

Modelos VAR aplicados a la macroeconomía y la historia económica: Fundamentos y aplicaciones empíricas

Ana Laura Catelén^{1,2}

¹Universidad Carlos III de Madrid, España

²Universidad Nacional de Mar del Plata, Argentina

Escuela de Verano Repensando el desarrollo

Octubre 2025, Ciudad de México

Programa del Taller

1 Introducción

- Motivación y objetivos.

Programa del Taller

1 Introducción

- Motivación y objetivos.

2 Nociones básicas de series temporales

- Definición, componentes, estacionariedad, transformaciones habituales, autocorrelación y rezagos. Cointegración.
- Introducción a series de tiempo en RStudio.

Programa del Taller

1 Introducción

- Motivación y objetivos.

2 Nociones básicas de series temporales

- Definición, componentes, estacionariedad, transformaciones habituales, autocorrelación y rezagos. Cointegración.
- Introducción a series de tiempo en RStudio.

3 Modelos vectoriales autorregresivos

- Definición, tipos de VAR (reducido, recursivo, estructural). Especificación y estimación de los modelos. Aplicaciones
- VAR recursivo en RStudio

Programa del Taller

1 Introducción

- Motivación y objetivos.

2 Nociones básicas de series temporales

- Definición, componentes, estacionariedad, transformaciones habituales, autocorrelación y rezagos. Cointegración.
- Introducción a series de tiempo en RStudio.

3 Modelos vectoriales autorregresivos

- Definición, tipos de VAR (reducido, recursivo, estructural). Especificación y estimación de los modelos. Aplicaciones
- VAR recursivo en RStudio

4 VAR estructural

- Definición. Tipos de restricciones: de corto plazo, de largo plazo, de signo. Aplicaciones

Programa del Taller

1 Introducción

- Motivación y objetivos.

2 Nociones básicas de series temporales

- Definición, componentes, estacionariedad, transformaciones habituales, autocorrelación y rezagos. Cointegración.
- Introducción a series de tiempo en RStudio.

3 Modelos vectoriales autorregresivos

- Definición, tipos de VAR (reducido, recursivo, estructural). Especificación y estimación de los modelos. Aplicaciones
- VAR recursivo en RStudio

4 VAR estructural

- Definición. Tipos de restricciones: de corto plazo, de largo plazo, de signo. Aplicaciones

5 Análisis de series latinoamericanas

- Integración de conceptos
- Actividad final

Introducción

- **Objetivo general:**

- Herramientas conceptuales y prácticas para aplicar VAR en macroeconomía e historia económica.

Introducción

- **Objetivo general:**

- Herramientas conceptuales y prácticas para aplicar VAR en macroeconomía e historia económica.

- **¿Por qué aprender VAR?**

- Tradición estructuralista/neo-estructuralista y dependentista rica en América Latina rica en abordaje teórico y métodos narrativos pero carente de despliegue sistemático de herramientas cuantitativas.
- VAR = puente entre narrativas teóricas y análisis empírico internacional.

Introducción

- **Objetivo general:**

- Herramientas conceptuales y prácticas para aplicar VAR en macroeconomía e historia económica.

- **¿Por qué aprender VAR?**

- Tradición estructuralista/neo-estructuralista y dependentista rica en América Latina rica en abordaje teórico y métodos narrativos pero carente de despliegue sistemático de herramientas cuantitativas.
- VAR = puente entre narrativas teóricas y análisis empírico internacional.

- **Objetivos específicos:**

- 1 Conceptos básicos de series temporales.
- 2 Tipos de VAR: reducido, estructural, VECM.
- 3 Aplicaciones en macro e historia económica.
- 4 Replicaciones en R.
- 5 Reflexión crítica: potencialidades y límites.

Introducción

- **Objetivo general:**

- Herramientas conceptuales y prácticas para aplicar VAR en macroeconomía e historia económica.

- **¿Por qué aprender VAR?**

- Tradición estructuralista/neo-estructuralista y dependentista rica en América Latina rica en abordaje teórico y métodos narrativos pero carente de despliegue sistemático de herramientas cuantitativas.
- VAR = puente entre narrativas teóricas y análisis empírico internacional.

- **Objetivos específicos:**

- 1 Conceptos básicos de series temporales.
- 2 Tipos de VAR: reducido, estructural, VECM.
- 3 Aplicaciones en macro e historia económica.
- 4 Replicaciones en R.
- 5 Reflexión crítica: potencialidades y límites.

- **Nota:** No es un curso completo de econometría, sino una introducción aplicada.

Nociones básicas de series temporales

Definición

- Una *serie temporal* es una secuencia de observaciones indexadas en el tiempo. Se interpreta como una realización de un **proceso estocástico/aleatorio** (Wooldridge, 2009).

Nociones básicas de series temporales

Definición

- Una *serie temporal* es una secuencia de observaciones indexadas en el tiempo. Se interpreta como una realización de un **proceso estocástico/aleatorio** (Wooldridge, 2009).

