A Álgebra do Crescimento

Módulo II – Aplicações e representação gráfica da exponencial

No final deste módulo, pretende-se que os formandos solidifiquem os conhecimentos adquiridos no módulo01, recorrendo à representação gráfica da exponencial.

Unidade 2 – Gráfico comparativo dos crescimentos linear, polinomial e exponencial

O gráfico associado a um comportamento exponencial é representado por uma curva que «sobe» tão rapidamente que normalmente é preciso mudar a escala do eixo vertical em relação ao horizontal para podê-la representar. Na figura 2, da página seguinte, está representado um comportamento linear do tipo 2, 4, 6, 8, ... recta a vermelho e, um exponencial 2, 4, 8, 16, ... curva a verde. A escala no eixo vertical teve que ser cinco vezes mais pequena para se poder desenhar a curva. Pode observar-se como, a partir do ponto 2 a curva "dispara" muito rapidamente para cima, afastando-se da recta. A primeira é uma função do tipo $f(x) = 2x$, o que quer dizer que obtemos a série fazendo x igual a 1, 2, 3... No entanto, a segunda apresenta a forma $f(x) = 2^x$ e para obter a série deve elevar-se 2 aos expoentes 1, 2, 3, ...

Uma terceira curva a azul, intercalou-se, correspondente a um crescimento do tipo $f(x) = x^2$. Aos pontos 1, 2, 3, 4, ... do eixo horizontal correspondem-lhes os valores $1^2, 2^2, 3^2, 4^2, \ldots$. Esta forma de crescer, que não é linear nem exponencial, por vezes é chamada crescimento polinomial e, como vamos ver, é uma espécie de processo intermédio entre ambos.

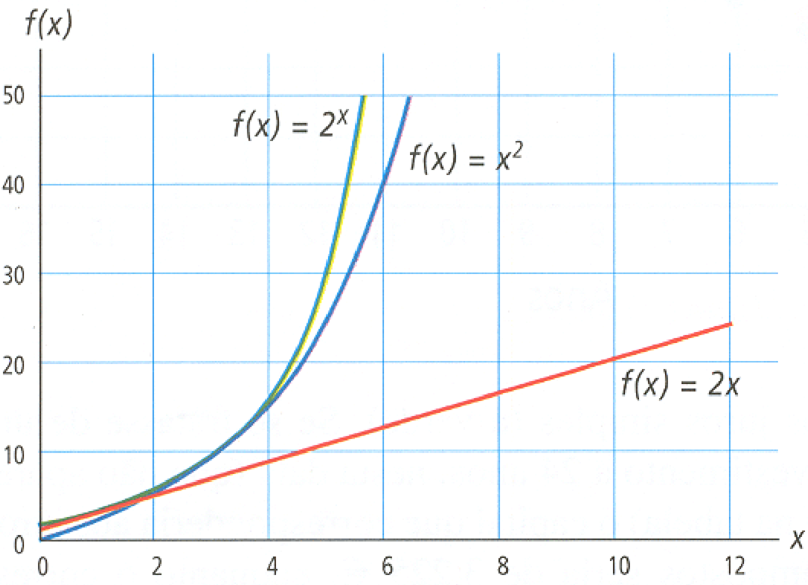

Figura 2

Crescimento												
	Linear	x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	Polinomial	x^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
	Exponencial	2^x	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Tabela 1

Na tabela 1 a sucessão exponencial alcança a sucessão polinomial no número 4, para o qual ambas apresentam o valor 16, mas a partir daqui, a exponencial afasta-se cada vez mais.

Uma exponencial cresce muito mais rapidamente do que uma potência de expoente igual ao da base da exponencial. Este facto tem uma importância crucial em certas questões de programação informática. Quando se pretende resolver um determinado problema através da implementação num computador de um programa informático, é vital que o número de passos que este deva realizar aumente de forma polinomial conforme cresce a complexidade do problema, isto é, conforme cresce o número de dados que se introduzem no programa. Quando isto não acontece, mesmo que o tempo de resolução do programa cresça de forma exponencial em função dos dados introduzidos, o tempo de realização ou seja, o tempo que deve estar a trabalhar a máquina para obter o resultado desejado, dispara de forma tal que torna inviável a realização do mesmo.

A maioria dos programas criptográficos que se utilizam para preservar a confidencialidade de determinados dados, sejam pessoais, bancários ou militares, baseiam a sua segurança neste facto. Existem programas para violar estes segredos digitais, mas requerem tempos de execução inviáveis, de milhares de milhões de anos, o que não surpreenderá quem tenha uma ideia clara do que é um crescimento exponencial.