idênticas, positivamente eletrizadas com carga Q e $3Q$ são colocadas a uma distância d , no vácuo, originando-se entre elas uma força de intensidade F_e . Em seguida, as esferas são postas em contacto e afastadas a uma distância $2d$. Determine, em função de F_e , a nova intensidade da força elétrica de repulsão.

R: $F_e/3$

10.13** A distância entre duas cargas pontuais fixas de valores $q_1 = 9q$ e $q_2 = -q$ é igual a 50 cm . Uma terceira carga q_3 pode deslocar-se ao longo da reta que atravessa as cargas q_1 e q_2 . Qual a posição da carga q_3 em relação à carga q_1 para que a carga q_3 estiver em equilíbrio?

R: 75 cm

10.14** A distância entre duas cargas pontuais livres de valores de 18 nC e 72 nC é de 60 cm . Em que ponto da reta que atravessa as cargas é necessário colocar a terceira carga pontual para que todas as cargas estiverem em equilíbrio? Determine a intensidade desta carga.

R: 20 cm ; -8 nC

10.15** Duas cargas pontuais encontram-se a uma distância uma da outra. A carga total é igual a 100 nC . Que valor deve ter a primeira carga para que a força de interação for máxima?

R: 50 nC

10.16** Duas cargas elétricas, $q_1 = -2 \mu\text{C}$ e $q_2 = -1 \mu\text{C}$ estão situadas nos pontos de coordenadas $(1; 0) \text{ m}$ e $(1; 2) \text{ m}$. Determine as coordenadas de posição de uma carga q_3 positiva, situada na linha que une q_1 e q_2 , de modo que o sistema fica em equilíbrio.

R: $(1; 1,2) \text{ m}$

10.17* Duas cargas fixas, $+1,07 \mu\text{C}$ e $-3,28 \mu\text{C}$, estão a $61,8 \text{ cm}$ de distância entre si. Onde se pode localizar uma terceira carga de modo que nenhuma força resultante aja sobre ela?

R: $82,3 \text{ cm}$

10.18 (UAN-F.C:2008-V1) Duas cargas pontuais: $q_1 = 88 \text{ nC}$ e $q_2 = -22 \text{ nC}$ distantes de $d = 12 \text{ cm}$ estão no eixo OX sendo que a carga q_1 na origem do referencial. Determine a coordenada do ponto x em que o potencial do campo elétrico resultante $\varphi = 0$.

- ☐ a) $9,6 \text{ cm}$ ☐ b) -15 cm ☐ c) $6,6 \text{ cm}$ ☐ d) $-2,5 \text{ cm}$
☐ e) $10,2 \text{ cm}$ ☐ f) $11,7 \text{ cm}$ ☐ g) $8,4 \text{ cm}$ ☐ h) Outro

10.19** Três cargas elétricas pontuais, $q_1 = q_2 = 3 \mu\text{C}$ e $q_3 = -2 \mu\text{C}$, estão fixas nos vértices de um triângulo equilátero de lado 10 cm . Calcule a intensidade da força resultante de atua em q_3 .

R: $9,4 \text{ mN}$

10.20 (UAN-F.C:2010-V1) Duas cargas pontuais $q_1 = 45 \text{ nC}$ e $q_2 = -90 \text{ nC}$ estão colocados no vácuo, nos vértices de um triângulo equilátero de 20 cm de lado. Determine a força que atua sobre a



carga $q_3 = 25 \text{ nC}$ no centro do triângulo. A constante elétrica (constante dielétrica do vácuo) é: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|-------------------------------------|------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a) 2,3 mN | <input type="checkbox"/> b) 2,0 mN | <input type="checkbox"/> c) 1,5 mN | <input type="checkbox"/> d) 2,7 mN |
| <input type="checkbox"/> e) 3,0 mN | <input type="checkbox"/> f) 1,2 mN | <input type="checkbox"/> g) 0,95 mN | <input type="checkbox"/> h) Outro |

10.21** Quatro cargas pontuais, estão situadas no vazio, nos vértices de um quadrado de lado 2 m. as cargas $q_1 = 1 \mu\text{C}$ (superior) e $q_1 = -3 \mu\text{C}$ (inferior) estão localizadas nos extremos da diagonal principal, e, as cargas $q_2 = -2 \mu\text{C}$ (superior) e $q_1 = 2 \mu\text{C}$ (inferior) estão localizadas nos extremos da diagonal secundária. Determine a intensidade da força resultante que atuam sobre q_2 . R: 13,4 mN

10.22** Em dois vértices de um triângulo equilátero de lado 0,3 m encontram-se duas cargas positivas $Q = 4 \mu\text{C}$. Determine as características do vector campo elétrico resultante no outro vértice. $K_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$ R: $4\sqrt{3} \cdot 10^5 \text{ N/C}$, \uparrow

10.23 (UAN-F.C:2010-V1) Duas cargas pontuais $q_1 = 59 \text{ nC}$ e $q_2 = 89 \text{ nC}$ estão colocados no vácuo, nos vértices de um triângulo equilátero de 20 cm de lado. Determine a intensidade do campo elétrico no terceiro vértice. A constante elétrica (constante dielétrica do vácuo) é: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$.

- | | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| <input type="checkbox"/> a) 29 kV/m | <input type="checkbox"/> b) 22 kV/m | <input type="checkbox"/> c) 35 kV/m | <input type="checkbox"/> d) 25 kV/m |
| <input type="checkbox"/> e) 42 kV/m | <input type="checkbox"/> f) 17 kV/m | <input type="checkbox"/> g) 50 kV/m | <input type="checkbox"/> h) Outro |

10.24** Calcule a intensidade do campo elétrico num vértice de um quadrado de lado de 80 cm se nos outros vértices estiverem as cargas pontuais de $1,82 \mu\text{C}$. R: 49 kV/m

10.25** Calcule a intensidade do campo elétrico num vértice de um quadrado de lado de 50 cm se em dois vértices próximos estiverem as cargas pontuais 500 nC e em vértice mais afastado, a carga $-1,41 \mu\text{C}$. R: 0 kV/m

10.26** Quatro cargas elétricas pontuais, dispostas nos vértices de um losango de centro na origem dos eixos coordenados. as cargas $q_1 = 140 \mu\text{C}$ (superior) e $q_2 = 23 \mu\text{C}$ (inferior) estão localizadas nos extremos da diagonal maior $D = 80 \text{ cm}$ no eixo OY , e, as cargas $q_3 = -80 \mu\text{C}$ (inferior) e $q_4 = -60 \mu\text{C}$ (superior) estão localizadas nos extremos da diagonal menor $d = 50 \text{ cm}$ no eixo OX num plano cartesiano. **a)** determine o campo elétrico, E , no centro do losango. **b)** A intensidade da força que atua sobre uma carga de $25 \mu\text{C}$, quando colocada no centro do losango. R: $6,1 \cdot 10^6 \text{ NC}^{-1}$; $1,5 \cdot 10^2 \text{ N}$

10.27** Nos vértices de um quadrado fixam-se cargas elétricas puntiformes de valores $1 \mu\text{C}$, $2 \mu\text{C}$, $3 \mu\text{C}$ e $4 \mu\text{C}$, as cargas se encontram a distância de 60 cm cada. Qual a intensidade do vector campo elétrico resultante no centro O do quadrado? Sabendo que as cargas estão colocadas no vácuo. R: 19,76 kN/C

10.28** Um eletrão é libertado, a partir do repouso, próximo da placa negativa de um campo elétrico uniforme, de intensidade $E = 2 \cdot 10^4 \text{ NC}^{-1}$. A distância entre as placas condutoras é de $d = 1 \text{ cm}$. Determine a intensidade da velocidade do eletrão ao atingir a placa positiva e o tempo gasto para percorrer a distância d . R: $8,4 \cdot 10^6 \text{ m.s}^{-1}$



10.29* Qual é a energia potencial electrostática de um eletrão em um átomo de hidrogénio se sua distância ao núcleo é de $5 \cdot 10^{-11} \text{ m}$? R: 4,16 aJ

10.30** Duas cargas pontuais de 50 nC cada uma estão separadas de 50 mm . No meio da reta que une as cargas encontram-se uma terceira carga de $1,46 \text{ nC}$. Que trabalho é necessário realizar para deslocá-la de 10 mm ? R: 10 μJ

10.31** Uma carga pontual de 30 nC está na origem de um referencial e outra, de 120 nC , está a 30 cm da origem. Uma terceira carga pontual de 10 nC pode deslocar-se ao longo do eixo dos XX e inicialmente encontra-se em equilíbrio. Que trabalho é necessário realizar para deslocá-la à esquerda de 10 cm ? R: 40 μJ

10.32** Duas bolas de raios e massas iguais estão penduradas em fios de igual comprimento, de tal maneira que as suas superfícies se encontram em contato. Depois de ter sido comunicada às bolas a carga igual a $0,4 \mu\text{C}$, elas repulsaram-se e afastaram-se no ângulo (2α) igual a 60° . Determinar a massa de cada bola, sabendo que a distância do centro da bola até ao ponto de suspensão é igual a 20 cm . R: 15,6 g

10.33** Duas bolas de raios e massas iguais estão penduradas em fios de igual comprimento, de maneira que as superfícies se encontram em contato. Que carga é necessário comunicar às bolas para que a força de atração dos fios se torne igual a 98 mN ? A distância do centro da bola até ao ponto de suspensão é igual a 10 cm ; a massa de cada bola é igual a 5 g . R: 1,1 μC

10.34** Duas esferas iguais, de massa $0,1 \text{ g}$, estão suspensas, a partir do mesmo ponto, por fios isolantes de 20 cm de comprimento cada. Após e terem eletrizado as esferas com cargas iguais, os fios afastaram-se, formando entre si um ângulo de 60° . Determine a carga de cada uma das esferas. R: 2,6 fC

10.35** Duas pequenas esféricas metálicas iguais são suspensas de um ponto O por dois isolantes de mesmo comprimento $L = 0,5 \text{ m}$. As esferas são igualmente eletrizadas com carga $Q = 1,0 \mu\text{C}$. Sabendo-se que, na posição de equilíbrio, os fios formam com a vertical ângulos de 45° , determine o peso de cada esfera. As cargas estão colocadas no vácuo. R: 72 mN

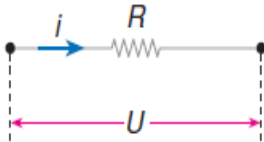
3.3 – Eletrodinâmica

A **intensidade da corrente** (corrente) I é numericamente igual à quantidade de eletricidade que passa através de secção transversal do condutor por unidade de tempo:

$$\left| I = \frac{dq}{dt} \right| \quad (9.1)$$

se a intensidade de corrente for constante $I = \text{const.}$, temos:

$$\left| I = \frac{q}{\Delta t} \right| \quad (9.2)$$



Quando a corrente elétrica atravessa um condutor ocorre a transformação de energia elétrica em energia térmica, devido ao choque dos elétrons livres com os átomos do condutor. Esse fenómeno é denominado **efeito térmico** ou **efeito Joule**.

Existem elementos de circuitos cuja função, entre outras, é transformar energia elétrica em energia térmica (dissipar energia elétrica) ou limitar a intensidade de corrente elétrica em circuitos eletrónicos. Tais elementos recebem o nome de **resistores**. Os resistores têm como principal propriedade elétrica uma grandeza física denominada **resistência elétrica**, indicada por R .

