INSTITUTO SUPERIOR DE ENGENHARIA DE COIMBRA

Departamento de Física e Matemática — Engenharia Informática (LEI, LEI-CE, LEI-PL)

Exame de Métodos Estatísticos — 26 de junho de 2017

Duração 2h30m+30m

- **Indique na sua prova, obrigatoriamente, o código deste teste: <u>EN01</u>.**
- **No grupo de perguntas de escolha múltipla (1-6), indique apenas a opção escolhida. A cotação deste grupo será penalizada em 0.5 valores por duas respostas erradas. Nas restantes perguntas, justifique convenientemente todas as respostas.**

(1.0) 1. Para a construção de um aparelho uma empresa contribui com três tipos de componentes na proporção 60 : 30 : 10. Destas componentes, verifica-se que, respetivamente, 2%, 3% e 4% têm defeitos e estes ocorrem de forma exclusiva em cada uma das componentes. Ao ser escolhido ao acaso um aparelho, a probabilidade de apresentar defeito em alguma das componentes é igual a:

(A) 1/40 **(B)** 9/100 **(C)** 1/4 **(D)** 1/3

(1.0) 2. Uma variável aleatória discreta X tem a seguinte função de probabilidade, onde $\alpha \in \mathbb{R}$.

x	α	2	3	$c.c.$
$p(x)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{\alpha^2}{6}$	$\frac{2}{3}$	0

Sabendo que o valor médio de X é $\frac{13}{6}$, o valor de α é:

(A) -1 **(B)** -0.5 **(C)** 0.5 **(D)** 1

(1.0) 3. Uma prova de Matemática é constituída por quatro questões de múltipla escolha, com quatro alternativas cada uma e das quais apenas uma é correta. Um candidato decide fazer essa prova escolhendo aleatoriamente uma alternativa em cada questão. A probabilidade de esse candidato acertar, nessa prova, numa única questão é igual a:

(A) $\frac{27}{256}$ **(B)** $\frac{27}{64}$ **(C)** $\frac{9}{64}$ **(D)** $\frac{9}{256}$

(1.0) 4. O número de mensagens eletrónicas recebidas por dia numa pequena empresa de entregas, tem distribuição de *Poisson* com média igual a 8. A probabilidade de, num dia, a empresa receber mais do que 6 mensagens é igual a:

(A) 0.1912 **(B)** 0.3134 **(C)** 0.4530 **(D)** 0.6866

5. Sejam X uma variável aleatória tal que $X \sim N(1, 0.1)$ e $X_1, X_2, ..., X_{100}$ uma amostra aleatória de X.

(1.0) (a) O valor mais aproximado de $P(-1.1 < X < 1.1)$ é:

(A) 0.5000 **(B)** 0.5220 **(C)** 0.7286 **(D)** 0.8413

(1.0) (b) Se $P\left(aX \leq 1.1\right) < 0.025$, então:

(A) $-0.51 < a < 0$ **(B)** $0 < a < 1.1$ **(C)** $1.1 < a < 1.368$ **(D)** $a > 1.368$

(1.0) (c) Se $T = \sum_{i=1}^{100} X_i$, então o valor mais aproximado de $P(T < 102)$ é:

(A) 0.5793 **(B)** 0.7357 **(C)** 0.9772 **(D)** 1

(1.0) 6. De uma amostra aleatória de uma população X, obteve-se: $\sum_{i=1}^{10} x_i = 43; \sum_{i=1}^{10} x_i^2 = 213$. A estimativa centrada para a variância de X que resulta desta amostra é igual a:

(A) 2.81 **(B)** 3.12 **(C)** 21.3 **(D)** 184.9

v.s.f.f.

(4.0) 7. Seja (X,Y) um vetor aleatório discreto com função de probabilidade conjunta dada pela tabela seguinte:

X \ Y	0	1	2
0	0.1	0.15	0.2
1	a	0.2	b

(a) Supondo que $P(X=1/Y<1)=0.6$, quais são os valores reais de a e b?

(b) Considere $a=b=0.175$.

i. Determine as funções de probabilidade marginais de X e de Y.

ii. Verifique se X e Y são independentes de dois modos distintos.

(3.0) 8. O tempo (em horas) que o João Pestana dorme por noite é uma variável aleatória com distribuição Uniforme no intervalo $[7,11]$.

(a) Em 10 noites, escolhidas aleatoriamente, qual a probabilidade de em 3 o João Pestana dormir menos de 9 horas?

(b) Determine uma aproximação para a probabilidade de o João Pestana dormir mais de 920 horas em 100 noites.

(5.0) 9. Um docente quer saber se o tempo médio que um aluno leva a resolver um pequeno teste excede a meia hora. De uma amostra de tempos de resolução de 31 alunos, escolhidos aleatoriamente, resultou uma média de 30.8 minutos com um desvio padrão de 1.5 minutos.

(a) Com base nestes dados, determine um intervalo de confiança a 95% para o tempo médio pretendido.

(b) Diga se, ao nível de significância de 5%, é de admitir a hipótese considerada pelo docente. E ao nível de significância de 0.1% ? Comente.

(c) Suportam as observações a garantia de que o desvio padrão do tempo de resolução de um teste é inferior a 2 minutos, ao nível de significância de 10%?

Verifique se indicou na sua prova o código deste teste!