

Лабораторная работа № 5

Стохастические сетевые модели вычислительных систем

Цель работы. Изучение стохастических сетевых моделей вычислительных систем (ВС) и выполнение расчета основных характеристик экспоненциальной стохастической сети.

Теоретическая часть

Вычислительные системы принято рассматривать как совокупность устройств, для описания которых используются модели теории массового обслуживания. Основными моделями являются одно- и многоканальные системы массового обслуживания (СМО).

В одноканальной СМО в каждый момент времени может обслуживаться только одна заявка из общего потока заявок, поступающих на вход СМО, с интенсивностью λ . Среднее время обслуживания заявки равно μ . Остальные заявки, поступившие в СМО, в это время образуют очередь.

Многоканальная СМО содержит K однотипных каналов, среднее время обслуживания заявок μ в каждом из которых непременно одинаково. Особенностью такой СМО является полная доступность, при которой любая заявка может быть обслужена любым свободным каналом. В системе может обслуживаться одновременно до K заявок.

ВС в целом можно представить как совокупность СМО, каждая из которых отображает процесс функционирования отдельного устройства или группы однотипных устройств, входящих в состав системы. Совокупность взаимосвязанных СМО называется стохастической сетью.

Используются разомкнутые и замкнутые стохастические сети. Для разомкнутой сети характерно, что интенсивность источника заявок не зависит от состояния сети.

Распределение времени обслуживания заявок в СМО сети определяется по модели вычислительного процесса. При произвольных законах распределения и произвольных входящих потоках получение аналитических зависимостей характеристик ВС в общем случае невозможно. Задача становится разрешимой, если принять допущение, что входящие потоки простейшие, и длительности обслуживания распределяются по экспоненциальному закону. Такие сети принято называть экспоненциальными стохастическими сетями.

Таким образом, сетевые модели имеют ряд достоинств: непосредственно отражаются конфигурация и режим функционирования ВС, наличие очередей и задержек обслуживания программ в устройствах ВС.

Определение параметров стохастической сети

Основными параметрами, характеризующими работу разомкнутой сети, являются :

- 1) число n систем массового обслуживания S_1, \dots, S_n образующих сеть;
- 2) число каналов K_1, \dots, K_n входящих в СМО S_1, \dots, S_n ;

- 3) матрица вероятности передач $p = [P_{ij}]$, где $i, j = 0, 1..n$;
- 4) интенсивность λ_0 источника заявок S_0 ;
- 5) средние длительности обслуживания заявок $V_1...V_n$ в системах $S_1,...,S_n$.

Рассмотрим способы определения перечисленных параметров при построении разомкнутых стохастических сетевых моделей.

Пример 1. Разомкнутая сеть содержит 4 СМО и источник входящего потока заявок S_0 с интенсивностью их обслуживания λ_0 . Матрица вероятности передач имеет следующий вид:

	S_0	S_1	S_2	S_3	S_4
S_0		1			
S_1	0.1		0.3		0.6
S_2		0.3		0.7	
S_3		0.2			0.8
S_4		0.5		0.1	

Вероятности P_{ij} определяют порядок циркуляции заявок в сети и соотношения между интенсивностями потоков заявок, циркулирующих в сети. Если все заявки, обслуженные системой S_j поступают в систему S_i , то $P_{ij} = 1$. Если система S_j не связана по выходу с системой S_i , то $P_{ij} = 0$. Интенсивность потока, входящего в любую S_i систему сети, определяется суммой интенсивностей потоков, поступающих в нее из других S_j систем.