A corrente que passa por um trecho dum condutor homogéneo obedece à **lei de Ohm**:

$$\left| I = \frac{U}{R} \right| \quad (9.4)$$

onde U é a diferença de potenciais entre as extremidades do trecho, R é a resistência. A resistência do condutor é:

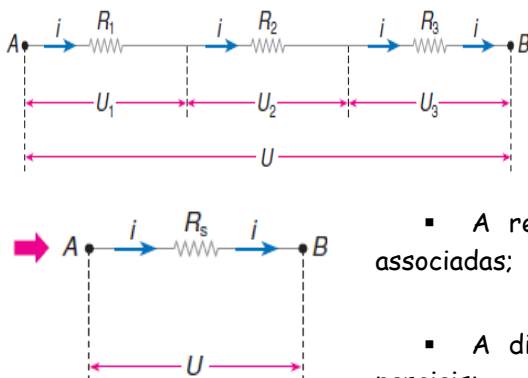
$$\left| R = \rho \frac{l}{S} = \frac{l}{\sigma S} \right| \quad (9.5)$$

onde ρ é a resistência específica, σ é a condutibilidade específica, l é o comprimento e S é a área da secção transversal do condutor.

A resistência específica dos metais varia em função da temperatura:

$$\left| \rho_t = \rho_0(1 + \alpha t) \right| \quad (9.6)$$

onde ρ_0 é a resistência específica a $t_0 = 0^\circ\text{C}$, α é o coeficiente de dilatação térmico da resistência.

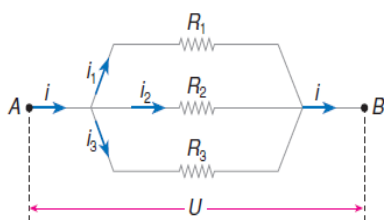


Associação em Série:

- Todos os resistores são percorridos pela mesma corrente elétrica;
- A potência dissipada em cada resistor é diretamente proporcional à sua resistência elétrica;
- A resistência equivalente é igual à soma das resistências associadas;
- A diferença de potencial (ddp) total é a soma das ddps parciais:

$$\left| R_s = R_1 + R_2 + R_3 \right|$$

$$\left| U = U_1 + U_2 + U_3 \right|$$



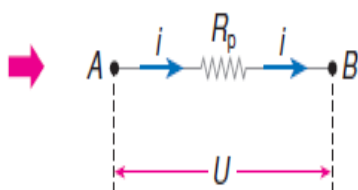
Associação em paralelo:

- Todos os resistores estão submetidos à mesma ddp;
- A intensidade de corrente total é igual a soma das intensidades das correntes nos resistores associados:

$$| I = I_1 + I_2 + I_3 |$$

- O inverso das resistências equivalente é igual à soma dos inversos das resistências associadas:

$$\left| \frac{1}{R_p} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right|$$



- A potência dissipada em cada resistor é inversamente proporcional à sua resistência elétrica;

Reostatos são resistores cuja resistência elétrica pode ser variada; **fusíveis** são dispositivos cuja finalidade é assegurar proteção aos circuitos elétricos; **disjuntor** é uma chave magnética que se desliga automaticamente quando a intensidade de corrente elétrica ultrapassa determinado valor; provoca-se um **curto-circuito** entre dois pontos de um circuito quando esses pontos são ligados por um condutor de resistência elétrica desprezável.

A diferença de potencial (ou voltagem) nos terminais de uma bateria ou gerador quando fornece uma corrente I está relacionada com a sua força eletromotriz ε e com a sua resistência interna r_i da seguinte maneira:

- 1) Quando fornece corrente (na descarga): $| U = \varepsilon - Ir_i |$ (9.7)
- 2) Quando recebe corrente (na carga): $| U = \varepsilon + Ir_i |$ (9.8)
- 3) Quando nenhuma corrente existe: $| U = \varepsilon |$ (9.9)

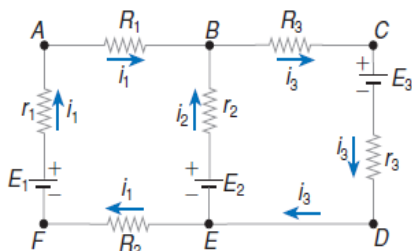
Circuito Gerador- Recetor	Circuito Gerador-Resistor-Recetor
$\left I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{r + r'} \right $	$\left I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R + r + r'} = \frac{\sum \varepsilon - \sum \varepsilon'}{\sum R} \right $
Geradores - Associação em série	Geradores - Associação em paralelo
$\left \varepsilon_s = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \text{ e } r_s = r_1 + r_2 \right $	<p>n geradores iguais em paralelo</p> $\left \varepsilon_s = \varepsilon \text{ e } r_p = \frac{r}{n} \right $

O trabalho da corrente elétrica realizado num trecho do circuito determina-se pela formula:

$$\left| W = IU\Delta t = I^2 R\Delta t = \frac{U^2}{R} \cdot \Delta t \right| \quad (9.10)$$

A potência total, libertada no circuito, é:

$$| P = \varepsilon \cdot I | \quad (9.11)$$



Nó é o ponto de uma rede elétrica no qual a corrente elétrica se divide; nós B e E .

Ramo é um trecho de circuito entre dois nós consecutivos; ramos $BAFE$, BE , $BCDE$.

Malha é qualquer conjunto de ramos formando um percurso fechado; malhas $ABEFA$, $BCDEB$ e $ABCDEF$.

Para as cadeias ramificadas são válidas as duas leis de Kirchhoff. De acordo com a primeira lei de Kirchhoff, a soma algébrica das correntes que concorrem num nó é igual a zero:

$$| \sum I_i = 0 | \quad (9.12)$$

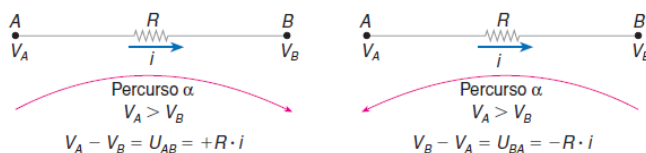
Conforme a segunda lei de Kirchhoff, em qualquer circuito fechado a soma algébrica das quedas de potencial em diferentes ramos é igual à soma algébrica das forças eletromotrizes dentro do mesmo:

$$| \sum I_i R_i = \sum \varepsilon_i | \quad (9.13)$$

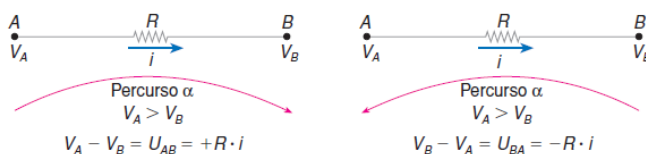
conforme a segunda lei de Kirchhoff, é necessário guiar-se pelas seguintes regras.

- 1) Num circuito fechado são indicadas arbitrariamente com flechas as direções das correntes junto às respectivas resistências. Percorrendo o circuito num sentido arbitrário, consideremos positivas aquelas correntes cujos sentidos coincidem com o sentido do percurso, e negativas as correntes cujos sentidos são opostos ao do percurso.
- 2) Consideremos positivas aquelas f.e.m que elevam o potencial na direção do percurso, isto é, a f.e.m será positiva, se durante o percurso se tiver de passar do «menos» para o «mais» no interior do gerador.
- 3) As soluções das equações assim obtidas podem ser grandezas negativas. Os valores negativos da corrente significam que o sentido real da corrente no trecho correspondente do circuito é contrário ao adotado.

Num resistor a ddp é do tipo $\pm R \cdot I$, valendo o sinal “+” se o sentido da corrente coincide com o sentido do percurso adotado e o sinal “-” no caso contrário;



Para as f.e.m vale o sinal de entrada no sentido do percurso adotado;





§.19 ELETRODINÂMICA

11.1** A corrente I varia num condutor com o tempo t segundo a equação $I = 4 + 2t$, onde o valor de I é dado em amperes e t , em segundos. Determinar a quantidade de eletricidade (q) que passa através da seção transversal do condutor durante o tempo decorrido entre $t_1 = 2$ s e $t_2 = 6$ s. Qual é a corrente contínua (I_0) necessária para que através da seção transversal do condutor passe durante o mesmo tempo a mesma quantidade de eletricidade? R: 12 A

11.2* Um reóstato termodinâmico é constituído por cinco lâmpadas elétricas de 350 ohms de resistência, ligadas em paralelo. Determinar a resistência do reóstato, se: **a)** estiverem acesas todas as lâmpadas; **b)** se forem desenroscadas uma, duas, três, quatro lâmpadas.

R: a) 70 Ω ; b) 87,5 Ω , 116,7 Ω , 175 Ω e 350 Ω

11.3* A resistência de um condutor, cilíndrico e homogêneo, de comprimento l e diâmetro D , é R . Se, a mesma temperatura, o fio condutor tivesse metade do comprimento e o dobro do diâmetro. A sua resistência seria:

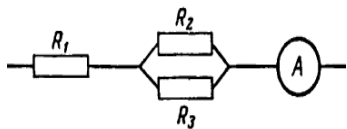
☐ a) $2R$ ☐ b) R ☐ c) $\frac{1}{4}R$ ☐ d) $\frac{1}{8}R$ ☐ e) $\frac{R}{2}$ ☐ f) Outro

11.4* A resistência de um fio de cobre, a 20 °C, é igual a 50 Ω . Sabendo-se que o coeficiente de temperatura da resistividade do cobre é, a 20 °C, igual a $3,9 \cdot 10^{-3} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$, determine a que temperatura se encontra o fio, quando o valor da sua resistência é igual a 58 Ω . R: 61 °C

11.5* A resistência de um fio de tungsténio de uma lâmpada elétrica é igual a 35,8 ohms à temperatura $t_1 = 20$ °C. Qual será a temperatura t_2 do fio da lâmpada, se ao ligar à rede a tensão igual a 120 V o fio é percorrido pela corrente de intensidade igual a 0,33 A? O coeficiente térmico da resistência do tungsténio é igual a $4,6 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. R: 2 200 °C

11.6** A resistência do enrolamento da bobina feito de arrame de cobre é igual a 10 ohms à temperatura igual a 14 °C. Depois de passar a corrente, a resistência do enrolamento tornou-se igual a 12,2 ohms. Até que temperatura se aqueceu o enrolamento? O coeficiente térmico da resistência do cobre é igual a $4,15 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$. R: 70 °C

11.7* Determinar a queda de potencial num condutor de cobre de 500 m de comprimento e de 2 mm de diâmetro, se a intensidade da corrente no mesmo é igual a 2 A. R: 5,4 V



11.8* Determinar a queda de potencial nas resistências (R_1 , R_2 e R_3) iguais a 4 ohms, 2 ohms e 4 ohms respetivamente, se o amperímetro indicar a corrente $I_1 = 3$ A. Determinar as correntes nas resistências R_2 e R_3 . R: $U_1 = 12$ V, $U_2 = U_3 = 4$ V; $I_2 = 2$ A e $I_3 = 1$ A

11.8* Um elemento que possui a força eletromotriz igual a 1,1 V e a resistência interna igual a 1 Ω , está fechado com uma resistência externa igual a 9 Ω . Determinar a corrente no circuito, a queda de potencial no circuito externo e a queda de potencial no interior do elemento.

