

Plano de Aquisição de Conhecimentos Essenciais
Funções Trigonométricas

A. Conhecimento

1- Calcule o valor das seguintes expressões numéricas:

- a) $\operatorname{sen}\left(\frac{3\pi}{4}\right) - \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + \operatorname{sen}\left(-\frac{11\pi}{3}\right)$
- b) $\operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(-\frac{7\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{4}\right) - \operatorname{cotg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \cos(0)$
- c) $\cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) + \operatorname{sen}\left(-\frac{9\pi}{2}\right) - \operatorname{cotg}\left(\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{tg}\left(-\frac{7\pi}{6}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right).$

2- Simplifique as seguintes expressões, considerando $a \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$:

- a) $\operatorname{sen}\left(a - \frac{\pi}{2}\right) + \cos(3\pi - a) + \operatorname{tg}(\pi - a) - \operatorname{cotg}\left(a - \frac{7\pi}{2}\right)$
- b) $\operatorname{sen}\left(a + \frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(a - \frac{7\pi}{2}\right) - \operatorname{tg}\left(a + \frac{5\pi}{2}\right) - \operatorname{cotg}\left(a - \frac{3\pi}{2}\right)$
- c) $\cos\left(a + \frac{\pi}{2}\right) + \operatorname{sen}(a - 5\pi) + \operatorname{tg}\left(\frac{7\pi}{2} + a\right) - \operatorname{cotg}\left(\frac{5\pi}{2} - a\right).$

B. Compreensão

1- Comente, justificando, as seguintes afirmações:

- a) $\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) = \cos(\pi)$
- b) $\operatorname{sen}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{sen}\left(\frac{5\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{6}\right)$
- c) $\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right) + \operatorname{tg}(\pi) = \operatorname{tg}\left(\frac{2\pi}{3}\right)$
- d) $\operatorname{cotg}\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \operatorname{cotg}(\pi) = \operatorname{tg}\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

2- Determine os valores de x que verificam as seguintes condições:

- a) $\cos(x) = -\frac{1}{2} \wedge \frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$
- b) $\operatorname{tg}(x) = -1 \wedge -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0$
- c) $2\operatorname{sen}(x) = -\sqrt{3} \wedge -\pi \leq x \leq 0$
- d) $3\operatorname{cotg}(x) = -\sqrt{3} \wedge -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

3- Resolva as seguintes equações trigonométricas:

- a) $\operatorname{sen}\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = \operatorname{sen}(x)$
- b) $\operatorname{cotg}(x) = \operatorname{cotg}(2x + \pi)$
- c) $\cos\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \cos(x)$
- d) $3\operatorname{cotg}(2x - \pi) = \sqrt{3}$
- e) $\sqrt{2}\operatorname{sen}(x) = 1$
- f) $1 - 2\cos(2x) = 2 \wedge 0 \leq x \leq \pi$
- g) $1 - \sqrt{3}\operatorname{tg}(x) = 2$
- h) $\operatorname{sen}(x) = \cos(x) \wedge -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

4- Calcule $tg(x)$ sabendo que $sen(x) = \frac{3}{5}$ e $\frac{\pi}{2} \leq x \leq \pi$.

C.Aplicação

1- Considere a função $f(x) = 2sen(3x)$.

- Determine o domínio e o contradomínio de f .
- Determine o valor de $f(\frac{\pi}{6})$.
- Resolva a equação $f(x) = -1$.

2- Considere a função $f(x) = 1 + cos(2x)$.

- Determine o domínio e o contradomínio de f .
- Resolva a equação $f(x) = \frac{1}{2}$.

3- Considere a função $f(x) = cos(\frac{\pi}{3}) + tg(2x - \frac{\pi}{6})$.

- Determine o domínio e o contradomínio de f .
- Resolva a equação $f(x) = -\frac{1}{2}$.
- Defina uma restrição de injetividade de f .

5- Considere a função $f(x) = 1 + 3cot g(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4})$.

- Determine o domínio e o contradomínio de f .
- Resolva a equação $f(x) = 1$.

6- Considere a função $f(x) = tg(\frac{85\pi}{4}) + 2sen(3x - \frac{\pi}{3})$

- Determine o domínio e o contradomínio de f .
- Defina uma restrição de injetividade de f .
- Resolva a equação $f(x) = 2$.

7- Considere a função $f(x) = cos(e^{2ln(x)}\pi)$

- Determine o domínio e o contradomínio de f .
- Calcule o valor de $f(\sqrt{\frac{20}{3}})$.

D.Análise

1- Simplifique as seguintes expressões:

- $sec(-\frac{\pi}{3}) + cos(-\frac{7\pi}{4}) - cos ec(-\frac{7\pi}{2}) - cot g(-\frac{\pi}{6}) + sen(0)$
- $cos(-\frac{\pi}{4}) + cos ec(-\frac{9\pi}{2}) - cot g(\frac{\pi}{6}) + sec(-\frac{7\pi}{6}) + sen(\frac{\pi}{3})$

2- Considere a função $f(x) = 2 + cos ec(x - \frac{\pi}{3})$.

- Determine o domínio e o contradomínio de f
- Resolva a equação $f(x) = 4$.

3- Considere a função $f(x) = 1 + 2 \sec(3x + \frac{\pi}{2})$.

- a) Determine o domínio e o contradomínio de f .
- b) Resolva a equação $f(x) = 5$

E. Síntese

1- Resolva as seguintes inequações:

- a) $\sin(x + \frac{\pi}{6}) \leq \frac{1}{2}$
- b) $\sqrt{2} \sin(x) \geq 1$
- c) $1 - 2 \cos(2x) \leq 2, 0 \leq x \leq \pi$
- d) $1 - \sqrt{3} \operatorname{tg}(x) \leq 2$

2- Considere a função $f(x) = -2 + 3 \cos(2x + \frac{\pi}{3})$.

- a) Determine o domínio e o contradomínio de f .
- b) Resolva a equação $f(x) = 1$.
- c) Determine os valores de x para os quais a função é inferior a $\frac{1}{2}$.

3- Considere a função $f(x) = \sqrt{3} + 3 \operatorname{tg}(x - \frac{\pi}{2})$.

- a) Determine o domínio e o contradomínio de f .
- b) Determine os zeros da função.
- c) Determine os valores de x para os quais a função toma valores no intervalo $[0, \sqrt{3}]$.
- d) Defina uma restrição de injetividade da função f .

D. Avaliação

Considere as funções $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{6})$ e $g(x) = \cos(x + \frac{\pi}{3})$.

- a) Determine o domínio e o contradomínio de $f(x)$ e $g(x)$, respetivamente.
- b) Determine os valores de x para os quais a função $f(x)$ toma valores no intervalo $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$.
- c) Determine o domínio da expressão $\sqrt{1 - 2g(x - \frac{\pi}{2})}$.
- d) Determine um domínio de injetividade da função $(f + g)(x)$ e os zeros da função nesse domínio.