Aula 6 TP1 12/04

Teste A 16/17 Pergunta 3

c) $I_1 = \int_{\pi/2}^{3/2\pi} g(x)\,dx \approx ?$ Rsimpson simples $n=2$ $g(x) \approx P_2(x)$

$I_2 = \int_{-2}^{0} f(x)\,dx \approx ?$ Rtrapézios simples $n=1$ $g(x) \approx P_1(x)$

1º Passo

$h = \frac{b-a}{n}$

$h = \frac{3/2\pi - \pi}{} = \frac{\pi}{2}$

$\underbrace{}_{}$ $h = \pi/2$ $h = \pi/2$

x_0 x_1 x_2

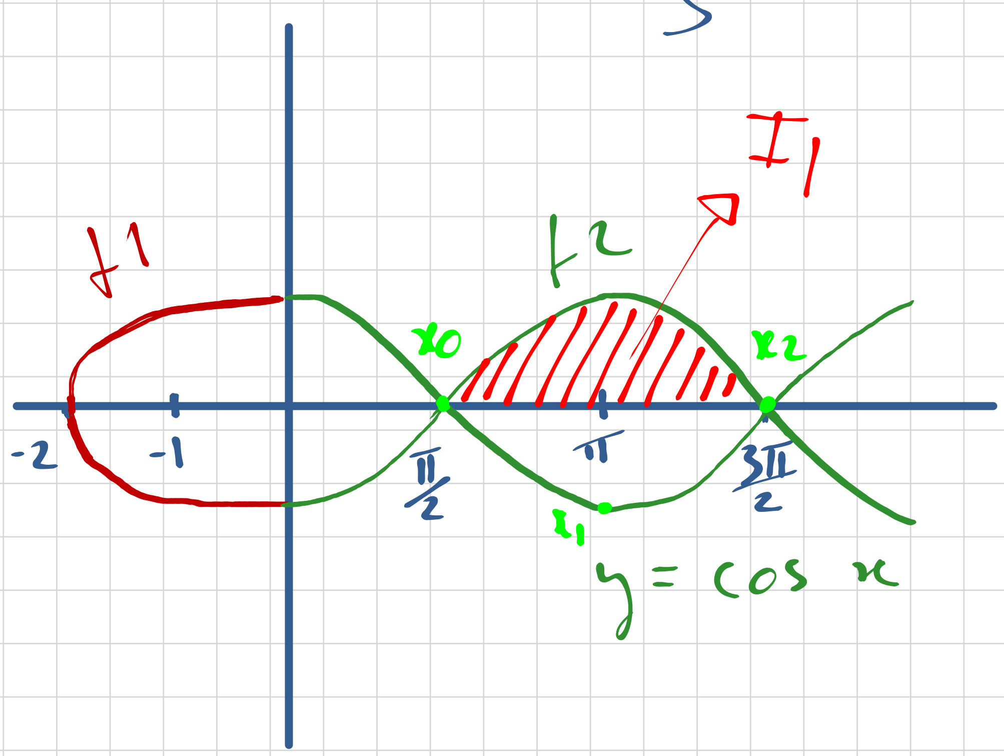
$\pi/2$ π $3/2\pi$

2º Passo

$g(x) \approx P_2(x) \longrightarrow I_1 = \int_{\pi/2}^{3/2\pi} g(x)\,dx \approx$