11.9* Consideremos dois elementos iguais com a força eletromotriz igual a 2 V e resistência interna igual a 3 Ω . Como é necessário ligar estes elementos (em série ou em paralelo) para obter uma



corrente maior, se a resistência exterior for igual a: **a)** 2 ohms; **b)** 16 ohms? Determinar a corrente em cada um destes casos.

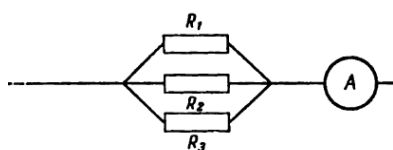
R: a) $I_1 = 5 \text{ A}$ e $I_2 = 5,7 \text{ A}$; b) $I_1 = 0,24 \text{ A}$ e $I_2 = 0,124 \text{ A}$

11.10** Dois elementos ligados em série com iguais f.e.m de 2 V e com resistências internas iguais a 1 Ω e 1,5 Ω respetivamente, estão fechados com uma resistência igual a 0,5 Ω . Determine a diferença de potenciais nos bornes de cada um dos elementos.

R: $U_1 = 0,66 \text{ V}$ e $U_2 = 0 \text{ V}$

11.11** Dois elementos ligados em paralelos com forças eletromotrizes iguais de 2 V e com resistências internas $r_1 = 1 \Omega$ e $r_2 = 1,5 \Omega$, estão fechados com uma resistência externa igual a 1,4 Ω . Determinar a corrente em cada um dos elementos e em todo o circuito.

R: $I_1 = 0,6 \text{ A}$; $I_2 = 0,4 \text{ A}$ e $I_T = 1 \text{ A}$

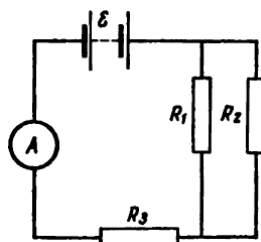


11.12* As resistências (R_2 e R_3) são iguais a 20 e 15 ohms, respetivamente. A resistência R_2 é atravessada pela corrente de intensidade igual a 3 A. O amperímetro indica a intensidade de corrente igual a 0,8 A. Determinar a resistência R_1 .

R: 60 Ω

11.13** Uma bateria com a força eletromotriz igual a 240 V e com a resistência interna igual a 1 Ω está ligado a um circuito com a resistência externa igual a 23 Ω . Determinar a potência total, a potência útil e o rendimento da bateria.

R: 2,4 kW; 2,3 kW e 96 %



11.14** A força eletromotriz de uma bateria é igual a 100 V, a sua resistência interna é igual a 2 Ω , as resistências (R_1 e R_2) são iguais a 25 e 78 ohms, respetivamente. Na resistência R_1 liberta-se uma potência igual a 16 W. Determinar a corrente indicada pelo amperímetro.

R: 1 A

11.15* Um acumulador de f.e.m de 6 V e resistência interna de 1,0 Ω alimenta um circuito externo com resistência de 12,4 Ω . Que quantidade de calor se liberta durante o intervalo de 10 minutos em todo o circuito?

R: 1 728 J

11.16* A corrente num circuito de malha única é 5,0 A. Quando uma resistência adicional de 2,0 Ω é colocada em serie, a corrente cai para 4,0 A. Qual era a resistência no circuito original?

R: 8,0 Ω

11.17* Uma fonte de potencia de 120 V é protegida por um fusível de 15 A. Qual o numero máximo de lâmpadas de 500 W que podem ser simultaneamente alimentadas, em paralelo, por esta fonte?

R: 3 lampadas

11.18* Um circuito constituído por uma bateria de lanterna e um reóstato. Para um valor da resistência do reóstato de 1,65 Ω , a tensão no é de 3,30 V, e para uma resistência 3,50 Ω , a tensão é 3,50 V. Calcula o valor da fem da bateria e da resistência interna.

R: 0,2 Ω

11.19* A f.e.m de uma fonte é de 12 V. Se a resistência interna for 5 vezes menor que a resistência externa. Qual é o valor da tensão nos bornes da fonte?

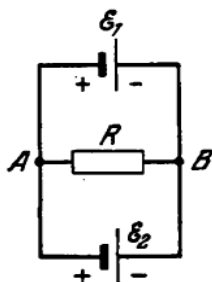
R: 10 V

11.20* A pilha galvânica de f.e.m de 5 V e resistência interna de 0,2 Ω , está ligada à resistência externa de 40 Ω . Qual é a tensão na resistência externa?

R: 4,97 V



- 11.21**** Um circuito é constituído por um motor de força contraelectromotriz 10 V , por uma resistência de $5\ \Omega$ e por um gerador de força eletromotriz 26 V e resistência interna $1\ \Omega$. A potência total dissipada no circuito é igual a 32 W . Determine a resistência interna do motor e o rendimento do gerador. R: $2\ \Omega$ e 92%



- 11.22***** Duas pilhas com f.e.m $\varepsilon_1 = 2\text{ V}$ e $\varepsilon_2 = 1\text{ V}$ estão ligados segundo um circuito na figura ao lado. A resistência é $R = 0,5\ \Omega$. As resistências internas das pilhas são iguais a $1\ \Omega$ cada uma. Determinar as intensidades das correntes que passam através das pilhas e da resistência R . Desprezar as resistências dos fios condutores. R: $I_1 = 1,25\text{ A}$; $I_2 = 0,25\text{ A}$ e $I_3 = 1,5\text{ A}$

- 11.23*** A potencia consumida por dois condutores associados em paralelo é 4 vezes maior do que no caso dessas associações em série. A resistência de um condutor é igual á $30\ \Omega$. Qual a resistência do outro? Em ambos os casos eles alimentam-se da mesma fonte de elétrica.

☐ a) $13\ \Omega$ ☐ b) $18\ \Omega$ ☐ c) $30\ \Omega$ ☐ d) $25\ \Omega$ ☐ e) $36\ \Omega$ ☐ f) *Outro*

- 11.24 (UAN-F.E:2010-V3)** A uma bateria, num caso, liga-se um consumidor de energia elétrica de resistência de $16\ \Omega$, no outro caso, de resistência de $8,0\ \Omega$. No primeiro caso a intensidade de corrente elétrica neste circuito simples é igual a $1,5\text{ A}$, no segundo caso, $2,7\text{ A}$. Determine a resistência interna da bateria.

☐ a) $3,0\ \Omega$ ☐ b) $1,1\ \Omega$ ☐ c) $1,5\ \Omega$ ☐ d) $3,5\ \Omega$
☐ e) $4,0\ \Omega$ ☐ f) $2,6\ \Omega$ ☐ g) $2,0\ \Omega$ ☐ h) *Outro*

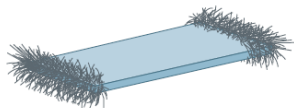
- 11.24**** Uma bateria com uma f.e.m $22,5\text{ V}$ e uma resistência interna de $0,5\ \Omega$, esta conectada em paralelo com dois condutores de $5\ \Omega$ e $20\ \Omega$ respectivamente, formando um circuito fechado. Calcule a intensidade de qão corrente circula por eles. R: 5 A

- 11.24**** Dez elementos, com uma f.e.m de $2,1\text{ V}$ e uma resistência $0,5\ \Omega$ cada um, estão unidos em paralelo formando uma bateria. O circuito consta além de três condutores unidos em paralelo com resistências de $2\ \Omega$, $6\ \Omega$, e $12\ \Omega$ respectivamente. **a)** determinar intensidade da corrente em cada condutor; **b)** se os elementos de f.e.m estivessem em série, Quais seriam os valores da intensidade da corrente nos condutores.

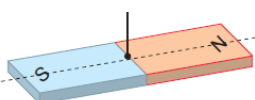
R: a) $I_1 = 1,05\text{ A}$, $I_2 = 0,35\text{ A}$ e $I_3 = 0,175\text{ A}$; b) $I_1 = 0,22\text{ A}$, $I_2 = 0,073\text{ A}$ e $I_3 = 0,036\text{ A}$

3.3 – Eletromagnetismo

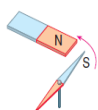
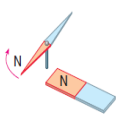
Ímãs são corpos que apresentam fenômenos notáveis, denominados **fenômenos magnéticos**, sendo os principais:



- Atraem fragmentos de ferro (limalha). No caso de um ímã em forma de barra, os fragmentos de ferro aderem às extremidades, que são denominadas **polo do ímã**.

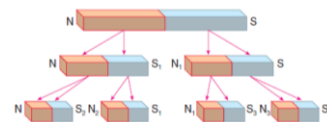


- Quando suspensos, de modo que possam girar livremente, orientam-se aproximadamente da direção norte-sul geográfica do lugar. **Polo norte (N)** do ímã é a região que se volta para o norte geográfico e **polo sul (S)**, a que se volta para o sul geográfico.



- Exercem entre si forças de atração ou de repulsão, conforme a posição que são postos em presença um do outro. A experiência mostra que polos de mesmo nome de repelem e polos de nomes contrários se atraem.

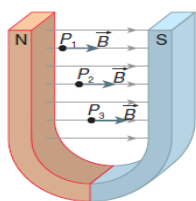
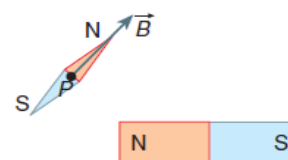
- Cortando-se um ímã transversalmente, cada parte constitui um ímã completo. É a **inseparabilidade dos polos de um ímã**.



Um ímã origina um **campo magnético** na região que o envolve. Uma agulha magnética colocada nessa região "sente" a presença do ímã por meio do campo que ele origina.

Para se caracterizar a ação do campo, associa-se a cada ponto do campo um vetor denominado **vetor de indução magnética**, que é indicado por \vec{B} , tendo como características:

- Ao colocarmos uma pequena agulha magnética num ponto P de um campo magnético originado por um ímã, ele se orienta assumindo uma certa posição de equilíbrio. A **direção** de \vec{B} em P é a direção definida pelo eixo NS da agulha magnética. O **sentido** de \vec{B} é aquele para o qual o polo N da agulha magnética aponta.
- A **intensidade** do vetor indução magnética \vec{B} é determinada por meio da força magnética que age numa determinada carga elétrica q , lançada do ponto P do campo magnético. No SI, a unidade de intensidade do vetor indução magnética \vec{B} denomina-se **tesla (T)**. Outra unidade de \vec{B} é o gauss (G), onde $1 T = 10^4 G$.



