Nota: A resolução completa dos exercícios inclui a justificação do raciocínio utilizado. **Teste intercalar A**

1.

[1.0] **(a)** Utilizando um polinómio de Taylor de grau 2, determine um valor aproximado de $\cos 46^{o} + \sin 46^{o}$ com 3 casas decimais.

[0.5] **(b)** Qual das figuras seguintes ilustra corretamente os dados e resultados da alínea anterior? Justifique.

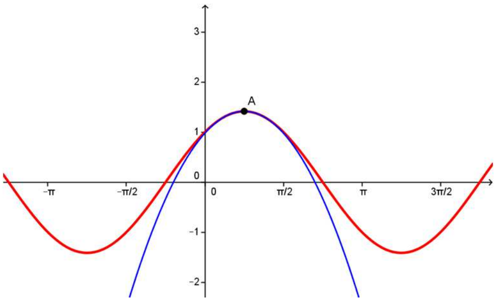

Figura 1

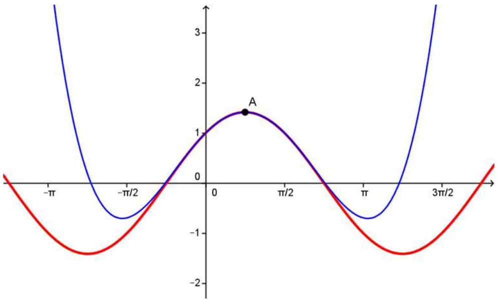

Figura 2

2. Considere a equação não linear $4 - x^2 - \sin x = 0 \Leftrightarrow f(x) = 0$

[0.5] **(a)** Indique, justificando, um intervalo de amplitude igual a 1, no qual a equação dada tem uma única raiz x^* real e positiva.

[1.0] **(b)** Determine um valor aproximado da raiz localizada utilizando o método da bissecção duas vezes. Indique a precisão do resultado obtido.

[1.5] **(c)** O resultado obtido na alínea anterior é uma aproximação inicial favorável à aplicação do método de Newton-Raphson ou das tangentes? Obtenha um valor aproximado da raiz efetuando uma iteração. Represente a aproximação e estabeleça uma simulação gráfica do método das tangentes.

[1.5] **(d)** Complete a função seguinte e acrescente comentários para explicar o algoritmo e método numérico associado.

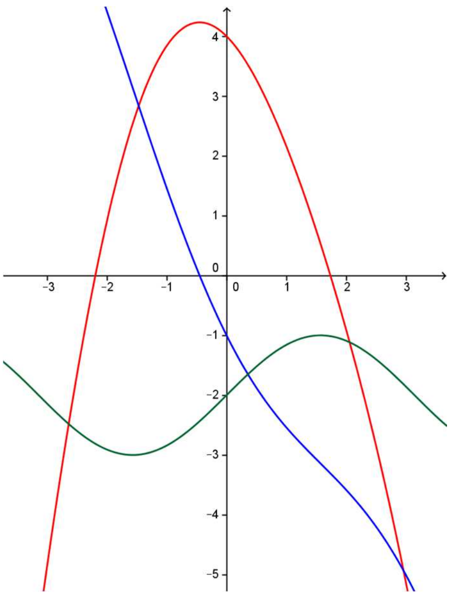
Figura 3 - Gráficos de f, f' e f''

```
function x = NR(f,df_dx,x0,kmax,tol)
k=___;
x(k)=___;
while(_________)
   x(k+1)=___________________;
   if(_______________________)return; end
   k=______;
end
```

3. A figura 4 representa um ovo da Páscoa. As linhas que contornam e definem a forma do ovo são definidas pelo gráfico das funções:

$$f(x)=4\sqrt{1-\frac{x^2}{2^2}}\ ,\ g(x)=-\sqrt{4-x^2}\ \text{ e }\ h(x)=\sin(x)$$

[0.5] **(a)** Defina polinómio interpolador.

[2.5] **(b)** Aplicando a interpoladora de Newton das diferenças divididas, determine o polinómio interpolador de grau 2 da função f .

[1.0] **(c)** Sem deduzir a expressão dos polinómios interpoladores, redesenhe a figura 4, aproximando a função h por uma interpolação linear e as outras funções por uma interpolação quadrática.

[3.5] **(d)** Utilize a regra de Simpson simples para determinar um valor aproximado para $I=\int_{-2}^{2} f(x)-g(x)\,dx$ e interprete o resultado obtido.

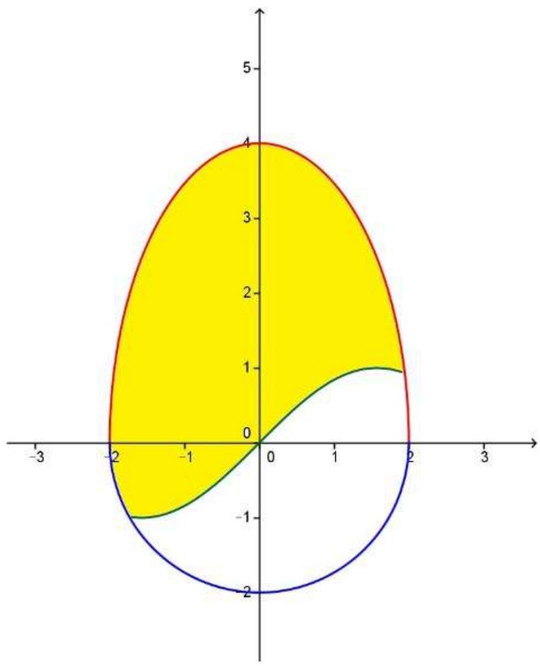

Figura 4 - Gráficos de f , g e h

4. Considere o problema de valor inicial $y'=2yt^{-1}$, $\quad y(1)=1, \quad t\in[1,4]$

[0.5] **(a)** Mostre que $y(t)=t^2$ é a solução exata do problema.

