Apuntes

Matemática 4to

October 10, 2025

1 Temas

1.1 Primer Trimestre

Factoreo. Conjuntos de números reales. Representación en recta numérica. Intervalos: abiertos, cerrados y semiabiertos. Potencia con exponente fraccionario. Propiedades de potenciación. Operaciones de potencia con exponente fraccionario. Radicales: concepto, semejantes y no semejantes. Extracción de factores de fuera del signo radical por simplificacion y por regla práctica.

1.2 Segundo trimestre

Suma algebráica de radicales semejantes y aparentes no semejantes. Multiplicación de radicales de igual y distinto índice. División de radicales de igual y de distinto índice. Binomio conjugado. Racionalización de denominadores.

1.3 Tercer trimestre

Función: dominio e imagen, codominio. Funcion lineal. Gráfico de la función. Ecuación de la recta. Distintas formas de la ecuación de la recta. Ecuación de la recta que pasa por un punto. Ecuación que pasa por una recta y es paralelo a una recta. Ecuación de una recta que pasa por un punto y es perpendicular a una recta. Ecuación de segundo grado (parábolas): Definición, elementos, clasificación, resolución y verificación.

2 Primer trimestre

2.1 Factoreo

Hay 5 casos de factoreo conocidos, su finalidad es poder facilitar las expresiones algebráicas descomponiendolas en factores primos.

2.1.1 Factor comun

Se puede observar que en el polinomio, al separar en términos se observen factores que se repitan en todos o algunos de ellos. Es muy importante tener en

cuenta el grado de los factores, siempre debe ser el menor posible.
Por ejemplo:

$$xm^2 + sm - am^3 + sam = m(xm + s - am^2 + sa)$$
$$2b^2 - 32m^3 = 2b^2 - 2 \cdot 16m^3 = 2(b^2 - 16m^3)$$

Ejercicio: $3mn^2h + 9nm^3 - 27hm^2$

2.1.2 Factor común en grupos

Igual que en el anterior, puedo ver dos o más factores que se repiten en los polinomios y me permiten escribirlos distintos.
Por ejemplo:

$$\begin{aligned} jk + jt + ak + at + bk + bt &= (jk + jt) + (ak + at) + (bk + bt) \\ &= j(k + t) + a(k + t) + b(k + t) = (k + t)(j + a + b) \\ &= (jk + ak + bk) + (jt + at + bt) \\ &= k(j + a + b) + t(j + a + b) = (j + a + b)(k + t) \end{aligned}$$

Ejercicio: $5h^2m + 8mn^2 + 10h + 16n$

$$\begin{aligned} 5h^2m + 8mn^2 + 10h + 16n &= (5h^2m + 10h) + (8mn^2 + 16n) \\ &= (5h^2m + 2 \cdot 5h) + (8mn^2 + 8 \cdot 2n) \\ &= 5h(hm + 2) + 8n(mn + 2) \end{aligned}$$

2.1.3 Trinomio cuadrado perfecto

Es el desarrollo del cuadrado de un binomio. Suele conmunmente asociarse a la fórmula $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$
¿De donde surge esa fórmula?:

$$\begin{aligned} (a + b)^2 = (a + b)(a + b) &= (a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b) \\ &= (a^2 + ab + ba + b^2) = (a^2 + b^2 + 2ab) \end{aligned}$$

En caso de ser a o b negativas, entonces resulta en $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

Ejercicio: $(7 + a^2)^2$

Nota: La propiedad de las potencia: potencia de potencia sucede de la siguiente manera:

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

2.1.4 Cuatrinomio cubo perfecto

Es el desarrollo del cubo de un binomio, similar al caso anterior

$$\begin{aligned} (a + b)^3 = (a + b)(a + b)(a + b) &= (a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b)(a + b) \\ &= (a^2 + ab + ba + b^2)(a + b) = (a^2 + b^2 + 2ab)(a + b) \\ &= (a^2a + a^2b + b^2a + b^2b + 2aba + 2abb) \\ &= (a^3 + a^2b + ab^2 + b^3 + 2a^2b + 2ab^2) \\ &= (a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2) \end{aligned}$$

En caso de ser a o b negativos resulta en $(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3a^2b + 3ab^2$

