Facultad de Matemática, Astronomía, Física y Computación

Simulacro Final
GURI - La Bisagra, conducción del CEIMAF

28 de Febrero de 2026

1. Resolución:

$$\frac{2026^2 - 2024^2}{2026 + 2024} + \left(\frac{3}{2}\right)^{44} \cdot \left(\frac{3}{2}\right)^{-46} \cdot 3^2 - \sqrt[16]{\left(\frac{2^4 \cdot 3}{15 \cdot 5^2 \cdot 5^{-3}}\right)^4} =$$

$$\frac{(2026 - 2024)(2026 + 2024)}{2026 + 2024} + \left(\frac{3}{2}\right)^{-2} \cdot 3^2 - \sqrt[16]{\left(\frac{2^4 \cdot 3}{3 \cdot 5 \cdot 5^2 \cdot 5^{-3}}\right)^4} =$$

$$2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 3^2 - \left(\frac{2^4 \cdot 3}{3 \cdot 5^3 \cdot 5^{-3}}\right)^{\frac{4}{16}} =$$

$$2 + \frac{4}{9} \cdot 9 - \left(\frac{2^4}{1}\right)^{\frac{1}{4}} =$$

$$2 + 4 - 2 = 4$$

2. Por los datos dados, sea G los stickers por plantilla grande y P los stickers por plantillas pequeñas, entonces se puede escribir el siguiente sistema de ecuaciones:

   (a)
   $$\begin{cases} 3G + 2P = 66 \\ G + P = 25 \end{cases}$$

   (b) Resolviendo el sistema de ecuaciones, por ejemplo, usando sustitución:
   $$\begin{gathered} G = 25 - P \\ 3(25 - P) + 2P = 66 \\ 75 - 3P + 2P = 66 \\ 75 - P = 66 \\ P = 9 \\ G = 25 - 9 = 16 \end{gathered}$$

   Encontramos entonces que las plantillas grandes tienen 16 stickers y las pequeñas tienen 9 stickers.

3. Analizando cada proposición:

   (a) • Para encontrar el resto de la división entre $P(x)$ y $Q(x)$, se puede realizar la división de polinomios:

   $$\begin{array}{rrrrr|l} 3x^4 & +6x^3 & & +6x & -3 & 3x^2+3 \\ \cline{6-6} -3x^4 & & -3x^2 & & & x^2+2x-1 \\ \cline{1-3} & 6x^3 & -3x^2 & +6x & & \\ & -6x^3 & & -6x & & \\ \cline{2-4} & & -3x^2 & & -3 & \\ & & 3x^2 & & +3 & \\ \cline{3-5} & & & & 0 & \end{array}$$

   El resultado de la división es $x^2 + 2x - 1$ con un resto de 0, por lo tanto, la proposición c es verdadera.

   • La ecuación dada describe una circunferencia con centro en el punto $A = (3, 6)$ y radio $\sqrt{24 + 25} = \sqrt{49} = 7$, por lo tanto, la proposición f es falsa.

- La proposición k es verdadera, ya que la negación de la primera parte resulta en la segunda por lo tanto la equivalencia es verdadera porque ambas proposiciones son iguales y verdaderas.

(b) $\iff$ es falso cuando las proposiciones tienen valores distintos y la $\implies$ es falsa cuando la primera es verdadera y la segunda falsa, por lo tanto, $(p \implies q)$ nos dice que p es verdadera y q es falsa, entonces, para que $(\neg t \iff q)$ sea falsa, $\neg t$ debe ser verdadera, por lo tanto, t es falsa. (i) p verdadera (ii) q falsa (iii) t falsa (iv) $(t \vee p)$ verdadera

4. (a) Sabemos que en los denominadores de cualquier ecuación no puede haber 0, entonces quiero ver en que puntos el 0 se produce:

$$x^2 - 3x = 0$$
$$x(x-3) = 0$$
$$x = 0 \vee x = 3$$

$$-x^2 + 5x - 6 = 0$$
$$x^2 - 5x + 6 = 0$$
$$(x-2)(x-3) = 0$$
$$x = 2 \vee x = 3$$

Por lo tanto, el dominio de la función es $\mathbb{R} \setminus \{0, 2, 3\}$.