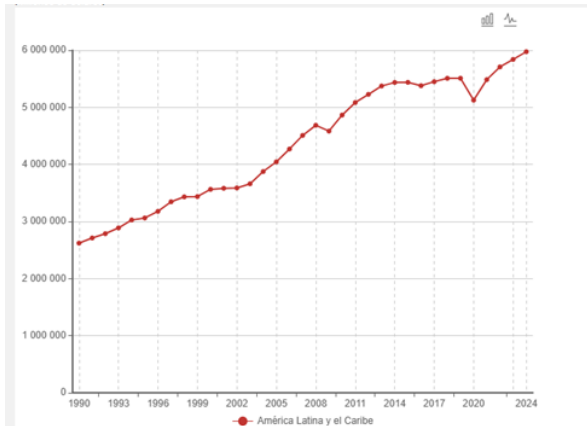
Componentes principales de las series de tiempo (Berenson y Levine, 2006):

Componente	Clasificación	Definición	Duración
Tendencia	Sistemático	Movimiento persistente de largo plazo (ascendente o descendente).	Varios años
Estacional	Sistemático	Fluctuaciones regulares que se repiten en el mismo período cada año.	Dentro de 12 meses
Cíclico	Sistemático	Fases de expansión y recesión (picos y valles). Intensidad no uniforme.	2–10 años
Irregular	No sistemático	Variaciones erráticas o residuales luego de descontar los otros componentes.	No definida

Nota: Los métodos estadísticos intentan descomponer la serie en esos componentes, pero no siempre la frontera es clara.

Ejemplos - Tendencia determinística

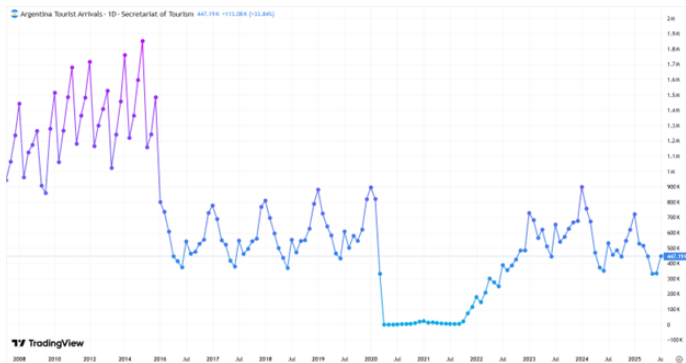
Figura: PIB total anual de Latinoamérica a precios constantes en dólares



Fuente: CEPALSTAT

Ejemplos - Componente estacional

Figura: Llegada de turistas a Argentina



Fuente: Secretaría de Turismo - Argentina

Ejemplos - Componente cíclico

Figura: Ciclos de crecimiento de Chile, 2000–2023

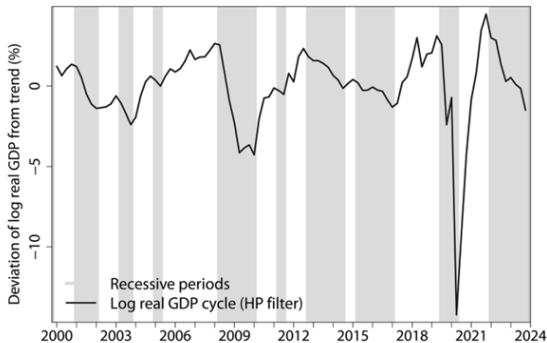


Fig. 2. Growth cycles of Chile, 2000–2023.

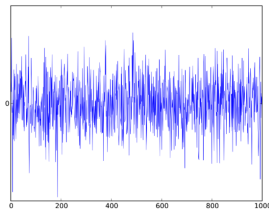
Fuente: Tutiven-Desintonio (2025)

Nociones básicas de series temporales: Estacionariedad

- **Definición:** Una serie temporal es estacionaria cuando sus propiedades estadísticas se mantienen constantes en el tiempo.
- En una serie estacionaria:
 - **Media constante:** $E(y_t) = \mu \quad \forall t$
 - **Varianza constante:** $Var(y_t) = \sigma^2 < \infty \quad \forall t$
 - **Autocovarianza depende solo de la distancia temporal:**
 $Cov(y_t, y_{t-j}) = \delta_j < \infty \quad \forall j, t$
- La serie estacionaria "no tiene memoria": tras un shock, vuelve a su nivel medio.

Ejemplo de proceso estacionario: Ruido blanco

- **Definición:** ε_t es *ruido blanco* si:
 - Media constante: $E(\varepsilon_t) = 0 \quad \forall t$
 - Varianza constante y finita: $Var(\varepsilon_t) = \sigma^2 < \infty$
 - No hay correlación temporal: $Cov(\varepsilon_t, \varepsilon_{t-j}) = 0 \quad \forall j > 0$
- Nuestro interés en el Ruido Blanco: se usa como término de error en modelos VAR. Modelamos una variable hasta que lo que queda como error es ruido blanco, porque luego no hay más que aprender de esa serie.



Ejemplo de proceso estacionario: Autorregresivo (AR)

- Proceso autorregresivo de orden 1, AR(1):

$$y_t = c + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$$

con $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$, y $|c|, \sigma < \infty$.

