Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Curso de Nivelación 2025
Simulacro Primer Parcial
GURI - La Bisagra, conduccion del CEIMAF

10 de Octubre de 2025

1 Resolución

1. (a)

$$\frac{(1996-2004)(1996+2004)}{2000} - \left(\frac{3 \cdot 2^2 \cdot 2^3 \cdot 2^{28} \cdot 2^{-30}}{3}\right)^{\frac{5}{15}} + \frac{\frac{15}{14}}{\frac{21-6}{14}}$$
$$\frac{-8 \cdot 4000}{2000} - \left(2^{2+3+28-30}\right)^{\frac{1}{3}} + \frac{\frac{15}{14}}{\frac{15}{14}}$$
$$\frac{-8 \cdot 2}{1} - \sqrt[3]{2^3} + \frac{15}{14} \cdot \frac{14}{15}$$
$$-16 - 2 + 1 = -17$$

(b) Martine tiene 67 años, Lucía 8 y Julieta 9.

El **doble de la suma** de las edades que están avanzando con el paso de esos x años se puede ver como:

$$2 \cdot ((8+x)+(9+x)) = 67 + x$$

Se puede resolver de la siguiente manera:

$$2 \cdot (8+x) + 2 \cdot (9+x) = 67 + x$$
$$16 + 2x + 18 + 2x = 67 + x$$
$$4x - x = 67 - 34$$
$$3x = 33$$
$$x = \frac{33}{3}$$
$$x = 11$$

2. Resolvemos la división como se conoce.

$$\begin{array}{rrrrrr|l}
x^5 & +5x^4 & +x^3 & -2x^2 & -10x & +2 & x^4 - 2x \\ \cline{7-7}
-x^5 & & & +2x^2 & & & x+5 \\ \cline{1-4}
 & 5x^4 & +x^3 & & -10x & & \\
 & -5x^4 & & & +10x & & \\ \cline{2-5}
 & & x^3 & & & +2 &
\end{array}$$

Como podemos ver:

- **Cociente:** $x+5$
- **Resto:** x^3+2

3. (a) El total de preguntas es 100, si llamamos x a las que se respondieron correctamente e y a las incorrectas o en blanco, obtengo que $x + y = 100$, ahora si hablamos del puntaje podemos determinar que 76 es el total de sumar todas las correctas y restar el medio punto que da de sanción la incorrecta, es decir, $x - \frac{1}{2}y = 76$

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x - \frac{1}{2}y = 76 \end{cases}$$

(b) Resolver el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 100 \\ x - \frac{1}{2}y = 76 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 100 - y \\ x - \frac{1}{2}y = 76 \end{cases}$$

Uso sustitución en x en la segunda ecuación:

$$\begin{cases} x = 100 - y \\ 100 - y - \frac{1}{2}y = 76 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 100 - y \\ -\frac{3}{2}y = 76 - 100 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} x = 100 - y \\ y = -24 : \left(-\frac{3}{2}\right) = 16 \end{cases}$$

Por último reemplazo el valor de y en la primera ecuación:

$$\begin{cases} x = 100 - 16 = 84 \\ y = 16 \end{cases}$$

Como llegué a una única solución podemos asegurar que el sistema de ecucaiones es **compatible** y **determinado**, con 84 respuestas correctas y 16 incorrectas.

4. (a) Al hablar de una única raíz real doble, aseguramos que el discriminante sea 0:

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$
$$\Delta = (-9)^2 - 4 \cdot k \cdot k = 0$$
$$\Delta = 81 - 4k^2 = 0$$

Podemos notar una diferencia de cuadrados ya que $4k^2 = (2k)^2$

$$(9 - 2k)(9 + 2k) = 0$$
$$9 - 2k = 0 \vee 9 + 2k = 0$$

Despejamos k en ambos casos:

$$k = \frac{9}{2} \vee k = -\frac{9}{2}$$

Por lo tanto, k no es único.