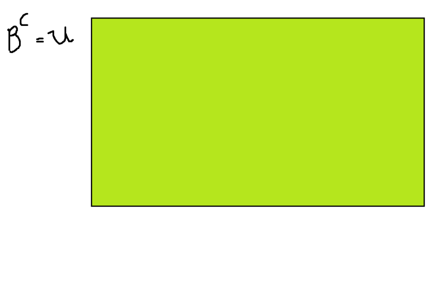
(b) Para resolver la ecuación, primero se puede factorizar cada denominador:

$$\frac{1}{x(x-3)} = \frac{x^2-4}{-(x-2)(x-3)}$$
$$\frac{1}{x(x-3)} = -\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x-3)}$$
$$\frac{1}{x(x-3)} = -\frac{x+2}{x-3}$$
$$\frac{x-3}{(x-3)} = -x(x+2)$$
$$1 = -x(x+2)$$
$$1 = -x^2 - 2x$$
$$x^2 + 2x + 1 = 0$$
$$(x+1)^2 = 0x = -1$$

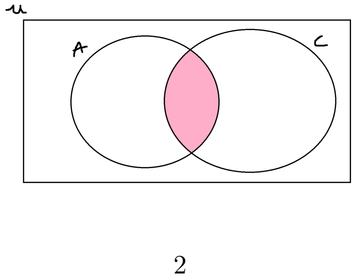
Por lo tanto, la solución de la ecuación es $x = -1$, que pertenece al dominio de la función.

5. (a) El conjunto A se puede expresar como el intervalo $[3, 8]$, el conjunto B por extensión es $\{\}$ pues el conjunto universal sólo llega a 8 y C se puede expresar por compresión como $\{x \in \mathcal{U} / x < 7\}$.

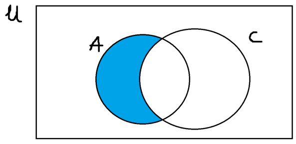
(b) i. $D = B^c = \mathcal{U} \setminus B = (-\infty, 8]$



ii. $E = A \cap C = [3, 7)$



iii. $F = A - C = [7, 8]$



6. (a) Para encontrar los valores de a, b y c, se puede usar el hecho de que las rectas son perpendiculares, lo que implica que el producto de sus pendientes es igual a -1. La pendiente de L_2 es $\frac{3}{4}$, por lo tanto, la pendiente de L_1 debe ser $-\frac{4}{3}$. Esto nos da la ecuación:

$$a = -\frac{4}{3}$$

Luego, usando el punto de intersección $P = (3, -2)$, se puede encontrar b y c:

$$\begin{aligned} -2 &= -\frac{4}{3} \cdot 3 + b \\ -2 &= -4 + b \\ b &= 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2 &= \frac{3}{4} \cdot 3 + c \\ -2 &= \frac{9}{4} + c \\ c &= -\frac{17}{4} \end{aligned}$$

Por lo tanto, las ecuaciones de las rectas son:

$$L_1 : y = -\frac{4}{3}x + 2, \qquad L_2 : y = \frac{3}{4}x - \frac{17}{4}$$

Para encontrar las intersecciones con los ejes coordenados:

$$\text{Intersección de } L_1 \text{ con el eje x: } 0 = -\frac{4}{3}x + 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2}$$
$$\text{Intersección de } L_1 \text{ con el eje y: } y = 2$$
$$\text{Intersección de } L_2 \text{ con el eje x: } 0 = \frac{3}{4}x - \frac{17}{4} \Rightarrow x = \frac{17}{3}$$
$$\text{Intersección de } L_2 \text{ con el eje y: } y = -\frac{17}{4}$$

(b) Para determinar si los puntos A y B pertenecen a las rectas L_1 y L_2 respectivamente, se puede sustituir las coordenadas de cada punto en las ecuaciones de las rectas:

$$\text{Para } A = \left(\frac{1}{2}, \frac{4}{3}\right):$$
$$y = -\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2} + 2 = -\frac{2}{3} + 2 = \frac{4}{3} \quad \text{(pertenece a } L_1\text{)}$$
$$\text{Para } B = \left(\frac{2}{3}, \frac{4}{3}\right):$$
$$y = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} - \frac{17}{4} = \frac{1}{2} - \frac{17}{4} = -\frac{15}{4} \quad \text{(no pertenece a } L_2\text{)}$$

