INSTITUTO FEDERAL
Paraná

INSTITUTO FEDERAL DO PARANÁ
Campus Paranavaí
Rua José Felipe Tequinha, 1400
Jardim das Nações - Paranavaí - PR

Ministério da Educação

Curso: Engenharia de Software **Turno:** Noturno

Disciplina: Matemática Discreta e Lógica **Professor:** Azuaite A. Schneider

Lista 7 – Contagem

1. Uma loja de iogurte congelado permite escolher um sabor (baunilha, morango, limão, cereja ou pêssego), um acompanhamento (raspas de chocolate, jujuba ou castanha de caju) e uma calda (creme batido ou coco ralado). Quantas sobremesas diferentes são possíveis?

2. No Exercício 1, por quantas escolhas de sobremesa podemos optar, se formos alérgicos a chocolate e a morangos?

3. Um jogo de computador é iniciado fazendo-se seleções em cada um dos três menus. O primeiro menu (número de jogadores) tem quatro opções, o segundo menu (nível de dificuldade do jogo) tem oito, e o terceiro menu (velocidade) tem seis. Com quantas configurações o jogo pode ser jogado?

4. Uma prova de múltipla-escolha tem 20 perguntas, cada qual com quatro respostas possíveis, e 10 perguntas adicionais, cada uma com cinco respostas possíveis. Quantas folhas de respostas diferentes são possíveis?

5. Uma senha de usuário em um computador de grande porte consiste em três letras seguidas de dois dígitos. Quantas senhas diferentes são possíveis (considere o alfabeto com 26 letras)?

6. No computador do Exercício 5, quantas senhas serão possíveis se diferenciarmos as letras maiúsculas das minúsculas?

7. A, B, C e D são nodos (nós) de uma rede de computadores. Existem dois caminhos entre A e C, dois entre B e D, três entre A e B e quatro entre C e D. Por quantos caminhos uma mensagem de A para D pode ser enviada?

8. Quantos números de CPF são possíveis (ignorando as regras específicas, apenas em termos de combinações numéricas)?

9. Um prédio de apartamentos comprou um novo sistema de fechaduras para seus 175 apartamentos. Essas fechaduras são abertas através de um código numérico de dois dígitos. Será que o síndico fez uma compra inteligente?

10. Um palíndromo é uma cadeia de caracteres que é igual quando lido normalmente ou de trás para frente. Quantas palíndromos de cinco letras são possíveis na língua portuguesa?

11. Quantos números de três dígitos menores que 600 podem ser construídos usando os dígitos 8, 6, 4 e 2?

12. Um conectivo lógico binário pode ser definido fornecendo sua tabela-verdade. Quantos conectivos lógicos binários existem?

13. Três cadeiras da câmara dos deputados serão preenchidas, cada qual com alguém de um partido diferente. Existem quatro candidatos concorrendo pelo Partido do Movimento Democrático Brasileiro, três do Partido dos Trabalhadores e dois do Partido Social Democrático. De quantas formas as cadeiras podem ser preenchidas?

14. Um presidente e um vice-presidente precisam ser escolhidos de um comitê de uma organização. Existem 17 voluntários da Divisão Leste e 24 voluntários da Divisão Oeste. Se ambos os funcionários precisam vir da mesma divisão, de quantas maneiras os funcionários podem ser selecionados?

15. Em um jantar especial, existem cinco aperitivos para serem escolhidos, três saladas, quatro entradas e três bebidas. Quantos jantares diferentes são possíveis?

16. Um novo carro pode ser encomendado com a escolha dentre 10 cores exteriores; sete cores interiores; transmissão automática, câmbio com três marchas ou câmbio com cinco marchas; com ou sem ar condicionado; com ou sem piloto-automático; e com ou sem o pacote opcional que contém as travas elétricas das portas e o desembaçador do vidro traseiro. Quantos carros diferentes podem ser encomendados?

17. No Exercício 16, quantos carros diferentes podem ser encomendados se o pacote opcional só for possível para carros com transmissão automática?

18. Em um estado, as placas dos carros precisam ter dois dígitos (sem zeros à esquerda), seguidos de uma letra mais uma cadeia de dois ou quatro dígitos (podendo conter zeros à esquerda). Quantas placas diferentes são possíveis?