[2.5] **(b)** Complete a tabela seguinte e interprete os resultados obtidos.

			Aproximações			Erros		
i	t_i	$y(t_i)$ Exata	y_i Euler	y_i RK2	y_i RK4	$\lvert y(t_i)-y_i\rvert$ Euler	$\lvert y(t_i)-y_i\rvert$ RK2	$\lvert y(t_i)-y_i\rvert$ RK4
0	1		1		1		0	
1		4		3.50				0.06
2					8.86		1.42	
3	4	16		13.27				0.25

[0.5] **(c)** Qual das figuras seguintes representa graficamente uma solução do PVI dado? Justifique a sua resposta.

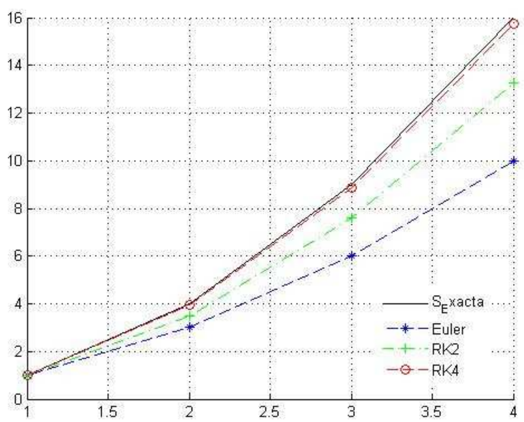

Figura 5

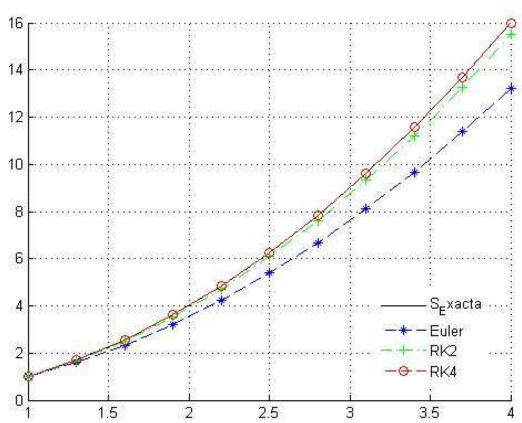

Figura 6

[1.5] **(d)** Complete as funções e acrescente comentários para explicar o algoritmo/regras que lhes estão associadas.

```
function y = NEuler(f,a,b,n,y0)
h=(b-a)/___;
t=a:__:b;
y=zeros(1,n+1);
y(1)=___;
for i=1:n
    y(i+1)=____+__*f(t(i),y(i));
end
```

```
function y = NRK2(f,a,b,n,y0)
h=________;
t=________;
y(1)=___;
for i=___:___,
    k1=_______________;
    k2=_______________;
    y(i+1)=__________________;
end
```

[1.5] **(e)** A script seguinte traduz correctamente a resolução em MATLAB do PVI dado? Justifique a sua resposta.

```
clear;
clc;

strF = 'y/t'
f    = @(t,y) eval(vectorize(strF));

a  = 2;
b  = 3;
n  = 2;
y0 = 0;

yEuler = NEuler(f,a,b,n,y0);
yRK2   = Nrk2(f,a,b,n,y0);
yRK4   = Nrk4(f,a,b,n,y0);

t = b:-(b-a)/n:a;

sExata = dsolve(['Dy=',strF],['y(',a,')=',num2str(0)]);
yExata = eval(vectorize(char(sExacta)));

plot(t,yExata,'-kd')
hold on
plot(t,yEuler,'-bo')
plot(t,yRK2,'-g*')
plot(t,yRK4,'-r+')
shg
grid on
legend('Exata','Euler','RK2','RK4')
hold off

erroEuler = abs(yRK4-yEuler);
erroRK2   = abs(yRK4-yRK2);
erroRK4   = abs(yExata-yRK4);
tabela    = [t.',yExata.',yEuler.',yRK2.',yRK4.',...
             erroEuler.',erroRK2.',erroRk4.'];
disp(tabela);
```

Nome Completo:____

Número:____

Nome/login utilizado no LVM:____

Curso

- ☐ Licenciatura em Eng. Informática
- ☐ Licenciatura em Eng. Informática – Pós-laboral
- ☐ Licenciatura em Informática – Curso Europeu

Trabalhador-Estudante

- ☐ Sim
- ☐ Não

Frequência às aulas de AM2

- ☐ Regime diurno
- ☐ Regime Pós-laboral

Atividades de aprendizagem e avaliação

- ☐ Não
- ☐ Sim
  - ☐ At01_Matlab - ACrescimento + Prog.Geométrica
  - ☐ At02_Matlab – Métodos do PtoFixo, Secante e Falsa Posição
  - ☐ At03_Matlab – Integração Numérica (Presencial)
  - ☐ At04_Matlab – Métodos de Euler e de Runge-Kutta com GUI
  - ☐ At05_TP_Maple – Cálculo Diferencial e Integral em IR^n
  - ☐ Participação nos fóruns (pelo menos 3 vezes)
  - ☐ Atividades colaborativas (Glossário, wiki, outras)

Acompanhou registos sobre AM2 e outros em facebook/armeniocorreia

- ☐ Sim
- ☐ Não