



Universidade do Estado do Rio de Janeiro  
Instituto Politécnico  
Engenharia de Computação

## Trabalho

### Processos Estocásticos

Professor Angelo

Ana Carolina Castro  
anacarolinacastro@aol.com

Ciro Chang  
cirochang@live.com

Nova Friburgo  
31 de Outubro de 2015

## Sumário

# 1 Introdução

Esse trabalho tem como objetivo

## 2 O Passeio Aleatório

O Passeio Aleatório, ou Caminhante Bêbado, é um modelo aonde um caminhante dá um passo em uma direção aleatória. Podemos tomar como exemplo o caminho percorrido por uma molécula ou por um fluido. O algoritmo do Passeio Aleatório é dado pelas seguintes regras"o caminhante tem um ponto de partida inicial, ele anda um passo constante em uma direção, a direção é escolhida aleatoriamente e todas as direções tem a mesma probabilidade de escolha.

### 2.1 Desvio padrão

Na área da Probabilidade e Estatística, o desvio padrão é a medida mais comum da dispersão estatística. Sua principal característica é mostrar o quanto de variação existe em relação a média esperada. A fórmula utilizada para calcular o desvio padrão das simulações realizadas foi a equação ??.

$$s = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 - \frac{1}{n}(\sum x_i)^2}{n}} \quad (1)$$

### 2.2 O Caminhante em uma dimensão

Quando admitimos que o caminhante passeia em apenas uma dimensão, consideramos que ele anda em  $y$ , podendo ir para cima ou para baixo. Como na figura ??.

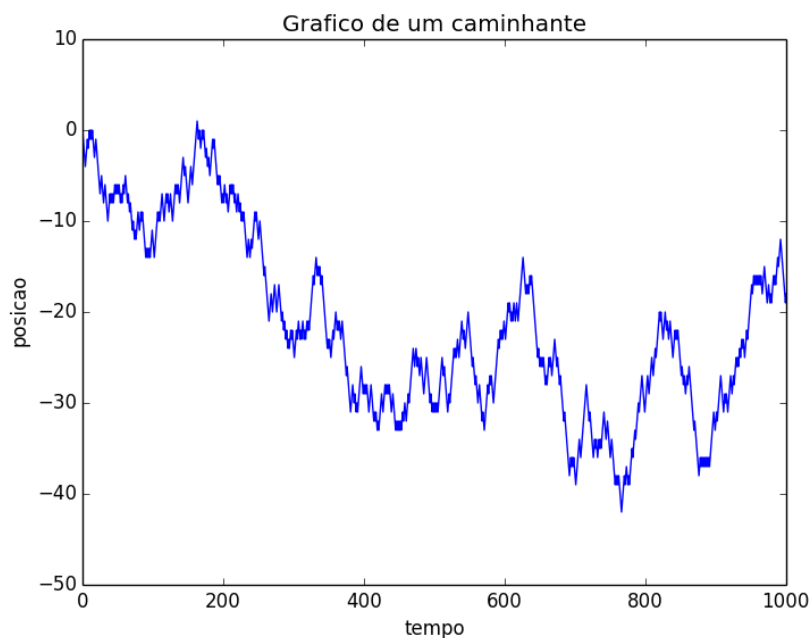


Figura 1: Caminho percorrido por apenas um caminhante em uma dimensão

Usamos essa simulação para calcular o caminho de 1000 passos, percorrido por 1000 caminhantes. Como resultado obtivemos o seguinte histograma (figura ??).

