

第六次作业：图像模糊与复原

安晟男 自动化钱 61 2160405049

日期：2019. 4. 2

摘要：本文首先对 lena 图像分别加入高斯噪声和椒盐噪声，然后采用三种方式进行滤波并比较了滤波效果：中值滤波、均值滤波与逆滤波，并对椒盐噪声下的逆滤波参数 Q 的选取进行了分析。本文推导了维纳滤波器，并应用维纳滤波与约束最小二乘方滤波对运动模糊噪声图像进行处理。

一、高斯噪声产生与滤波

Lena 原始图像如下所示：



图 1 lena 原始图像

加入高斯噪声：暂设均值 0.1，方差 0.1，如下所示：

lena加高斯噪声



图 2 lena 加高斯噪声

采用中值滤波、均值滤波、逆滤波（ $Q>0$ 和 $Q<0$ ），处理效果如下：



图 3 lena 高斯噪声下四种滤波效果

分析：四种滤波方式均可明显过滤高斯噪声，但对比可发现，均值滤波器的效果优于中值滤波器，而对于逆滤波， $Q>0$ 时底色偏明， $Q<0$ 时底色偏暗。

二、椒盐噪声产生与滤波

Lena 原始图像如下所示：



图 4 lena 原始图像（同图 1）

加入椒盐噪声：椒盐密度均为 0.1，如下所示：

lena加椒盐噪声



图 5 lena 加椒盐噪声

采用中值滤波、均值滤波、逆滤波 ($Q>0$ 和 $Q<0$)，处理效果如下：

椒盐噪声中值滤波



椒盐噪声均值滤波



椒盐噪声逆滤波 $Q>0$



椒盐噪声逆滤波 $Q<0$

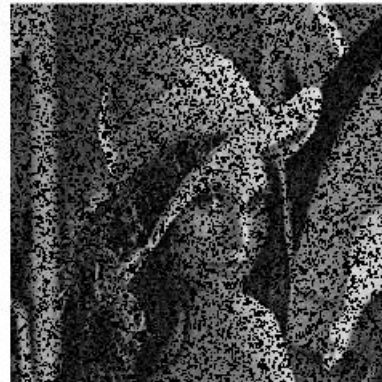


图 6 lena 椒盐噪声下四种滤波效果

分析：对于椒盐噪声，中值滤波的方法效果明显远高于其他三种方法。对于逆滤波，当 $Q>0$ 时，主要过滤了椒噪声； $Q<0$ 时，主要过滤了盐噪声。

三、维纳滤波器推导

维纳滤波器要实现的是均方最小误差估计，即：

$$e^2 = E[(f - \hat{f})^2]$$

其中，误差的 e 定义如下：

$$e(x, y) = f(x, y) - \hat{f}(x, y)$$

或表示为像素级形式：

$$MSE = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2$$

退化模型可表示为：

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) + \eta(x, y)$$

退化模型的频域形式为：

$$G(u, v) = F(u, v)H(u, v) + N(u, v)$$

估计复原图像为：

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) * w(x, y)$$

下面，给出最优化目标及其频域表达形式：

$$\begin{aligned} \min e^2 = E[(f - \hat{f})^2] &= \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} [f(x, y) - \hat{f}(x, y)]^2 \xrightarrow{DFT} \\ &\sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} [F(u, v) - \hat{F}(u, v)]^2 \end{aligned}$$

即：

$$\min \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} [F(u, v) - G(u, v)W(u, v)]^2$$

对优化目标进行展开，可得：

$$\begin{aligned}
& [F(u, v) - G(u, v)W(u, v)]^2 \\
&= |F|^2 - FW^*G^* - F^*WG - |W|^2|G|^2 \\
&= F^*F - FF^*W^*H^* - FF^*WH - FF^*HH^*WW^* - NN^*WW^* \\
&= S_f - S_fW^*H^* - S_fWH - S_fHH^*WW^* - S_\eta WW^* \\
&= L(H)
\end{aligned}$$

其中,

$$S_f = |F(u, v)|^2$$

$$S_\eta = |N(u, v)|^2$$

则该最优化问题可转化为:

$$\min e^2 \Leftrightarrow \frac{\partial L(H)}{\partial H} = 0$$

解得:

$$W = \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{S_\eta}{S_f}}$$

四、运动模糊与滤波复原

运动模糊方程为:

$$H(u, v) = \frac{T}{\pi(ua + vb)} \sin(\pi(ua + vb)) e^{-j\pi(ua + vb)}$$

模糊效果如图所示:

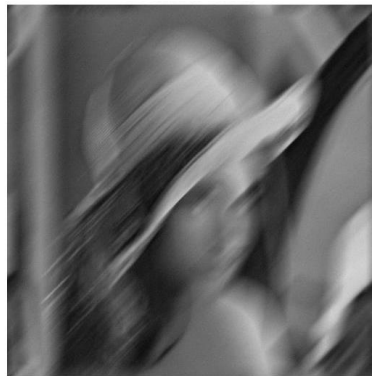


图 7 lena 运动模糊+高斯噪声

根据第三节推导，维纳滤波器可表示为：

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K} \right] G(u, v)$$

维纳滤波器处理效果如下所示：



图 8 维纳滤波器效果

约束最小二乘方滤波可表示为：

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{H^*(u, v)}{|H(u, v)|^2 + \gamma |H(u, v)|^2} \right] G(u, v)$$

约束最小二乘方滤波处理效果如下所示：



图 9 约束最小二乘方滤波效果

比较结果：对于加有噪声的运动模糊，二者效果均比直接进行逆滤波更好。但当噪声情况干扰较为明显时，约束最小二乘方滤波效果优于维纳滤波。