$$\lambda_i = \sum_{j=0}^n P_{ij} \lambda_j \quad j = (0, \dots, n) \quad (1)$$

Эти выражения представляют собой систему алгебраических уравнений $n+1$ -го порядка, характеризующих сеть, откуда нетрудно определить коэффициенты передачи α_j СМО по формуле:

$$\lambda_j = \alpha_j \lambda_0 \quad (2)$$

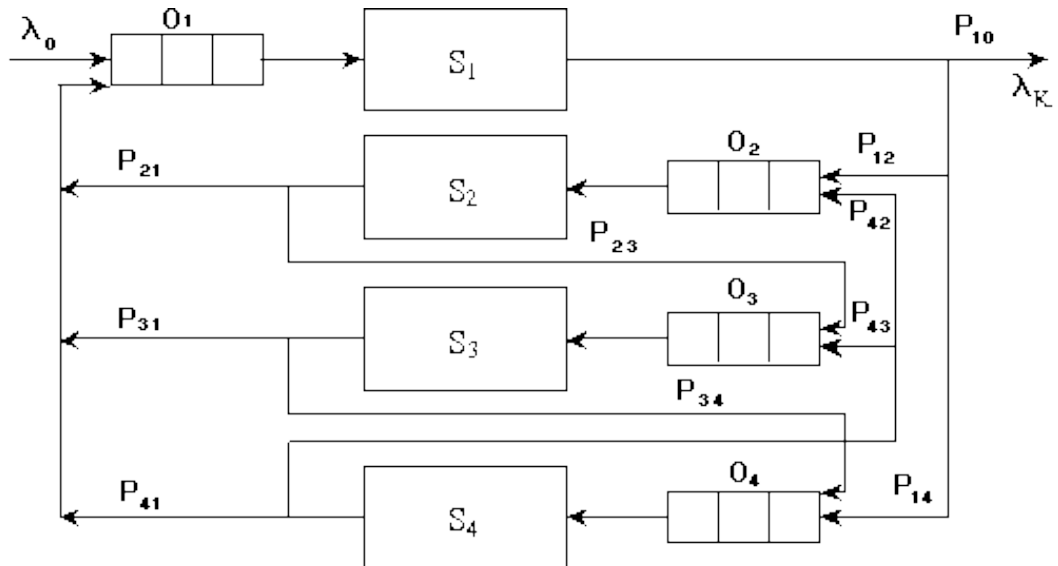
и по заданной интенсивности источника заявок λ_0 . Подставляя значение $\lambda_0 = 2 \text{ с}^{-1}$ и вероятности передач в (1), получим систему уравнений:

$$\begin{cases} \lambda_0 = P_{10} \lambda_1; \\ \lambda_1 = P_{01} \lambda_0 + P_{21} \lambda_2 + P_{31} \lambda_3 + P_{41} \lambda_4 \\ \lambda_2 = P_{12} \lambda_1 + P_{42} \lambda_4 \\ \lambda_3 = P_{23} \lambda_2 + P_{43} \lambda_4 \\ \lambda_{14} = P_{14} \lambda_1 + P_{34} \lambda_3 \end{cases}$$

откуда $\lambda_1 = 20 \text{ с}^{-1}$; $\lambda_2 = 14.82 \text{ с}^{-1}$; $\lambda_3 = 12.59 \text{ с}^{-1}$; $\lambda_4 = 22.06 \text{ с}^{-1}$

Используя найденные значения λ_i в формулу (2), найдем значения коэффициентов передач: $\alpha_1 = 10$; $\alpha_2 = 7.41$; $\alpha_3 = 6.3$; $\alpha_4 = 11.03$.

Структурная схема сети на основе матрицы коэффициентов передач имеет вид:



Определение характеристик разомкнутых стохастических сетей

Здесь целесообразно остановиться на рассмотрении характеристики стационарного режима разомкнутых экспоненциальных стохастических сетей. Существование стационарного режима разомкнутой сети связано с существованием стационарных режимов в ее СМО. Для системы S_i стационарный режим существует, если загрузка ρ_i системы меньше единицы, т.е. $\rho_i = (\lambda_i v_i / K_i) < 1$ (3)

где $\lambda_i v_i = k_i$ - среднее число занятых каналов: K_i - общее число каналов в СМО.