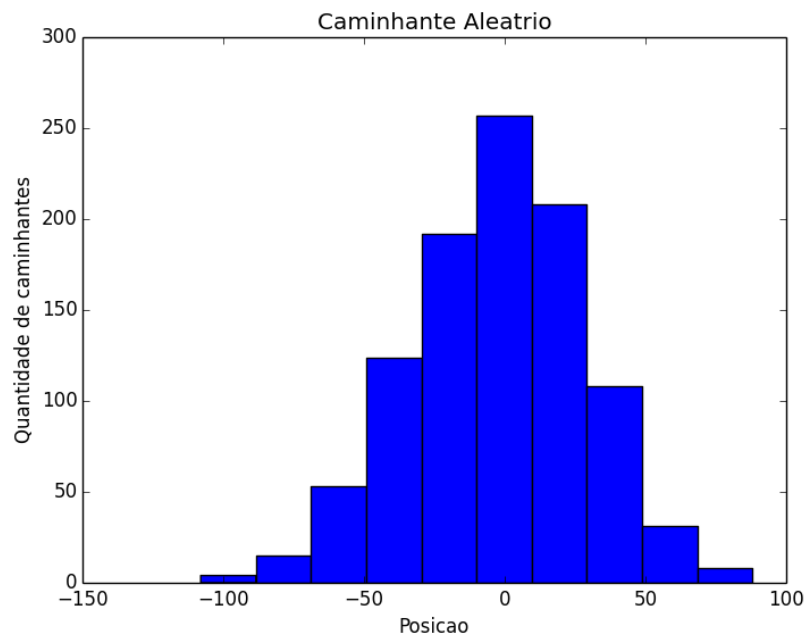


Figura 2: MUDAR A LEGENDA

Calculamos o desvio padrão para as amostras calculadas dos caminhanter (figura ??).

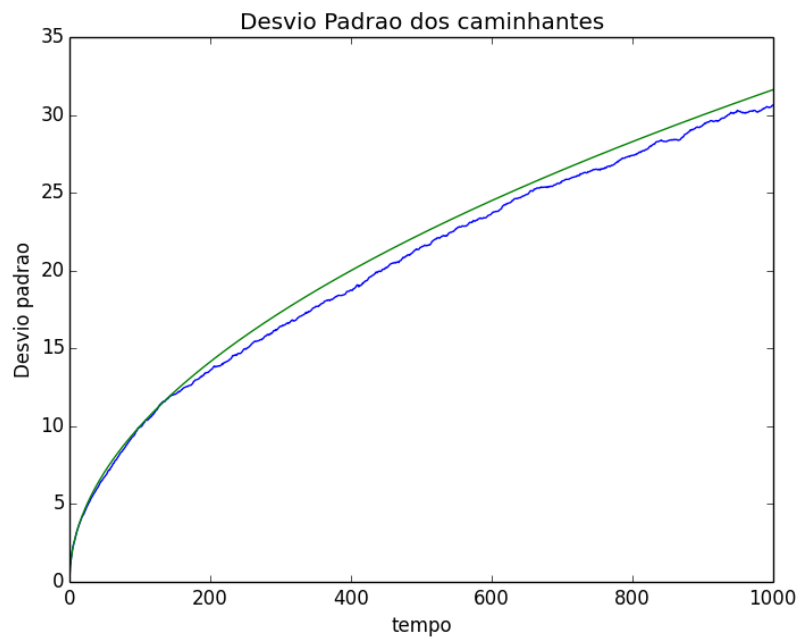


Figura 3: MUDAR A LEGENDA

## 2.3 O Caminhante em duas dimensões

Quando admitimos que o caminhante passeia em duas dimensões, consideramos que ele anda em  $x$  ou  $y$ , podendo andar em  $x$  e  $y$  ao mesmo tempo ou só em  $x$  ou  $y$  (cima, baixo, esquerda, direita e diagonais). Como na figura ??.