O **campo magnético uniforme** é aquele no qual, em todos os pontos, o vetor \vec{B} tem a mesma direção, o mesmo sentido e a mesma intensidade. As linhas de indução de um campo magnético uniforme são retas paralelas igualmente espaçadas e igualmente orientadas. O vetor indução magnética \vec{B} no centro O de uma **espira circular** tem **direção** perpendicular ao plano da espira, **sentido** determinado pela regra da mão direita e **intensidade**:

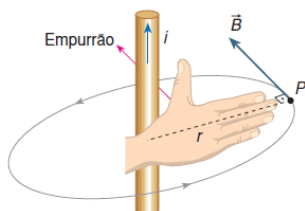
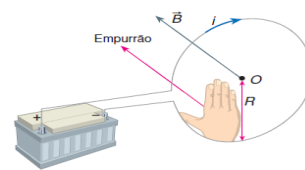
$$\left| B = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R} \right| \quad (10.1)$$

a constante de proporcionalidade μ_0 é a permeabilidade magnética do vácuo. No SI, ela vale:

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A}$$

justapondo-se N espiras iguais, temos a denominada **bonina chata**, onde a intensidade de \vec{B} no centro vale:

$$\left| B = N \cdot \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{I}{R} \right| \quad (10.2)$$

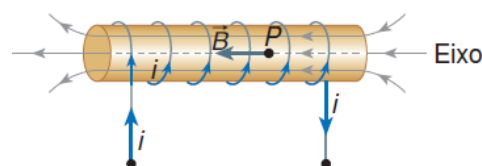


O vetor indução magnética \vec{B} num ponto P , à distância r do fio, tem **direção** tangente à linha de indução que passa pelo ponto P , sentido determinado pela regra da mão direita e **intensidade**:

$$\left| B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{r} \right| \quad (10.3)$$

no interior do solenoide, o vetor indução magnética \vec{B} tem **direção** do eixo geométrico do solenoide, **sentido** determinando pela regra da mão direita e **intensidade**:

$$\left| B = \mu_0 \cdot \frac{N}{L} \cdot I \right| \quad (10.4)$$

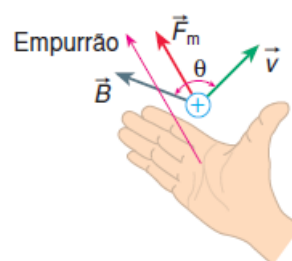


em que (N/L) representa a densidade linear de espiras

Polaridade de uma espira	Polaridade de uma selenoide

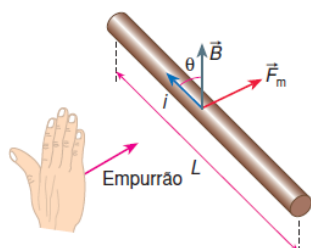
A força magnética \vec{F}_m que age sobre uma carga elétrica q , lançada com velocidade \vec{v} num campo magnético uniforme de indução \vec{B} , tem **direção** perpendicular ao plano formado por \vec{v} e \vec{B} , **sentido** determinado pela regra da mão direita e **intensidade**:

$$\left| F_m = B \cdot |q| \cdot v \sin \theta \right|$$



em que θ é o ângulo que \vec{v} forma com \vec{B} . Os diversos tipos de movimentos que uma carga q descreve num campo magnético uniforme dependem da direção da velocidade \vec{v} com que é lançada no campo:

1º caso: $\vec{v} \parallel \vec{B}$ - MRU	2º caso: $\vec{v} \perp \vec{B}$ - MCU	3º Caso: \vec{v} é oblíqua de \vec{B}
-----	$\left R = \frac{mv}{B \cdot q } \text{ e } T = \frac{2\pi m}{B \cdot q } \right \quad (10.5)$	$\left \vec{v} = \vec{v}_1 + \vec{v}_2 \right \quad (10.6)$ <p>onde $\vec{v}_1 \rightarrow$ MRU e $\vec{v}_2 \rightarrow$ MCU</p>



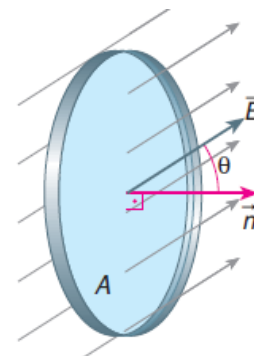
A **força magnética** \vec{F}_m que age sobre um condutor reto, percorrido por corrente elétrica de intensidade I , em um campo magnético uniforme de indução \vec{B} , tem direção perpendicular ao plano formado por \vec{B} e I , θ entre \vec{B} e a direção do condutor (I) e intensidade dada por:

$$| F_m = B \cdot I \cdot L \cdot \sin \theta | \quad (10.7)$$

Fluxo magnético através de uma espira de área A imersa num campo magnético uniforme de indução \vec{B} é, por definição:

$$| \Phi = BA \cdot \cos \theta | \quad (10.8)$$

em que θ é o ângulo entre o vetor \vec{B} e a normal \vec{n} à espira. A unidade de fluxo no SI é o **weber** (Wb). Se a espira estiver inclinada em relação ao vetor \vec{B} (caso a), ela será atravessada por um número de linhas em relação ao vetor \vec{B} (caso b), sendo o fluxo consequentemente menor. Quando a espira for paralela ao campo, não será atravessada por linhas de indução e o fluxo será nulo (caso c).



Caso a	Caso b	Caso c
$\cos \theta < 1$	$\cos \theta = 1$	$\cos \theta = 0$
$ \Phi = BA \cdot \cos \theta \quad (10.9)$	$ \Phi = BA \quad (10.10)$	$ \Phi = 0 \quad (10.11)$

por isso, podemos interpretar o fluxo magnético Φ como sendo a grandeza que mede o número de linhas de indução que atravessam a superfície da espira. O **fluxo magnético que atravessa uma bobina com N espiras**, é calculado multiplicando o número N de espiras pelo fluxo magnético que atravessa uma qualquer das espiras, supondo que são todas iguais.

$$| \Phi (\text{bobina}) = \phi N (\text{uma espira}) | \quad (10.12)$$

Outras Relações de Indução eletromagnéticas	
Força eletromotriz de indução	$ \varepsilon = -\frac{d\phi}{dt} \quad (10.13)$
Auto-indução, onde L é a indutância.	$ \varepsilon = -L \frac{dI}{dt} \quad (10.13)$
Intensidade do campo magnético no interior dum toróice ou solenoide, onde n é o número de espiras	$ H = I n \quad (10.14)$
Energia magnética de um circuito	$ W = \frac{LI^2}{2} \quad (10.15)$



§.20 ELETROMAGNETISMO

12.1** Um eletrão penetra num campo magnético uniforme, $\vec{B} = 2,0 \cdot 10^{-3} \vec{e}_y$ (T), com velocidade, $\vec{v} = 3,0 \cdot 10^7 \vec{e}_x$ (m.s⁻¹), perpendicularmente ao campo. Determine: **a)** a intensidade da força magnética, que atua sobre o eletrão; **b)** o raio da trajetória que descreve; **c)** a frequência do movimento do eletrão.

R: $9,6 \cdot 10^{-15}$ N; $8,5 \cdot 10^{-2}$ m e 560 MHz

12.2** Calcula o valor da força que atua sobre um eletrão que se move com uma velocidade de 13600 km/s e penetra por um ponto A de um campo magnético uniforme, cuja indução magnética é de 0,85 T. Representa a trajetória que descreve o eletrão. Calcula o valor do raio de curvatura de dita trajetória.

R: 1,85 pN; 91,1 μ m

12.3* Uma partícula carregada de 5μ C se move com certa velocidade atravessando perpendicularmente um campo magnético de 6 T e sobre ela actua uma força magnética de $1,5 \cdot 10^{-4}$ N. Calcular o valor da velocidade da partícula.

R: 5 m/s

12.4* Um feixe de íões de uma só carga se move em uma região onde existem um campo eléctrico de intensidade 1,0 kN/C e um campo magnético uniforme de $2,0 \cdot 10^{-2}$ T. Os campos eléctricos e magnético são perpendiculares entre se e ao feixe de partículas. Determina a velocidade que devem ter os íões para que não se desviem seu movimento ao entrar nos campos.

R: 50 km/s

12.5 (UAN-F.E:2012-V1) Um pêndulo cônico de massa 21 mg, de carga 50μ C e de comprimento 53 cm, encontra-se num campo magnético uniforme vertical dirigido para cima e descreve uma trajetória circular num plano horizontal no sentido horário com a velocidade de 2,5 m/s. O fio faz o ângulo 30° com a vertical. Determine a indução magnética do campo.

☐ a) 2,3 T

☐ b) 2,8 T

☐ c) 3,0 T

☐ d) 2,6 T

☐ e) 3,2 T

☐ f) 3,4 T

☐ g) 2,2 T

☐ h) Outro

12.6 (UAN-F.C:2005-V2) Um eletrão, $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg, $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$ C, entra na região de extensão de 11 cm em que existe um campo eléctrico uniforme. Em seguida entra na região onde existe um campo magnético de indução 4,9 mT perpendicular ao vector de velocidade do electrão e descreve uma trajetória circular de raio 4,9 cm. Determine a intensidade do campo eléctrico.

☐ a) 37 kV/m

☐ b) 46 kV/m

☐ c) 26 kV/m

☐ d) 58 kV/m

☐ e) 63 kV/m

☐ f) Outro

12.7 (UAN-F.E:2009-V4) Uma partícula carregada atravessa em movimento uniforme retilíneo com a velocidade igual á 3,6 Mm/s uma região do espaço onde existem um campo magnético e um campo eléctrico, uniformes e perpendiculares. Determine a intensidade do campo eléctrico se a indução do campo magnético é igual a 2,2 mT, $\vec{v} \perp \vec{E}$ e $\vec{v} \perp \vec{B}$.

☐ a) 8,3 kV/m

☐ b) 7,1 kV/m

☐ c) 7,9 kN/C

☐ d) 7,4 kN/C

☐ e) 8,8 kN/C

☐ f) 6,6 kV/m

☐ g) 9,5 kN/C

☐ h) Outro



12.8 (UAN-F.C:2005-V2) A intensidade do campo magnético num fio de cobre de $1,0 \text{ mm}$ é igual a $21,4 \text{ mV/m}$. Determine a intensidade da corrente eléctrica que percorre. A resistência específica do cobre é igual a $1,68 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$.

- ☐ a) $1,16 \text{ A}$ ☐ b) $0,92 \text{ A}$ ☐ c) $0,85 \text{ A}$ ☐ d) $1,25 \text{ A}$ ☐ e) $1,00 \text{ A}$ ☐ f) *Outro*

12.9 (UAN-F.C:2005-V2) Uma partícula de massa $m = 9,0 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$ e de carga eléctrica $q = 6,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ penetra com velocidade inicial $\vec{v} = 3 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ (m/s)}$, numa região do espaço onde existe apenas um campo magnético uniforme perpendicular á velocidade inicial e descreve no campo uma trajetória do raio $0,225 \text{ m}$. Determine a indução magnética do campo. Considere desprezáveis as ações gravitacionais.

- ☐ a) 15 T ☐ b) 25 T ☐ c) 20 T ☐ d) 30 T
☐ e) 35 T ☐ f) 10 T ☐ g) 27 T ☐ h) *Outro*

12.10 (UAN-F.C:2005-V2) A indução do campo magnético perpendicular a espira de diâmetro de 21 cm feita do fio de alumínio de diâmetro de $1,00 \text{ mm}$ aumenta-se uniformemente de 0 T a um valor e pela espira passa a carga de $0,55 \text{ C}$. Determine o valor final da indução magnética. A resistência específica do alumínio é de $2,65 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$.

- ☐ a) $0,35 \text{ T}$ ☐ b) $0,34 \text{ T}$ ☐ c) $0,55 \text{ T}$ ☐ d) $0,27 \text{ T}$ ☐ e) $0,18 \text{ T}$ ☐ f) *Outro*

12.11 (UAN-F.C:2005-V4) Uma partícula de massa $m = 9,0 \cdot 10^{-11} \text{ kg}$ e de carga eléctrica $q = 6,0 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ penetra com velocidade inicial $\vec{v} = 3 \cdot 10^5 \vec{i} \text{ (m/s)}$, numa região do espaço onde existe apenas um campo magnético uniforme $\vec{B} = 20 \vec{j} \text{ (T)}$ em que \vec{i} e \vec{j} são vetores unitários do sistema das coordenadas cartesianas. Determine o raio da trajetória da partícula. Considere desprezáveis as ações gravitacionais.

