

- 
- o Justifique convenientemente todas as respostas.
- 

1. Considere o vector aleatório discreto  $(X, Y)$  com função de probabilidade conjunta dada por:

$Y$	0	1	2
$X$			
0	0.15	$a$	0.3
1	0.05	$b$	0.2

- (1.0) (a) Sabendo que  $E(XY) = 0.6$ , determine  $a$  e  $b$ .  
Considere nas seguintes alíneas  $a = 0.1$  e  $b = 0.2$ .
- (1.0) (b) Determine as funções de probabilidade marginais de  $(X, Y)$ .
- (1.0) (c) Determine a covariância entre  $X$  e  $Y$ . As variáveis aleatórias são independentes?
- (1.0) (d) Calcule  $P(Y < 2/X = 0)$  e  $P(X - Y \leq 0)$ .
- (1.0) (e) Determine a função de probabilidade de  $X$  condicionada a  $Y = 0$ .
2. O fabricante de um produto electrónico afirma que 2% dos seus produtos falha durante o período de garantia.
- (1.5) (a) Indique a função de probabilidade, o valor médio e a variância do número de produtos que falham durante o período de garantia, numa amostra de 10 produtos escolhidos aleatoriamente.
- (1.5) (b) Assuma que 500 produtos são escolhidos aleatoriamente e testados. Indique uma aproximação para a probabilidade de mais de dois daqueles produtos falharem durante a garantia.
3. A resistência de determinados dispositivos é uma variável aleatória com distribuição Normal, de valor médio  $100\Omega$  e desvio padrão  $1.5\Omega$  para dispositivos do tipo 1, e valor médio  $105\Omega$  e desvio padrão  $2.0\Omega$  para dispositivos do tipo 2.
- (1.5) (a) Determine a percentagem de dispositivos do tipo 1 com resistência no intervalo  $[98, 102](\Omega)$ .
- (4.5) (b) Um especialista adquiriu 25 dispositivos do tipo 1 e 20 do tipo 2.
- (i) Determine a probabilidade de 5 dos dispositivos do tipo 2 excederem  $105\Omega$ .
- (ii) Determine a probabilidade da média das resistências dos dispositivos do tipo 1 exceder  $101\Omega$ .
- (iii) Indique a distribuição da diferença entre as médias das resistências dos dispositivos dos dois tipos.
4. Seja  $X$  uma v. a. com distribuição Normal de valor médio  $\mu$  e desvio padrão  $\sigma$ . De uma amostra aleatória de  $X$  obtiveram-se os seguintes resultados:  $\sum_{i=1}^{30} x_i = 63$ ,  $\sum_{i=1}^{30} x_i^2 = 197.55$ .
- (1.0) (a) Indique estimativas centradas para  $\mu$  e  $\sigma$ .
- (1.5) (b) Determine um intervalo de confiança a 95% para o desvio padrão.
- (1.5) (c) Teste, com um nível de significância de 5%, a hipótese de o valor médio ser superior a 2.
- (2.0) (d) Se pretendesse estimar a média populacional com erro inferior a 0.1, e utilizando um grau de confiança de 95%, qual a dimensão da amostra que teria de considerar?