- Este proceso es estacionario si $|\phi| < 1$.
- Nótese que si $y_t = c + \phi y_{t-1} + \varepsilon_t$ para todo t , también se cumple que $y_{t-1} = c + \phi y_{t-2} + \varepsilon_{t-1}$. Entonces,

$$y_t = c + \phi c + \phi^2 y_{t-2} + \varepsilon_t + \phi \varepsilon_{t-1}.$$

- Repitiendo este procedimiento hasta un período n :

$$\begin{aligned} y_t &= c + \phi c + \cdots + \phi^n c + \phi^{n+1} y_{t-(n+1)} + \varepsilon_t + \phi \varepsilon_{t-1} + \cdots + \phi^n \varepsilon_{t-n} \\ &= \mu \sum_{j=0}^n \phi^j + \phi^{n+1} y_{t-(n+1)} + \sum_{j=0}^n \phi^j \varepsilon_{t-j}. \end{aligned}$$

Ejemplo de proceso estacionario: AR

- Tomando el límite cuando $n \rightarrow \infty$, si $|\phi| < 1$ tenemos:

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^n \phi^j = \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j = \frac{1}{1-\phi}$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \phi^{n+1} y_{t-(n+1)} = 0$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{j=0}^n \phi^j \varepsilon_{t-j} = \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j \varepsilon_{t-j}$ (bien definido)

- Entonces, si $|\phi| < 1$:

$$y_t = \frac{c}{1-\phi} + \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j \varepsilon_{t-j}$$

- Esto se conoce como la representación MA(∞) de un proceso AR(1).
- Usando esto, podemos calcular:

$$E(y_t) = \frac{c}{1-\phi}$$

$$V(y_t) = \sum_{j=0}^{\infty} (\phi^2)^j \sigma^2 = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$$

$$\text{Cov}(y_t, y_{t-s}) = \phi^s \frac{\sigma^2}{1-\phi^2}$$

Ejemplo de proceso estacionario: Medias móviles (MA)

- **Definición:** en un proceso de media móvil el valor actual depende del shock presente y de shocks pasados.

- MA(1):

$$y_t = c + \varepsilon_t + \theta \varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$$

- Propiedades básicas:

- La media y la varianza son constantes.
- No hay correlación más allá del primer rezago.
- Siempre es estacionario, sin importar el valor de θ .

- Intuición: capta dinámicas donde los **shocks pasados** afectan el valor actual, pero con efecto limitado en el tiempo.

Estacionariedad y modelos VAR

- **Importancia:** Los VAR suponen que las relaciones dinámicas entre variables se mantienen estables en el tiempo.
- **Problema:** Si las series no son estacionarias, los resultados pueden ser **espurios**: parecen existir relaciones que en realidad no son genuinas.
- **Conclusión:** Antes de estimar un VAR, siempre es necesario analizar la estacionariedad de las series.
- **Soluciones habituales en macroeconomía:**
 - Transformaciones: logaritmos, primeras diferencias (o filtros estadísticos)
 - Modelos que contemplan **cointegración** (ej. VECM).

Raíces unitarias y cointegración

- **Recordatorio:** Un proceso es estacionario si:
 - **Media constante:** $E(y_t) = \mu \quad \forall t$
 - **Varianza constante:** $Var(y_t) = \sigma^2 < \infty \quad \forall t$
 - **Autocovarianza depende solo de la distancia temporal**
- **Ejemplos típicos de procesos no estacionarios:**
 - **Tendencia determinística:**
 - $y_t = d_t + \varepsilon_t$
 - La media cambia con el tiempo ($E(y_t) = d_t$).
 - La varianza se mantiene constante.
 - **Random walk (paseo aleatorio)** Ejemplo
 - $y_t = y_{t-1} + \varepsilon_t$
 - La media es constante ($E(y_t) = y_0$).
 - La varianza crece con el tiempo ($Var(y_t) = t\sigma^2$).
 - Los shocks tienen efecto permanente.
 - **Random walk con deriva** Ejemplo
 - $y_t = \alpha + y_{t-1} + \varepsilon_t$
 - La media cambia con el tiempo ($E(y_t) = y_0 + \alpha t$).
 - La varianza también crece ($Var(y_t) = t\sigma^2$).

Test de raíces unitarias

- **Regresión base:**

$$y_t = \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + u_t$$

- **Hipótesis:**

$$H_0 : \phi = 1 \text{ (no estacionaria)} \quad \text{vs.} \quad |\phi| < 1 \text{ (estacionaria)}$$

- **Distribución del estadístico:** El estadístico t no sigue la t de Student estándar \Rightarrow usar tablas críticas **Dickey–Fuller**.

Test de raíces unitarias

- **Regresión base:**

$$y_t = \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + u_t$$

- **Hipótesis:**

$$H_0 : \phi = 1 \text{ (no estacionaria)} \quad \text{vs.} \quad |\phi| < 1 \text{ (estacionaria)}$$

- **Distribución del estadístico:** El estadístico t no sigue la t de Student estándar \Rightarrow usar tablas críticas **Dickey–Fuller**.

- **Variantes:**

- **ADF (Augmented Dickey–Fuller):** agrega rezagos de Δy_t para corregir autocorrelación.

- **En la práctica:**

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta \Delta y_{t-i} + u_t$$

\Rightarrow Elegir p para eliminar autocorrelación — testear $\gamma = 0$.