Ahora para calcular la distancia entre los puntos A y B, se puede usar la fórmula de distancia entre dos puntos en el plano:

$$d = \sqrt{\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{4}{3} - \frac{4}{3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{6}\right)^2} = \frac{1}{6}$$

7. (a) Para calcular el valor del coeficiente b, se puede usar la fórmula del eje de simetría de una parábola, que es $x = -\frac{b}{2a}$, donde a es el coeficiente de x^2. En este caso, $a = 3$, entonces:

$$-\frac{b}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = -3$$

(b) Para calcular las coordenadas del vértice de la parábola, se puede usar la fórmula del vértice, que es $V\left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$. Ya tenemos el valor de $-\frac{b}{2a}$, que es $\frac{1}{2}$, entonces:

$$y_v = 3\left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3\left(\frac{1}{2}\right) - 6 = \frac{3}{4} - \frac{3}{2} - 6 = -\frac{27}{4}$$

Por lo tanto, las coordenadas del vértice son $\left(\frac{1}{2}, -\frac{27}{4}\right)$.

(c) Para calcular las coordenadas de la intersección de la parábola con el eje de ordenadas, se puede sustituir $x = 0$ en la ecuación de la parábola:

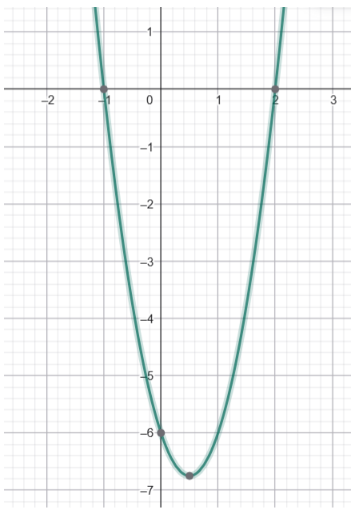
$$y = 3(0)^2 - 3(0) - 6 = -6$$

Por lo tanto, la intersección con el eje de ordenadas es $(0, -6)$. Para calcular las coordenadas de la intersección de la parábola con el eje de abscisas, se puede igualar la ecuación de la parábola a cero y resolver para x:

$$\begin{gathered} 3x^2 - 3x - 6 = 0 \\ x^2 - x - 2 = 0 \\ (x-2)(x+1) = 0 \\ x = 2 \vee x = -1 \end{gathered}$$

Por lo tanto, las intersecciones con el eje de abscisas son $(2, 0)$ y $(-1, 0)$.

(d) Para esbozar el gráfico de la parábola, se pueden usar los puntos



8. (a) Para calcular las seis funciones trigonométricas del ángulo t, se puede usar las coordenadas del punto $P(t)$, que son $(x, \frac{\sqrt{5}}{3})$. Primero, se puede encontrar el valor de x usando la ecuación de la circunferencia unitaria y teniendo en cuenta que debe ser positiva por el cuadrante al que pertenece el ángulo t:

$$\begin{gathered} x^2 + \left(\frac{\sqrt{5}}{3}\right)^2 = 1 \\ x^2 + \frac{5}{9} = 1 \\ x^2 = \frac{4}{9} \\ x = \frac{2}{3} \end{gathered}$$

Entonces, las coordenadas del punto $P(t)$ son $\left(\frac{2}{3}, \frac{\sqrt{5}}{3}\right)$. Ahora se pueden calcular las funciones trigonométricas:

$$\sin(t) = \frac{\sqrt{5}}{3}, \quad \cos(t) = \frac{2}{3}, \quad \tan(t) = \frac{\sin(t)}{\cos(t)} = \frac{\sqrt{5}/3}{2/3} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$
$$\csc(t) = \frac{1}{\sin(t)} = \frac{3}{\sqrt{5}}, \quad \sec(t) = \frac{1}{\cos(t)} = \frac{3}{2}, \quad \cot(t) = \frac{1}{\tan(t)} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

Por lo tanto, las seis funciones trigonométricas del ángulo t son:

$$\sin(t) = \tfrac{\sqrt{5}}{3}, \cos(t) = \tfrac{2}{3}, \tan(t) = \tfrac{\sqrt{5}}{2}, \csc(t) = \tfrac{3}{\sqrt{5}}, \sec(t) = \tfrac{3}{2}, \cot(t) = \tfrac{2}{\sqrt{5}}$$

