

Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Simulacro Final

GURI - La Bisagra, conducción del CEIMAF

7 de Febrero de 2026

1. (a) Resolución de las operaciones:

i.

$$\frac{\left(\frac{3}{4}\right)^{-2}}{\frac{1}{9} - \frac{10}{18}} = \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^2}{\frac{2-10}{18}} = \frac{\frac{16}{9}}{-\frac{8}{18}} = \frac{16}{9} \cdot \left(-\frac{18}{8}\right) = -4$$

ii.

$$i^8 \cdot (\overline{-i+2}) = 1 \cdot (2+i) = 2+i$$

iii.

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{98} \cdot 2^{\frac{1}{2}}}{\left(\frac{14}{3}\right)^7 \cdot \left(\left(\frac{14}{3}\right)^{-1}\right)^5} \cdot \frac{14}{27} &= \frac{\sqrt{49 \cdot 2} \cdot \sqrt{2}}{\left(\frac{14}{3}\right)^7 \cdot \left(\frac{14}{3}\right)^{-5}} \cdot \frac{14}{27} = \frac{7 \cdot 2}{\left(\frac{14}{3}\right)^{7-5}} \cdot \frac{14}{27} = \frac{14}{\left(\frac{14}{3}\right)^2} \cdot \frac{14}{27} = \frac{14 \cdot 3^2}{14^2} \cdot \frac{14}{27} \\ &= \frac{9}{14} \cdot \frac{14}{27} = \frac{9}{27} = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

(b) Tabla de conjuntos numéricos:

	\mathbb{N} (Naturales)	\mathbb{Z} (Enteros)	\mathbb{Q} (Racionales)	\mathbb{I} (Irracionales)	\mathbb{R} (Reales)	\mathbb{C} (Complejos)
Resultado operación I		X	X		X	X
Resultado operación II						X
Resultado operación III			X		X	X

(c) Despeje de la incógnita G :

$$\begin{aligned} \frac{4}{d} &= \sqrt{\frac{4}{G-2} - (x+3n)} \\ \left(\frac{4}{d}\right)^2 &= \frac{4}{G-2} - (x+3n) \\ \frac{16}{d^2} &= \frac{4}{G-2} - (x+3n) \\ \frac{16}{d^2} + (x+3n) &= \frac{4}{G-2} \\ G-2 &= \frac{4}{\frac{16}{d^2} + (x+3n)} \\ G &= 2 + \frac{4}{\frac{16}{d^2} + (x+3n)} \end{aligned}$$

2. (a) resuelvo por partes:

$$-2Q(x) = -2(x^2 - 4x + 1) = -2x^2 + 8x - 2 \quad (1)$$

$$P(x) - 2Q(x) = x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x + 3 - 2x^2 + 8x - 2 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + x + 1 \quad (2)$$

$$P(x) - 2Q(x) - x^4 - 3x + 1 = x^4 - 2x^3 + 3x^2 + x + 1 - x^4 - 3x + 1 = -2x^3 + 3x^2 - 2x + 2 \quad (3)$$

El grado del polinomio resultante es 3, ya que el término de mayor exponente es $-2x^3$.

(b) División de $P(x)$ por $Q(x)$:

$$\begin{array}{r|l}
x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x + 3 & x^2 - 4x + 1 \\
-x^4 + 4x^3 - x^2 & \\
\hline
2x^3 + 4x^2 - 7x & \\
-2x^3 + 8x^2 - 2x & \\
\hline
12x^2 - 9x + 3 & \\
-12x^2 + 48x - 12 & \\
\hline
39x - 9 &
\end{array}$$

El cociente es $x^2 + 2x + 12$ y el resto es $39x - 9$.

(c) Utilizando el teorema del resto y evaluando en $x = 1$:

$$P(1) = 1^4 - 2 \cdot 1^3 + 5 \cdot 1^2 - 7 \cdot 1 + 3 = 1 - 2 + 5 - 7 + 3 = 0$$

Como el resultado es 0, entonces $P(x)$ es divisible por $x - 1$.

3. Planteo y resolución del sistema de ecuaciones:

(a) Planteo del sistema:

$$\begin{aligned}
g + a &= 100 \\
1500g + 2500a &= 205000
\end{aligned}$$

Donde g representa la cantidad de galletitas y a la cantidad de alfajores.

(b) Resolución del sistema utilizando el método de sustitución: De la primera ecuación, despejamos a :

$$a = 100 - g$$

Sustituyendo en la segunda ecuación:

$$\begin{aligned}
1500g + 2500(100 - g) &= 205000 \\
1500g + 250000 - 2500g &= 205000 \\
-1000g &= -45000 \\
g &= 45
\end{aligned}$$

Luego, sustituyendo el valor de g en la primera ecuación para encontrar a :

$$\begin{aligned}
45 + a &= 100 \\
a &= 55
\end{aligned}$$

Por lo tanto, Sara compró 45 galletitas y 55 alfajores.

(c) Clasificación del sistema: El sistema tiene una única solución, por lo tanto es un sistema compatible determinado.