Test de raíces unitarias

- **Regresión base:**

$$y_t = \alpha + \beta t + \phi y_{t-1} + u_t$$

- **Hipótesis:**

$$H_0 : \phi = 1 \text{ (no estacionaria)} \quad \text{vs.} \quad |\phi| < 1 \text{ (estacionaria)}$$

- **Distribución del estadístico:** El estadístico t no sigue la t de Student estándar \Rightarrow usar tablas críticas **Dickey–Fuller**.

- **Variantes:**

- **ADF (Augmented Dickey–Fuller):** agrega rezagos de Δy_t para corregir autocorrelación.

- **En la práctica:**

$$\Delta y_t = \gamma y_{t-1} + \sum_{i=1}^p \theta \Delta y_{t-i} + u_t$$

\Rightarrow Elegir p para eliminar autocorrelación — testear $\gamma = 0$.

- **Otros tests:** Phillips–Perron (corrige heterocedasticidad y autocorrelación de otra forma).
- **Recomendación:** usar más de un test para confirmar resultados.

Transformaciones habituales de las variables

● Logaritmos:

- Transforman crecimientos multiplicativos en relaciones aditivas.
- Diferencias logarítmicas \Rightarrow aproximan tasas de crecimiento porcentuales:

$$\Delta \ln(y_t) \approx \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1}}.$$

- Facilitan la comparación entre variables de distinta magnitud (ej. PIB vs exportaciones).
- Reducen heteroscedasticidad y estabilizan la varianza.
- Linealizan relaciones no lineales (ej. elasticidades).
- Limitación: no aplicables a valores cero o negativos.

● Diferencias:

- Si una serie es $I(1)$ (tiene raíz unitaria), se diferencia: $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$.
- Permiten inducir estacionariedad, requisito para modelos VAR.

● Filtros (ej. Hodrick-Prescott):

- Separan tendencia y ciclo.
- Pueden ser problemáticos (generan distorsiones), especialmente en economías con exceso de volatilidad.

Autocorrelación y rezagos

- **Autocorrelación:** dependencia entre valores actuales y pasados.
 - Ejemplo: si el PIB creció mucho en $t - 1$, es probable que siga alto en t (persistencia).

Autocorrelación y rezagos

- **Autocorrelación:** dependencia entre valores actuales y pasados.
 - Ejemplo: si el PIB creció mucho en $t - 1$, es probable que siga alto en t (persistencia).
- **Función de autocorrelación (ACF):** Muestra la correlación de y_t con sus rezagos y_{t-1}, y_{t-2}, \dots .
 - ACF alta en rezago 1: lo que pasó el año pasado explica lo de este año.
 - ACF que decae lentamente: “memoria larga” (común en no estacionarias).

Autocorrelación y rezagos

- **Autocorrelación:** dependencia entre valores actuales y pasados.
 - Ejemplo: si el PIB creció mucho en $t - 1$, es probable que siga alto en t (persistencia).
- **Función de autocorrelación (ACF):** Muestra la correlación de y_t con sus rezagos y_{t-1}, y_{t-2}, \dots .
 - ACF alta en rezago 1: lo que pasó el año pasado explica lo de este año.
 - ACF que decae lentamente: “memoria larga” (común en no estacionarias).
- **Función de autocorrelación parcial (PACF):** Mide la correlación entre y_t y y_{t-k} controlando por los rezagos intermedios.
 - Útil para identificar el número de rezagos relevantes.

Autocorrelación y rezagos

- **Autocorrelación:** dependencia entre valores actuales y pasados.
 - Ejemplo: si el PIB creció mucho en $t - 1$, es probable que siga alto en t (persistencia).
- **Función de autocorrelación (ACF):** Muestra la correlación de y_t con sus rezagos y_{t-1}, y_{t-2}, \dots .
 - ACF alta en rezago 1: lo que pasó el año pasado explica lo de este año.
 - ACF que decae lentamente: “memoria larga” (común en no estacionarias).
- **Función de autocorrelación parcial (PACF):** Mide la correlación entre y_t y y_{t-k} controlando por los rezagos intermedios.
 - Útil para identificar el número de rezagos relevantes.
- **Autocorrelación en los residuos:** Después de estimar un VAR, los residuos deberían parecer *ruido blanco*. – Si hay autocorrelación, el modelo no capturó toda la dinámica temporal.
 - Solución: aumentar rezagos o reconsiderar la especificación.

Cointegración

- **Definición:** Dos o más series no estacionarias, integradas del mismo orden, están **cointegradas** si existe una combinación lineal de ellas que es estacionaria.
- **Intuición:** Aunque cada serie por sí sola “se mueva mucho” (no estacionaria), puede existir una **relación de equilibrio de largo plazo** que las mantenga juntas. La cointegración captura esa relación de equilibrio.
- **Ejemplos económicos:**
 - Consumo y PIB: suelen crecer juntos en el largo plazo.
 - Importaciones y exportaciones: pueden tener tendencias, pero mantienen relación estable con apertura comercial.
- **Importancia:**
 - La cointegración evita regresiones espurias entre series con tendencias similares.
 - Permite modelar relaciones de largo plazo entre variables económicas.

