



5. (a)
  - $A = (-3, -1]$
  - $B = \{-1, 0\}$
  - $C = \{x \in \mathcal{U} / x \geq 1\}$
- (b)
  - $D = A^c = (-1, \infty)$
  - $E = A \cup C = (-3, -1] \cup [1, \infty)$
  - $F = A - C = (-3, -1] = A$

6. Sean las rectas  $L_1$  y  $L_2$  definidas por las ecuaciones:

$$L_1 : y = ax + b, \quad L_2 : y = \frac{1}{3}x + c$$

- (a) Evalúo el punto P en ambas rectas y además conozco que son perpendiculares los que no da que la pendiente de  $L_1$  es  $-3$ .

$$\begin{cases} \frac{2}{3} = -3(-1) + b \\ \frac{2}{3} = \frac{1}{3}(-1) + c \end{cases} \implies \begin{cases} b = -\frac{7}{3} \\ c = 1 \\ a = -3 \end{cases}$$

Las intersecciones con los ejes coordenados son:

- Eje x:

$$L_1 : 0 = -3x - \frac{7}{3} \implies x = -\frac{7}{9}$$

$$L_2 : 0 = \frac{1}{3}x + 1 \implies x = -3$$

- Eje y:

$$L_1 : y = -3(0) - \frac{7}{3} = -\frac{7}{3}$$

$$L_2 : y = \frac{1}{3}(0) + 1 = 1$$

- (b) Verifico si  $A$  pertenece a la recta  $L_2$ :

$$A : \frac{1}{3} = \frac{1}{3}(2) + 1 = \frac{2+3}{3} = \frac{5}{3} \quad \text{No pertenece}$$

Ahora verifico si  $B$  pertenece a la recta  $L_1$

$$B : -2 = -3\left(-\frac{1}{9}\right) - \frac{7}{3} = \frac{1}{3} - \frac{7}{3} = -2 \quad \text{Pertenece}$$

La distancia entre ambos puntos se obtiene mediante la fórmula de distancia:

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} = \sqrt{\left(-\frac{1}{9} - 2\right)^2 + \left(-2 - \frac{1}{3}\right)^2} = \sqrt{\left(-\frac{19}{9}\right)^2 + \left(-\frac{7}{3}\right)^2} \\ &= \sqrt{\frac{361}{81} + \frac{189}{81}} = \sqrt{\frac{550}{81}} = \frac{\sqrt{550}}{9} = \frac{5\sqrt{22}}{9} \end{aligned}$$

7. Sea la parábola  $P : y = 2(x - 3)^2 + k$  que pasa por el punto  $Q = (2, -6)$ .

- (a) Calculo el valor de  $k$ :

$$-6 = 2(2 - 3)^2 + k \implies -6 = 2(1) + k \implies k = -6 - 2 = -8$$

- (b) Coordenadas del vértice:

$$x_v = 3, \quad y_v = 2(3 - 3)^2 - 8 = -8 \implies (x_v, y_v) = (3, -8)$$

Esto sale de la ecuación de la parábola en su forma canónica:  $f(x) = a(x - x_v)^2 + y_v$

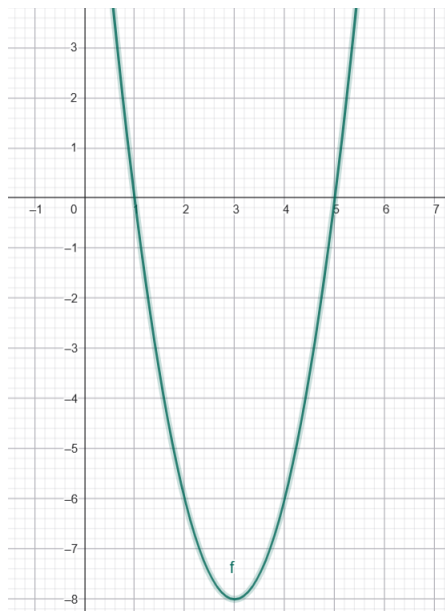
- (c) Intersección con el eje de ordenadas:

$$y = 2(0 - 3)^2 - 8 = 2 \cdot 9 - 8 = 18 - 8 = 10 \implies (0, 10)$$

Intersección con el eje de abscisas:

$$0 = 2(x - 3)^2 - 8 \implies 2(x - 3)^2 = 8 \implies (x - 3)^2 = 4 \implies x - 3 = \pm 2$$

$$x_1 = 3 + 2 = 5, \quad x_2 = 3 - 2 = 1 \implies (5, 0) \text{ y } (1, 0)$$



(d) Gráfico:

