Universitatea POLITEHNICA din București
Facultatea de Automatică și Calculatoare

Proiectarea algoritmilor (PA)

- seria CD -

Andrei Mogoș - Suport de curs

Curs 2: Greedy (Programare lacomă)
- continuare -

Observație

Suportul de curs de la seria CD (pentru cele 14 cursuri) se bazează pe slide-urile de la PA din anii precedenți (2007 – 2016) de la seriile CA, CB, CC (titulari de curs: Ș. Trăușan, T. Rebedea, C. Chiru)

Bibliografie

- Cormen – **Introducere în Algoritmi**: cap. Algoritmi Greedy (17)

Când funcţionează algoritmii Greedy? (1)

1) Problema are proprietatea alegerii locale

- Alegând soluţia optimă local se ajunge la soluţia optimă global.

2) Problema are proprietatea de substructură optimă

- O soluţie optimă a problemei conţine soluţiile optime ale subproblemelor.

1)+2): facem o alegere locală (lacomă) => rămâne o subproblemă. Soluţia optimă a subproblemei + alegerea locală deja facută => soluţia optimă pentru problemă.

Când funcţionează algoritmii Greedy? (2)

- Nu există o metodă generală de a arăta că un algoritm Greedy rezolvă o problemă de optimizare.
- Există trei abordări principale:
  - **Metoda 1:** Dacă problema are proprietătile:
    - alegere locală
    - substructură optimă

    atunci se poate dezvolta un algoritm Greedy pentru a rezolva problema
  - **Metoda 2:** Se folosesc matroizi
  - **Metoda 3:** Se demonstrează, pentru acea problemă (fără a folosi metode generale pentru algoritmi Greedy) că problema respectivă poate fi rezolvată de algoritmul Greedy construit

Matroizi [Cormen] (1)

Definitie: Un matroid este o pereche $\mathrm{M} = (\mathrm{S}, \ l)$ care satisfice urmatoarele conditii:

a) S este multime finita;

b) $l \subseteq Subsets(\mathrm{S})$, $l \neq \emptyset$ (l este o familie nevida de submultimi ale lui S numite *submultimile independente ale lui* S) astfel incat daca $\mathrm{B} \in l$ si $\mathrm{A} \subseteq \mathrm{B}$ atunci $\mathrm{A} \in l$. Se observa ca $\emptyset \in l$;

c) Daca $\mathrm{A} \in l$, $\mathrm{B} \in l$ si card(A) < card (B) atunci exista un element $\mathrm{x} \in \mathrm{B} \setminus \mathrm{A}$ astfel incat $\mathrm{A} \cup \{x\} \in l$.

Definitie: Un <u>matroid</u> $\mathrm{M} = (\mathrm{S}, \ l)$ se numeste <u>ponderat</u> (weighted) daca exista o functie pondere w care sa asocieze o valoare pozitiva $\mathrm{w(x)}$ ($\mathrm{w(x)} > 0$) fiecarui element $\mathrm{x} \in \mathrm{S}$. Functia pondere w se extinde la submultimi ale lui S prin insumare:

$$w(A) = \sum_{x \in A} w(x), \ \forall A \subseteq S$$

Matroizi [Cormen] (2)

Algoritmi Greedy pe un matroid ponderat

```
Greedy(M, w) {
    A = Ø
    se sorteaza S[M] descrescator dupa w
    for-each x ∈ S[M]  (sortat descrescator)
        if A ∪ {x} ∈ l[M]
            A = A ∪ {x}
    return A
}
```

Matroizi [Cormen] (3)

<u>Probleme pentru care Greedy duce la solutia optima</u>

Se da un matroid ponderat $\mathrm{M} = (S, \boldsymbol{l})$ si se cere sa se gaseasca o multime $\mathrm{A} \in \boldsymbol{l}$ astfel incat $w(A)$ sa fie maxim.

A = an optimal subset = submultime independenta cu pondere maxima

Matroizii ponderati au proprietatile:

- alegerii locale
- substructura optima

Teorema: Daca $\mathrm{M} = (S, l)$ este un matroid ponderat cu functia de pondere w atunci algoritmul Greedy calculeaza solutia optima (an optimal subset).

ÎNTREBĂRI?