

Apuntes

Daikiiii

September 12, 2025

1 Apuntes Limites

1.1 Limites de funciones

1.1.1 Definicion

Sea A un intervalo abierto de \mathbb{R} y sea $a \in A$

1.1.2 Ejemplos

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x+3}{x-2} = \frac{13}{3} \quad (1)$$

Por definici3n de l3mite, l es l3mite de la funci3n $f(x)$ cuando $x \rightarrow a$ si $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ tal que $|f(x) - l| < \varepsilon$ si $0 < |x - a| < \delta$.
Entonces, para demostrar que $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2x+3}{x-2} = \frac{13}{3}$, tenemos que demostrar que $\forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0$ tal que:

$$\left| \frac{2x+3}{x-2} - \frac{13}{3} \right| < \varepsilon \quad \text{si} \quad 0 < |x-5| < \delta$$

Trabajo con la parte de 3psilon para encontrar un delta y ponerlo en funci3n de ese 3psilon:

$$\left| \frac{3(2x+3) - 13(x-2)}{3(x-2)} \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{-7x+35}{3(x-2)} \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{-7}{3} \right| \left| \frac{x-5}{x-2} \right| < \varepsilon$$

$$\left| \frac{x-5}{x-2} \right| < \frac{3}{7} \varepsilon$$

$$|x-5| < \frac{3}{7} \varepsilon |x-2|$$

Consideramos como **acotar** δ a $|x - 2| < \delta$ acoto $\delta < 1$ por transitividad queda en que $|x - 2| < 1$ entonces $x \in (1, 3)$ y de ahí concluimos que $|x - 5| < 4$ por lo tanto volvemos a mi cálculo con épsilon:

$$|x - 5| < \varepsilon \frac{3}{7} |x - 2| < \varepsilon \frac{3}{7} 5$$

$$|x - 5| < \varepsilon \frac{15}{7}$$