

## Plano de Aquisição de Conhecimentos Essenciais

### Álgebra dos limites de funções reais de variável real

Se  $f(x)$  e  $g(x)$ , funções reais de variável real, têm limite no ponto  $a$ , também as funções  $f + g$ ,  $f - g$ ,  $f \times g$ , e no caso de  $\lim_{x \rightarrow a} g(x) \neq 0$ ,  $f / g$ , têm limite no mesmo ponto e

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) + \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) - g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) - \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} [f(x) \times g(x)] = \lim_{x \rightarrow a} f(x) \times \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left[ \frac{f(x)}{g(x)} \right] = \frac{\lim_{x \rightarrow a} f(x)}{\lim_{x \rightarrow a} g(x)}$$

#### Observação

Se a função  $f(x)$  é contínua no ponto  $a$  então  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$

**Nota:** No cálculo dos limites o ponto  $a$  pode ser:  $a \in \mathbb{R}, a = +\infty, a = -\infty$

#### Exemplos

Calcule os limites das seguintes funções:

a.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4}{x - 1}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{e^{x-1} + 3}{x + 1}$

c.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x + 1)}{x + 1}$

d.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 1}$

e.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2}{x - 2}$

f.  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x - 1}{x + 1}$

g.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x + 3)$

h.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{2x-1} + 3$

i.  $\lim_{x \rightarrow 2} (\ln(x - 2))$

j.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x - 1}$

k.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{x^2 - 1}$

l.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3}{e^x - 1}$

#### Indeterminações

1)  $\frac{0}{0}$

*Processo de resolução:* fatorizar o numerador e o denominador e simplificar os fatores comuns

#### Exemplos

Calcule os limites das seguintes funções:

a.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 9}$

c.  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 4}{x - 2}$

$$2) \frac{\infty}{\infty}$$

*Processo de resolução:* pôr em evidência a maior potência de x no numerador e no denominador

### Exemplos

Calcule os limites das seguintes funções:

a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 - 9}{2x^2 - 3}$

b.  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 5x + 6}{x^3 - 9}$

c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 4x + 4}{2x^2 - 2}$

d.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x - 2}$

e.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3}{\sqrt{x^4 - 9}}$

f.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 - 1}}{\sqrt{x^2 - 2}}$

### 3) Limites particulares

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{k}{x}\right)^x = e^k$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^p} = +\infty$$

### Exemplos

Calcule os limites das seguintes funções:

a.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{3}{x^2}\right)^{x^2}$

b.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x^2 + 1)}{x^2 + 1}$

c.  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{3x}}{x^2}$