

A Álgebra do Crescimento

Módulo02

Actividade 1 – Tipo de Juros

Objectivo da actividade

Recorrendo a um exemplo do nosso quotidiano, tipos de juros simples e compostos, comparar o comportamento linear com o exponencial.

Metodologia de realização

Será apresentada uma simulação de um depósito e, em função do tipo de juros, apresenta-se uma tabela de resultados incompleta associada a um gráfico que traduz o comportamento linear e exponencial dos juros simples e compostos respectivamente.

Pretende-se que os alunos preencham e devolvam o documento [Modulo02_Actividade01_algebraCrescimento_nomeAluno.doc], assim como, a alteração de variáveis de modo a comparar os resultados obtidos com a situação inicialmente apresentada.

Tempo estimado de realização

20 minutos

Um exemplo do nosso quotidiano que permite comparar o comportamento linear com o exponencial é o dos tipos de juros simples e compostos.

J u r o s i m p l e s ¹

Imaginemos que depositamos numa entidade bancária 1000 € com juros à taxa de 5% ao ano. No primeiro ano obteremos um capital de $1000 + 50 = 1050$ €, no segundo ano $1050 + 50 = 1100$ €, no terceiro ano $1100 + 50 = 1150$ € e assim sucessivamente.

Trata-se de um **crescimento linear** em que cada termo se obtém do anterior somando-lhe 50. O capital depende do depósito inicial e é função dos anos, isto é, é igual a $f(n)$ depois de n anos:

$$f(n) = 1000 + 50n$$

J u r o c o m p o s t o ²

Para o mesmo depósito, se for um investimento a dez anos com um juro composto a uma taxa anual de 5%, aplicando a **fórmula do capital acumulado**

$$S_n = C(1 + i)^n$$

onde C é o capital inicial, i a taxa de juro e n o número de anos, obtemos a seguinte sucessão:

$$1000; 1000 (1 + 0,05); 1000 (1 + 0,05)^2; 1000 (1 + 0,05)^3; \dots$$

O capital $f(n)$ ao fim de n anos, é dado por:

$$f(n) = 1000 (1 + 0,05)^n$$

efectuando as operações, obtém-se:

$$1000; 1050; 1102,5; 1157,6; \dots$$

Como pode observar-se, cada termo obtém-se do anterior através da multiplicação por um factor $1,05 = 1 + 0,05$.

¹ Regimes de Juros Simples – os juros são depositados na conta à ordem do cliente, mantendo-se inalterável a quantia inicialmente depositada.

² Regimes de Juros Compostos – os juros são adicionados ao montante depositado na intenção de produzirem maiores juros no período seguinte.

Proposta de trabalho

1 Relativamente à situação referida complete a tabela seguinte eliminando as decimais:

Juros	Anos	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Compostos	1050	1102	1157	1215	1276	1340	1407	1477	1551	1628
	Simples	1050	1100	1150	1200	1250	1300	1350	1400	1450	1500

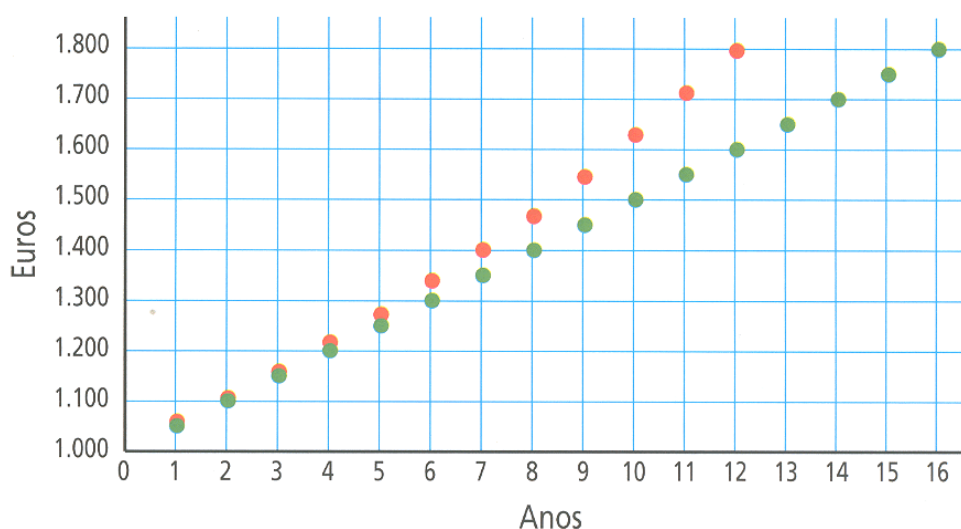
2 Comente a seguinte afirmação:

A diferença entre os juros simples e compostos, na situação apresentada, é muito pequena nos primeiros anos e com o passar do tempo vai aumentando progressivamente.

Esta é uma afirmação verdadeira pois o juro simples tem um crescimento linear e o juro composto ter um crescimento exponencial. Embora os primeiros valores sejam semelhantes em ambos, à medida que os valores aumentam, cresce também a diferença entre eles. O juro composto tem um crescimento muito mais rápido do que juro simples.

3 O gráfico seguinte traduz os resultados da situação apresentada.

Unindo os pontos do gráfico qual das linhas corresponde aos juros praticados? Justifique a sua resposta e, caracterize as linhas em causa.



Como referido na questão anterior, o juro simples tem um crescimento linear e o juro composto tem um crescimento exponencial. O crescimento exponencial é sempre mais rápido do que um crescimento linear deste modo, e considerando também dos valores

descritos na tabela: O juro simples corresponde à linha verde e o juro composto à linha vermelha.

4 Procure saber quais as taxas de juro que actualmente são praticadas pelos bancos e, estabeleça uma comparação com a situação que foi apresentada.

As taxas de juros aplicadas atualmente pelos bancos dependem de muitos detalhes a ter em atenção como prazo, a modalidade, o montante etc.

Por exemplo, uma conta jovem no banco Caixa Geral de Depósitos, neste momento consegue uma taxa de juro anual líquida de apenas 0,01080% uma taxa muito inferior á apresentada.

5 Sobre o tipo de juro composto deduza as fórmulas: do capital acumulado, do capital inicial em função do capital acumulado e a fórmula do juro total.

Capital Acumulado (S)

Sendo,

C – Capital Inicial

i – Taxa de Juro

n – ano

$$1^{\text{ano}} \gg S = C + Ci = C (1 + i)$$

$$2^{\text{ano}} \gg S = C (1 + i) (1 + i) = C (1 + i)^2$$

$$3^{\text{ano}} \gg S = C (1 + i) (1 + i) (1 + i) = C (1 + i)^3$$

$$\text{Assim : } S_n = (1 + i)^n \quad \text{c.q.d}$$

Capital Inicial (C)

$$S_n = C (1 + i)^n \Leftrightarrow S_n (1 + i)^{-n} = C$$

Total de Juros (T)

$$T = S_n - C \Leftrightarrow T = C (1 + i)^n - C \Leftrightarrow T = C ((1 + i)^n - 1)$$