- ☐ a) $22,5 \text{ mm}$ ☐ b) $22,5 \text{ cm}$ ☐ c) 30 cm ☐ d) 30 mm
☐ e) 15 cm ☐ f) $27,5 \text{ cm}$ ☐ g) 45 mm ☐ h) *Outro*

12.12 (UAN-F.C:2014-VE) Um protão move-se com uma velocidade $v = 4,0 \cdot 10^6 \text{ m/s}$ e penetra numa região do espaço onde existe um campo magnético uniforme de intensidade $1,5 \text{ T}$ perpendicularmente ao vetor da velocidade. Determine a força que atua sobre o protão. A sua carga é igual a $1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

- ☐ a) $6,4 \cdot 10^{-13} \text{ N}$ ☐ b) $7,2 \cdot 10^{-14} \text{ N}$ ☐ c) $4,8 \cdot 10^{-13} \text{ N}$ ☐ d) $10,5 \cdot 10^{-13} \text{ N}$
☐ e) $5,6 \cdot 10^{-13} \text{ N}$ ☐ f) $9,6 \cdot 10^{-13} \text{ N}$ ☐ g) $4,0 \cdot 10^{-12} \text{ N}$ ☐ h) *Outro*

12.13* Num campo magnético encontra-se uma espira condutora de resistência de $3,9 \Omega$. Se o fluxo magnético através dela se aumentar de $0,15 \text{ Wb}$ que carga passará pela espira?

- ☐ a) 42 mC ☐ b) 33 mC ☐ c) 38 mC ☐ d) 49 mC ☐ e) 27 mC ☐ f) *Outro*



12.14* A intensidade de variação do fluxo magnético que atravessa um circuito condutor é 30 mwb/s . Determine a resistência elétrica do circuito se a intensidade da corrente introduzida seja de $0,15 \text{ A}$. R: $0,2 \Omega$

12.15* Num campo magnético perpendicular as suas linhas está um circuito condutor de área de 100 cm^2 . Ao circuito condutor é ligado um condensador elétrico de $10 \mu\text{F}$ de capacidade, determine a carga do condensador se a indução magnética variar uniformemente com a velocidade 50 mT/s . R: 5 nC

12.16* Se aumentar a intensidade da corrente elétrica que percorre um solenoide de indutância $0,125 \text{ H}$ à 3 vezes, a energia do campo magnético dele aumentar-se de 2 joules. Determine o valor inicial da corrente elétrica. R: 2 A

12.17* A velocidade de variação do fluxo magnético que atravessa um circuito condutor de resistência elétrica de $0,15 \Omega$ é igual a 60 mWb/s . Determine a intensidade da corrente induzida na espira se a área $A = 0,4 \text{ m}^2$? R: $0,16 \text{ A}$

12.18* No decorrer do aumento uniforme do fluxo magnético através de um circuito condutor de resistência de $3,9 \Omega$ pelo fio passou a carga elétrica igual a $39 \mu\text{C}$. Qual a variação do fluxo magnético durante 15 s ? R: $34,22 \text{ mWb}$

12.19° A energia do campo magnético criado por um solenoide percorrido pela corrente elétrica de intensidade 10 A é igual a 5 J . Determine a indutância do solenoide. R: $0,1 \text{ H}$

12.19° Num campo magnético perpendicularmente as linhas está um circuito condutor de área de 160 cm^2 ao circuito é ligado um condensador elétrico. Determine a capacidade do condensador se a sua carga for de 10 nC e a indução magnética variar uniformemente com a velocidade de $\frac{dB}{dt} = 25 \text{ mT/s}$. R: $25 \mu\text{F}$

12.20° Ache a rapidez de variação do fluxo magnético em um solenoide de 200 espiras, se nele se induz uma fem de 100 V . R: $0,5 \text{ Wb/s}$

12.21° Um fluxo magnético, que varia com uma rapidez de $-0,24 \text{ Wb/s}$, atravessa as espiras de uma bobina. devido a isto, induz-se nela uma f.e.m igual a 12 V . Determina o número de espiras da bobina. R: 50 espiras

12.22° Qual é a indução de um campo magnético se um condutor que se mover nele com uma velocidade de 10 m/s , perpendicular às linhas de indução e com uma longitude de 50 cm , produz uma f.e.m de $1,5 \text{ V}$? R: $0,3 \text{ Wb}$

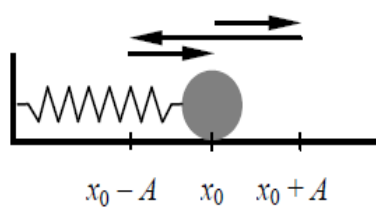
12.23° Um arame de $0,5 \text{ m}$ de longitude curta as linhas de indução magnética de um campo magnético com uma velocidade de 5 m/s , a indução magnética do campo é de 5 T . Determina a intensidade de quão corrente flui pelo condutor se se souber que a resistência é de 40Ω . R: $312,5 \text{ mA}$

12.24° Calcula a f.e.m de em um solenoide de $0,25 \text{ m}$ de longitude, 4000 espiras e 5 cm^2 de secção transversal, ao que lhe variou uniformemente a intensidade da corrente desde 2 A até 30 A em $0,02 \text{ s}$. R: $56,30 \text{ V}$

12.25° Determina a indutância de um solenoide que tem um devanado de 150 espiras se, ao variar a intensidade de quão corrente passa por ele em 30 mA , seu fluxo troca em $0,05 \text{ Wb}$. R: 500 H

4.1 - Oscilações Harmônicas

Uma partícula tem um movimento oscilatório (vibratório) quando se move periodicamente em torno de uma posição de equilíbrio. O movimento de um pêndulo é oscilatório. Um peso unido a uma mola esticada, começa a oscilar quando se solta a mola.



$$F = -kx \Rightarrow ma = -kx \Rightarrow ma + kx = 0 \quad (1)$$

dividindo por m a relação (1), teremos:

$$a + \frac{k}{m}x = 0 \quad (2)$$

sendo, $a = \frac{d^2x}{dt^2}$ e $\omega^2 = \frac{k}{m}$ então: $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2x = 0 \quad (3)$ (Equação diferencial de 2ª ordem)

mas, $\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow \frac{2\pi}{T} = \frac{k}{m} \Rightarrow \left| T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \right| \quad (11.1)$

onde T é o período das oscilações num sistema massa-mola

A equação (3) relaciona a aceleração e o deslocamento x ; cujas soluções são as funções seno e cosseno de ωt , desta forma:

$$|x = A \cos(\omega t + \varphi_0)| \quad \text{ou} \quad |x = A \sin(\omega t + \varphi_0)|$$

onde A é amplitude, φ_0 fase inicial e x o deslocamento do ponto em relação a posição de equilíbrio.

	Funções horárias:	Valor máximo em módulo:
Deslocamento:	$ x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \quad (11.2)$	$ x_{\text{máx}} = A \quad (11.5)$
Velocidade:	$\left v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \right \quad (11.3)$	$ v_{\text{máx}} = A\omega \quad (11.6)$
Aceleração:	$\left a = \frac{dv}{dt} = -A\omega^2 \sin(\omega t + \varphi_0) = -x\omega^2 \right \quad (11.4)$	$ a_{\text{máx}} = A\omega^2 = x\omega^2 \quad (11.7)$

no movimento oscilatório harmônico simples a aceleração é proporcional e de sentido oposto ao deslocamento.

Se relacionamos a função do deslocamento x e da velocidade v , obtem-se:

$$x(t) \text{ e } v(t) \begin{cases} x = A \sin(\omega t + \varphi_0) \\ v = A\omega \cos(\omega t + \varphi_0) \end{cases} \Rightarrow \left\{ \left| v = \omega\sqrt{A^2 - x^2} \right| \right. \quad (11.8)$$

Uma partícula em MHS possui, em qualquer instante uma energia cinética e uma energia potencial. Se não há atrito, a energia mecânica permanece constante.

$$EM = K + U_e$$

$$\left| EM = \frac{1}{2}m(A\omega)^2 = \frac{1}{2}kA^2 \right| \quad (11.9)$$

onde,

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \text{ e } U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

4.2 - Ondas mecânicas

As ondas mecânicas podem existir apenas em meios materiais, e são governadas pelas leis de Newton. As ondas mecânicas *transversais*, como os que existem em uma corda esticada, são ondas nas quais as partículas do meio oscilam perpendicularmente à direção de propagação da onda. As ondas em que as partículas do meio oscilam na direção de propagação da onda são chamadas de ondas *longitudinais*.

Ondas Senoidais: uma onda senoidal que se propaga no sentido positivo de um eixo x pode ser representado pela função:

$$| y(x; t) = A \sin(kx - \omega t) | \quad (11.9)$$

onde A é amplitude da onda, k é o número de ondas e ω é a frequência angular.

O comprimento de onda λ , está relacionada a k através da equação:

$$| k = \frac{2\pi}{\lambda} | \quad (11.10)$$

O período T e a frequência f da onda estão relacionados a ω através da equação:

$$| f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} | \quad (11.11)$$

Finalmente, a velocidade de propagação da onda está relacionada a esses outros parâmetros através das equações:

$$| v = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f | \quad (11.12)$$

Onde sonoras ou acústicas: são ondas mecânicas longitudinais que podem se propagar em sólidos, líquidos e gases. A velocidade v de uma onda sonora em um meio de *módulo de elasticidade volumétrico* Y (*Módulo de Young*), e massa específica ρ é:

$$| v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}} | \quad (11.13)$$

Uma onda sonora provoca um deslocamento longitudinal e de um elemento de massa em um meio que é dado por:

$$| S = S_m \cos(kx - \omega t) | \quad (11.14)$$

onde S_m é a amplitude do deslocamento (deslocamento máximo) em relação ao equilíbrio. A onda sonora também provoca uma variação ΔP de pressão do meio em relação à posição de equilíbrio:

$$| \Delta P = \Delta P_m \sin(kx - \omega t) | \quad (11.15)$$

onde amplitude de pressão é:

$$| \Delta P_m = (v\rho\omega) \cdot S_m | \quad (11.16)$$

A *interferência* de duas ondas sonoras de mesmo comprimento de onda que passam pelo mesmo ponto depende da diferença da fase ϕ entre as ondas nesse ponto. Se as ondas sonoras foram emitidas em fase e se propagam aproximadamente na mesma direção, ϕ é dado por:

$$| \phi = \frac{\Delta L}{\lambda} \cdot 2\pi | \quad (11.17)$$

onde ΔL é a diferença entre as distâncias percorridas pelas ondas para chegar ao ponto comum. A interferência total construtiva acontece quando ϕ é um múltiplo inteiro de 2π

$$\phi = m(2\pi), \text{ para } m = 1, 2, 3, \dots$$

ou seja, quando a razão entre ΔL e o comprimento da onda λ é dado por:

$$\frac{\Delta L}{\lambda} = 0, 1, 2, \dots$$

a interferência totalmente destrutiva acontece quando ϕ é um múltiplo de π .

$$\phi = (2m + 1)\pi, \text{ para } m = 0, 1, 2, \dots$$

A intensidade sonora I , é a taxa média por unidade de área com a qual a energia contida na onda atravessa a superfície ou é absorvida pela superfície.

$$\left| I = \frac{P}{A} \right| \quad (11.18)$$

onde P é a taxa de transferência de energia (Potência) da onda sonora e A é a área ou superfície que intercepta o som. A intensidade I está relacionada a amplitude S_m do deslocamento da onda através da equação:

$$I = \frac{1}{2} \rho v (\omega S_m)^2$$

O nível da pressão acústica (L_p) (em decibéis, db) e a amplitude da pressão acústica (p) relacionam-se através da expressão,

$$\left| L_p = 20 \log \frac{p}{p_0} \right| \quad (11.19)$$

onde p_0 é a amplitude da pressão acústica ao nível zero do volume. O nível do volume L_I (em fones) e a intensidade do som relacionam-se através da expressão,

$$\left| L_I = 10 \log \frac{I}{I_0} \right| \quad (11.19)$$

onde I_0 é a audibilidade mínima (nível zero do volume) do som. Convencionalmente se considera que $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ e $p_0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ Pa}$.