После ряда преобразований с учетом (2) можно записать условие существования стационарного режима в разомкнутой сети:

$$\lambda_0 < \min(K_i / \alpha_i v_i, \dots, K_n / \alpha_n v_n) \quad (4)$$

Поэтому при выполнении работы, в случае необходимости, нужно уменьшить значение v_i только для соответствующей i -его СМО так, чтобы условие (4) не нарушалось. Состояние сети удобно оценивать вероятностью того, что многоканальная СМО S_i свободна от обслуживания заявок, - вероятностью простоя:

$$\pi_{0i} = \sum_{M_i=0}^{k_i-1} \left[\frac{\beta_i^{M_i}}{M_i!} + \frac{\beta_i^{k_i}}{k_i * (1 - \beta_i * l * k_i)} \right]$$

где M_i - количество заявок, находящихся в системе S_i ;

β_i - находится из условия $\beta_i = \lambda_i v_i$

Для одноканальной СМО: $\pi_{0i} = 1 - \rho_i$

Пример 2. Используя ранее полученные результаты, определим характеристики сети при $K_1 = 3$, $K_2 = 2$, $K_3 = 2$, $K_4 = 3$ и средней длительности обслуживания заявок в канале $v_i = 0.1$ с.

В рассматриваемой сети существует стационарный режим, так как

$$\lambda_0 = 2c^{-1} < \min\left(\frac{3}{\alpha_1 v_i}; \frac{2}{\alpha_2 v_i}; \frac{2}{\alpha_3 v_i}; \frac{3}{\alpha_4 v_i}\right) = \min(3; 2,7; 3,18; 2,72)$$

Загрузка систем S_1, \dots, S_4 и среднее число занятых каналов соответственно равны:

$$p_1 = \frac{\lambda_1 v_i}{3} = 0,67; p_2 = \frac{\lambda_2 v_i}{2} = 0,75; p_3 = \frac{\lambda_3 v_i}{2} = 0,65; p_i = \frac{\lambda_4 v_i}{3} = 0,73$$

$$\beta_1 = \lambda_1 v_i = 2; \beta_2 = \lambda_2 v_i = 1,5; \beta_3 = \lambda_3 v_i = 1,3; \beta_4 = \lambda_4 v_i = 2,2;$$

Подставляя полученные значения в (5), определим вероятности простоя каждой СМО сети:

$$\pi_{01} = \left[\frac{\beta_1^0}{0!} + \frac{\beta_1^1}{1!} + \frac{\beta_1^2}{2!} + \frac{\beta_1^3}{3! (1 - \beta_1/3)} \right] = 0,11$$

$$\pi_{01} = \left[\frac{\beta_2^0}{0!} + \frac{\beta_2^1}{1!} + \frac{\beta_2^2}{2! (1 - \beta_2/2)} \right] = 0,14$$

$$\pi_{01} = \left[\frac{\beta_3^0}{0!} + \frac{\beta_3^1}{1!} + \frac{\beta_3^2}{2! (1 - \beta_3/3)} \right] = 0,41$$

$$\pi_{01} = \left[\frac{\beta_4^0}{0!} + \frac{\beta_4^1}{1!} + \frac{\beta_4^2}{2!} + \frac{\beta_4^3}{3! (1 - \beta_4/3)} \right] = 0,15$$

На основе полученных вероятностей состояний определяют все остальные характеристики систем в сети, используя теорию массового обслуживания.

Средняя длина очереди заявок, ожидающих обслуживания в системе S_i :

$$l_i = \frac{\beta_i^{K_i}}{K_i! K_i * (1 - \beta_i * l * K_i)^2} * \pi_{0i} \quad (6)$$

$$l_1 = 0.85; l_2 = 1.9; l_3 = 1.8; l_4 = 2.7.$$

Среднее число заявок в системе S_i :

$$m_i = l_i + \beta_i \quad (7)$$

$$m_1 = 0.85 + 2 = 2.85;$$

$$m_2 = 1.9 + 1.5 = 3.4;$$

$$m_3 = 1.8 + 1.3 = 3.1;$$

$$m_4 = 2.7 + 2.2 = 4.9.$$

Среднее время ожидания заявки в очереди системы S_i :

