Fórum .: Métodos Numéricos Derivação Numérica

♣ Configurações ▼

■ Sobre a Interpolação Polinomial

Apontamentos e Ficheiros das aulas T e TP sobre Métodos Numéricos >



Derivação Numérica

por Arménio Correia - segunda, 30 de março de 2020 às 12:38

DERIVAÇÃO NUMÉRICA

Frequentemente somos confrontados com a necessidade de determinar valores de derivada de uma função num conjunto de pontos, conhecendo apenas o valor da função nesses pontos.

Questão: Como aproximar o valor da derivada num ponto?

Resposta: Aplicar uma das fórmulas de diferenças finitas: progressivas, regressivas ou centradas (documento em anexo).

Seja $f \in C^m$ ([a,b]) uma função com m suficientemente grande, conhecida num conjunto de pontos da partição uniforme $a=x_0 < x1 < \cdots < x_n=b$ com $x_k-x_{k-1}=b, \ k=1,\cdots,n$

Fórmulas de diferenças finitas em 2 pontos:

$$rac{ ext{Progressivas}}{h}$$
 » $f'(x_k) := rac{f(x_{k+1}) - f(x_k)}{h}$

Regressivas »
$$f'(x_k) := rac{f(x_k) - f(x_{k-1})}{h}$$

Fórmulas de diferenças finitas em 3 pontos:

$$rac{ extstyle extstyle$$

Regressivas »
$$f'(x_k) := rac{f(x_{k-2}) - 4f(x_{k-1}) + 3f(x_k)}{2h}$$

$$\underline{\mathsf{Centradas}} \, {}_{\!\!\!\text{ `}} \, f'(x_k) := \frac{f(x_{k+1}) - f(x_{k-1})}{2h}$$

2ª derivada »
$$f''(x_k) := rac{f(x_{k+1}) - 2f(x_k) + f(x_{k-1})}{h^2}$$

Exercício: Considere os seguintes valores da função $f(x)=xe^x$

x_i	1.8	1.9	2.0	2.1	2.2
$f(x_i)$	10.889365	12.703199	14.778112	17.148957	19.855030

Aproxime o valor de f'(2.0)=22.167168 usando as fórmulas de diferenças finitas com dois e três pontos. Compare os erros cometidos

Hiperligação direta Responder



Re: Derivação Numérica por <u>Diogo Ferreira</u> - segunda, 30 de março de 2020 às 15:10

Boa tarde!

Em resposta à questão segue aqui a minha sugestão.

O valor de h para o ponto 2.0 é:

$$h = 2 - 1.9$$

$$h = 0.1$$

Como a função dada é progressiva nos pontos, temos:

Fórmula de diferenças finitas em 2 pontos

$$f'(2.0) := \frac{f(2.1) - f(2)}{0.1}$$

$$f'(2.0) := \frac{17.148957 - 14.778112}{0.1}$$

$$f'(2.0) := 23,70845$$

$$ERRO = \mid 22.167169 - 23.270845 \mid = 1.103676$$

Fórmula de diferenças finitas em 3 pontos

$$f'(2.0) := \frac{-3f(2) + 4f(2.1) - f(2.2)}{2*0.1}$$

$$f'(2.0) := \frac{-3*14.778112 + 4*17.148957 - 19.855030}{0.2}$$

$$f'(2.0) := \frac{4.406462}{0.2}$$

$$f'(2.0) := 22.03231$$

$$ERRO = \mid 22.167169 - 22.03231 \mid = 0.134859$$

Conclusão:

Aproximando utilizando a Fórmula de diferenças finitas em 3 pontos, obtemos um valor mais preciso pois o erro é mais pequeno

Hiperligação direta

Mostrar mensagem ascendente

Responder

◀ Sobre a Interpolação Polinomial

Apontamentos e Ficheiros das aulas T e TP sobre Métodos Numéricos >

«

»

←