

**Dr. Jürg M. Stettbacher**

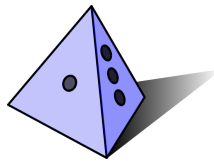
Neugutstrasse 54  
CH-8600 Dübendorf

Telefon: +41 43 299 57 23

Email: dsp@stettbacher.ch

## Übung

### Information und Entropie



Ein Würfel mit dreieckigen Seiten hat vier Flächen mit den Augenzahlen 1 bis 4. Wir betrachten nun eine Datenquelle  $\mathbf{S}$ , die Zufallszahlen<sup>1</sup>  $S_k$  erzeugt, die zufällige Werte<sup>2</sup>  $s_n$  annehmen. Intern funktioniert die Quelle so: Es werden gleichzeitig zwei Würfel mit dreieckigen Seiten geworfen, beispielsweise ein roter und ein blauer. Bei jedem Wurf entsteht eine Zufallszahl  $s_n$  nach folgender Regel: Die eine Augenzahl wird der Variable  $a$  zugewiesen und die andere der Variable  $b$ , so dass  $a \leq b$  ist. In jeder Zufallszahl  $s_n$  am Ausgang der Quelle ist  $a$  die Zehnerziffer und  $b$  die Einerziffer.

1. Bestimmen Sie alle möglichen Ereignisse  $s_n$  der Datenquelle ( $n = 1 \dots N$ ).
2. Ermitteln Sie alle Wahrscheinlichkeiten  $P(s_n)$ .
3. Berechnen Sie den Erwartungswert  $E\{S_k\}$  der Zufallsvariable<sup>3</sup>.
4. Berechnen Sie die beiden Informationsgehalte  $I(s_i)$  und  $I(s_j)$  für die Ereignisse  $s_i = 22$  und  $s_j = 34$ .
5. Berechnen Sie die Entropie  $H(\mathbf{S})$  der Quelle.
6. Vergleichen Sie die Entropie  $H(\mathbf{S})$  mit dem theoretischen Maximum der Entropie  $H_{max}$  einer Quelle mit  $N$  Ereignissen.
7. Wir nehmen nun an, dass die Quelle die Zufallswerte  $s_n$  im BCD-Code ausgibt. Wie gross ist die Redundanz  $R$  dieses Codes?

---

<sup>1</sup> Wir bezeichnen  $S_k$  auch als *Zufallsvariablen*.

<sup>2</sup> Die Zufallswerte  $s_n$  bezeichnen wir auch als *Ereignisse*.

<sup>3</sup> Als Erwartungswert der Zufallsvariable  $S_k$  bezeichnen wir jenen Wert, den wir als Mittelwert aus einer sehr grossen Zahl von Ereignissen  $s_n$  erhalten.