19. Um freguês de uma lanchonete pode pedir um hambúrguer com ou sem mostarda, ketchup, picles ou cebola; um sanduíche de peixe com ou sem alface, tomate ou molho tártaro; e escolher entre três tipos de bebidas fracas ou dois tipos de milkshakes. Quantos pedidos diferentes são possíveis para fregueses que possam pedir no máximo um hambúrguer, um sanduíche de peixe e uma bebida, mas podem pedir menos também?

20. Considere o conjunto de cadeias de caracteres de tamanho 8 (cada carácter é ou o dígito 0 ou o dígito 1).

    (a) Quantas cadeias deste tipo existem?
    (b) Quantas começam e terminam por 0?
    (c) Quantas começam ou terminam por 0?
    (d) Quantas têm 1 como segundo dígito?
    (e) Quantas começam por 111?
    (f) Quantas contêm exatamente um 0?
    (g) Quantas começam por 10 e têm 0 como terceiro dígito?
    (h) Quantas são palíndromas?
    (i) Quantas contêm exatamente sete ls?
    (j) Quantas contêm dois ou mais 0s?

21. A votação em determinado debate é feita através de pedaços de papel vermelho, azul e verde que devem ser colocados em um chapéu. Essas tiras de papel são retiradas uma de cada

vez, e a primeira cor que receber dois votos ganha. Desenhe uma árvore de decisão para encontrar o número de maneiras que o resultado da votação pode ocorrer.

22. Desenhe uma árvore de decisão (use os times A e B) para encontrar o número de maneiras que as partidas da NBA podem ocorrer, onde o vencedor é o primeiro time a vencer quatro partidas de sete.

23. Em um grupo de 42 turistas, todos falam inglês ou francês; existem 35 pessoas que falam inglês e 18 pessoas que falam francês. Quantas falam inglês e francês?

24. Todos os convidados de uma festa bebem café ou chá; 13 convidados bebem café, 10 bebem chá e 4 bebem café e chá. Quantas pessoas têm neste grupo?

25. Em um grupo de 24 pessoas que gostam de rock, country e música clássica, 14 gostam de rock, 12 gostam de música clássica, 11 gostam de rock e country, 9 gostam de rock e música clássica, 13 gostam de country e música clássica e 8 gostam de rock, country e música clássica. Quantos gostam de country?

26. Dentre 214 clientes de um banco com contas-correntes, caderneta de poupança ou aplicações financeiras, 189 têm contas-correntes, 73 têm cadernetas de poupanças regulares, 114 têm aplicações no mercado financeiro e 69 têm contas-correntes e cadernetas de poupança. Não é possível ter caderneta de poupança e investir no mercado financeiro.

    (a) Quantos clientes têm, ao mesmo tempo, conta-corrente e aplicações no mercado financeiro?

    (b) Quantos clientes têm apenas conta-corrente?

27. Uma pesquisa dentre 150 estudantes revelou que 83 são proprietários de carros, 97 possuem bicicletas, 28 têm motocicletas, 53 são donos de carros e bicicletas, 14 têm carros e motocicletas, sete possuem bicicletas e motocicletas, e dois têm todos os três.

    (a) Quantos estudantes possuem apenas bicicletas?

    (b) Quantos estudantes não têm qualquer dos três?

28. Você está desenvolvendo um novo sabonete e contratou uma empresa de pesquisa de opinião pública para realizar uma pesquisa de mercado para você. A empresa constatou que, em sua pesquisa de 450 consumidores, os fatores a seguir foram considerados relevantes na decisão de compra de um sabonete:

Perfume	425
Fácil produção de espuma	397
Ingredientes naturais	340
Perfume e fácil produção de espuma	284
Perfume e ingredientes naturais	315
Fácil produção de espuma e ingredientes naturais	219
Todos os três fatores	147

Você confiaria nesses resultados? Justifique.

29. Escreva a expressão para $|A \cup B \cup C \cup D|$.

30. Quantas cartas precisam ser tiradas de um baralho convencional de 52 cartas para garantirem que tiraremos duas cartas do mesmo naipe?

