Análise Matemática II

Eng. Informática e de Sistemas

1ºAno/2ºSemestre **Assunto: FUNÇÕES em IR**

1. A emissão de clorofluorcarbonetos usados em aparelhos de ar condicionado e em menor extensão, em sprays de uso doméstico destroem a camada de ozono na atmosfera. No momento presente, a quantidade de ozono Q, está decrescendo exponencialmente num valor contínuo de 0.25% por ano. Qual é a meia-vida do Ozono? Por outras palavras, quanto tempo leva a reduzir a metade a quantidade de ozono da atmosfera?

A resposta ao problema anterior, passa inicialmente por estabelecer uma função que permita calcular a quantidade Q de ozono por ano t:

$$Q(t) = Q_0 e^{-0.0025t}$$

onde Q_0 representa a quantidade inicial de ozono.

2. Um concurso, lançado pela *Câmara Municipal de Coimbra*, consiste na intervenção arquitectónica a um determinada edifício da cidade.

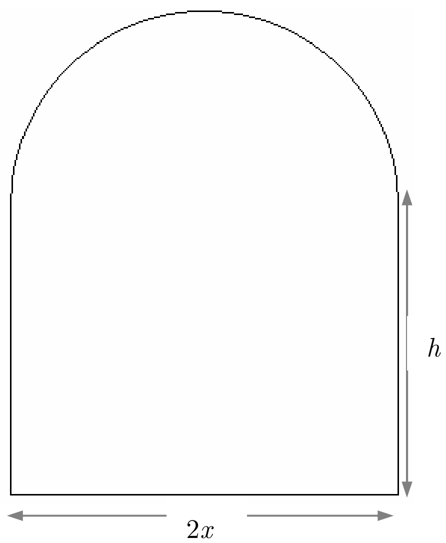
No projecto de intervenção, as janelas deverão passar a ter 4 m de perímetro, com formato igual ao da figura ao lado, isto é, semi-circulo sobreposto a um rectângulo.

(a) Tomando para unidade o metro, mostre que a área da janela é dada por: $A(x) = 4x - (2 + \pi/2)x^2$

(b) Determine o valor de x, para o qual a área é máxima

(c) Qual o valor lógico da seguinte afirmação? Justifique a sua resposta.

A área das janelas de perímetro p, com contornos iguais aos da figura, é dada matematicamente pela função $A(x) = px - (2 + \pi/2)x^2$.



3. Uma fábrica produz x bicicletas por dia. Suponha que a capacidade máxima de produção diária é 50 e que o lucro é $P(x) = -2x^2 + 168x - 1800$. Determine o nível de produção que maximiza o lucro. Qual o lucro máximo.

4. Uma empresa produtora de calculadoras estima que o custo de produzir x centenas de calculadoras por dia é de $c(x) = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 500$. Quantas centenas de calculadoras deveria a empresa produzir, diariamente, de modo a minimizar o custo de produção? Qual é o custo mínimo.

5. O custo da encomenda e do transporte C (em centenas de euros) para um distribuidor de automóveis é

$C = 10\left(\frac{1}{x} + \frac{x}{x+3}\right), \quad 1 \leq x$

onde x é o número de automóveis encomendados.

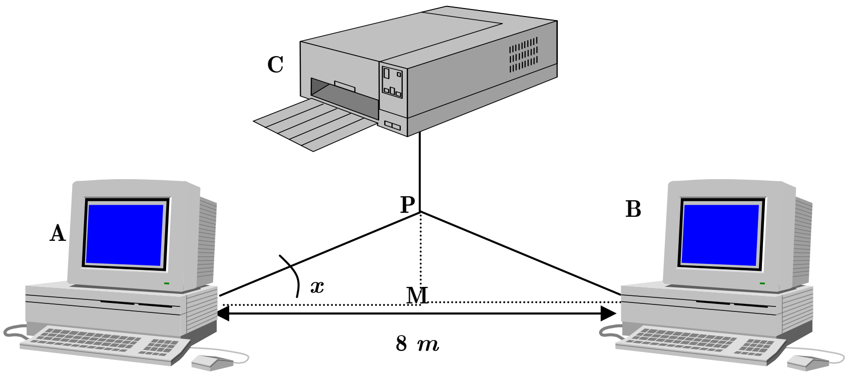
(a) Ache os intervalos em que C é crescente ou decrescente.

(b) Determine o número de pedidos para os quais o custo é 900 euros.

(c) Qual o número de encomendas que minimiza o custo?

6. Dois computadores, A e B, distanciados 8 m um do outro, estão a igual distância de uma impressora, localizada em C.

Pretende-se ligar os dois computadores à impressora como se indica na figura abaixo. A ligação é feita por cabos protegidos por três calhas: uma que vai de C até um ponto P e duas que partem de P, uma para A e outra para B. O ponto P está a igual distância de A e B.



Tem-se ainda que:

- ponto M, ponto médio de $[AB]$ dista 4 m de C
- x é amplitude do ângulo PAM $\left(x \in \left[0, \frac{\pi}{4}\right] \right)$

(a) Tomando para unidade o metro, mostre que o comprimento total da ligação (calhas) é dado por

$$f(x) = 4 + \frac{8 - 4\text{sen}x}{\cos x}$$

Sugestão: comece por mostrar que $\overline{PA} = \dfrac{4}{\cos x}$ e que $\overline{CP} = 4 - 4\text{tg}(x)$

(b) Calcule $f(0)$ e interprete o resultado obtido, referindo a forma da ligação e consequente comprimento.

(c) Mostre que para $x = \frac{\pi}{6}$ o comprimento total da ligação é mínimo.