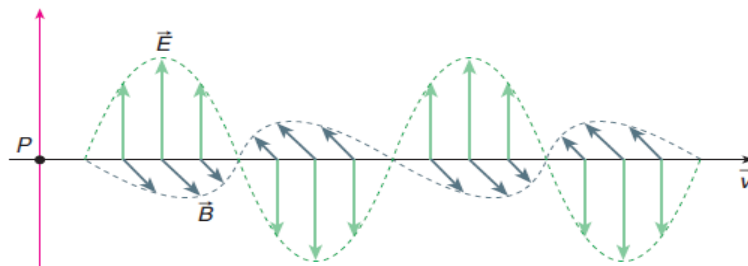
Segundo o princípio de Doppler, a frequência de Doppler, percebida por um observador, é determinada pela fórmula,

$$\left| f' = f \cdot \frac{v \pm v_p}{v \pm v_s} \right| \quad (11.20)$$

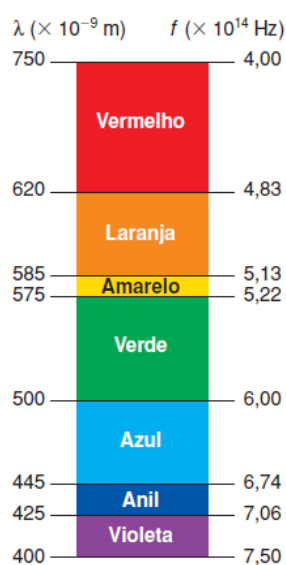
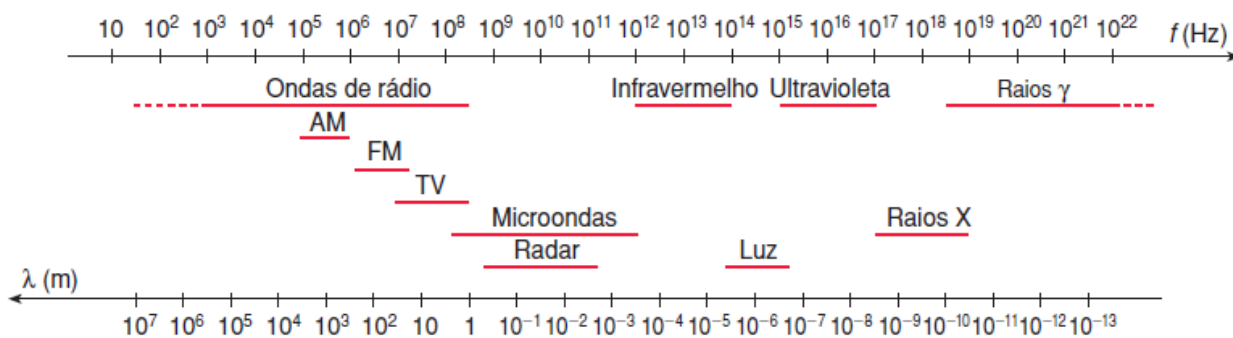
onde f é a frequência do som transmitida pela fonte de som, v_s é a velocidade de movimento da fonte do som, v_p é a velocidade do observador e v a velocidade de propagação do som.

4.3 - Ondas Eletromagnéticas

uma perturbação elétrica no ponto P , devida à **oscilação de cargas elétricas**, por exemplo, se propaga a pontos distantes através da mútua formação de campos elétricos e magnéticos variáveis. Os campos elétricos e magnéticos variáveis, que se propagam no espaço, constituem as **ondas eletromagnéticas**.



As ondas eletromagnéticas cobrem um espectro extremamente amplo de comprimento de onda e frequência. Esse espectro eletromagnético abrange as transmissões por rádio e TV, a luz visível, a radiação infravermelha e ultravioleta, os raios X e os raios gama. Foram detetadas ondas eletromagnéticas com frequências de no mínimo 1 até 10^{24} Hz.



A grande contribuição de **James Clerk Maxwell** foi mostrar que um raio luminoso é uma onda progressiva de campos elétricos e magnéticos (uma onda eletromagnética) e que a ótica, o estudo da luz visível, é um ramo do eletromagnetismo. Na época de Maxwell (meados do século XIX) a luz visível e os raios infravermelhos e ultravioleta eram as únicas ondas eletromagnéticas conhecidas. Inspirado pelas previsões teóricas de Maxwell, Heinrich Hertz descobriu o que hoje chamamos de ondas de rádio, e observou que essas ondas se propagam com a mesma velocidade que a luz visível. Como mostra a figura, hoje conhecemos um largo *espectro* de ondas eletromagnéticas, que foi chamado por um autor criativo "arco-íris de Maxwell". Estamos imersos em ondas eletromagnéticas pertencentes a esse espectro.

As **ondas eletromagnéticas** que se propagam na direção do eixo x possui um campo elétrico \vec{E} e um campo magnético \vec{B} cujos módulos dependem de x e t :

$$| E = E_m \sin(kx - \omega t) \quad e \quad B = B_m \sin(kx - \omega t) | \quad (11.21)$$

onde E_m e B_m são as amplitudes de \vec{E} e \vec{B} . O campo elétrico induz o campo magnético e vice-versa. A velocidade de qualquer onda eletromagnética no vácuo é c , que pode ser descrita como:

$$| c = \frac{E}{B} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} | \quad (11.22)$$

onde \vec{E} e \vec{B} são módulos dos campos em um instante qualquer.

Quando uma superfície intercepta uma onda eletromagnética a onda exerce uma força e uma pressão na superfície. Quando a radiação é totalmente absorvida por uma superfície perpendicular à direção de propagação a força é dado por:

$$| F = \frac{IA}{c} | \quad (11.23)$$

onde I é a intensidade da radiação e A é a área da superfície



§.21 OSCILAÇÕES & ONDAS

13.1 (UAN-F.E:2004-V1) Considere um oscilador harmónico (sistema massa-mola). Se aumentar a sua massa de 21 g o período das oscilações aumenta-se 1,10 vezes. Qual é a massa inicial. R: 100 g

13.2* Se numa esfera de massa m_1 que oscila numa mola pendurar mais uma esfera de massa $m_2 = 300 \text{ g}$, a sua frequência de oscilação diminui 2 vezes. Qual é o valor da massa da primeira esfera? R: 100 g

13.3** Quando um corpo que realiza oscilações na mola vertical tinha massa m_1 , o período de oscilação era igual a 4 s, quando a sua massa se tornou m_2 , o período de oscilação foi de 5 s. Qual será o período de oscilação se a massa deste corpo for igual a soma das massas m_1 e m_2 ? R: 6,4 s

13.4 (UAN-F.E:2007-V1) A lei do movimento de um oscilador harmónico de massa 200 g é: $x = 0,62 \sin(31,4 t)$, m. Determine a força máxima que atua sobre ele. R: 122 N

13.5* Ao fim de quanto tempo após o início do movimento um ponto que efetua o movimento oscilatório de acordo com a equação $x = 7 \sin 0,5 \pi t$, percorre a distância desde a posição de equilíbrio até o deslocamento máximo? R: 1 s

13.6* A amplitude de uma oscilação harmónica é igual a 5 cm, o período é igual a 4 s. Determinar a velocidade máxima de um ponto em oscilação e a sua aceleração máxima. R: 7,85 cm/s; 12,3 cm/s²

13.7* A equação das oscilações de um ponto material de 10 g de massa tem a forma $x = 5 \sin\left(\frac{\pi}{5} t + \frac{\pi}{4}\right)$ cm. Determinar a força máxima que atua sobre o ponto e a energia total do ponto em oscilação. R: 197 μ N; 4,93 μ J

13.8** A energia total de um corpo, que efetua movimentos oscilatórios harmónicos é igual a 30 μ J; a força máxima que atua sobre o corpo é igual a 1,5 mN. Escrever a equação do movimento deste corpo, se o período das oscilações for igual a 2 s e a fase inicial for igual a $\pi/3$. R: 0,04 sen $(\pi t + \pi/3)$ m

13.9* Uma carga de 10 kg de massa está pendurada numa mola. Sabendo que a mola é distendida em $l = 1,5 \text{ cm}$ sob a ação da força igual a 9,8 N, determinar o período das oscilações verticais da carga. R: 0,78 s

13.10* Uma carga está pendurada numa mola. A energia cinética máxima das oscilações da carga é igual a 1 J. A amplitude das oscilações é igual a 5 cm. Determinar a rigidez da mola. R: 805 N/m

13.11** Uma partícula realiza oscilações harmónicas ($x = A \sin \omega t$) ao longo do eixo OX, próxima da posição de equilíbrio. A frequência angular é de 4 rad/s. Em que momento de tempo, depois de passar a posição de equilíbrio, a coordenada terá o valor de 25 cm e a velocidade de 100 cm/s? R: 0,2 s

13.12** Escrever a equação do movimento oscilatório harmónico, se a aceleração máxima do ponto for igual a 49,3 cm/s², o período das oscilações for igual a 2 s e o deslocamento do ponto em relação à posição de equilíbrio no momento inicial for igual a 25 mm. R: $x = 5 \sin(\pi t + \pi/6)$ cm



13.13* Um ponto material, animado de movimento circular uniforme, efetua 150 rotações por minutos, e o espaço linear percorrido em 5 s é de 3 metros. Calcular a elongação 0,5 s depois de iniciado o movimento e a velocidade ao fim do mesmo tempo. R: 4,46 cm; 0

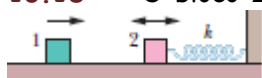
13.14** Uma massa ligada com uma mola oscila-se com frequência de 1,20 Hz. Se ligar ao sistema mais uma massa de 800 g a frequência faz-se de 0,40 Hz. Qual é a massa inicial do sistema oscilante? R: 89 g

13.15** Duas partículas executam movimentos harmônicos simples de mesma amplitude e frequências ao longo de retas paralelas próximas. Elas passam uma pela outra, movendo-se em sentidos opostos, toda vez que seu deslocamento é a metade da amplitude. Qual é a diferença de fase entre elas? R: 120°