31. Se 12 cartas são tiradas de um baralho convencional, podemos afirmar que duas têm valores iguais, independentemente do naipe?

32. Quantas pessoas precisam estar em um grupo para se garantir que duas pessoas tenham o mesmo aniversário (não se esqueça de ignorar o ano)?

33. Em um grupo de 25 pessoas, podemos afirmar que existem pelo menos três que nasceram no mesmo mês?

34. Prove que se quatro números são escolhidos do conjunto 1, 2, 3, 4, 5, 6, pelo menos um par precisa somar 7. (Dica: Encontre todos os pares de números do conjunto que somem 7.)

35. Quantos números precisam ser escolhidos do conjunto 2,4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18,20 afim de se garantir que pelo menos um par soma 22? (Veja a dica para o Exercício 34.)

36. Calcule o valor das expressões abaixo:

    (a) $P(7,2)$

    (b) $P(8,5)$

    (c) $P(6,4)$

    (d) $P(n,1)$

    (e) $P(n,n-1)$

37. Os 20 times Campeonato Brasileiro de Futebol estão listados no jornal. Quantas listagens diferentes são possíveis?

38. Quantas permutações das letras da palavra COMPUTADOR existem? Quantas delas terminam por uma vogal?

39. Quantas permutações distintas da palavra ERRO existem? (Lembre-se que os Rs não podem ser distinguidos um do outro.)

40. De quantas maneiras seis pessoas podem sentar-se em uma roda com seis cadeiras? (Apenas as posições relativas em um círculo podem ser distinguidas.)

41. De quantas maneiras os primeiro, segundo e terceiro prêmios em um concurso de tortas podem ser atribuídos a 15 concorrentes?

42. (a) A designação de títulos de valores é limitada a três letras. Quantas designações existem?

    (b) Quantas designações existem se as letras não puderem se repetir?

43. De quantas maneiras diferentes podem se sentar 11 homens e 8 mulheres em uma fileira, se todos os homens se sentam juntos e as mulheres também se sentam juntas?

44. De quantas maneiras diferentes podem se sentar 11 homens e 8 mulheres em uma fileira sem que duas mulheres se sentem juntas?

45. Calcule o valor das seguintes expressões:

    (a) $C(10,7)$

    (b) $C(9,2)$

    (c) $C(8,6)$

    (d) $C(n,n-1)$

46. Calcule $C(n, n-1)$. Explique por que $C(n, n-1) = C(n, 1)$.

47. O controle de qualidade deseja testar 25 chips de microprocessadores dentre os 300 que são produzidos diariamente. De quantas maneiras isto pode ser feito?

48. Um time de futebol leva 18 jogadores na comitiva; 11 jogadores compõem o time titular. De quantas maneiras o time titular pode ser formado?

49. De quantas maneiras pode ser selecionado um júri de cinco homens e sete mulheres dentre um elenco de 17 homens e 23 mulheres?

50. De quantas formas uma bibliotecária seleciona quatro novelas e três peças dentre uma coleção de 21 novelas e 11 peças?

Os Exercícios 51 a 54 referem-se à seguinte situação: do pessoal de uma companhia, sete trabalham no projeto, quatorze na produção, quatro nos testes, cinco em vendas, dois na contabilidade e três em marketing. Um comitê de seis pessoas deve ser formado para uma reunião com o supervisor.

51. De quantas maneiras podemos formar este comitê, se tiver que haver um membro de cada departamento?

52. De quantas maneiras podemos formar o comitê, se tiver que haver exatamente dois membros do departamento de produção?

53. De quantas maneiras o comitê pode ser formado, se o departamento de contabilidade não for representado e o de marketing tiver exatamente um representante?

54. De quantas maneiras o comitê pode ser formado se a produção tiver que ter pelo menos dois representantes?

Nos Exercícios 55 a 58, um conjunto de quatro fichas é escolhido de uma caixa contendo cinco fichas vermelhas e sete fichas pretas.

55. Encontre o número de conjuntos de quatro fichas.

56. Encontre o número de conjuntos nos quais duas fichas são vermelhas e duas são pretas.

57. Encontre o número de conjuntos composto por todas as fichas vermelhas ou todas as fichas pretas.

58. Encontre o número de conjuntos com três ou quatro fichas pretas.

Os Exercícios 59 a 62 referem-se a uma rede de computadores com 60 nós. A rede é projetada para resistir à falha de quaisquer dois nós.