4. (a) Como sabemos la suma y producto de las raíces, podemos usar el siguiente dato conocido:

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 &= -\frac{b}{a} \\
x_1 \cdot x_2 &= \frac{c}{a}
\end{aligned}$$

Reemplazo con los valores de mi ecuación

$$\begin{aligned}
x_1 + x_2 &= -\frac{k}{2} = 7 \implies k = -14 \\
x_1 \cdot x_2 &= \frac{r}{2} = 10 \implies r = 20
\end{aligned}$$

(b) i. Realizo el cambio de variable $y = x^2$, por lo que la ecuación queda:

$$2y^2 - 6y + 4 = 0$$

ii. Resuelvo la ecuación cuadrática en y :

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{6 \pm \sqrt{(-6)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 4}}{2 \cdot 2} = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 32}}{4} = \frac{6 \pm \sqrt{4}}{4} = \frac{6 \pm 2}{4}$$

Por lo tanto, las soluciones para y son:

$$y_1 = \frac{8}{4} = 2$$
$$y_2 = \frac{4}{4} = 1$$

Ahora, vuelvo a la variable original x :

$$x^2 = 2 \implies x = \pm\sqrt{2}$$

$$x^2 = 1 \implies x = \pm 1$$

Por lo tanto, las soluciones de la ecuación original son $x = \sqrt{2}, -\sqrt{2}, 1, -1$.

5. Pasamos a resolver la ecuación fraccionaria:

$$\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4} - \frac{x - 2}{x + 2} = \frac{2}{x - 2}$$

Primero, factorizamos los polinomios cuando sea posible:

$$\frac{(x - 2)(x - 3)}{(x - 2)(x + 2)} - \frac{x - 2}{x + 2} = \frac{2}{x - 2}$$

Simplificamos la primera fracción:

$$\frac{x - 3}{x + 2} - \frac{x - 2}{x + 2} = \frac{2}{x - 2}$$

Combinamos las fracciones del lado izquierdo:

$$\frac{(x - 3) - (x - 2)}{x + 2} = \frac{2}{x - 2}$$
$$\frac{-1}{x + 2} = \frac{2}{x - 2}$$

Ahora, cruzamos los productos:

$$-1 \cdot (x - 2) = 2 \cdot (x + 2)$$
$$-x + 2 = 2x + 4$$
$$2 - 4 = 2x + x$$
$$-2 = 3x$$
$$x = -\frac{2}{3}$$

La solución $x = -\frac{2}{3}$ es válida ya que no hace que ningún denominador sea cero. Hay que tener en cuenta esto a la hora de justificar las posibles soluciones.

6. (a) Para determinar el valor de verdad de la proposición $\neg(s \wedge b) \implies a$, primero analizamos las premisas dadas:

$$\neg s \implies a \quad (\text{verdadero})$$
$$b \vee a \quad (\text{falso})$$

Dado que $b \vee a$ es falso, entonces tanto b como a deben ser falsos. Por lo tanto, a es falso. Ahora, si a es falso, entonces $\neg s$ debe ser falso para que la primera premisa sea verdadera, lo que implica que s es verdadero. Ahora evaluamos la proposición $\neg(s \wedge b) \implies a$:

$$s \wedge b = \text{verdadero} \wedge \text{falso} = \text{falso}$$
$$\neg(s \wedge b) = \neg \text{falso} = \text{verdadero}$$
$$\neg(s \wedge b) \implies a = \text{verdadero} \implies \text{falso} = \text{falso}$$

Por lo tanto, la proposición $\neg(s \wedge b) \implies a$ es falsa.

- (b) i. Expresión de los conjuntos:
Para el conjunto A por extensión resolvemos la ecuación cuadrática:

$$\begin{aligned}x^2 - 5x + 6 &= 0 \\(x - 2)(x - 3) &= 0 \\x &= 2, 3\end{aligned}$$

- Entonces, $A = \{2, 3\}$.
El conjunto B ya está expresado como intervalo: $B = (-1, 1)$.
El conjunto C ya está expresado por comprensión: $C = \{x \in \mathcal{U} \mid -2 < x \leq 5\}$.
- ii. Determinación de las operaciones entre conjuntos:

$$(A \cup B^c)^c = A^c \cap B = \{x \in \mathcal{U} \mid x \notin A\} \cap B = \{x \in \mathcal{U} \mid x \notin \{2, 3\}\} \cap (-1, 1) = (-1, 1)$$

- iii. Como A es el conjunto $\{2, 3\}$ y C es el intervalo $(-2, 5]$, la intersección $A \cap C$ incluye los elementos de A que también están en C . Dado que ambos 2 y 3 están dentro del intervalo $(-2, 5]$, entonces:
 $A \cap C = \{2, 3\}$
- iv. Para listar los pares ordenados de $A \times A$, tomamos cada elemento de A y lo combinamos con cada elemento de A :

$$A \times A = \{(2, 2), (2, 3), (3, 2), (3, 3)\}$$

- (c) El valor de la verdad de la proposición $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z} \mid x + y = 0$ es verdadero. Esto se debe a que para cada entero x , existe un entero y (específicamente, $y = -x$) tal que la suma de x y y es igual a cero. Por ejemplo, si $x = 5$, entonces $y = -5$ y $5 + (-5) = 0$. De manera similar, si $x = -3$, entonces $y = 3$ y $-3 + 3 = 0$. Por lo tanto, la proposición es verdadera para todos los enteros x .