(b) Para calcular las raíces de la ecuación, tomemos $y = x^2$

$$x^4 - 8x^2 + 16 = 0$$
$$y^2 - 8y + 16 = 0$$

Aplico la fórmula de Bhaskara:

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$y = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 16}}{2 \cdot 1}$$
$$y = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2}$$
$$y = \frac{8 \pm 0}{2}$$
$$y = 4$$

Ahora deshacemos el cambio de variable:

$$x^2 = 4$$
$$x = \pm\sqrt{4}$$
$$x = \pm 2$$

(c) Sabemos que la suma de las raíces es -5 y el producto 6, por lo tanto:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -5$$
$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} = 6$$

De allí podemos trabajar despejando porque conocemos b, pero a su vez, sabemos que sabiendo sus raíces podemos reescribir a la ecuación de la siguiente manera:

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2) = 0$$
$$ax^2 + 5x + c = a(x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1x_2) = 0$$
$$ax^2 + 5x + c = a(x^2 + 5x + 6) = 0$$

De acá podemos concluir que $5x = a5x$ lo que implica que $a = 1$ y de allí ya obtenemos c.

5. (a) La ecuación no está definida cuando el denominador es 0, es decir, cuando $x^3 - 4x = 0$. En particular podemos notar que podemos factorizarlo como $x(x^2 - 4) = 0$, donde es más obvio cuales son las raíces del denominador: $x = 0$, $x = 2$ y $x = -2$. La segunda parte es usando diferencia de cuadrados ($(x^2 - 4) = (x - 2)(x + 2)$).

   (b) Simplificamos la ecuación:

$$\frac{x^4 - 16}{x^3 - 4x} = 5 \tag{1}$$
$$\frac{(x^2 - 4)(x^2 + 4)}{x(x^2 - 4)} = 5 \tag{2}$$
$$\frac{x^2 + 4}{x} = 5 \tag{3}$$
$$x^2 + 4 = 5x \tag{4}$$
$$x^2 - 5x + 4 = 0 \tag{5}$$

   Acá podemos buscar sus raíces de la manera que conocemos por ser una ecuación de segundo grado:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4}}{2 \cdot 1}$$
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{2}$$
$$x = \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2}$$
$$x = \frac{5 \pm 3}{2}$$

   Por lo tanto, las raíces son: $x_1 = \frac{8}{2} = 4$ y $x_2 = \frac{2}{2} = 1$.

6. (a) La proposición es *Verdadera*, ya que si resolvemos la ecuación $2x - 3 = 3x + 1$ obtenemos:

$$2x - 3 = 3x + 1$$
$$2x - 3x = 1 + 3$$
$$-x = 4$$
$$x = -4$$

Por lo tanto, existe un x en los reales que cumple la ecuación. La negación de la proposición nos cambia el cuantificador y niega la función proposicional:

$$\forall x \in \mathbb{R}, 2x - 3 \neq 3x + 1$$

(b) Sabemos que $(\neg p \wedge q)$ es *Falso*, por lo que una o ambas son falsas, con $p \implies r$ tenemos que es falsa si p es verdadera y r falsa, ahí obtuve dos valores de la verdad y me queda q que podemos resolverla con $\neg p \iff q$ que es verdadera únicamente cuando ambas son falsas o verdaderas, como $\neg p$ es falsa, q es falsa.

- p es *Verdadero*, q es *Falso* y r es *Falso*.
-
$$(V \vee F) \implies (\neg F)$$
$$V \implies V$$
$$V$$

7. (a)

- Resuelvo la ecuación que condiciona a A: Identifico a 0 como raíz y luego diferencia de cuadrados donde las raíces son las que provocan 0 en $(2x-4)$ y $(2x+4)$, es decir, *por extensión* $A = \{0, 2, -2\}$
- B *por compresión* se ve como $B = \{x \in \mathbb{R} : 3 \leq x\}$
- C *como intervalo* es $C = (-3, 8]$

(b)

- $C^c = \mathcal{U} - C = (-\infty, -3] \cup (8, \infty)$
- $A \cap B = \{-2, 0, 2\} \cap [3, \infty) = \varnothing$
- $B - C = [3, \infty) - (-3, 8] = (8, \infty)$