59. De quantas maneiras esse tipo de falha pode ocorrer?

60. De quantas maneiras podem falhar um ou dois nós?

61. Se um nó falhar, de quantas maneiras podemos selecionar sete nós, sem que estes sejam quaisquer dos nós que falharam?

62. Se dois nós falharem, de quantas maneiras podemos selecionar sete nós de forma que eles incluam exatamente um dos nós que falharam?

Nos Exercícios 63 a 66, um comitê do congresso com três integrantes precisa ser selecionado dentre cinco democratas, três republicanos e quatro independentes.

63. De quantas maneiras o comitê pode ser escolhido?

64. De quantas maneiras o comitê pode ser escolhido, se precisar incluir pelo menos um independente?

65. De quantas maneiras podem ser escolhidos comitês que não incluam democratas e republicanos simultaneamente?

66. De quantas maneiras o comitê pode ser escolhido, se precisar ter pelo menos um democrata e um republicano?

67. Em uma mão com cinco cartas tiradas de um baralho de 52 cartas, quantas formas existem de se ter quatro ases e uma carta de paus?

68. Em uma mão com cinco cartas tiradas de um baralho de 52 cartas, quantas formas existem de se ter três valetes e duas cartas de copas?

69. (a) Quantas permutaçoes distintas existem com as letras da palavra HAWAIIAN?
    (b) Quantas dessas começam por H?

70. (a) Quantas permutações distintas é possível conseguir com as letras da palavra APALACHICOLA?
    (b) Quantas dessas têm os dois L juntos?

71. Uma livraria exibe uma prateleira com cinco, três e quatro cópias, respectivamente, dos três livros mais vendidos. Quantos arranjos diferentes desses livros existem, se os livros do mesmo título não puderem ser distinguidos entre si?

72. Um florista tem rosas, cravos, lírios e bocas-de-leão em estoque. Quantos buquês diferentes de uma dúzia de flores podem ser feitos?

73. Cada um de quatro amigos compra um par de sapatos de corrida dentre uma seleção de uma loja com 14 tipos. De quantas maneiras eles podem ter feito as escolhas?

74. Uma carteia de bingo é distribuída a cada um dos 12 jogadores. De quantas maneiras isto pode ser feito se houver 15 tipos de cartas e puder haver repetições?

75. Seis armazéns estão para receber carregamentos de um dos seguintes materiais: tintas, martelos ou telhas.
    (a) De quantas maneiras isto pode acontecer?
    (b) De quantas formas isto pode acontecer, se não tiver havido encomendas de tintas?
    (c) De quantos modos isto pode acontecer, se houver pelo menos um carregamento de cada item?

Gabarito

1. 30 sobremesas

2. 16 sobremesas

3. 192 configurações

4. $4^{20} \cdot 5^{10} = 10\,737\,418\,240\,000\,000\,000$ folhas de resposta.

5. 1 757 600 senhas diferentes.

6. 14 060 800 senhas diferentes.

7. 14 caminhos.

8. $10^{11} = 100\,000\,000\,000$ CPFs diferentes.

9. Não foi uma boa compra pois, temos 100 senhas distintas apenas, ou seja, ao menos 75 apartamentos terão senhas repetidas.

10. 17 576 palíndromos.

11. 32 números.

12. 16 conectivos binários são possíveis.

13. 24 formas

14. 824 maneiras

15. 180 jantares diferentes.

16. 1680 carros.

17. 1120 carros.

18. 23 634 000 placas.

19. 917 pedidos.

20.

a) 256 cadeias.

b) 64 cadeias.

c) 192 cadeias.

d) 128 cadeias.

e) 32 cadeias.

f) 8 cadeias.

g) 32 cadeias.

h) 16 cadeias.

i) 8 cadeias.

j) 248 cadeias.

21. 33 maneiras.

22.

23. 11 falam inglês e francês.

24. 19 pessoas.

25. 23 pessoas. (Este problema tem um erro de formulação, uma vez que $|C \cap M|$ não pode ser maior que $|M|$, mesmo assim é possível usar o princípio da Inclusão e Exclusão.)