Ejercicio: $(3+a^2x)^3$

$$\begin{aligned}(3+a^2x)^3 &= 3^3 + (a^2x)^3 + 3\cdot 3^2 \cdot a^2x + 3\cdot 3\cdot (a^2x)^2 \\ &= 27 + a^6x^3 + 27a^2x + 9a^4x^2\end{aligned}$$

2.1.5 Diferencia de cuadrados

Al identificar dos números que son el cuadrado de otro puedo reescribirlos como el producto de su suma y diferencia. Es decir:

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Es importante destacar que si multiplico lo del parentesis vuelvo al primer término. Siempre es util identificar las propiedades de potencia para identificar cuadrados.
Por ejemplo:

$$64 - m^8 = 8^2 - (m^4)^2 \tag{1}$$
$$= (8-m^4)(8+m^4) \tag{2}$$

Ejercicio: $9 - b^4$

2.2 Numeros reales: representación e Intervalos

Los números reales son aquellos que contienen todos los conjuntos de números anteriormente vistos: los naturales, enteros, racionales e irracionales, ($\mathbb{R} = \{\mathbb{N}, \mathbb{Z}, \mathbb{Q}, \mathbb{I}\}$), son infinitos y en sus intervalos se encuentran infinitos números. Corchetes y parentesis representan si el número está incluido o no en ese intervalo
Por ejemplo:

Intervalo abierto: $(2,8)$ tanto el 2 como el 8 no están incluidos en ese intervalo
Intervalo semiabierto: $(2,8]$ el 8 si está incluido en el intervalo
Intervalo cerrado: $[2,8]$ tanto 2 como 8 están incluidos

En su representación también se guía de parentesis y corchetes sobre los números que están en el intervalo

2.3 Propiedades de la potenciación

Si bien tienen nombres complicados estas propiedades son bastantes conocidas, hay que tener muy en cuenta cuando pueden usarse y cuando no, ya sea por sumas y restas o multiplicación o división.

2.3.1 Potencias fraccionarias

Son aquellas potencias que mediante una fracción representan raices y potencias al mismo tiempo, el denominador hace de índice de la raíz y el numerador de exponente, es decir:

$$a^{\frac{b}{c}} = \sqrt[c]{a^b}$$

2.3.2 Potencia 0

Cualquier número elevado a la potencia 0, es 1, es decir $a^0 = 1$

$$1000^0 = 1, \quad 4534^0 = 1, \quad 12^0 = 1$$

2.3.3 Potencia 1

Cualquier base con exponente 1 es igual a la misma base, es decir: $a^1 = a$

$$7474^1 = 7474, \quad 331^1 = 331, \quad 0^1 = 0$$

2.3.4 Potencia negativa

al tener una potencia negativa, produce que las fracciones se inviertan para que el exponente sea positivo:

$$a^{-1} = \left(\frac{1}{a}\right), \quad \left(\frac{r}{t}\right)^{-3} = \left(\frac{t}{r}\right)^3 = \frac{t^3}{r^3}$$

2.3.5 Producto y división de potencias de igual base

Al encontrarnos dos potencias de igual base, podemos sumar sus exponentes o restarlos dependiendo si se están multiplicando o dividiendo respectivamente. Es decir:

Multiplicación: $a^b \cdot a^c = a^{b+c}$
División: $a^b : a^c = \frac{a^b}{a^c} = a^{b-c}$
Ambos: $a^b : a^c \cdot a^d = a^{b-c+d}$

2.3.6 Potencia de potencia

Dado una potencia elevada a otra sobre sí, resulta en la multiplicacion de sus exponentes, es decir:

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

Algunos ejemplos:

$$(c^2)^5 = c^10, \quad (12^25)^0 = 1$$

2.3.7 Distribucón de potencia y raíz

Las potencias y raíces son distribuibles sólamente si hay multiplicación o división

División: $(a : b)^c = a^c : b^c, \quad \sqrt[n]{\left(\frac{a}{b}\right)} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
Multiplicación: $(a \cdot b)^c = a^c \cdot b^c, \quad \sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
Suma y resta: $(a + b)^c \neq a^c + b^c, \quad (a - b)^{\frac{1}{2}} \neq \sqrt{a} - \sqrt{b}$