$$\omega_i = l_i / \lambda_i \quad (8)$$

$$\omega_1 = 0.85/20 = 0.04 \text{ с};$$

$$\omega_2 = 1.9/14.82 = 0.13 \text{ с};$$

$$\omega_3 = 1.8/12.59 = 0.14 \text{ с};$$

$$\omega_4 = 2.7/22.06 = 0.12 \text{ с}.$$

Среднее время пребывания заявки в системе S_i :

$$u_i = m_i / \lambda_i \quad (9)$$

из (8) и (9) следует возможность определения $u_i = \omega_i + v_i$.

$$u_1 = 0.04 + 0.1 = 0.14 \text{ с};$$

$$u_2 = 0.13 + 0.1 = 0.23 \text{ с};$$

$$u_3 = 0.14 + 0.1 = 0.24 \text{ с};$$

$$u_4 = 0.12 + 0.1 = 0.22 \text{ с}.$$

Из выражений (6),(7),(8) и (9) находим характеристики сети в целом.

Среднее число заявок, стоящих на очереди в сети:

$$L = \sum_{i=1}^n l_i = 7,25 \quad (10)$$

Среднее число заявок, находящихся на обслуживании в сети:

$$L = \sum_{i=1}^n m_i = 14,45 \quad (11)$$

Среднее время ожидания в сети:

$$W = \sum_{i=1}^n \alpha_i * \omega_i = 3,6 \quad (12)$$

Среднее время пребывания заявки в сети:

$$U = \sum_{i=1}^n \alpha_i * u_i = 7,03 \quad (13)$$

Таким образом, в результате проделанных вычислений получены основные характеристики разомкнутой сети, представляющей собой модель системы, например, системы с разделением времени, в которой может находиться на обработке переменное число заявок.

ЗАДАНИЕ

Рассчитать основные характеристики и построить структурную схему разомкнутой стохастической сети, представленной совокупностью систем массового обслуживания (СМО) и заданной в виде матрицы вероятностей передач 6-го порядка.

Определению подлежат следующие характеристики стационарного режима разомкнутой стохастической сети:

- а) загрузка каждой СМО (ρ_i);
- б) среднее число занятых каналов каждой СМО (β_i);
- в) вероятности состояния сети (π_{0i})
- г) средние длины очередей заявок, ожидающих обслуживания в СМО;
- д) среднее число заявок $m_1 \dots m_i$, пребывающих в каждой из систем сети;
- е) средние времена пребывания $u_1 \dots u_i$ заявок в системах $S_1 \dots S_i$;
- ж) характеристики сети в целом.

В соответствии с заданным вариантом решения задачи произвести численное определение $P_{1i} \dots P_{5i}$. Составить матрицу вероятности передач, дополнив некоторые клетки матрицы значениями P_{ji} так, чтобы выполнялось условие $\sum_{i=1}^n P_{ji} = 1$

Варианты заданий

Работа имеет 90 вариантов. Подлежащий решению вариант задания выдает преподаватель. Если в процессе решения задачи не хватает исходных данных, то ими следует задаться, предварительно обосновав их выбор.

Выбор элементов P_{ij} матрицы вероятностей производится в соответствии с таблицей (индекс j - указывает номер строки, а индекс i - номер столбца матрицы вероятностей). Для каждого варианта в таблице приведена строчка из пяти элементов вероятностей:

$P_{1k} ; P_{21} ; P_{3m} ; P_{4n} ; P_{5g}$.

Численные значения указанных элементов определяют по формулам:

$$P_{1k}=1/N_1; P_{21}=1/N_2; P_{3m}=1/N_3; P_{4n}=1/N_4; P_{5g}=1/N_5$$

где N_1 - число букв фамилии;

N_2 - число букв имени;

N_3 - число букв отчества;

$$N_4 = N_1 + N_2; \quad N_5 = N_1 + N_3.$$

Значение вероятности P_{01} принимается равным единице. Значение $P_{00}, P_{02}, P_{03}, P_{04}$ равны нулю. Значения v_1 приведены в таблице (считается, что все СМО имеют одинаковую среднюю длительность обслуживания заявок, т.е. $v_1 = v_2 = v_3 = v_4 = v_5$).