Series de tiempo en RStudio

Modelos vectoriales autorregresivos (VAR)

Modelos VAR: Definición

● Definición:

- Un **Vector Autorregresivo (VAR)** es un modelo estadístico para varias series temporales.
- Introducido por Christopher Sims (1980) como alternativa flexible a los modelos macroeconómicos tradicionales.
- Cada variable depende de sus propios rezagos y de los rezagos de las demás variables.

Modelos VAR: Definición

● Definición:

- Un **Vector Autorregresivo (VAR)** es un modelo estadístico para varias series temporales.
- Introducido por Christopher Sims (1980) como alternativa flexible a los modelos macroeconómicos tradicionales.
- Cada variable depende de sus propios rezagos y de los rezagos de las demás variables.

● ¿Qué es un vector?

- Un vector es una lista ordenada de elementos (números o variables).
- En un VAR, el vector y_t agrupa las distintas variables económicas observadas en el período t .
- Todas las variables van “rotando” su rol: cada una aparece como dependiente en una regresión y como explicativa en las demás.
- Ejemplo algebraico:

$$y_t = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

Modelos VAR: Estructura y ventajas

- Estructura de las ecuaciones:

$$x_{1t} = c_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{11,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{12,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{13,j} x_{3,t-j} + v_{1t}$$

$$x_{2t} = c_2 + \sum_{j=1}^p \beta_{21,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{22,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{23,j} x_{3,t-j} + v_{2t}$$

$$x_{3t} = c_3 + \sum_{j=1}^p \beta_{31,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{32,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{33,j} x_{3,t-j} + v_{3t}$$

Modelos VAR: Estructura y ventajas

● Estructura de las ecuaciones:

$$x_{1t} = c_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{11,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{12,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{13,j} x_{3,t-j} + v_{1t}$$

$$x_{2t} = c_2 + \sum_{j=1}^p \beta_{21,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{22,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{23,j} x_{3,t-j} + v_{2t}$$

$$x_{3t} = c_3 + \sum_{j=1}^p \beta_{31,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{32,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{33,j} x_{3,t-j} + v_{3t}$$

● Ventajas:

- Captura la **dinámica conjunta** de varias series. Fundamental en contextos de simultaneidad.
- Aborda la dificultad de distinguir entre variables exógenas y endógenas en macroeconomía.
- Instrumento relativamente sencillo de estimar e interpretar.
- Útil para descripción de datos, pronósticos, análisis de transmisión de shocks y evaluación de políticas económicas.

Modelos VAR: Estructura y ventajas

● Estructura de las ecuaciones:

$$x_{1t} = c_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{11,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{12,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{13,j} x_{3,t-j} + v_{1t}$$

$$x_{2t} = c_2 + \sum_{j=1}^p \beta_{21,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{22,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{23,j} x_{3,t-j} + v_{2t}$$

$$x_{3t} = c_3 + \sum_{j=1}^p \beta_{31,j} x_{1,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{32,j} x_{2,t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{33,j} x_{3,t-j} + v_{3t}$$

● Ventajas:

- Captura la **dinámica conjunta** de varias series. Fundamental en contextos de simultaneidad.
- Aborda la dificultad de distinguir entre variables exógenas y endógenas en macroeconomía.
- Instrumento relativamente sencillo de estimar e interpretar.
- Útil para descripción de datos, pronósticos, análisis de transmisión de shocks y evaluación de políticas económicas.

● Tipos de VAR

- Reducido
- Recursivo
- Estructural

VAR reducido

- **Definición:** Cada variable se expresa como función lineal de:
 - Sus propios rezagos.
 - Los rezagos de las demás variables.
 - Un término de error

VAR reducido

- **Definición:** Cada variable se expresa como función lineal de:
 - Sus propios rezagos.
 - Los rezagos de las demás variables.
 - Un término de error
- **Forma matricial:** (y_t es un vector de variables)

$$y_t = c + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + v_t, \quad E(v_t) = 0, \quad E(v_t v_t') = \Sigma_v$$

VAR reducido

- **Definición:** Cada variable se expresa como función lineal de:

- Sus propios rezagos.
- Los rezagos de las demás variables.
- Un término de error

- **Forma matricial:** (y_t es un vector de variables)

$$y_t = c + \alpha_1 y_{t-1} + \cdots + \alpha_p y_{t-p} + v_t, \quad E(v_t) = 0, \quad E(v_t v_t') = \Sigma_v$$

- **Ejemplo (Stock & Watson, 2001):** Relación entre inflación (π_t), desempleo (u_t) y tasa de interés de la FED (R_t), 1960:I–2000:IV.

$$\pi_t = c_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{11,j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{12,j} u_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{13,j} R_{t-j} + v_{1t}$$

(análogas para u_t y R_t).

VAR reducido

- **Definición:** Cada variable se expresa como función lineal de:

- Sus propios rezagos.
- Los rezagos de las demás variables.
- Un término de error

- **Forma matricial:** (y_t es un vector de variables)

$$y_t = c + \alpha_1 y_{t-1} + \dots + \alpha_p y_{t-p} + v_t, \quad E(v_t) = 0, \quad E(v_t v_t') = \Sigma_v$$

- **Ejemplo (Stock & Watson, 2001):** Relación entre inflación (π_t), desempleo (u_t) y tasa de interés de la FED (R_t), 1960:I–2000:IV.

$$\pi_t = c_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{11,j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{12,j} u_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{13,j} R_{t-j} + v_{1t}$$

(análogas para u_t y R_t).

