Instituto Superior de Engenharia de Coimbra

Análise Matemática II – Ano Letivo 2019/2020

[Matlab] Atividade de Trabalho 03

Máquina para Derivação e Integração

Ana Rita Videira (2015012218) – 06/6/2020

Índice

Introdução

A atividade 3, descrita futuramente ao longo desde relatório, é um trabalho sugerido pela unidade curricular de Análise Matemática II. Pretende-se com esta atividade possibilitar mais uma oportunidade para desenvolvimento da linguagem Matlab como também aprofundar e consolidar conhecimentos sobre derivação e integração numérica.

Enunciado da atividade proposta e interpretação do mesmo

Esta atividade está dividida em 4 partes distintas:

1º Parte : Implementação em Matlab de funções de diferenças infinitas em 2 e 3 pontos;

2º Parte: A implementação das regas dos Trapézios e de Simpson;

3º Parte: Construção uma interface gráfica para cada uma das partes anteriores;

4º Parte: Construção de uma interface gráfica para derivação e integração que apresente soluções exatas mas também com a possibilidade de comunicação com as máquinas construídas na parte 3.

Métodos Numéricos Para Derivação

Com o objetivo de aproximar o valor de uma derivada num ponto , podemos aplicar as fórmulas das diferenças finitas. Destas existem 3 tipos : progressivas , regressivas ou centradas e podem ser aplicadas em 2 ou 3 pontos , tal como descrito na imagem.

Seja f uma função definida em [a , b] e suficientemente regular, conhecida num conjunto de pontos da partição uniforme $a = x_0 < x_1 < \cdots < x_n = b$

Fórmulas de diferenças finitas em 2 pontos:

Progressivas » $f'(x_k) := \dfrac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{h}$

Regressivas » $f'(x_k) := \dfrac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{h}$

Fórmulas de diferenças finitas em 3 pontos:

Progressivas » $f'(x_k) := \dfrac{-3f(x_k) + 4f(x_{k+1}) - f(x_{k+2})}{2h}$

Regressivas » $f'(x_k) := \dfrac{f(x_{k-2}) - 4f(x_{k-1}) + 3f(x_k)}{2h}$

Centradas » $f'(x_k) := \dfrac{f(x_{k+1}) - f(x_{k-1})}{2h}$

2ª derivada » $f''(x_k) := \dfrac{f(x_{k+1}) - 2f(x_k) + f(x_{k-1})}{h^2}$

2.1 Derivação Numérica em Matlab - diff

diff

Differences and approximate derivatives

Syntax

```
Y = diff(X)
Y = diff(X,n)
Y = diff(X,n,dim)
```

Figura – Retirada de: https://www.mathworks.com/help/matlab/ref/diff.html

A diferenciação corresponde á direção de cada ponto assim em matlab, *diff* calcula o valor das diferenças entre elementos adjacentes da matriz, com tamanho diferente de 1.

Interface gráfica implementada para Derivação Numérica : DerivacaoNumerica.m

Integração Numérica

Pela integração numérica conseguimos um valor aproximado do integral a resolver através das fórmulas dos Trapézios e de Simpson.

Integração Numérica

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \approx$$

Regra dos Trapézios

$$I_{\mathrm{T}}(f) = \frac{h}{2}[f(x_0) + 2f(x_1) + \cdots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

$$|E_{\mathrm{T}}| \le \frac{b-a}{12}h^2 M_2, \quad M_2 = \max_{x\in[a,b]}|f''(x)|$$

Regra de Simpson

$$I_{\mathrm{S}}(f) = \frac{h}{3}[f(x_0) + 4f(x_1) + 2f(x_2) + \cdots + 2f(x_{n-2}) + 4f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

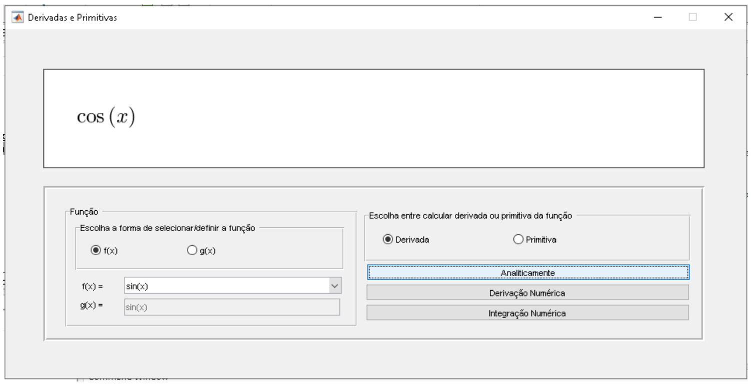
$$|E_{\mathrm{S}}| \le \frac{b-a}{180}h^4 M_4, \quad M_4 = \max_{x\in[a,b]}\left|f^{(4)}(x)\right|$$