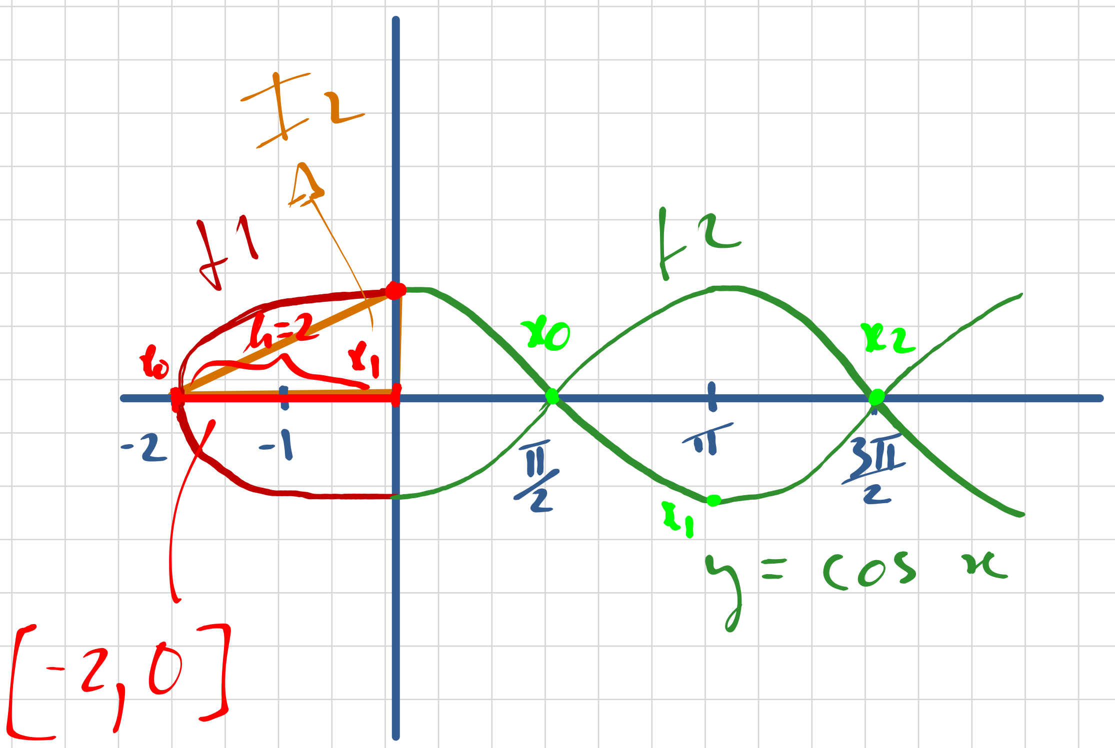
$\approx \frac{h}{3}\left[g(x_0) + 4g(x_1) + g(x_2)\right] = \frac{\pi/2}{3}\left[0 + 4\times 1 + 0\right] =$

$= \pi/6 \times 4 \approx \frac{2}{3}\pi$



$I_2 \approx ?$

1.º Passo Partição regular do Intervalo



$$h = \frac{b-a}{n} \qquad \frac{0-(-2)}{1}$$

2.º Passo

$$I_2 = \int_{-2}^{0} \frac{h}{2}\left[f(x_0)+f(x_1)\right] = \frac{2}{2}\left[0+1\right] = 1$$

d) 1.º Passo

Definição analítica de R: região limitada por uma elipse de semieixos $\underline{a}$ e $\underline{b}$

$$R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1\right\}$$

$$R = \left\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : -a \leq x \leq a\right\}$$

2º Passo

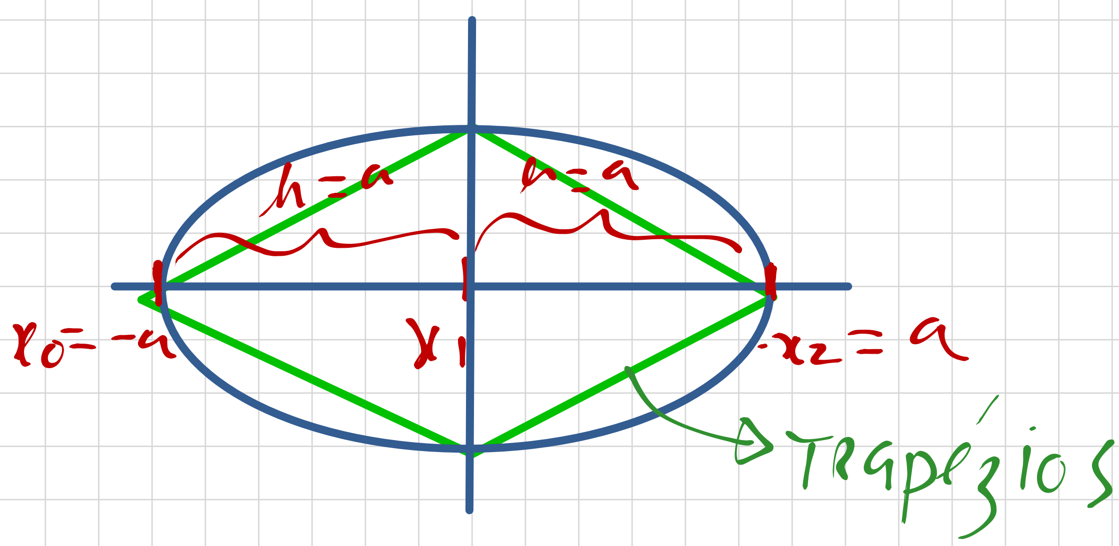
$$A_{(III)} = \int_{-a}^{a} b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}} - b\sqrt{\frac{1-x^2}{a^2}} \, dx$$