26.

a) 93 clientes.

b) 27 clientes.

27.

a) 39 estudantes têm apenas bicicleta.

b) 14 estudantes não têm qualquer um dos três.

28. Não, pois não respeita o princípio da Inclusão e da Exclusão.

29. $|A \cup B \cup C \cup D| = |A| + |B| + |C| + |D| - |A \cap B| - |A \cap C| - |A \cap D| - |B \cap C| - |B \cap D| - |C \cap D| + |A \cap B \cap C| + |A \cap B \cap D| + |A \cap C \cap D| + |B \cap C \cap D| - |A \cap B \cap C \cap D|$

30. 5 cartas.

31. Não, serão necessárias no mínimo 14 cartas para garantirmos a repetição de um número.

32. 367 pessoas.

33. Sim, pelo Princípio da Casa de Pombos.

34. Listando os pares que somam 7 temos $1 + 6$, $2 + 5$ e $3 + 4$, assim, se escolhermos três números, podemos ter um de cada par e não somamos 7, mas a partir do quarto número escolhido, obrigatoriamente teremos que pegar um dos pares que somam 7.

35. Analogamente ao exercício 34, são 5 pares que somam 22, assim, se escolhermos 6 números dentre esses, com certeza um par que soma 22 será escolhido.

36.

a) 42

b) 6720

c) 360

d) n

e) $n!$

37. 20! listagens.

38. 1 814 400 permutações, destas 725 760 terminam com vogal.

39. 12 permutações.

40. $6!/6 = 120$ maneiras.

41. $P(15, 3) = 2\,730$ maneiras.

42.

a) $26^3 = 17\,576$ designações.

b) $P(26, 3) = 15\,600$ designações.

43. $(11!) \cdot (8!) \cdot 2 = 3\,218\,890\,752\,000$ formas.

44.

45.

a) 120

b) 36

c) 28

d) n

46. $C(n, n-1) = C(n, 1) = n$. Isto é, o problema de selecionar $n-1$ elementos em conjunto de n elementos é o mesmo que selecionar 1 elemento num conjunto de n elementos. Quando selecionamos $n-1$, automaticamente escolhemos 1 que não foi selecionado.

47. $C(300, 25) = \dfrac{300!}{25!275!}$.

48. $C(18, 11) = 31\,824$

49. 1 517 031 516 maneiras.

50. 987 525 formas.

51. $7 \cdot 14 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 3 = 11\,760$ maneiras.

52. $C(14, 2) \cdot C(21, 4) = 544\,635$ maneiras.

53. $3 \cdot \dfrac{30!}{25!} = 51\,302\,160$ maneiras.

54. $C(35, 6) - C(21, 6) - 14 \cdot C(21, 5) = 11\,284\,010$ maneiras.

55. $C(12, 4) = 495$ conjuntos.

56. $C(5, 2) \cdot C(7, 2) = 210$ conjuntos.

57. $C(5, 4) + C(7, 4) = 40$ conjuntos.

58. $5 \cdot C(7, 3) + C(7, 4) = 210$ conjuntos.

59. $C(60, 2) = 1\,770$ maneiras de falharem exatamente dois nós.

60. $C(60, 2) + C(60, 1) = 1\,830$ maneiras.

61.

62.

63. $C(12, 3) = 220$ maneiras.

64. $4 \cdot C(8, 2) = 112$ maneiras.

65. $C(9, 3) + C(7, 3) = 119$ maneiras.

66. $5 \cdot 3 \cdot C(10, 1) = 150$ maneiras.

67. Existem apenas 12 formas.

68. $3C(12, 2) + 1C(13, 1) = 211$ maneiras.

69.

a) $\dfrac{8!}{3!\,2!} = 3\,360$ permutações.

b) $1 \cdot \dfrac{7!}{3!\,2!} = 420$ permutações.

70.

a) $\dfrac{12!}{4!\,2!\,2!} = 4\,989\,600$ permutações.

b) $11 \cdot \dfrac{10!}{4!\,2!} = 831\,600$ permutações.

71. $\dfrac{12!}{5!\,3!\,4!} = 27\,720$ arranjos.

72.

73.

74.

75.