CURSO TÉCNICO SUPERIOR PROFISSIONAL – **TPSI** e **RSI**
Unidade Curricular: **MATEMÁTICA**
Ano Letivo: **2015/2016**

Exame da Época de Recurso – Parte sobre ED e MNEDO » Data: 01/03/2016 Código da prova: **0103201601**

Nota: A resolução completa dos exercícios inclui a justificação do raciocínio utilizado. **Duração:**

Nome do aluno: **Número:**

1. Considere a equação diferencial (ED) $dy + (x^2 - 1)ydx = 0$

[1.25] **(a)** Mostre que a ED é de variáveis separáveis e determine a sua solução geral.

[0.75] **(b)** Sabendo que a figura 1 representa o campo direcional dado pela ED, qual das figuras 2 ou 3 representa o gráfico da sua solução geral? Justifique.

[3.00] **(c)** Sabendo que $y(t) = \exp\left(\dfrac{3t - t^3 - 2}{3}\right)$ é a solução exata do PVI dado por $y' = -yt^2 + y, \quad y(1) = 1 \quad t \in [1,3]$, complete a tabela seguinte e interprete os resultados obtidos.

			Aproximações		Erros	
i	t_i	$y(t_i)$ Exata	y_i Euler	y_i RK2	$\lvert y(t_i) - y_i \rvert$ Euler	$\lvert y(t_i) - y_i \rvert$ RK2
0	1	1			0	0
1				-0.500		
2	3	0.0013				3.7513

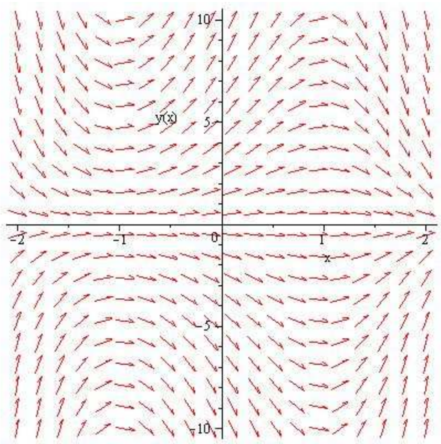

Figura 1

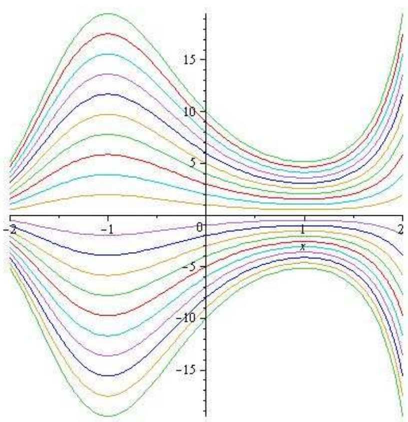
Figura 2

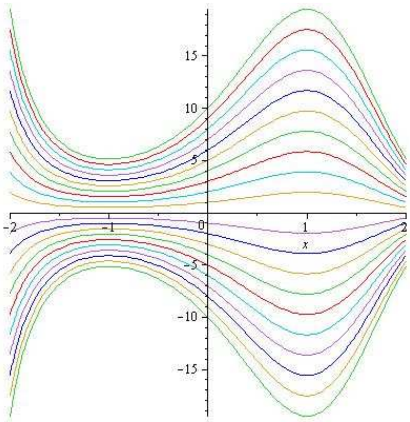
Figura 3

FORMULÁRIO		
PVI	**Método de Euler**	**Método de Runge-Kutta (RK2)**
$(P)\begin{cases} y' = f(t,y) \\ t \in [a,b] \\ y(a) = y_0 \end{cases}$	$y_{i+1} = y_i + h \times f(t_i, y_i) \quad , i = 0,1,2,\ldots,n-1$	$k1 = h \times f(t_i, y_i)$ $k2 = h \times f(t_{i+1}, y_i + k1)$ $y_{i+1} = y_i + \frac{1}{2}(k1 + k2),\ i = 0,1,2,\ldots,n-1$