- **Notas clave:**

- Se estima por MCO, ecuación por ecuación.
- Los residuos reducidos $v_t = (v_{1t}, v_{2t}, v_{3t})'$ suelen estar correlacionados entre ecuaciones \Rightarrow los shocks no se interpretan directamente como **shocks estructurales independientes**.
- Para interpretación económica \Rightarrow necesitamos identificación (orden recursivo, SVAR, etc.).

VAR recursivo

- **Definición:** Se construyen las ecuaciones de forma que los **errores queden no correlacionados** → Se incluyen valores contemporáneos siguiendo un **orden preestablecido** entre las variables.

VAR recursivo

- **Definición:** Se construyen las ecuaciones de forma que los **errores queden no correlacionados** → Se incluyen valores contemporáneos siguiendo un **orden preestablecido** entre las variables.
- **Ejemplo (Stock & Watson, 2001):** Orden: Inflación (π_t) → Desempleo (u_t) → Tasa de interés (R_t)

$$\pi_t = c_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{11,j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{12,j} u_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{13,j} R_{t-j} + v_{1t}$$

$$u_t = c_2 + \alpha_{21} \pi_t + \sum_{j=1}^p \beta_{21,j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{22,j} u_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{23,j} R_{t-j} + v_{2t}$$

$$R_t = c_3 + \alpha_{31} \pi_t + \alpha_{32} u_t + \sum_{j=1}^p \beta_{31,j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{32,j} u_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{33,j} R_{t-j} + v_{3t}$$

VAR recursivo

- **Definición:** Se construyen las ecuaciones de forma que los **errores queden no correlacionados** → Se incluyen valores contemporáneos siguiendo un **orden preestablecido** entre las variables.
- **Ejemplo (Stock & Watson, 2001):** Orden: Inflación (π_t) → Desempleo (u_t) → Tasa de interés (R_t)

$$\pi_t = c_1 + \sum_{j=1}^p \beta_{11,j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{12,j} u_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{13,j} R_{t-j} + v_{1t}$$

$$u_t = c_2 + \alpha_{21} \pi_t + \sum_{j=1}^p \beta_{21,j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{22,j} u_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{23,j} R_{t-j} + v_{2t}$$

$$R_t = c_3 + \alpha_{31} \pi_t + \alpha_{32} u_t + \sum_{j=1}^p \beta_{31,j} \pi_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{32,j} u_{t-j} + \sum_{j=1}^p \beta_{33,j} R_{t-j} + v_{3t}$$

- **Características:**
 - La 1ª ecuación incluye solo rezagos. Las siguientes incluyen valores contemporáneos de las variables anteriores en el orden elegido.
 - Estimación por MCO → residuos no correlacionados (ortogonales).
 - El **orden importa**: con n variables hay $n!$ posibles ordenamientos, y hay que fundamentarlo.

VAR estructural (SVAR)

- **Definición:** Supuestos teóricos identifican relaciones contemporáneas → shocks con interpretación causal.
- **Forma estructural:** $A_0 y_t = \alpha_0 + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$, con $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Lambda$.
 - A_0 : relaciones contemporáneas.
 - ε_t : shocks estructurales, no correlacionados.

VAR estructural (SVAR)

- **Definición:** Supuestos teóricos identifican relaciones contemporáneas \rightarrow shocks con interpretación causal.
- **Forma estructural:** $A_0 y_t = \alpha_0 + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$, con $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Lambda$.
 - A_0 : relaciones contemporáneas.
 - ε_t : shocks estructurales, no correlacionados.
- **Relación con VAR reducido:** $y_t = A_0^{-1} \alpha_0 + \sum_{j=1}^p (A_0^{-1} A_j) y_{t-j} + v_t$, con $v_t = A_0^{-1} \varepsilon_t$.
 - Reducido: errores v_t correlacionados.
 - Estructural: shocks ε_t son independientes e interpretables.

VAR estructural (SVAR)

- **Definición:** Supuestos teóricos identifican relaciones contemporáneas \rightarrow shocks con interpretación causal.
- **Forma estructural:** $A_0 y_t = \alpha_0 + A_1 y_{t-1} + \dots + A_p y_{t-p} + \varepsilon_t$, con $E(\varepsilon_t) = 0$, $E(\varepsilon_t \varepsilon_t') = \Lambda$.
 - A_0 : relaciones contemporáneas.
 - ε_t : shocks estructurales, no correlacionados.
- **Relación con VAR reducido:** $y_t = A_0^{-1} \alpha_0 + \sum_{j=1}^p (A_0^{-1} A_j) y_{t-j} + v_t$, con $v_t = A_0^{-1} \varepsilon_t$.
 - Reducido: errores v_t correlacionados.
 - Estructural: shocks ε_t son independientes e interpretables.
- **Diferencias clave:**
 - Reducido: rezagos, residuos correlacionados.
 - Recursivo: orden impone restricciones contemporáneas.
 - Estructural: teoría impone supuestos \rightarrow shocks con significado económico.