(b) Para ubicar el punto $P(s)$ con $s = 16\frac{\pi}{6}$ en la circunferencia unitaria, se puede usar el hecho de que s es un ángulo coterminal con $s' = s - 2\pi k$, donde k es un entero. En este caso, se puede restar 2π una vez para obtener un ángulo dentro del rango de 0 a 2π:

$$s' = 16\frac{\pi}{6} - 2\pi = \frac{16\pi}{6} - \frac{12\pi}{6} = \frac{4\pi}{6} = \frac{2\pi}{3}$$

Ahora, se pueden usar las funciones trigonométricas para encontrar las coordenadas del punto $P(s)$:

$$x = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\frac{1}{2}, \quad y = \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Por lo tanto, las coordenadas del punto $P(s)$ son $\left(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

(c) Para calcular $cos(s + \frac{\pi}{2})$, se puede usar la identidad trigonométrica que dice que $cos(\alpha + \beta) = cos(\alpha)cos(\beta) - sin(\alpha)sin(\beta)$. En este caso, $\alpha = s$ y $\beta = \frac{\pi}{2}$, entonces:

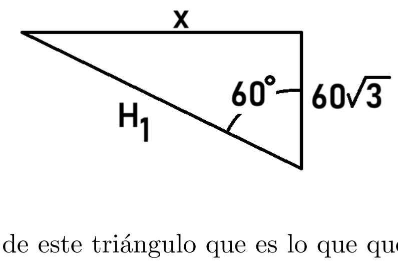
$$\begin{aligned} cos\left(s + \frac{\pi}{2}\right) &= cos(s)cos\left(\frac{\pi}{2}\right) - sin(s)sin\left(\frac{\pi}{2}\right) \\ &= cos(s) \cdot 0 - sin(s) \cdot 1 \\ &= -sin(s) \end{aligned}$$

Ya sabemos que $sin(s) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, entonces:

$$cos\left(s + \frac{\pi}{2}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

9. Tenemos que considerar los dos triángulos formados y los datos que conocemos de ellos:

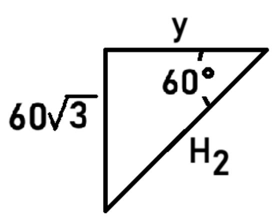
- Triángulo formado por la bandera, la primera ventana y la cuerda:



Llamo H_1 a la hipotenusa de este triángulo que es lo que queremos saber y conociendo la altura de $60\sqrt{3}$ y la apertura del ángulo de $60°$, se puede usar la función coseno para encontrar H_1:

$$\cos(60°) = \frac{60\sqrt{3}}{H_1} \Rightarrow H_1 = \frac{60\sqrt{3}}{\cos(60°)} = \frac{60\sqrt{3}}{\frac{1}{2}} = 120\sqrt{3}$$

- Triángulo formado por la bandera, la cuarta ventana y la cuerda:



Llamo H_2 a la hipotenusa de este triángulo que es lo que queremos saber y conociendo la altura de $60\sqrt{3}$ y la apertura del ángulo de $60°$, se puede usar la función seno para encontrar H_2:

$$\sin(60°) = \frac{60\sqrt{3}}{H_2} \Rightarrow H_2 = \frac{60\sqrt{3}}{\sin(60°)} = \frac{60\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 120$$

Por lo tanto, la longitud de la cuerda que Marcio debe comprar es $H_1 + H_2 = 120\sqrt{3} + 120$ centímetros.

10. Las respuestas son:

(a) **Actualmente la conducción del CEIMAF la tiene el GURI, ¿Cómo está compuesto el CEIMAF?**

- ☐ Consejerxs, titulares y suplentes
- ☒ Presidentx, secretarix general y vocalías.
- ☐ Decanato y secretarias.

(b) **¿Cuál es el único requisito académico para poder ser elegido como representante estudiantil en el Consejo Directivo?**

- ☐ Tener promedio mayor a 8 en al menos el 30% de la carrera.
- ☒ Tener aprobado por lo menos 1/3 del número de años de la carrera o un tercio 1/3 del número total de materias establecidas en el plan de estudio, indistintamente.
- ☐ No existe requisito previo para poder ser electo Consejero Estudiantil.