8. El punto al encontrarse sobre la circunferencia unitaria, sabemos que la primera coordenada hace referencia a  $\cos(t)$ , podemos usar el teorema de pitágoras para encontrar el valor del  $\sin(t)$

(a) •  $\cos(t) = -\frac{\sqrt{8}}{3}$   
•

$$1 = \sin^2(t) + \cos^2(t) = \sin^2(t) + \left(-\frac{\sqrt{8}}{3}\right)^2 = \sin^2(t) + \frac{8}{9} \Rightarrow \sin^2(t) = 1 - \frac{8}{9} = \frac{1}{9} \Rightarrow \sin(t) = -\frac{1}{3}$$

•

$$\tan(t) = \frac{\sin(t)}{\cos(t)} = \frac{-\frac{1}{3}}{-\frac{\sqrt{8}}{3}} = \frac{1}{\sqrt{8}}$$

•

$$\sec(t) = \frac{1}{\cos(t)} = \frac{1}{-\frac{\sqrt{8}}{3}} = -\frac{3}{\sqrt{8}}$$

•

$$\csc(t) = \frac{1}{-\frac{1}{3}} = -3$$

•

$$\cot(t) = \frac{1}{\tan(t)} = \sqrt{8}$$

En el caso del seno, aseguramos que es en signo negativo por estar en el tercer cuadrante.

- (b) El punto  $P(s)$  se encuentra en el tercer cuadrante, por lo que sus coordenadas son negativas y consideramos que están dadas por  $\cos$  y  $\sin$ :

$$P(s) = \left( \cos\left(7\frac{\pi}{6}\right), \sin\left(7\frac{\pi}{6}\right) \right) = \left( -\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2} \right)$$

(c)

$$\sin\left(7\frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{2}\right) = \sin\left(\frac{7\pi + 3\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{10\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

9. Podemos ver dos triángulos formados por la altura del edificio y las distancias de las plazas a él, como los ángulos son en depresión, basta considerar su complementario como parte del triángulo rectángulo que se puede formar, así tenemos el triángulo 1 con un lado de 100 metros, la altura del edificio y un ángulo de  $45^\circ$ , y el triángulo 2 con la altura del edificio, la distancia entre las plazas  $(100m + d)$  y un ángulo de  $60^\circ$ .

- En el primer triángulo:

$$\tan(45^\circ) = \frac{h}{100} \implies h = 100 \cdot \tan(45^\circ) = 100 \cdot 1 = 100m$$

Sabiendo la altura del edificio, podemos usar el segundo triángulo para encontrar la distancia entre las plazas:

- En el segundo triángulo:

$$\tan(30^\circ) = \frac{h}{100 + d} \implies 100 + d = \frac{h}{\tan(30^\circ)} = \frac{100}{\frac{1}{\sqrt{3}}} = 100\sqrt{3} \implies d = 100\sqrt{3} - 100 = 100(\sqrt{3} - 1)m$$

#### Consejo Superior

El Consejo Superior es el siguiente órgano de máxima autoridad de la Universidad luego de la Asamblea Universitaria. El referido consejo está compuesto por el Rector, los Decanos de las 15 Facultades, 15 delegados por el claustro docente a razón de 1 por Facultad, 10 delegados por los estudiantes, 3 delegados por los egresados, 2 delegados por los docentes, 1 representante del Colegio Nacional de Monserrat y 1 representante de la Escuela Superior de Comercio "Manuel Belgrano". Los representantes por los establecimientos preuniversitarios, antes mencionados son sus respectivos Directores.

10. (a)

Para ser consejero estudiantil es necesario tener aprobado por lo menos 1/3 del número de años de la carrera o un tercio 1/3 del número total de materias establecidas en el plan de estudio, indistintamente.

(b)