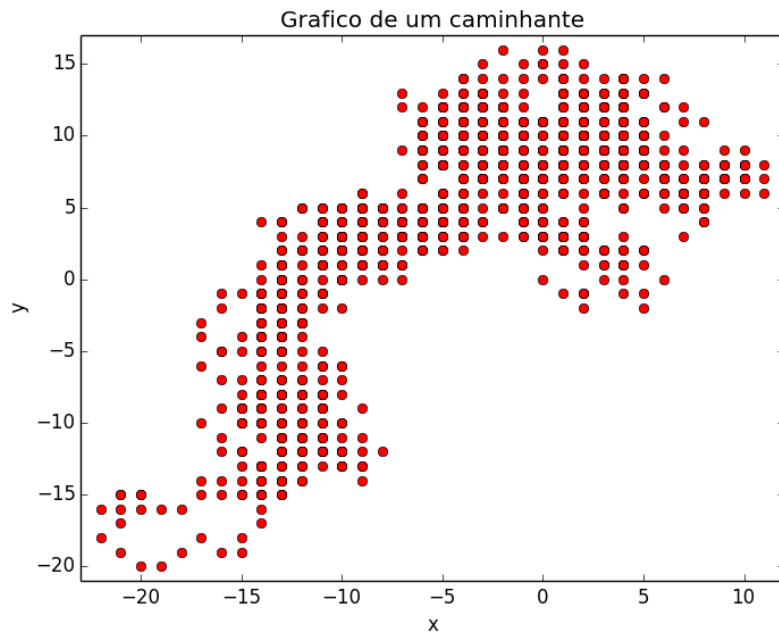


Figura 4: Caminho percorrido por apenas um caminhante em uma dimensão

Usamos essa simulação para calcular o caminho de 1000 passos, percorrido por 1000 caminhantes. Como resultado obtivemos os seguintes histogramas para o eixo  $x$  (figura ??) e para o eixo  $y$  (figura ??).

