Relatório 3º projeto ASA 2024/2025

Grupo: AL070

Aluno(s): Ana Santos (109260) e Francisco Mendonça (109264)

Descrição do Problema e modelação da Solução

O problema consiste na maximização da distribuição de brinquedos, em que cada criança tem uma lista de brinquedos preferidos e pode receber no máximo 1, cada fábrica produz um tipo de brinquedo e tem um stock máximo, e cada país tem um máximo de exportação e um mínimo de brinquedos entregues.

1. Identificação das variáveis do problema:
   - As variáveis são variáveis binárias (0 ou 1), que representam se um brinquedo de uma fábrica i será entregue a uma criança k, x_k_i:
     - Para cada criança k, criamos x_k_i se $i \in brinquedos(k)$;
     - $x\_k\_i = 1$ se a criança k recebe um brinquedo da fábrica i;

2. Modelação do objetivo do problema:
   - o objetivo é maximizar a quantidade total de brinquedos distribuídos, ou seja, maximizar a soma de todas as variáveis x_k_i, para todas as combinações de (k, i).
     - $\max \sum_k \sum_{i \in brinquedos(k)} x\_k\_i$

3. Modelação das restrições do problema:
   - Restrição das crianças - cada criança k pode receber no máximo 1 brinquedo. Para cada criança k:
     - $\sum_{i \in brinquedos(k)} x\_k\_i \leq 1$
   - Restrição das fábricas - cada fábrica i pode enviar no máximo o stock da fábrica $fmax_i$. Para cada fábrica i:
     - $\sum_{k \in pedidos(i)} x\_k\_i \leq fmax_i$
   - Restrições dos países - cada país j pode exportar no máximo o limite de exportações $pmax_j$ e têm de ser entregues um número mínimo de brinquedos $pmin_j$. Para cada país j:
     - $\sum_{(k,i)\, \forall\, i \in p_j \wedge k \notin p_j} x\_k\_i \leq pmax_j$
     - $\sum_{(k,i)\, \forall\, k \in p_j} x\_k\_i \leq pmin_j$

4. Programa Linear:

$$\max \sum_k \sum_{i \in brinquedos(k)} x\_k\_i$$

$for\ \ 1 \leq k \leq T$:

$$\sum_{i \in brinquedos(k)} x\_k\_i \leq 1$$

$for\ \ 1 \leq i \leq N$:

$$\sum_{k \in pedidos(i)} x\_k\_i \leq fmax_i$$

$for\ \ 1 \leq j \leq M$:

$$\sum_{(k,i)\, \forall\, i \in p_j \wedge k \notin p_j} x\_k\_i \leq pmax_j$$

$$\sum_{(k,i)\, \forall\, k \in p_j} x\_k\_i \leq pmin_j$$

Relatório 3º projeto ASA 2024/2025

Grupo: AL070

Aluno(s): Ana Santos (109260) e Francisco Mendonça (109264)

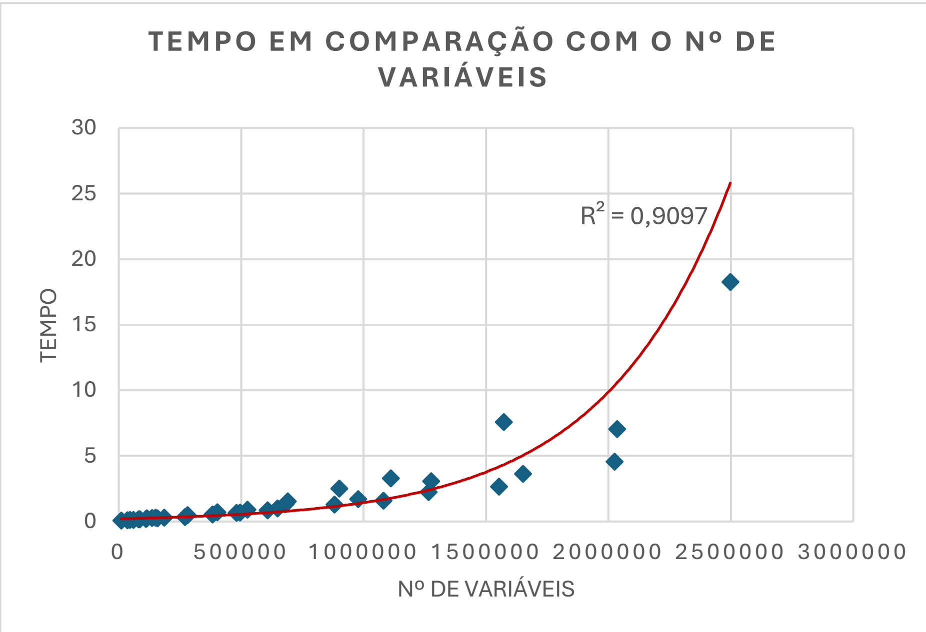
Análise Teórica

- Número de variáveis do programa linear: $\sum_{k=1}^{T} brinquedos(k) \leq \sum_{k=1}^{T} N = N \times T$ logo $O(N \times T)$;
- Número de restrições do programa linear: a primeira restrição é aplicada para cada criança k, logo T vezes, a segunda é aplicada para cada fábrica i, logo N vezes, e a terceira e quarta são aplicadas para cada país i, logo M vezes. Assim $O(T + N + M + M) \Rightarrow O(T + N + 2M) \Rightarrow O(T + N + M)$

Avaliação Experimental dos Resultados

Para a parte experimental utilizamos o gerador de instâncias fornecido de forma a testar a análise teórica do número de variáveis $N \times T$. Geramos 36 instâncias de tamanho incremental com diferentes combinações de N e T, até número de variáveis de aproximadamente 2,5 milhões e medimos o tempo de execução.

Para a análise teórica, o seguinte gráfico representa o tempo (eixo dos YYs) em função do número de variáveis (eixo dos XXs).



Ao analisar o gráfico, é possível verificar que a análise teórica do nosso algoritmo está correta visto que é possível estabelecer uma relação exponencial entre o número de variáveis e os tempos registados, R^2 está próximo de 1.