Instituto Superior de Engenharia de Coimbra DEPARTAMENTO DE FÍSICA E MATEMÁTICA



Análise Matemática I - Engenharia Informática

TPC nº13

Data limite de entrega: 14/Jan/2016 (14h30m)

Avisos:

- A entrega deste TPC não é obrigatória e serve para compensar faltas em entregas anteriores.
- As questões foram retiradas do exame e das frequências de 20 de Janeiro de 2014.
- 1. Usando as regras de primitivação imediata, determine $\int \frac{e^{6x+1} + e^{3x}}{\sqrt{25 e^{6x}}} dx.$
- 2. Usando a técnica de primitivação por partes, determine $\int x^3 e^{x^2} dx$.
- 3. Sabe-se que $\int \frac{1}{\sqrt{x}(4x+1)} dx = \arctan(2\sqrt{x}) + c, c \in \mathbb{R}.$

Prove a igualdade anterior recorrendo

- (a) à definição de primitiva;
- (b) às regras de primitivação imediata;
- (c) à técnica de primitivação por substituição.
- 4. Calcule as seguintes primitivas:

(a)
$$\int \sin(x)\sin(2x)\,dx;$$

(b)
$$\int x \sqrt{x+1} dx$$
;

(c)
$$\int \frac{3x^3 - 6x^2 + 5x + 1}{x^3 - 2x^2 + x} dx;$$

(d)
$$\int \left(\ln 3 + \frac{\sqrt[5]{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} \right) dx.$$

- 5. Determine o integral geral da equação diferencial de variáveis separáveis $xy' = y + \frac{1}{y}$.
- 6. Considere as seguinte equações:

(i)
$$xy' = y + x^2$$
;

(ii)
$$xy' = y - x \tan\left(\frac{y}{x}\right)$$
; (iii) $xy = y$.

- (a) Identifique as equações diferenciais e classifique-as, justificando, quanto ao tipo.
- (b) Determine o integral geral de uma das equações diferenciais dadas.
- 7. Considere as seguinte equações diferenciais ordinárias de 1ª ordem:

(i)
$$xy' = y + x^3 \sqrt{x+1}$$
; (ii) $\frac{e^{-x^2}}{x^3}y' = y + \frac{1}{x}$.

(ii)
$$\frac{e^{-x^2}}{x^3}y' = y + \frac{1}{y}$$
.

- (a) Classifique, justificando, o tipo de cada uma das equações anteriores.
- (b) Determine o integral geral de uma das equações diferenciais dadas.