

实验目的

- 知道什么是空间频谱，以及如何使用透镜观察物面的空间频谱。
- 了解空间滤波的概念，知道在空间频谱面上进行空间滤波操作与像面的关系。
- 使用透镜观察物面的空间频谱与夫琅禾费衍射的关系。

实验原理

我们知道一个复变函数 $f(x, y)$ 的傅立叶变换为：

$$F(u, v) = \mathfrak{F}\{f(x, y)\} = \iint f(x, y) \exp[-i2\pi(ux + vy)] dx dy$$

$F(u, v)$ 叫作 $f(x, y)$ 的傅立叶变换函数或者频谱函数， $f(x, y)$ 叫做原函数，也可以通过求 $F(u, v)$ 的逆傅立叶变换得到原函数 $f(x, y)$ ：

$$f(x, y) = \mathfrak{F}^{-1}\{F(u, v)\} = \iint F(u, v) \exp[i2\pi(ux + vy)] du dv$$

在光学成像的过程中如果将一个平面图形放在一个理想的透镜（傅立叶变换透镜）的前焦平面上，在透镜的后焦平面就可以得到它的准确的傅立叶变换，即得到它的频谱函数。反之如果将一个平面图形的频谱放在一个理想的透镜的前焦平面上，在透镜的后焦平面就可以得到此平面图形（不过图形的坐标要反转）。在透镜的后焦平面上放置各种形状和大小的光阑改变图形的频谱，再对此图形用第二个透镜成像就可以对图形进行处理，得到经过处理的图形。这个过程叫作光学信息处理，在透镜的后焦平面上放置的光阑叫做空间滤波器。

最典型的空间滤波器包括两个透镜（光学信息处理系统或傅立叶光学变换系统）叫作 4f 系统，如图一所示：

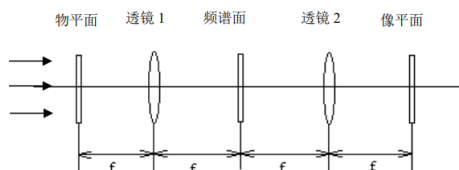


图 1: 4f 系统光路

为了实验便利，我们使用一个透镜完成空间滤波实验（阿贝成像装置）：

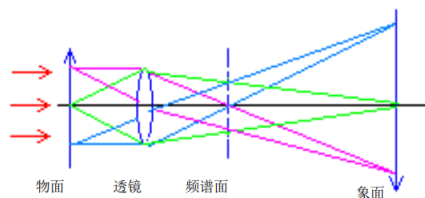


图 2: 一个透镜的傅立叶变换系统

在这种情况下，由于物面与透镜的前焦平面不重合，根据傅立叶光学的理论可以知道在透镜的后焦平面上得到的不是物函数的严格的傅立叶变换（频谱），不过只有一个位相因子的差别，对于一般情况的滤波处理可以不考虑。

实验仪器

671nm 固体激光器、扩束器、一维光栅、二维光栅、汉字屏、小透镜、傅立叶透镜、针、光屏夹。

实验数据分析

测量小透镜的焦距 f :

使用如图所示的光路图：测得小透镜的焦距为： $f = 15.0 \text{ cm}$

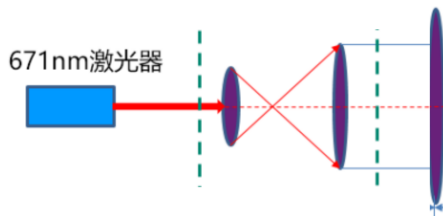


图 3: 测量小透镜的焦距 f

夫琅禾费衍射

1. 利用夫琅禾费衍射测量一维光栅常数:

按要求组装光路图，将屏幕置于频谱面，可以看到 ± 6 级左右的光斑，其中 ± 3 和 ± 6 级光斑缺级，强度除缺级的外从 0 级向外依次递减。可测得小透镜到屏的距离为 $l = 130.0 \text{ cm}$ ， ± 1 、 ± 2 级光斑相对 0 级光斑的距离为：

$$\begin{aligned}\Delta_{+1} &= 1.05 \text{ cm} & \Delta_{+2} &= 2.10 \text{ cm} \\ \Delta_{-1} &= -1.05 \text{ cm} & \Delta_{-2} &= -2.10 \text{ cm}\end{aligned}$$

由于 θ 很小，所以有 $\sin \theta \sim \tan \theta$ ，代入光栅方程 $d \sin \theta = k\lambda$ 可得光栅常数 d :

$$d = \frac{k\lambda}{\tan \theta} = \frac{kl\lambda}{\Delta_k} \quad (1)$$

将 ± 1 、 ± 2 级光斑带入方程 (1) 可求得:

$$\begin{aligned}d_{-1} = d_{+1} &= \frac{kl\lambda}{\Delta_{\pm 1}} = \frac{\pm 1 \times 1.300 \times 6.71 \times 10^{-7}}{\pm 1.05 \times 10^{-2}} = 8.31 \times 10^{-5} \text{ m} \\ d_{-2} = d_{+2} &= \frac{kl\lambda}{\Delta_{\pm 2}} = \frac{\pm 2 \times 1.300 \times 6.71 \times 10^{-7}}{\pm 2.10 \times 10^{-2}} = 8.31 \times 10^{-5} \text{ m}\end{aligned} \quad (2)$$