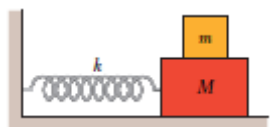
13.16** Duas molas iguais, de constante elástica 7580 N/m, estão ligadas a um bloco de massa 0,245 kg. Qual é a frequência de oscilação no piso sem atrito? R: 39,6 Hz

13.17** Duas molas estão presas a um bloco que se pode oscilar em um piso sem atrito. Se a mola da esquerda é removida o bloco oscila com uma frequência de 30 Hz. Se a mola removida é da direita, o bloco oscila com uma frequência de 45 Hz. Com que frequência o bloco oscila se as duas molas estão presentes? R: 54 Hz



13.18*** O bloco 2, de massa 2 kg, oscila na extremidade de uma mola em MHS com período de 20 ms. A posição do bloco é dada por $x = 1 \cos(\omega t + \pi/2)$ cm. O bloco 1, de massa 4 kg, desliza em direção ao bloco 2 com uma velocidade de módulo 6 m/s, dirigida ao longo do comprimento da mola. Os dois blocos sofrem uma colisão perfeitamente inelástica no instante $t = 5$ ms. (A duração da colisão é muito menor que o período do movimento). Qual é amplitude do MHS após a colisão? R: 0,024 m

13.19*** Um pêndulo simples com 20 cm de comprimento e 5 g de massa está suspenso em um carro de corrida que se move com velocidade constante de 70 m/s, descrevendo uma circunferência com 50 m de raio. Se o pêndulo sofre pequenas oscilações na direção radial em torno da posição de equilíbrio, qual é a frequência dessas oscilações? R: 3,5 Hz



13.20*** Dois blocos ($m = 1,8$ kg e $M = 10$ kg) e uma mola ($k = 200$ N.m⁻¹) estão dispostos em uma superfície horizontal sem atrito. O coeficiente de atrito estático entre os dois blocos é 0,40. Que amplitude do movimento harmônico simples do sistema blocos-mola faz com que o bloco menor fique na iminência de deslizar sobre o bloco maior? R: 23 cm

13.21° Uma onda transversal sinusoidal propaga-se ao longo de uma corda, de acordo com a seguinte equação: $y = 1,0 \sin(2\pi(10t - 0,5x))$, SI. Determine a fase inicial do centro do abalo, a amplitude, a frequência e a velocidade de propagação da onda. R: 0; 1 m; 10 Hz; 20 m.s⁻¹

13.22° Um diapasão oscila com frequência de 440 Hz. Se a velocidade de propagação do som no ar for de 340 m/s, determine o comprimento de onda e o número de ondas do som. R: 0,772 m; 8,14 m⁻¹



13.23° A luz propaga-se no vácuo com uma velocidade de $3 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}$. Calcule o comprimento de onda e o número de ondas correspondentes a uma frequência de $5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$, que é a da luz na região do vermelho do espectro visível.

R: $6 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; $1,05 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

13.24* Ao mover um barco num lago tranquilo, produzem-se na água ondas superficiais. O barco efetua 12 oscilações em 20 segundos e cada oscilação produz uma crista. Para que uma crista chegue à margem situada a 12 m do barco, são necessários 6 s. Calcule o comprimento das ondas superficiais.

R: 3,33 m

13.25* Uma mola, cujo comprimento normal é de 1 m e cuja massa é 0,2 kg, é esticada de 0,04 m por uma força de 10 N. Calcule a velocidade de propagação das ondas longitudinais ao longo da mola.

R: $35,1 \text{ m.s}^{-1}$

13.26** O som do apito de uma locomotiva é de 500 Hz. Determine a frequência do som ouvido por uma pessoa que se encontra na estação, se o trem se deslocar com uma velocidade de 72 km.h^{-1} : a) para a estação e b) afastando-se dela. Suponha que a velocidade do som no ar é de 340 m.s^{-1} .

R: 531,2 Hz; 472,2 Hz

13.27* Determinar o comprimento de onda do tom fundamental lá (a frequência f é igual a 435 Hz). A velocidade de propagação do som no ar é igual a 340 m/s.

R: 0,78 m

13.28* O ouvido humano pode perceber os sons das frequências das frequências $f_1 = 20 \text{ Hz}$ até $f_2 = 20\,000 \text{ Hz}$. Determinar os comprimentos de ondas entre os quais permanece o intervalo de audibilidade de oscilações acústicas. A velocidade de propagação do som no ar é igual a 340 m.s^{-1} .

R: 17 mm e 17 m

13.29** Dois comboios vão um ao encontro do outro com as velocidades (v_1 e v_2) iguais a 72 e 54 km/h. O primeiro comboio solta um assobio com a frequência $f_1 = 600 \text{ Hz}$. Determinar a frequência das oscilações do som que se ouve um passageiro do segundo comboio: a) antes do encontro dos comboios; b) depois dos encontros dos comboios. A velocidade de propagação do som no ar é igual a 340 m/s.

R: 666 Hz; 542 Hz

13.30° Uma onda eletromagnética que atinge um ponto a uma grande distância de um emissor tem por componente um campo elétrico de amplitude $2 \cdot 10^{-3} \text{ V.m}^{-1}$. Qual é a outra componente? Qual é a amplitude da outra componente?

R: $6,7 \cdot 10^{-12} \text{ T}$

13.31° A frequência de uma onda eletromagnética é $5,5 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$. Qual é o valor do seu comprimento de onda? De que tipo de radiação se trata?

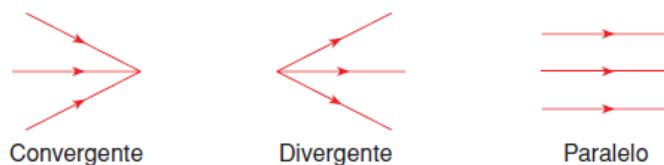
R: $5,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$; radiação visível de cor verde

13.32* Das afirmações seguintes selecione as verdadeiras V e as falsas F.

- ☐ Um campo elétrico, \vec{E} , variável no tempo, gera sempre um campo magnético, \vec{B} , perpendicular à direção em que varia o campo elétrico;
- ☐ Os campos \vec{E} e \vec{B} propagam-se no espaço com a velocidade da luz;
- ☐ Só os campos elétricos, ao avançar no espaço, transportam energia de uma região para outra;
- ☐ As radiações eletromagnéticas são caracterizadas pelo seu comprimento de onda;
- ☐ As radiações mais energéticas são as de menor comprimento de onda;

5.1 - Ótica Geométrica

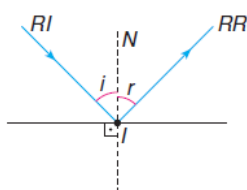
Raios de luz são linhas orientadas que representam, graficamente, a direção e o sentido de propagação da luz e feixe de luz é o conjunto de raios de luz.



Fonte de luz são corpos capazes de emitir luz; as fontes de luz primária emitem luz própria e fontes de luz secundária reenviam para o espaço a luz que recebe de outros corpos. Um ano-luz é a distância que a luz percorre no vácuo em um ano.

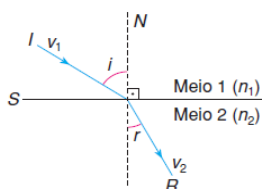
$$1 \text{ ano-luz} \cong 9,5 \cdot 10^{12} \text{ km}$$

A luz propaga-se em meios como: **transparentes** - são aqueles que permitem a propagação da luz segundo trajetórias regulares e, através desses meios os objetos são vistos com nitidez; **translúcidos** - são aqueles que permitem a propagação da luz segundo trajetórias irregulares e, através desses meios os objetos são vistos sem nitidez; **opacos** - são aqueles que não permitem a propagação da luz;



A **reflexão da luz** é o fenômeno que ocorre quando a luz, ao incidir numa superfície, retorna ao meio onde estava se propagando.

Primeira lei: "o raio refletido, a normal e o raio incidente estão no mesmo plano", **segunda lei:** "o ângulo de reflexão é igual ao ângulo de incidência"



A **refração** é o fenômeno no qual a luz muda de meio de propagação, com mudança em sua velocidade. O **índice de refração absoluto** n de um meio, para determinada luz monocromática, é a razão entre a velocidade da luz no vácuo (c) e a velocidade da luz no meio em questão (v):

$$\left| n = \frac{c}{v} \right| \quad (12.1)$$

Primeira lei: "o raio incidente i , o raio refratado R e a normal à superfície de separação S pertencem ao mesmo plano", **segunda lei:** "é a lei de Snell-Descartes que tem como equação:"

$$\left| n_1 \sin i = n_2 \sin r \right| \quad (12.2)$$

o índice de refração relativo do meio 2 em relação ao meio 1 é dado por:

$$\left| n_{21} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} \right| \quad (12.3)$$

Para incidência oblíqua, quando a luz passa de um meio menos refringente para um meio mais refringente, o raio de luz se aproxima da normal. Para processo inverso, o raio de luz se afasta da normal. O ângulo limite (L) é o valor do ângulo de incidência ao qual corresponde uma emergência rasante (por 90°), quando a luz se propaga do meio mais refringente para o meio menos refringente:

$$\left| \sin L = \frac{n_{\text{menor}}}{n_{\text{maior}}} \right| \quad (12.4)$$

5.2 - Fotometria

Uma **imagem** é uma reprodução de um objeto através de luz. Uma imagem formada por raios luminosos é chamada de *imagem real*; uma imagem formada pelo prolongamento de raios luminosos pra trás é chamada de *imagem virtual*.

Espelhos esféricos, superfícies esféricas refratoras e lentes delgadas podem formar imagens de uma fonte luminosa, o objeto, redirecionando os raios provenientes da fonte. A imagem é formada no ponto onde os raios redirecionados se intercetam (formando uma imagem real) ou no ponto onde os prolongamentos para trás dos raios redirecionados se intersetam (formando uma imagem virtual). Para raios próximos do *eixo central* de um espelho esférico, uma superfície esférica refratora ou uma lente delgada temos as seguintes relações entre a *distância do objeto* p (que é sempre positiva), e a *distância da imagem*, i (que é positiva para imagens reais e negativa para imagens virtuais)

Espelhos esféricos:

$$\left| \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = \frac{2}{r} \right| \quad (12.5)$$

onde f é a distância focal do espelho e r o raio de curvatura do espelho. O *espelho plano* é um caso especial, no qual $r \rightarrow \infty$, por tanto,

$$| p = -i | \quad (12.6)$$

as imagens reais se formam do lado do espelho em que se encontra a imagem, e as imagens virtuais do lado oposto.

Superfícies Refratoras Esféricas:

$$\left| \frac{n_1}{p} + \frac{n_2}{i} = \frac{n_2 - n_1}{r} \right| \quad (12.7)$$

onde n_1 é o índice de refração do meio onde se encontra o objeto, n_2 é o índice de refração do meio situado do outro lado da superfície refratora e r é o raio de curvatura da superfície refratora. Quando o objeto se encontra diante de uma superfície convexa, o raio r é positivo; quando se encontra diante de uma superfície côncava, r é negativo. As imagens virtuais se formam do lado da superfície refratora em que se encontra o objeto, e as imagens reais formam do outro lado.

Lentes delgada:

$$\left| \frac{1}{p} + \frac{1}{i} = \frac{1}{f} = (n - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \right| \quad (12.8)$$

onde f é a distância focal da lente, n é o índice de refração do material da lente e r_1 e r_2 são os raios de curvatura dos dois lados da lente, que são superfícies esféricas. O raio da curvatura de uma superfície convexa voltada para o objeto é considerado positivo; o raio de curvatura de uma superfície côncava voltada para o objeto é considerado negativo. As imagens virtuais se formam do lado da lente em que se encontra a imagem e as imagens reais do lado oposto.