Salidas típicas del VAR

● Test de causalidad de Granger Ejemplo

- Verifica si los rezagos de una variable ayudan a predecir otra.
- Se reportan p-valores de tests F .
- Se obtiene de la forma reducida.

Salidas típicas del VAR

• Test de causalidad de Granger

Ejemplo

- Verifica si los rezagos de una variable ayudan a predecir otra.
- Se reportan p-valores de tests F .
- Se obtiene de la forma reducida.

• Funciones de impulso-respuesta (IRF)

Ejemplo

- Trazan la respuesta dinámica de las variables a un shock.
- En general, el shock equivale a un desvío estándar.
- Requieren errores no correlacionados → suelen usarse VAR recursivos o estructurales.
- Pueden ser acumuladas o no.

Salidas típicas del VAR

• Test de causalidad de Granger

Ejemplo

- Verifica si los rezagos de una variable ayudan a predecir otra.
- Se reportan p-valores de tests F .
- Se obtiene de la forma reducida.

• Funciones de impulso-respuesta (IRF)

Ejemplo

- Trazan la respuesta dinámica de las variables a un shock.
- En general, el shock equivale a un desvío estándar.
- Requieren errores no correlacionados → suelen usarse VAR recursivos o estructurales.
- Pueden ser acumuladas o no.

• Descomposición de la varianza del error de pronóstico (FEVD)

Ejemplo

- Mide qué proporción de la varianza del error de predicción de una variable se explica por shocks de cada ecuación a distintos horizontes temporales.

Especificación y selección de rezagos en VAR

- Definir variables y aplicar transformaciones (logaritmos, diferencias) para garantizar estacionariedad.
- **Selección de rezagos (p):** Determina cuánta *memoria del pasado* entra en el modelo.
 - Pocos rezagos \Rightarrow riesgo de omitir dinámica \Rightarrow residuos autocorrelacionados, sesgo.
 - Demasiados rezagos \Rightarrow modelo ineficiente, sobreajuste. Insuficientes grados de libertad.
- **Reglas prácticas por frecuencia:**
 - Datos anuales: 1–2 rezagos.
 - Datos trimestrales: 4 rezagos
 - Datos mensuales: 12 rezagos o más.
- **Enfoques básicos:**
 - **Teoría:** duración esperada de los efectos (ej. política monetaria).
 - **Reglas prácticas:** usar la frecuencia como guía inicial.
 - **Criterios estadísticos**

Criterios estadísticos para seleccionar rezagos

- ① **Test de razón de verosimilitud (LR):** Compara modelos con distinto p .

$$LR = -2(l_R - l_{UR}) \sim \chi^2(df)$$

donde l_R : log-verosimilitud del modelo restringido

H_0 : restricciones válidas (menos rezagos suficientes).

Criterios estadísticos para seleccionar rezagos

- ① **Test de razón de verosimilitud (LR):** Compara modelos con distinto p .

$$LR = -2(l_R - l_{UR}) \sim \chi^2(df)$$

donde l_R : log-verosimilitud del modelo restringido

H_0 : restricciones válidas (menos rezagos suficientes).

- ② **Criterios de información:** minimizan una función que balancea ajuste y complejidad.

- **Akaike (AIC):** favorece más rezagos \rightarrow bueno para predicción.
- **Bayesiano/Schwarz (BIC/SBC):** penaliza más \rightarrow modelos parsimoniosos.
- **Hannan–Quinn (HQ):** intermedio entre AIC y BIC.

Nota: Luego de elegir el número de rezagos con alguno de estos criterios, es fundamental corroborar que el modelo no presente autocorrelación en los residuos.

Identificación recursiva: Descomposición de Cholesky

- **Idea central:** imponer un **ordenamiento** entre las variables.
 - 1ª variable (inflación): no responde contemporáneamente a las demás.
 - 2ª variable (desempleo): responde contemporáneamente a la inflación, pero no a la tasa de interés.
 - 3ª variable (tasa de interés FED): responde contemporáneamente a inflación y desempleo.

Identificación recursiva: Descomposición de Cholesky

- **Idea central:** imponer un **ordenamiento** entre las variables.
 - 1ª variable (inflación): no responde contemporáneamente a las demás.
 - 2ª variable (desempleo): responde contemporáneamente a la inflación, pero no a la tasa de interés.
 - 3ª variable (tasa de interés FED): responde contemporáneamente a inflación y desempleo.
- Matemáticamente: transformar la matriz de varianzas-covarianzas de los errores (Σ_v) en una **matriz triangular inferior**.

$$\Sigma_v = PP', \quad P \text{ triangular inferior}$$

- ¿Qué es una **matriz triangular inferior**? Es una matriz cuadrada en la que todos los elementos que están por encima de la diagonal principal son cero.

$$P = \begin{bmatrix} p_{11} & 0 & 0 \\ p_{21} & p_{22} & 0 \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} \end{bmatrix}$$

- Definimos shocks ortogonales:

$$v_t = Pe_t \quad \Rightarrow \quad e_t = P^{-1}v_t, \quad E(e_te_t') = I$$

→ Los e_t son shocks recursivos no correlacionados.