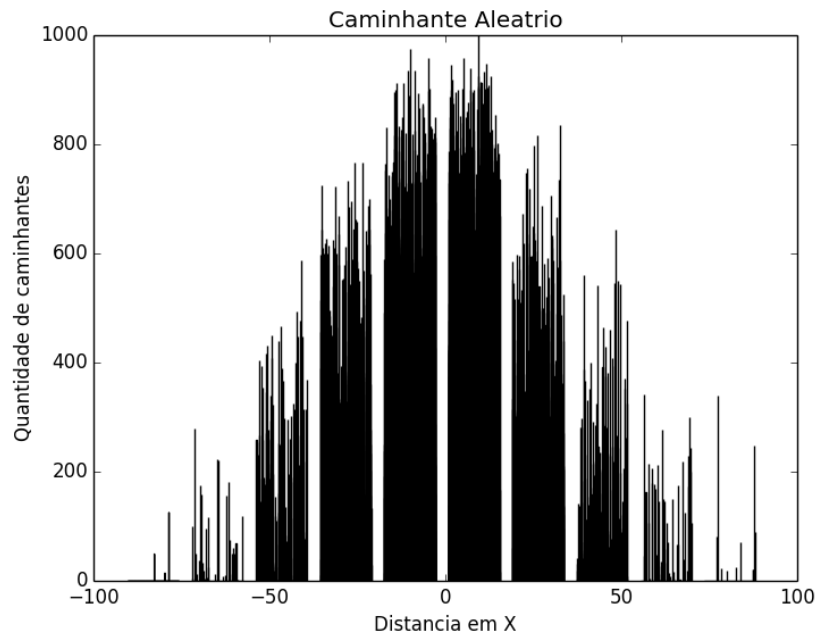


Figura 5: MUDAR A LEGENDA

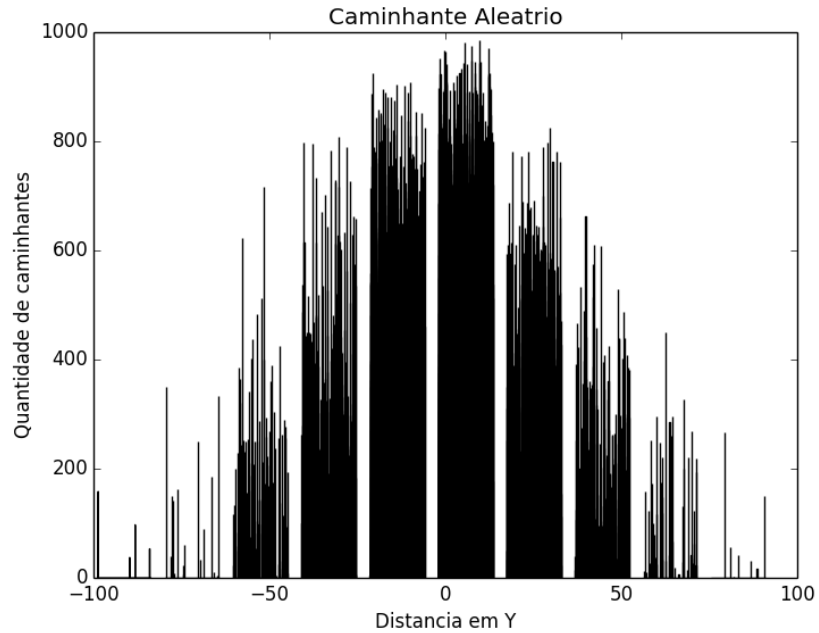


Figura 6: MUDAR A LEGENDA

Calculamos o desvio padrão para as amostras calculadas dos caminhantes (figura ??). O desvio padrão para o caminhante 2D foi calculado com base nos desvios em relação a X e a Y e calculamos a norma desses dois resultados.

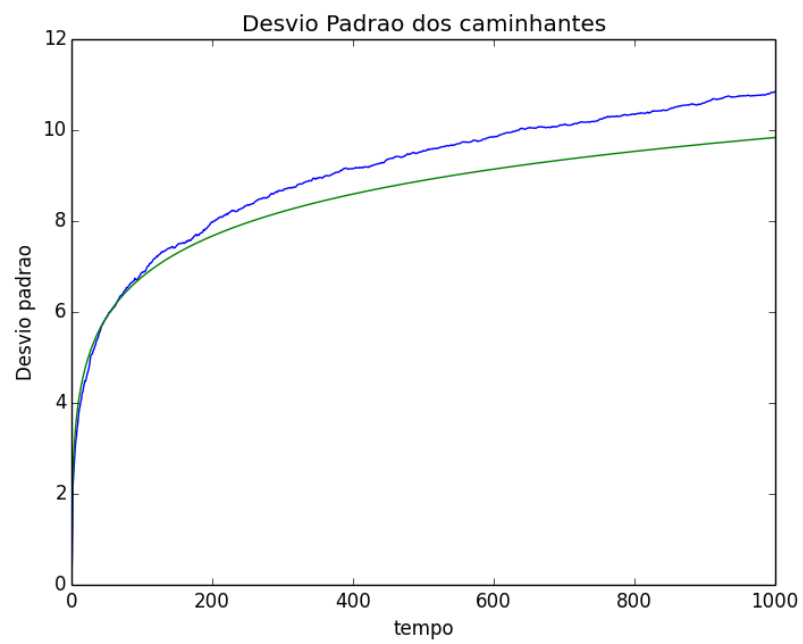


Figura 7: MUDAR A LEGENDA



### 3 Experimento da Gota

O propósito dessa seção é comparar a simulação do Passeio Aleatório e o Experimento da Gota.

#### 3.1 O Experimento

No experimento, foi analisado a dispersão de um traçador (tinta de caneta permanente) em uma superfície de papel. Filmamos a movimentação das moléculas da tinta no papel e separamos em 18 frames (figura ??). Utilizando a biblioteca 'PIL' (Python Image Library), calculamos quantos pixels de cada frame eram pretos, ou cores próximas ao preto. A partir da contagem dos pixels, calculamos o raio da gota (no tempo  $t$ ) utilizando a fórmula (??) da área de uma circunferência. Desse modo, passamos a ter os raios da gota para cada um dos tempos (frames).

