

$$\begin{aligned}a_{11}x + a_{12}y &= b_1 \\ a_{12}x + a_{22}y &= b_2\end{aligned}$$

Решение:

"+" понимается как сложение по модулю 2. По условию параметры таковы, что система имеет решения.

1. $a_{11} = a_{12} = 1$

Тогда $x = b_1 + y$ и из второго уравнения $(a_{21} + a_{22})y = b_2 + a_{21}b_1$. По условию это уравнение обязано иметь решения, а значит, $y = b_2 + a_{21}b_1$, $x = b_1 + b_2 + a_{21}b_1 = \bar{a}_{21}b_1 + b_2$.

2. $a_{11} = 0, a_{12} = 1$

Тогда $y = b_1$. Подставляя это в уравнение 2, получим $x = b_2 + a_{22}b_1$.

3. $a_{11} = 1, a_{12} = 0$

Аналогично предыдущему пункту $x = b_1, y = b_2 + a_{21}b_1$.

4. $a_{11} = a_{12} = 0$

Здесь два уравнения вырождаются в одно, а значит, надо еще перебрать значения a_{21} и a_{22} . Напишем решение системы для каждой пары возможных значений a_{21} и a_{22} :

a_{21}	a_{22}	x	y
0	0	0	0
0	1	0	b_2
1	0	b_2	0
1	1	b_2	0

Получаем:

$$x = a_{11}a_{12}(\bar{a}_{21}b_1 + b_2) \vee \bar{a}_{11}a_{12}(b_2 + a_{22}b_1) \vee a_{11}\bar{a}_{12}b_1 \vee \bar{a}_{11}\bar{a}_{12}a_{21}b_2;$$

$$y = a_{11}a_{12}(b_2 + a_{21}b_1) \vee \bar{a}_{11}a_{12}b_1 \vee a_{11}\bar{a}_{12}(b_2 + a_{21}b_1) \vee \bar{a}_{11}\bar{a}_{12}\bar{a}_{21}a_{22}b_2 = a_{11}(b_2 + a_{21}b_1) \vee \bar{a}_{11}a_{12}b_1 \vee \bar{a}_{11}\bar{a}_{12}\bar{a}_{21}a_{22}b_2$$