2.4 Fracciones: repaso

2.4.1 Suma y resta de fracciones:

Es importante priorizar que el denominador sea igual para las fracciones a sumar o restarlos, por lo tanto, para igualar denominadores podemos buscar un multiplo común menor ó si el mayor es múltiplo del menor puedo tomar ese como denominador:

$$\frac{numerador}{denominador}$$

$$\begin{aligned}
&(1) \quad \frac{3}{7}+\frac{6}{4}=\frac{12}{28}+\frac{42}{28}=\frac{12+42}{28}=\frac{54}{28}\\
&(2) \quad \frac{7}{8}-\frac{1}{4}=\frac{7}{8}-\frac{2}{8}=\frac{7-2}{8}=\frac{5}{8}\\
&(3) \quad \frac{7}{8}-\frac{1}{4}\neq\frac{7-1}{8-4}
\end{aligned}$$

2.4.2 Multiplicación y simplificación de fracciones

Para simplificar fracciones debo trabajar con una única fracción o puedo entre varias siempre y cuando se esté multiplicando, esta simplificación se dá entre numerador y denominador, jamás entre dos numeradores y dos denominadores:

$$(1) \quad \frac{27}{9}=\frac{3\cdot 9}{9}=\frac{3}{1}=3 \qquad\qquad (2) \quad \frac{45}{5}\cdot\frac{10}{9}=\frac{5\cdot 9}{5}\cdot\frac{2\cdot 5}{9}=\frac{5}{1}\cdot\frac{2}{1}=10$$

2.4.3 División de fracciones

Al dividir fracciones se "voltea" la segunda fracción y la división pasa a ser multiplicación:

$$\frac{a}{b}:\frac{m}{n}=\frac{a}{b}\cdot\frac{n}{m}$$

2.5 Ejercicios a realizar:

Ejemplo

$$\begin{aligned}
(1) \quad \sqrt{24+4\left(\frac{1}{2}\right)^2}\div\left[\frac{39}{8}+\left(\frac{1}{2}\right)^3\right]\cdot(-1)^7+\left(-\frac{1}{3}\right)^2 &= \sqrt{24+4\frac{1}{4}}\div\left[\frac{39}{8}+\frac{1}{8}\right]\cdot(-1)+\frac{1}{9}\\
&= \sqrt{24+1}\div\left[\frac{39+1}{8}\right]\cdot(-1)+\frac{1}{9}\\
&= \sqrt{25}\div\left[\frac{40}{8}\right]\cdot(-1)+\frac{1}{9}\\
&= 5\div 5\cdot(-1)+\frac{1}{9}\\
&= -1+\frac{1}{9}\\
&= \frac{-9+1}{9}=-\frac{8}{9}
\end{aligned}$$

2.5.1 Ejercicios de factoreo:

$$
\begin{aligned}
&(1) \quad (d^3m-3)^2 \\
&(2) \quad m^2n5+15n^2h-10n-5n^3k \\
&(3) \quad 6ac-4ad-9bc+6bd+15c^2-10cd \\
&(4) \quad x^2-\frac{9}{25} \\
&(5) \quad (1+m^2p^2)^3
\end{aligned}
$$

2.5.2 Ejercicios de Representación e intervalos de números reales

Representar

(1) $[2,6)$
(2) intervalo entre 6 y 9 que incluya ambos números
(3) $(-3,1)$

Identificar el intervalo cerrado, abierto y semicerrado. Verdadero y falso:

(1) el tercer intervalo incluye a -3 (2) dos intervalos contienen a 6 (3) Hay menos números en el primer intervalo que en el segundo.

2.5.3 Propiedades de raíz y potencia

Resolver:

(1) $(5^{-2}-4)$ (2) $(3^2)^{\frac{1}{2}}$ (3) $\left(\frac{2}{3}\right)^3$ (4) π^0

2.5.4 Ejercicios combinados

$$
\begin{aligned}
&(1) \quad \left(\frac{1-\frac{5}{4}}{\sqrt[3]{-\frac{11}{8}}-2}+\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^{-4}}\right)^{-1} \\
&(2) \quad \left(\frac{\left(\frac{3}{5}\right)^4\left(\frac{3}{5}\right)^{-3}+1}{1-\frac{2}{3-\frac{1}{2}}}\right)^{-\frac{1}{3}}
\end{aligned}
$$

