



Цель: необходимо определить все возможные формы построения правильного (не содержащего пересекающихся сторон) четырехугольника на базе имеющихся четырех точек.

Аксиомы:

1. Если одна из имеющихся точек находится внутри треугольной области остальных трех точек, то на базе имеющихся точек можно построить три варианта правильного четырехугольника и все они будут вогнутыми. При этом, построить неправильный (с пересекающимися сторонами) многогранник невозможно.
2. Если ни одна из имеющихся точек не находится внутри треугольной области остальных трех точек, то на базе имеющихся точек можно построить только один вариант правильного четырехугольника и он будет выпуклым. Второй вариант четырехугольника является неправильным и может быть получен перестановкой смежных вершин.

Следовательно, если произвольно построенный четырехугольник или образованный на его основе путем перестановки смежных вершин будет содержать пересекающиеся стороны, то, то мы имеем дело со вторым вариантом. Иначе с первым.

Тезис: если стороны четырехугольника пересекаются, то их точка пересечения принадлежит одной из двух смежных сторон.

Как известно, точка пересечения находится по формуле:

$$in: P_i(x_i, y_i), P_i \neq P_j : i \neq j$$

$$a_{00} = y_2 - y_0$$

$$a_{01} = -(x_2 - x_0)$$

$$a_{10} = y_3 - y_1$$

$$a_{11} = -(x_3 - x_1)$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{00} & a_{01} \\ a_{10} & a_{11} \end{vmatrix} \begin{cases} \Delta \neq 0 : \begin{cases} b_0 = -(x_2 - x_0) \cdot y_0 + (y_2 - y_0) \cdot x_0 \\ b_1 = -(x_3 - x_1) \cdot y_1 + (y_3 - y_1) \cdot x_1 \\ \Delta_x = \begin{vmatrix} b_0 & a_{01} \\ b_1 & a_{11} \end{vmatrix} \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_{00} & b_0 \\ a_{10} & b_1 \end{vmatrix} \end{cases} \\ \Delta = 0 : no\ solution \end{cases} \quad O\left(\frac{\Delta_x}{\Delta}, \frac{\Delta_y}{\Delta}\right) = O(x_c, y_c) \quad (1.1)$$

Проверка принадлежности точки  $O(x_c, y_c)$  отрезку  $P_j P_{j+1} : P_j(x_j, y_j), P_{j+1}(x_{j+1}, y_{j+1})$

$$\begin{cases} \frac{y_c - y_j}{y_{j+1} - y_j} = \frac{x_c - x_j}{x_{j+1} - x_j} \\ \frac{y_c - y_j}{y_{j+1} - y_c} > 0 \\ \frac{x_c - x_j}{x_{j+1} - x_c} > 0 \end{cases} \quad (1.2) \text{ - эту проверку нужно выполнить для двух смежных отрезков.}$$

Алгоритм:

1. Имеющиеся четыре точки рассматриваем как готовую замкнутую последовательность вершин - назовем ее вариант#0.
2. Заранее подготавливаем вариант#1 путем перестановки двух смежных вершин: заменяем  $P_0 \leftrightarrow P_1$ .
3. Для двух отдельных отрезков  $P_0 P_1, P_1 P_2$  варианта#0 проверяем выполнение одновременно трех тождеств по формуле (1.2), используя формулу (1.1) для расчета центра.  
Если хотя бы на одном из отрезков все три тождества истинны значит вариант#0 – неправильный четырехугольник. Возвращаем результат: вариант#1 и выходим из функции}
4. Для двух отдельных отрезков  $P_0 P_1, P_1 P_2$  варианта#1 проверяем выполнение одновременно трех тождеств по формуле (1.2), используя формулу (1.1) для расчета центра.  
Если хотя бы на одном из отрезков все три тождества истинны значит вариант#1 – неправильный четырехугольник. Возвращаем результат: вариант#0 и выходим из функции}
5. Если мы все еще здесь, значит мы имеем дело с вогнутым четырехугольником. Путем замены вершин  $P_0 \leftrightarrow P_2$  получаем вариант#2, возвращаем результат: варианты#0,#1,#2 и выходим из функции.