§.7 ÓPTICA GEOMÉTRICA & FOTOMETRIA

14.1* O raio de curvatura de um espelho côncavo é igual 20 cm. Um objeto de 1 cm de altura está colocado à distância igual a 30 cm do espelho. Determinar a posição e a altura da imagem.

R: -15 cm; 5 mm

14.2* Determinar a que distância do espelho se formará a imagem de um objeto num espelho convexo, com raio de curvatura igual a 40 cm, se o objeto se encontrar à distância igual a 30 cm do espelho. Qual será a altura da imagem, se o objeto tiver a altura igual a 2 cm?

R: 0,12 m; -8 mm

14.3* Um espelho convexo tem o raio de curvatura igual a 60 cm. Um objeto de 2 cm de altura está colocado à distância igual a 10 cm do espelho. Determinar a posição e a altura da imagem.

R: 7,5 cm; -1,5 cm

14.4** Num espelho côncavo com o raio de curvatura igual a 40 cm pretende-se obter uma imagem real cuja altura seja metade do próprio objeto. Onde é necessário colocar o objeto e onde se situará a imagem?

R: -0,6 m; -0,3 m

14.5* A altura da imagem de um objeto num espelho côncavo é igual ao dobro da altura do próprio objeto. A distância entre o objeto e a imagem é igual a 15 cm. Determinar a distância focal do espelho.

R: -10 cm

14.6* Um raio de luz incide sob um ângulo igual a 30° numa placa de superfícies planas paralelas de vidro e é refletida pela mesma paralelamente ao raio inicial. O índice de refração do vidro é igual a 1,5. Qual é a espessura da placa, se a distância entre os raios for igual a 1,94 cm?

R: 0,1 m

14.7** Um raio de luz incide sob o ângulo igual a 60° numa placa de superfícies planas paralelas de vidro, de 1 cm de espessura. O índice de refração do vidro é igual a 1,73. Uma parte da luz reflete-se, e outra, refratando-se, entra no vidro, reflete-se na superfície interior da placa e, refratando-se pela segunda vez, sai para o ar paralelamente ao primeiro raio refletido. Determinar a distâncias entre os raios.

R: 5,8 mm

14.8** Uma lente cujo índice de refração é $n' = 1,5$ (vidro), e cujo meio em que se encontra "mergulhada" é o ar ($n = n_{ar} \approx 1$), tem $R_1 = 20$ cm e $R_2 = -20$ cm.

- Determine a distância focal, f . Refira se é uma lente convergente ou divergente.
- Determine a posição da imagem, q , para os seguintes valores da posição do objeto, p : 50 cm, 40 cm, 30 cm, 20 cm, 10 cm, 5 cm respectivamente.
- Determine a ampliação, M para os diferentes valores da posição do objeto, p , da alínea a).

R: a) 20 cm; b) 33,3 cm, 40 cm, 60 cm, ∞ , -20 cm e -6,7 cm;
c) -67 %, -100 %, -200 %, $-\infty$, +200 %, +1,33 %

14.9** Uma lente cujo índice de refração é $n' = 1,5$ (vidro), e cujo meio em que se encontra "mergulhada" é o ar ($n = n_{ar} \approx 1$), temos $R_1 = 10$ cm e $R_2 = 20$ cm.



- a) Determine a distância focal, f . Refira se é uma lente convergente ou divergente.
 b) Determine a posição da imagem, q , para os seguintes valores da posição do objecto, p : 90 cm, 80 cm, 60 cm, 40 cm, 20 cm, 5 cm.
 c) Determine a ampliação, M para os diferentes valores da posição do objecto, p , da alínea b).

R: a) 40 cm; b) 72 cm, 80 cm, 120 cm, ∞ , -40 cm e -5,7 cm;
 c) -80 %, -100 %, -200 %, $-\infty$, +200 %, +1,14 %

14.10** Uma lente cujo índice de refração é $n' = 1,5$ (vidro), e cujo meio em que se encontra "mergulhada" é o ar ($n = n_{ar} \approx 1$), temos $R_1 = \infty$ e $R_2 = +20$ cm.

- a) Determine a distância focal, f . Refira se é uma lente convergente ou divergente.
 b) Determine a posição da imagem, q , para os seguintes valores da posição do objecto, p : 90 cm, 80 cm, 60 cm, 40 cm, 20 cm, 5 cm.
 c) Determine a ampliação, M para os diferentes valores da posição do objecto, p , da alínea b).

R: a) -40 cm; b) -27,7 cm, -26,7 cm, -24 cm, -20 cm, -13,3 cm e -4,4 cm;
 c) +31 %, +33 %, +40 %, +50 %, +70 %, +90 %

14.11** Uma lente cujo índice de refração é $n' = 1,5$ (vidro), e cujo meio em que se encontra "mergulhada" é o ar ($n = n_{ar} \approx 1$), temos $R_1 = -10$ cm e $R_2 = +20$ cm.

- a) Determine a distância focal, f . Refira se é uma lente convergente ou divergente.
 b) Determine a posição da imagem, q , para os seguintes valores da posição do objecto, p : 40 cm, 30 cm, 20 cm, 13,3 cm, 10 cm, 5 cm.
 c) Determine a ampliação, M para os diferentes valores da posição do objecto, p , da alínea b).

a)R: -13,3cm b)R: -10,0cm, -9,23cm, -8,0cm, -6,7cm, -5,7cm, -3,6cm, respectivamente
 c)R: +25%, +31%, +40%, +50%, +57%, +73%, respectivamente.

R: a) -13,3 cm; b) -10,0 cm, -9,23 cm, -8,0 cm, -6,7 cm, -5,7 cm e -3,6 cm;
 c) +25 %, +31 %, +40 %, +50 %, +57 %, +73 %

ALGUMAS PROPRIEDADES FÍSICAS

Ar (seco, a 20 °C e 1 atm)		Água	
Massa específica	1,21 kg/m ³	Massa específica	1000 kg/m ³
Calor específico a pressão const.	1010 J/(kg.K)	Velocidade do Som	1460 m/s
Razão entre os calores específicos	1,40	Calor específico a pressão const.	4190 kg/(kg.K)
Velocidade do Som	343 m/s	Calor de fusão (0 °C)	333 kJ/kg
Rigidez dielétrica	3.10 ⁶ V/m	Calor de Vaporização (100 °C)	2260 kJ/kg
Massa molar relativa	0,0289 kg/mol	Massa molar	0,0180 kg/mol
Terra		Distância até	
Massa	5,98.10 ²⁴ kg	A Lua	3,82.10 ⁸ m
Raio Médio	6,37.10 ⁶ m	O Sol	1,50.10 ¹¹ m
Aceleração no campo gravitacional	9,81 m/s ²	A estrela mais próxima	4,04.10 ¹⁶ m
Atmosfera - padrão	1,01.10 ⁵ Pa	O centro da nossa galáxia	2,2.10 ²⁰ m
Raio da órbita geossíncrona	42 200 km	A galáxia de Andrômeda	2,1.10 ²² m
Velocidade de escape	11,2 km/s	O limite do universo observável	~ 10 ⁶ m

ALGUNS FATORES DE CONVERSÃO

Massa e Massa Específica	Velocidade
$1 \text{ kg} = 1000 \text{ g} = 6,02.10^{26} \mu$ $1 \text{ Slug} = 14,59 \text{ kg}$ $1 \text{ g/cm}^3 = 1 \text{ g/ml} = 10^3 \text{ kg/m}^3$	$1 \text{ m/s} = 3,6 \text{ km/h} = 3,28 \text{ ft/s} = 2,24 \text{ mph}$
Comprimento e Volume	Força e Pressão
$1 \text{ m} = 100 \text{ cm} = 39,4 \text{ in} = 3,28 \text{ ft}$ $1 \text{ mi} = 1,61 \text{ km} = 5280 \text{ ft}$ $1 \text{ in} = 2,54 \text{ cm}$ $1 \text{ ano} - \text{luz} = 9,461.10^{15} \text{ m}$ $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ l} = 35,3 \text{ ft}^3 = 264 \text{ gal}$	$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dina} = 0,225 \text{ lb}_f$ $1 \text{ t} = 2000 \text{ lb}_m$ $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2 = 1,45.10^{-4} \text{ lb}_f/\text{in}^2$ $1 \text{ atm} = 1,01.10^5 \text{ Pa} = 14,7 \text{ Psi} = 76 \text{ cm Hg}$
Tempo	Ângulos
$1 \text{ d} = 24 \text{ h} = 86\,400 \text{ s}$ $1 \text{ ano} = 365 \text{ d e } 6 \text{ h} = 3,16.10^7 \text{ s}$	$1 \text{ rad} = 57^\circ = 0,158 \text{ rev}$ $\pi \text{ rad} = 180^\circ = 0,5 \text{ rev}$ $1^\circ = 60 \text{ min}$
Energia e Potência	Magnetismo
$1 \text{ J} = 10^7 \text{ erg} = 0,2389 \text{ cal} = 0,738 \text{ ft. lb}_f$ $1 \text{ kW.h} = 3,6.10^6 \text{ J}$ $1 \text{ cal} = 4,1868 \text{ J}$ $1 \text{ hp (cv)} = 746 \text{ W}$	$1 \text{ T} = 1 \text{ Wb/m}^2 = 10^4 \text{ gauss}$

ALFABETO GREGO

Alfa	A	α	Iota	I	ι	Rô	P	ρ, ϱ
Beta	B	β	Capa	K	κ	Sigma	Σ	σ, ς
Gama	Γ	γ	Lambda	Λ	λ	Tau	T	τ
Delta	Δ	δ	Mi	M	μ	Ípsilon	Y	υ
Epsilon	E	ε, ϵ	Ni	N	ν	Fi	Φ	φ, ϕ
Zeta	Z	ζ	Csi	Ξ	ξ	Oui	X	χ
Eta	H	η	Ômicron	O	o	Psi	Ψ	ψ
Teta	Θ	θ, ϑ	Pi	Π	π, ϖ	Ômega	Ω	ω

MASSA RELATIVA DE ALGUNS ELEMENTOS QUÍMICOS

Símbolo	H	He	C	N	O	Ne	ar	Ar	Ag
M_r	1	4	12	14	16	20	29	40	108

PROPRIEDADE DE CERTOS LÍQUIDOS (À 20 °C)

Susbstância	Densidade, 10^3 kg/m^3	Calor específico, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$
Água	1,00	4190
Glicerina	1,20	2430
Petróleo	0,80	2140
Mercúrio	13,60	138
Álcool	0,79	2510

PROPRIEDADE DE CERTOS SÓLIDOS

Substância	Densidade, 10^3 kg/m^3	Temperatura de fusão, °C	Calor específico, $\text{J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$	Calor específico de fusão, J/kg
Alumínio	2,6	659	896	322
Ferro	7,9	1530	500	272
Gelo	0,9	0	2100	333
Cobre	86	1100	395	176
Estanho	7,2	232	230	58,6
Chumbo	11,3	327	126	22,6
Prata	10,5	960	234	88
Aço	7,0	420	391	117

DIAGRAMA DE FASES