таблица

№ п/п	Элементы матрицы вероятностей передач					$\lambda_0 \text{ с}^{-1}$	V_i	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5
1	P_{12}	P_{23}	P_{31}	P_{42}	P_{53}	1	3.0	1	2	1	3	2
2	P_{13}	P_{23}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	2	1	1	4	2
3	P_{14}	P_{21}	P_{31}	P_{42}	P_{53}	1	3.0	3	1	4	2	1
4	P_{13}	P_{23}	P_{31}	P_{42}	P_{53}	1	3.0	4	1	1	2	3
5	P_{14}	P_{23}	P_{31}	P_{42}	P_{53}	1	3.0	1	1	2	3	4
6	P_{15}	P_{23}	P_{31}	P_{42}	P_{53}	1	3.0	1	1	3	2	4
7	P_{12}	P_{21}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	4	3	2
8	P_{13}	P_{21}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	2	2	4
9	P_{14}	P_{21}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	2	2	3
10	P_{15}	P_{21}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	4	2	2
11	P_{12}	P_{24}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	3	2	2
12	P_{13}	P_{24}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	2	4	2
13	P_{14}	P_{24}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	2	3	2
14	P_{15}	P_{24}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	3	3	4
15	P_{12}	P_{25}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	1	3.0	1	1	3	3	2
16	P_{13}	P_{25}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	1	3	4	3
17	P_{14}	P_{25}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	1	3	2	3
18	P_{15}	P_{25}	P_{31}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	1	4	3	3
19	P_{12}	P_{21}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	1	2	3	3
20	P_{13}	P_{21}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	2	1	3	4
21	P_{14}	P_{21}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	3	1	2	4
23	P_{12}	P_{23}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	2	1	4	3
24	P_{13}	P_{23}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	3	1	4	2
25	P_{14}	P_{23}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	4	1	3	2
26	P_{15}	P_{23}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	2	1	3	3
27	P_{12}	P_{24}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	3	1	2	2
28	P_{13}	P_{24}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	3	1	4	3
29	P_{14}	P_{24}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	2	3	1	4
30	P_{15}	P_{24}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2	2.5	1	3	2	1	4
31	P_{12}	P_{25}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2.5	2	1	2	2	1	4
32	P_{13}	P_{25}	P_{32}	P_{42}	P_{54}	2.5	2	1	3	3	1	4
	P_{14}	P_{25}	P_{32}	P_{42}	P_{54}							