2. 二维光栅衍射

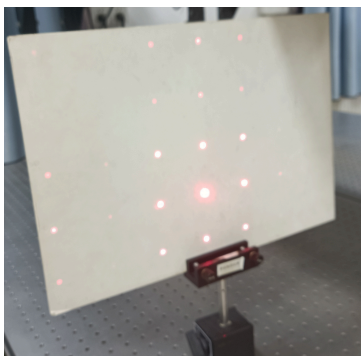


图 4: 二维光栅的衍射

二维光栅的衍射为二维点阵，现象如图 4 所示。

我们可以发现，中心点的光强最大，远离中心点光强近似越来越小，每一行与每一列都近似于一维的光栅衍射，且大概每行列级数为 3 的光斑强度相对较低。

3. 不同滤波条件下的图样

(1) 一维光栅

a. 滤波范本只让 0 级通过

无法看见光栅中的条纹，仅有一个大概的轮廓。

b. 滤波范本只让 0 和 ± 1 级通过。

条纹明暗相见，比较清晰，细节增加。

c. 滤波范本只让 0、 ± 1 和 ± 2 级通过

条纹更加清晰，细节不断增加，但是总体上与 (2) 中图样无太大区别。

(2) 二维光栅

a. 滤波范本只让含 0 级的水平方向一排点阵通过

观察到明暗相间的竖条纹。

b. 滤波范本只让含 0 级的竖直方向一排点阵通过；

观察到明暗相间的横条纹

c,d. 滤波范本只让含 0 级的与水平方向成 45° 和 135° 一排点阵通过

观察到与滤波范本上使其通过点阵方向垂直的条纹

4. 汉字屏滤波

a. 为了在象面上仅看到一个汉字，笔画中没有条纹。我们可以使用傅立叶透镜，将滤波范本置于空间频谱面上，仅让中央 0 级光斑通过，则象面上仅有一个汉字，而没有规则的光栅。

b. 为了仅看到汉字笔画中有横条纹 (竖条纹)，可以在空间频谱面上仅让含 0 级的竖直 (水平) 点阵通过。

思考题

1. 在实验内容 3 (1) 中如果挡掉频谱面上零级光斑, 让所有高级衍射光斑透过, 在像平面得到的像是什么样的? 分析以下情况 a. 光栅透光缝 $a < \text{光栅周期 } d/2$, b. 光栅透光缝 $a > \text{光栅周期 } d/2$, c. 光栅透光缝 $a = \text{光栅周期 } d/2$ 。

答: 挡掉频谱面上 0 级光斑, 图像对比度会发生反转, 即原不透光部分变得比原透光部分更明亮, 光栅线的边界处为细锐的黑线 [2]。仅滤去 0 级衍射光时的透过函数为

$$t(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \sin \frac{n\pi a}{d}}{n\pi} \cos \frac{2n\pi x}{d}$$

我们可以发现:

- a. 对 $a/d < 0.5$, 则两个主极大之间会出现一片红色区域。
 - b. 对 $a/d > 0.5$, 两个主极大之间有多个次极大。
 - c. 对 $a/d = 0.5$, 则有光强为 0 的点, 整个平面出现明暗相间的条纹。
2. 简述阿贝成像原理, 实验中我们是如何检验阿贝成像原理的?

答: 阿贝成像原理是指入射光经物平面发生夫琅和费衍射, 在透镜焦面 (频谱面) 上形成一系列衍射光斑, 各衍射光斑发出的球面次波在像面上相干叠加, 形成像。实验中我们通过在频谱面上观察到了夫琅禾费衍射, 并且通过不同的滤波方法来观察不同级次对所成像的影响, 与阿贝成像原理的理论相符。

3. 请说明若要自己组装一个准直光扩束镜, 请给出利用两个光学元件的组装方法, 画出光路图。

答: 可以用一个凹透镜和一个凸透镜组建如图所示的伽利略扩束镜。

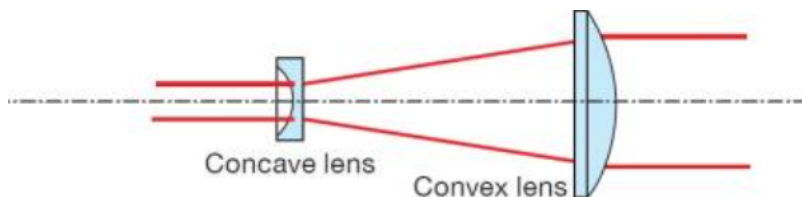


图 5: 伽利略型扩束镜

4. 请调研文献给出一个光信息处理技术的应用例子。

答: 根据空间生命科学与生物技术领域的研究现状及发展情况, 生命科学实验平台以分子、细胞、组织、个体及群体等不同层次的生物样品为研究对象, 研究生物样品的生命活动在空间特殊环境下所发生的变化, 而生物的光信息与生物的生命活动密切相关, 因此对这些生物的光信息进行准确、高效、针对性强地处理, 对生命科学研究起着非常重要的作用 [4]。

总结与展望

本次实验让我更好的了解到了透镜的阿贝成像原理，对其成像过程有了更深刻的认识。刚开始做实验时由于理解不够，成像放大倍数不够，导致未能做出有效的结果，在仔细思考后才成功完成实验。

虽然实验总体比较成功，但也留下的一些疑问，对思考题 (1) 的理解仍然不够，查找文献未能找到精确的分析尤其是关于 $d = 2a$ 的分界情况，希望以后能够解决。

参考文献

- [1] 宋菲君. 近代光学信息处理. 北京大学出版社, 北京, 2001.
- [2] 胡斌, 熊畅, 唐芳, 李朝荣, 黄江. 一维光栅的阿贝成像原理及空间滤波的研究. 大学物理实验, pages 4–7, 2017.
- [3] 苏显渝、李继陶. 信息光学. 科学出版社, 北京, 2001.
- [4] 赵青青. 生物光信息处理技术研究. PhD thesis, 中国科学院大学 (中国科学院上海技术物理研究所), 2017.
- [5] 邹俭英, 李洪宇. 阿贝成像原理与空间滤波实验的改进研究. 大学物理实验, pages 88–91, 2018.