$\boxed{\text{Primitivação por Substituição AM I}}$

RSimpson com $M=2$

$$A_{\bigcirc} = \pi a b \approx ?$$

$$A_{\bigcirc} = 2 A_{\frown}$$



$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx \approx \frac{h}{3}\left[f(x_0) + 4f(x_1) + f(x_2)\right]$$

$$\int_{-a}^{0} f(x)\,dx \approx \frac{a}{3}\left[0 + 4b + 0\right] \approx \frac{4}{3}ab$$

$$\int_{0}^{a} f(x)\,dx \approx \frac{a}{3}\left[0 + 4b + 0\right] \approx \frac{4}{3}ab$$

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx \approx 2 \times \frac{4}{3}ab = \frac{8}{3}ab$$

RTrapézios

$$\int_{-a}^{a} f(x)\,dx \approx \frac{a}{2}\left[0 + 2 \times b + 0\right] \approx ab$$

$A_{\triangle}$

logo $A_{\bigcirc} = 2 \times ab$

justificar

Ex 4

Mnuméricos ED/RI

a) $y = C \cdot e^{x - \frac{1}{3}x^3}, C \in \mathbb{R}$ ← Integral geral

$y' = y - yx^2$ ← solução geral

Graficamente verifica-se que a preposição é falsa dado que a figura 5 não encaixa na nuvem de vectores, a figura correcta é a 7

Analiticamente:

Solução possível usando Matlab com a função dsolve('Dy=y-yx^3')

$y' = (C \cdot e^{x - \frac{1}{3}x^3})' \Leftrightarrow y' = C(1-x^2)e^{x - \frac{1}{3}x^3}$ (DERIVAÇÃO DA EXPONENCIAL)

$C(1-x^2)e^{x-\frac{1}{3}x^3} = \underbrace{C e^{x - \frac{1}{3}x^3}}_{y} - \underbrace{C e^{x-\frac{1}{3}x^3}}_{y} x^2 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow C(1-x^2)\cancel{e^{x-\frac{1}{3}x^3}} = C \cancel{e^{x-\frac{1}{3}x^3}}(1-x^2)$ P. verdadeira

Apesar de a preposição ser verdadeira, verifica-se que graficamente a preposição é falsa, logo, no geral a preposição é falsa.

b) $y = 5e^{t - t^3/3}$

Prova analítica igual à alínea a)

$$\begin{cases} y' = y - yt^2 \\ t \in [0,2] \\ y(0) = 5 \end{cases}$$

c)

$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \\ t_0 & t_1 & t_2 \end{array}$$

		APROXIMAÇÕES				ERROS		*
i	t_i	$y(t_i)$ Exacta	y_i Euler	y_i RK2	y_i RK4	$\lvert y(t_i)-y_i\rvert$ Euler	$\lvert y(t_i)-y_i\rvert$ RK2	$\lvert y(t_i)-y_i\rvert$ RK4
0	0	5	5	5	5	0	0	0
1	1	9.7387	10	7.500	9.6615	0,2613	2,2387	0.0772
2	2	2.5671	10	-3.7500	1.5599	7,4329	6,3171	1.0072

* Resolvido no MATLAB usando os algoritmos programados na Aula 6 da Turma T3, pós-laboral, que podem encontrar nas partilhas de apontamentos.
Partilharei oportunamente o algoritmo RK4