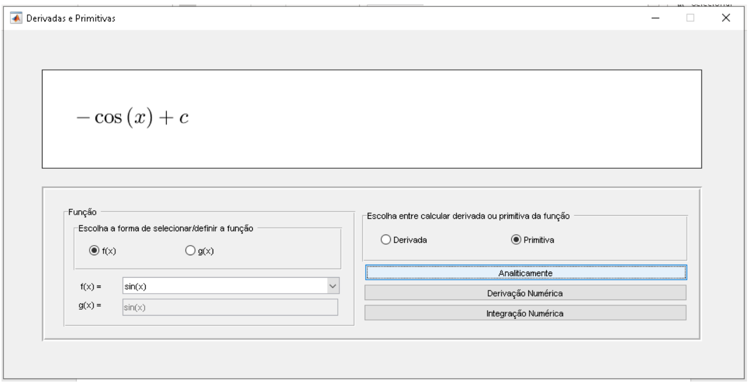
Interface gráfica implementada para Integração Numérica : IntegracaoNumerica.m

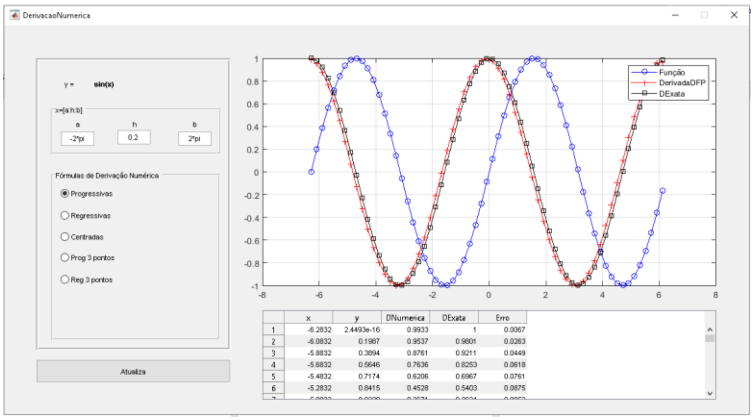
Exemplos de aplicação

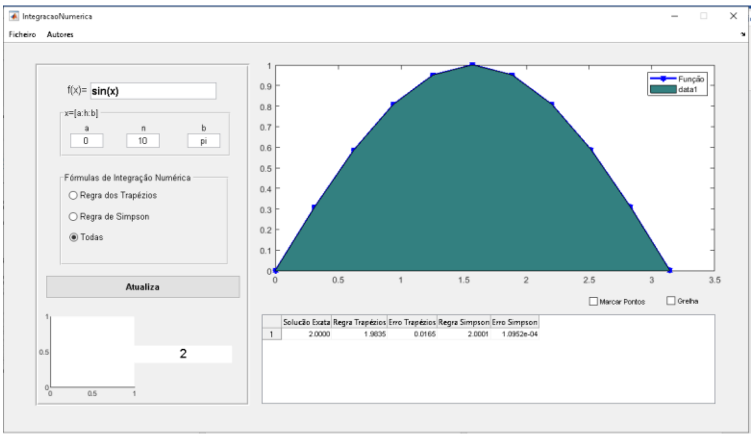
Interface gráfica para derivação e integração

>> MaquinaDerivadaPrimitiva.m









4. Conclusão

Através desta atividade foi possível analisar de uma forma mais atenta o código em Matlab disponibilizado de forma a adaptá-lo às necessidades criadas no enunciado.

As interfaces gráficas foram desenvolvidas ainda apenas utilizando GUIDE. O intuito era migrar os conteúdos para o app designer, disponível também em matlab, e trabalhá-los usando esse recurso mas, devido á falta de tempo, não foi possível. É reconhecida a vantagem de ser usado o app designer mas também o esforço e tempo extra para compreender os novos conceitos que com ele surgem.