2.6 Radicación

2.6.1 Conceptos:

Comencemos señalando las partes de un radical:

$$\sqrt[b]{a}$$

Donde a es el radicando, b el índice y el símbolo es la raíz.
Cualquier número o expresión que utiliza una raíz se conoce como radical. El término radical se deriva del latín radix, que significa raíz. El radical puede describir diferentes tipos de raíces para un número. El número escrito antes del

radical se conoce como número índice o grado. Este número nos ayuda a decir cuántas veces se multiplicaría el número por sí mismo para obtener el radicando. Este se considera el opuesto de un exponente, al igual que la suma es el opuesto de la resta y la división es el opuesto de la multiplicación

2.6.2 Raíces y sus signos

Los radicales también tienen una manera de saber que signo llevan, y está a disposición del radicando y su índice:

- Índice par, radicando positivo, positivo y/o negativo: $\sqrt[par]{+a} = \pm b$
- Índice impar, radicando positivo, positivo: $\sqrt[impar]{a} = b$
- Índice par, radicando negativo, no existe resultado dentro de los reales
- índice impar, radicando negativo, negativo: $\sqrt[impar]{-a} = -b$

Ejercicios:

1. $\sqrt[5]{-32}$
2. $\sqrt{121}$
3. $\sqrt[6]{64}$
4. $\sqrt[4]{-81}$

2.6.3 Semejanzas y no semejanzas

Dos radicales son semejantes cuando comparten indice y radicando, lo que pueden no compartir sería el coeficiente que los acompaña. Por ejemplo:

(1) $\sqrt[b]{55} \quad y \quad 25\sqrt[b]{55}$ (2) $2\sqrt[4]{16} \quad y \quad 3\sqrt[4]{16}$

(3) $\sqrt[9]{m^3} \quad y \quad 8\sqrt[9]{m^2}$ (4) $23\sqrt[2]{25} \quad y \quad 13\sqrt[3]{25}$

Donde 1 y 2 son semejantes y 3 y 4 no cumplen con la semejanza ya sea por índice o radicando, y coeficiente es aquel número que acompaña a las raíces

2.6.4 Extracción de factores fuera de la raíz

¿Qué sucede cuando un radicando tiene un factor de exponente mayor o igual al índice de la raíz?

Primero debemos saber identificar todos los factores con sus exponentes que son parte del radicando y posteriormente analizar si es posible "extraerlos" de la raíz.

Identificación de factores: Necesito saber todos los números primos y exponentes de cada letra involucrados en el radicando. ¿Cómo lo hago? Primero puedo factorizar los factores, es decir, aplicar los casos de factoreo y/o descomponer los números en números primos. Ejemplo:

$\sqrt{25(m^3n + m^2h)}$ El radicando en este caso es $25(m^3n + m^2h)$

Primero el número 25 puedo factorizarlo:

25	5
5	5
1	

Luego identifico si hay algún caso de factoreo en $m^3n + m^2h$, que es en efecto el primer caso de factoreo: factor común.

$$m^3n + m^2h = m^2(mn + h)$$

Reviso índices y exponentes: Como la raiz es aquella que es opuesta al exponente, entonces si sabemos la potencia del número puede anularse o reducirse, es decir:

Nuestro radical se ve así ahora: $\sqrt{5^2 \cdot m^2 \cdot (mn + h)}$, además como sabemos por las propiedades de potencia y radicación, la raíz es distribuible en cuanto al producto, por lo tanto:

$\sqrt{5^2} \cdot \sqrt{m^2} \cdot \sqrt{mn + h}$ cuando el índice es igual al exponente puede "cancelarse" lo cual resulta en $5 \cdot m \cdot \sqrt{mn + h}$ que sería la solución. Ahora ¿Qué sucede cuando el exponente es mayor al índice? recordemos que los exponentes fraccionarios representan raíces y potencias, lo que se refiere a que pueden simplificarse como fracciones, o dividirse, si hubiese trabajado con

$$\sqrt[4]{2^8} = 2^{\frac{8}{4}} = 2^2 = 4$$

En caso de tener un exponente que no es simplificable de ese modo podemos optar por separar en términos simplificables, es decir:

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{m^4} &= \sqrt[3]{m^3 \cdot m} \qquad \text{Por propiedad de la potencia se puede} \\ &= \sqrt[3]{m^3} \cdot \sqrt[3]{m} \\ &= m \cdot \sqrt[3]{m} \end{aligned}$$

Ejercicios: Decir si los siguientes radicales son semejantes

1. $\sqrt[3]{v^3n}$ y $\sqrt[root]{no^3}$
2. $2\sqrt[4]{16l}$ y $\sqrt[4]{l^5}$

3 Segundo trimestre

3.1 Suma algebráica

Que hable de sumas algebráicas hace referencia a que existen tanto números como radicales que resultan en números irracionales, aparte de los racionales que conocemos. Es pertinente aclarar que vamos a hacer uso de los ítems antes vistos:
Principalmente se va trabajar con factorización y las propiedades de radicación y potenciación.

- **Semejantes:** como con factorizar letras, consideramos a los radicandos simplificados como factores: $2\sqrt[2]{5} + 3\sqrt[2]{5} = \sqrt[2]{5}(2 + 3) = \sqrt[2]{5} \cdot 5$

- **Aparentes no semejantes:** los simplificamos como se explicó en el tema anterior y de ahí vemos si se puede aplicar la suma algebráica.

Ejercicios:

1. $4\sqrt{32} - 7\sqrt{8} - 3\sqrt{18}$
2. $5\sqrt[3]{81} - 7\sqrt[3]{24} - 2\sqrt[3]{375}$
3. $\sqrt[3]{8xy^3} - \sqrt[3]{125x^3y} - \sqrt[3]{216xy^3} + \sqrt[3]{8x^3y}$

3.2 Multiplicación de radicales de distinto e igual índice

Consideremos que el índice de las raíces para poder multiplicar las raíces, no podemos introducir una dentro de la otra si no trabajamos con los mísmos índices ¿Qué sucede entonces si son distintos?

$$\begin{aligned}
\sqrt[2]{5} \cdot \sqrt[3]{5} &= 5^{\frac{1}{2}} \cdot 5^{\frac{1}{3}} \quad \text{(por propiedad de potencia y raíz)} \\
&= 5^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} \quad \text{(por propiedad de multiplicación de potencias de igual base)} \\
&= 5^{\frac{3}{6}+\frac{2}{6}} = \quad 5^{\frac{5}{6}} \quad \text{(por suma de fracciones)} \\
&= \sqrt[6]{5^5} \quad \text{(por propiedad de potencia fraccionaria)}
\end{aligned}$$

De otro modo que podemos verlo es buscando un índice común, que sería el mínimo común múltiplo entre los índices, en este caso 6. Entonces:

$$\begin{aligned}
\sqrt[2]{5} \cdot \sqrt[3]{5} &= \sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt[6]{5^2} \quad \text{(por propiedad de potencia fraccionaria)} \\
&= \sqrt[6]{5^3 \cdot 5^2} \\
&= \sqrt[6]{5^{3+2}} \quad \text{(por propiedad de multiplicación de raíces de igual índice)} \\
&= \sqrt[6]{5^5}
\end{aligned}$$

Lo mismo sucede con multiplicación de radicales de distinta base, es decir:

$$\begin{aligned}
\sqrt[2]{5} \cdot \sqrt[3]{3} &= 5^{\frac{1}{2}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \quad \text{(por propiedad de potencia y raíz)} \\
&= \sqrt[6]{5^3} \cdot \sqrt[6]{3^2} \quad \text{(por propiedad de potencia fraccionaria)} \\
&= \sqrt[6]{5^3 \cdot 3^2} \quad \text{(por propiedad de multiplicación de raíces de igual índice)}
\end{aligned}$$

Ejercicios:

1. $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{3}$
2. $\sqrt[4]{2x} \cdot \sqrt[6]{8x^2}$
3. $\sqrt[3]{5a^2b} \cdot \sqrt[4]{10ab^3}$

