

Zadatak: RT-P1

U domeni $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ zadana je jednađba za tlak p (odnosno brzinu \mathbf{q})

$$\Delta p = 0.$$

Brzina fluida se definira kao $\mathbf{q} = -\nabla p$. Granica domene podijeljena je na tri dijela

$$\partial\Omega = \Gamma_{in} \cup \Gamma_{out} \cup \Gamma_{imp},$$

ulazni, izlazni i nepropusni dio. Na nepropusnom dijelu granice Γ_{imp} imamo rubni uvjet $\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = 0$.

Neka je c koncentracija supstance koja se transportira s fluidom. Iz zakona sačuvanja mase dobivamo:

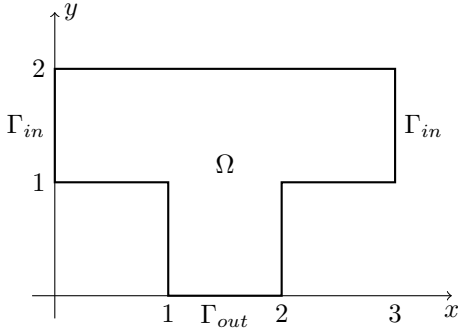
$$\frac{\partial c}{\partial t} + \operatorname{div}(c\mathbf{q}) = \Delta c.$$

Na nepropusnom dijelu granice Γ_{imp} rubni uvjet je

$$(c\mathbf{q} - \nabla c) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \text{na } \Gamma_{imp}$$

odnosno totlni fluks supstance je jednak nuli. Početni uvjet je $c = 0$.

$\Gamma_{in} = \{0\} \times (1, 2) \cup \{3\} \times (1, 2)$, $\Gamma_{out} = (1, 2) \times \{0\}$; Rubni uvjeti za tlak p : $p = 10$ na Γ_{in} , $p = 0$ na Γ_{out} . Rubni uvjeti za koncentraciju c : $c = 1$ na Γ_{in} , $\nabla c \cdot \mathbf{n} = 0$ na Γ_{out} .



Iskoristiti Raviar-Thomasove elemente najnižeg reda (RT0) za jednađbu za tlak i P1 konformne elemente za koncentraciju.

Seminarski se rad sastoji od pisanog izvještaja i programa. Izvještaj se piše u latexu i predaje u obliku pdf datoteke. Program treba biti napisan korištenjem Dune::PDELab-a. Sadržaj izvještaja uključuje:

- opis zadatka
- opis numeričke metode
- prikaz numeričkih rezultata
- zaključak, komentare i slično

Glavni dio opisa numeričke metode je opis RT0 elemenata za eliptičku jednađbu. Treba obraditi samo računanje elemenata, i njihovu implementaciju u PDELab-u.

Koristiti materijale na web stranici kolegija koji se odnose na Raviart-Thomasove elemente [1] i [2] te eventualno knjigu [3] u slučaju potrebe dodatnih objašnjenja. Ne treba ulaziti u ocjenu

greške, pa čak niti stabilnost mješovite metode konačnih elemenata već se koncentrirati samo na proceduru računanja.

Literatura:

- [1] <https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/nrpdj/html/MixedFEM.html>
- [2] https://web.math.pmf.unizg.hr/nastava/nrpdj/Predavanja/ppm2_mjesoviteMeth.pdf
- [3] Daniele Boffi, Franco Brezzi, Michel Fortin: Mixed Finite Element Methods and Applications

Knjigu pokušajte skinuti sa <https://b-ok.org/>. Ako ne uspijete mogu vam poslati pdf.