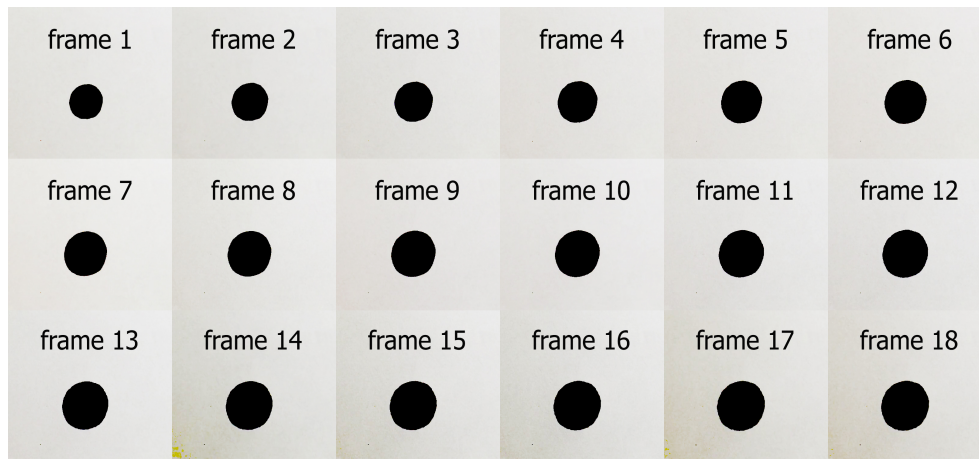


Figura 8: Frames da gota dispersando.

$$A = \pi r^2 \tag{2a}$$

$$r = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \tag{2b}$$

## 3.2 Resultados

A partir dos frames, conforme explicado na subseção anterior, obtivemos os seguintes (tabela ??) valores para o raio da gota no determinado instante.

Tabela 1: Valores dos raios.

frame	r
1	0.0000000000000000
2	4.8614531096986300
3	7.9622103949172285
4	10.318877638434742
5	12.279599156048462
6	14.004704563355219
7	15.301347744326350
8	16.881628115741066
9	17.742845371250354
10	18.157515625751387
11	19.149235447234418
12	19.943364081042446
13	20.673835708371385
14	21.485613609689835
15	22.109636622936847
16	22.658230422829476
17	23.135058014571882
18	23.138279661173150

Ao observar esses resultados, podemos notar que gota tende a ficar com o raio próximo à 23.14 pixels.

Fitamos esses valores a fim de verificar se o gráfico se aproxima do gráfico  $\sqrt{t}$ , assim como no modelo do Passeio Aleatório, como resultado obtivemos o gráfico ??.

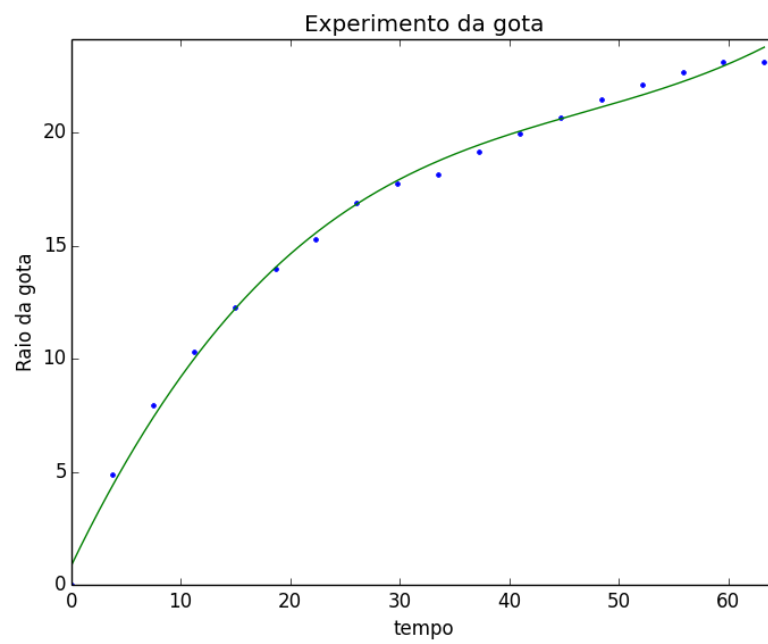


Figura 9: ADD LEGENDA.

## 4 Conclusões

O passeio aleatório é um protótipo para vários modelos estocásticos os quais as transições só podem ser feitas entre vizinhos. Ou seja, esse protótipo serviu para analisar o experimento da gota, embora esse experimento não seja um modelo físico muito preciso.