3.3 División de radicales de igual y distinto índice

Al igual que en la multiplicación, para dividir radicales de distinto índice debemos trabajar con un índice común, que sería el mínimo común múltiplo entre los índices.
Por ejemplo: Si consideramos $\sqrt[2]{5} : \sqrt[3]{5}$ podemos ver que el mínimo común

múltiplo entre 2 y 3 es 6, elevamos ambos índices lo que se necesite para llegar a 6

$$\begin{aligned}
\sqrt[2]{5} : \sqrt[3]{5} &= \sqrt[2\cdot 3]{5^3} : \sqrt[3\cdot 2]{5^2} \quad \text{(por propiedad de potencia y raíz)} \\
&= \sqrt[6]{5^3} : \sqrt[6]{5^2} \quad \text{(por propiedad de potencia fraccionaria)} \\
&= \sqrt[6]{5^3 : 5^2} \quad \text{(por propiedad de división de raíces de igual índice)} \\
&= \sqrt[6]{5^{3-2}} \quad \text{(por propiedad de división de potencias de igual base)} \\
&= \sqrt[6]{5}
\end{aligned}$$

De igual manera para radicales de distinta base:

$$\begin{aligned}
\sqrt[2]{5} : \sqrt[3]{3} &= \sqrt[2\cdot 3]{5^3} : \sqrt[3\cdot 2]{3^2} \quad \text{(por propiedad de potencia y raíz)} \\
&= \sqrt[6]{5^3} : \sqrt[6]{3^2} \quad \text{(por propiedad de potencia fraccionaria)} \\
&= \sqrt[6]{5^3 : 3^2} \quad \text{(por propiedad de división de raíces de igual índice)}
\end{aligned}$$

3.4 Binomio conjugado

El binomio conjudado es aquél que trabaja con algo que ya vimos antes que es la diferencia de cuadrados, sabemos que dado dos números al cuadrado que se estén restando, podemos desarmarlos según la resta en dos cosas más simples, es decir:

$$a^2 + b^2 = (a + b)(a - b)$$

entonces se llama binomio por contar con una suma de dos cosas, y conjugado, porque en el segundo, en vez de sumar, se resta. entonces en el caso anterior, el binomio conjugado de $(a + b)$ es $(a - b)$, esto nos va a servir mucho para poder armar expresiones más fáciles en el futuro sabiendo que al multiplicar un número por su conjugado resulta en el cuadrado, nos ayudará a trabajar con las raíces.

3.4.1 Ejercicio: Dar el binomio conjugado de las siguientes expresiones

1. $23 + \sqrt{12}$
2. $12 - 24$
3. $2 - \sqrt{5}$

3.5 Racionalización del denominador

Considerando lo anterior veamos el siguiente ejercicio que buscamos resolver:

$$\frac{1}{12 + \sqrt{2}}$$

Como vemos es complicado resolver ese denominador porque esa raíz nos está complicando los resultados, más aún cuando trabajemos con ecuaciones, va a ser más dificil de despejar por eso, nos conviene mil veces más tener la raíz en el numerador que en el denominador.

Pero recordando lo anterior, sabemos que una manera para deshacernos de esa raíz podría ser multiplicarla por su binomio conjugado, pero no podemos sólo multiplicar algo porque sí. Veámoslo de la siguiente manera:

$$\frac{1}{12+\sqrt{2}}$$
$$\frac{1}{12+\sqrt{2}} \cdot 1$$

Sabemos que multiplicar por 1 no afecta nada, más aún, conocemos que todo número dividido por sí mismo resulta en 1:

$$\frac{1}{12+\sqrt{2}}$$
$$\frac{1}{12+\sqrt{2}} \cdot 1$$
$$\frac{1}{12+\sqrt{2}} \cdot \frac{12-\sqrt{2}}{12-\sqrt{2}}$$

Aplicamos diferencia de cuadrados, tengo dos número que no coinciden en un signo que se multiplican, entonces puedo hacer:

$$\begin{aligned} \frac{1}{12+\sqrt{2}} \cdot \frac{12-\sqrt{2}}{12-\sqrt{2}} &= \frac{1 \cdot (12-\sqrt{2})}{12^2-(\sqrt{2})^2} \\ &= \frac{12-\sqrt{2}}{144-2} \\ &= \frac{12-\sqrt{2}}{142} \end{aligned}$$

En un caso aún más sencillo si tenemos sólo una raíz en el numerador podemos usar algo muy similar sin necesidad de usar el congujado.

$$\frac{1}{\sqrt{2}}$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 1$$
$$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