33	P ₁₅	P ₂₅	P ₃₂	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	3	3	1	3
34	P ₁₂	P ₂₁	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	2	2	1	3
35	P ₁₃	P ₂₁	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	2	2	1	3
36	P ₁₄	P ₂₁	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	3	3	1	2
37	P ₁₅	P ₂₁	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	2	2	1	2
38	P ₁₂	P ₂₃	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	3	3	1	2
39	P ₁₃	P ₂₃	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	3	3	4	1
40						2.5	2	1	2	2	4	1
41	P ₁₄	P ₂₃	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	3	3	2	1
42	P ₁₅	P ₂₃	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	2	2	3	1
43	P ₁₂	P ₂₄	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	2	2	4	1
44	P ₁₃	P ₂₄	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	3	3	2	1
45	P ₁₄	P ₂₄	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	2.5	2	1	3	3	4	1
46	P ₁₅	P ₂₄	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	3	1.5	1	4	4	2	1
47	P ₁₂	P ₂₅	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	3	1.5	1	4	4	3	1
48	P ₁₃	P ₂₅	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	3	1.5	2	2	2	3	2
49	P ₁₄	P ₂₅	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	3	1.5	3	1	1	3	4
50	P ₁₅	P ₂₅	P ₃₄	P ₄₂	P ₅₄	3	1.5	2	1	1	3	4
51	P ₁₂	P ₂₁	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	3	1	1	3	2
52	P ₁₃	P ₂₁	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	2	1	1	4	2
53	P ₁₄	P ₂₁	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	2	1	1	4	3
54	P ₁₅	P ₂₁	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	2	1	1	3	3
55	P ₁₂	P ₂₃	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	3	1	1	4	3
56	P ₁₃	P ₂₃	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	3	1	1	4	2
57	P ₁₄	P ₂₃	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	3	2	1	1	2
58	P ₁₅	P ₂₃	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	3	4	2	2	3
59	P ₁₂	P ₂₄	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	3	4	1	1	2
60	P ₁₃	P ₂₄	P ₃₅	P ₄₂	P ₅₁	3	1.5	3	2	1	1	3
61	P ₁₄	P ₂₄	P ₃₅	P ₄₅	P ₅₁	3.5	1.0	4	2	1	1	2
62	P ₁₅	P ₂₄	P ₃₅	P ₄₅	P ₅₁	3.5	1.0	4	3	1	1	2
63	P ₁₂	P ₂₅	P ₃₅	P ₄₅	P ₅₁	3.5	1.0	3	3	1	1	2
64	P ₁₃	P ₂₅	P ₃₅	P ₄₅	P ₅₁	3.5	1.0	4	3	1	1	3
65	P ₁₄	P ₂₅	P ₃₅	P ₄₅	P ₅₁	3.5	1.0	4	2	1	1	3
66	P ₁₅	P ₂₅	P ₃₅	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	4	1	2	3	1
67	P ₁₂	P ₂₁	P ₃₁	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	4	1	3	2	1
68	P ₁₃	P ₂₁	P ₃₁	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	4	1	2	2	1
69	P ₁₄	P ₂₁	P ₃₁	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	3	1	2	3	1
70	P ₁₅	P ₂₁	P ₃₁	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	3	1	3	2	1
71	P ₁₂	P ₂₃	P ₃₁	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	3	1	2	2	1
72	P ₁₃	P ₂₃	P ₃₁	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	2	1	2	3	1
73	P ₁₄	P ₂₃	P ₃₁	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	2	1	3	2	1
74	P ₁₅	P ₂₃	P ₃₁	P ₄₅	P ₅₂	3.5	1.0	2	1	3	3	1
75	P ₁₂	P ₂₄	P ₃₁	P ₄₃	P ₅₂	4	0.5	2	3	4	1	1
76	P ₁₃	P ₂₄	P ₃₁	P ₄₃	P ₅₂	4	0.5	3	2	4	1	1
77	P ₁₄	P ₂₄	P ₃₁	P ₄₃	P ₅₂	4	0.5	4	3	2	1	1

78	P ₁₅	P ₂₄	P ₃₁	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	2	2	4	1	1
79	P ₁₂	P ₂₅	P ₃₁	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	2	2	3	1	1
80	P ₁₃	P ₂₅	P ₃₁	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	4	2	2	1	1
81	P ₁₄	P ₂₅	P ₃₁	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	3	2	2	1	1
82	P ₁₅	P ₂₅	P ₃₁	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	2	4	2	1	1
83	P ₁₂	P ₂₁	P ₃₂	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	2	3	2	1	1
84	P ₁₃	P ₂₁	P ₃₂	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	3	3	4	1	1
85	P ₁₄	P ₂₁	P ₃₂	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	3	3	2	1	1
86	P ₁₅	P ₂₁	P ₃₂	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	3	4	3	1	1
87	P ₁₂	P ₂₃	P ₃₂	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	3	2	3	1	1
88	P ₁₃	P ₂₃	P ₃₂	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	4	3	3	1	1
89	P ₁₄	P ₂₃	P ₃₂	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	2	3	3	1	1
90	P ₁₅	P ₂₃	P ₃₂	P ₄₃	P ₅₃	4	0.5	3	4	1	2	1