Como vemos basta multiplicarlo por sí mismo, y va a resultar el radical solamente en el numerador. Lo que sí hay que tener que tener cuidado es que nuestro objetivo es sacar el radical del denominador, para eso debe tener el mismo exponente que el índice de la raíz para poder hacer eso, por ejemplo:

$$\frac{3}{\sqrt[5]{4^2}}$$

Observamos que necesito que ese 4 esté a la 5ta, entonces lo ideal sería multiplicarlo por algo que nos sume a la potencia.

$$\begin{aligned}\frac{3}{\sqrt[5]{4^2}} \cdot \frac{\sqrt[5]{4^3}}{\sqrt[5]{4^3}} &= \frac{3 \cdot \sqrt[5]{4^3}}{\sqrt[5]{4^{2+3}}} \\ &= \frac{3 \cdot \sqrt[5]{4^3}}{\sqrt[5]{4^5}} \\ &= \frac{3 \cdot \sqrt[5]{4^3}}{4}\end{aligned}$$

Probemos ejercitando con las siguientes operaciones combinadas:

3.5.1 Ejercicios: Resolver

1. $\frac{5}{\sqrt{6}-3\sqrt{6}+8\sqrt{6}}$
2. $\frac{9}{\sqrt{7}+2}$
3. $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt[3]{2x}}$

3.5.2 Tratemos de resolver el parcial

1. Resolver con propiedades
   - $(a^2)^{\frac{1}{2}} : (a^3)^{\frac{2}{3}}$
   - $6^{\frac{2}{3}} \cdot 6^{\frac{1}{5}} \cdot 6^{\frac{1}{2}}$
2. $\sqrt{32} + \sqrt{243} - \sqrt{12} - \sqrt{48} - \sqrt{27}$
3. $\sqrt[3]{2a^2 6c^3} \cdot (-4 \cdot \sqrt[3]{5a6^4c^2})$
4. $\frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{2}-\sqrt{5}}$

3.6 Funciones

3.6.1 Funciones lineales

Se ven de la manera $mx + b = y$ en este caso, m es la pendiente, b es la ordenada al orígen, e y ayuda a su gráfico. Según los datos que nos den podemos obtener es ecuación mediante ciertos puntos conocidos, o rectas paralelas y/o perpendiculares a la recta que queremos encontrar.

3.6.2 Maneras de encontrar la función lineal

1. **Conociendo dos puntos:** Si conocemos dos puntos, podemos encontrar la pendiente y la ordenada al orígen.
   Ejemplo: Conociendo los puntos $(2, 5)$ y $(4, 9)$, la pendiente se calcula como:
   $$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9-5}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$
   Luego, para encontrar la ordenada al orígen, podemos usar uno de los puntos y evaluarlo ya conociendo la pendiente.

2. **Conociendo un punto y la pendiente:** Si conocemos un punto y la pendiente, podemos encontrar la ordenada al orígen con lo anterior.($y - y_1 = m(x - x_1)$)

3. **Un punto y una recta paralela:** Si conocemos un punto y una recta paralela, sabemos que la pendiente es la misma, por lo tanto podemos usar el punto y la pendiente para encontrar la ordenada al orígen.

4. **Un punto y una recta perpendicular:** Si conocemos un punto y una recta perpendicular, sabemos que la pendiente es el negativo del inverso de la pendiente de la recta(pendiente es igual a $-\frac{1}{m}$)

3.6.3 Funciones cuadráticas

Una ecuación de segundo grado se ve de la siguiente manera: $ax^2 + bx + c = 0$, donde a es el coeficiente cuadrático, b el coeficiente lineal y c el término independiente.
Para encontrar los puntos donde la función corta el eje x (donde la función se hace 0) podemos usar la fórmula general:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Es importante saber que el discriminante ($b^2 - 4ac$) nos dice la cantidad de soluciones que tiene la función:

- Si $b^2 - 4ac > 0$ entonces hay dos soluciones reales y distintas
- Si $b^2 - 4ac = 0$ entonces hay una solución real (doble)
- Si $b^2 - 4ac < 0$ entonces no hay soluciones reales

Algunas formas de verificarlo es sabiendo que:

- $x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$
- $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
- Reemplazar las raíces en la función y ver si da 0
- Reescribir la función en su forma factorizada: $a(x - x_1)(x - x_2)$ y volver a la otra.