Identificación recursiva: Ejemplo y discusión

- **Ejemplo:** Stock y Watson (2001)

- La inflación puede afectar contemporáneamente a desempleo y tasa de interés.
- El desempleo solo puede afectar contemporáneamente a la tasa de interés.
- La tasa de interés no afecta contemporáneamente a las dos primeras.

- **Ventajas:**

- Muy fácil de implementar.
- Permite calcular rápidamente IRF y descomposición de varianza.

- **Limitaciones:**

- El **orden de las variables** es fundamental: cambiar el orden cambia los resultados.
- Identificación “débilmente estructural”: se basa en un supuesto mecánico de orden más que en fundamentos económicos.

Tests de diagnóstico en VAR

- **Estabilidad del VAR:** Test de raíces características (valores propios del sistema).
 - H_0 : el VAR es estable (todas las raíces dentro del círculo unitario).
 - Si se rechaza, el VAR no es válido para análisis dinámico (impulso-respuesta, descomposición de varianza, etc.).
- **Autocorrelación de los residuos:** Portmanteau test (entre otros, como Breusch-Godfrey).
 - H_0 : no hay autocorrelación en los residuos.
 - Si se rechaza, puede ser necesario aumentar el número de rezagos.
- **Normalidad:** Test de Jarque-Bera multivariado.
 - H_0 : residuos son normales.
 - Relevante para inferencia estadística (tests y CIs).
- **Heterocedasticidad:** Test de White o ARCH-LM.
 - H_0 : varianza constante en el tiempo.
 - Si se rechaza, puede ser necesario usar correcciones robustas.
- **Conclusión:**
 - **Condición fundamental:** Un VAR bien especificado debe mostrar residuos \sim ruido blanco y debe ser estable.
 - Si bien la normalidad es deseable, los estimadores no dejan de ser insesgados y consistentes cuando no se presenta. Sí hay que revisar las bandas de confianza (bootstrapping).

Ejemplo aplicado

Cyclical implications of the Balance-of-Payments constraint in
Argentina (1930–2018)

Aplicación empírica y replicación en RStudio

Panorama general

1 Motivación

- Crecimiento lento y discontinuo de Argentina
- Alta volatilidad del crecimiento

2 Enfoque teórico

- Restricción externa
- Dominancia del balance de pagos

3 Objetivos Para el período 1930–2018:

- Evaluar los efectos cíclicos de la restricción externa sobre el crecimiento
- Analizar cambios en la vulnerabilidad externa a nivel del ciclo económico desde 1976 en adelante

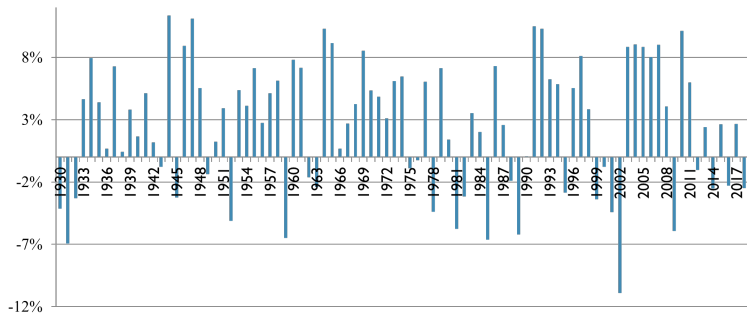
4 Datos y metodología

- Series largas
- Modelo VAR

5 Resultados principales

- Cuello de botella en la balanza comercial y su agravamiento entre subperíodos
- Efecto negativo de la deuda externa sobre el PIB y los salarios reales
- Incremento de la vulnerabilidad externa después de 1976

Tasas de crecimiento argentinas, 1930–2018



Fuente: Catelén (2025)

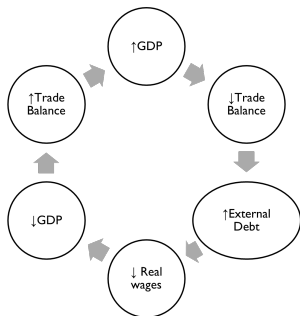
Crecimiento y volatilidad en economías sudamericanas

Country	Avg. accum. growth rate			Variation coefficient			Years of economic contraction (1930-2018)
	1930-1975	1976-2018	1930-2018	1930-1975	1976-2018	1930-2018	
Brazil	3,67	1,01	2,44	4,12	3,96	4,09	22
Colombia	2,03	2,06	2,04	2,56	2,11	2,33	15
Chile	0,75	3,14	1,91	8,36	4,10	6,84	21
Peru	2,07	1,34	1,68	4,63	5,41	4,98	25
Uruguay	0,87	2,06	1,41	6,47	4,24	5,46	26
Bolivia	1,35	0,87	1,14	4,53	2,70	3,74	24
Argentina	1,51	0,66	1,13	4,66	5,66	5,14	28

Fuente: Catelén (2025)

Enfoque teórico e histórico

Enfoque de restricción externa



- **Fase de industrialización por sustitución de importaciones (1930–1976)**

- Estructura productiva desequilibrada (Diamand, 1983; Schydrowsky, 1993; Azpiazu y Nochteff, 1995; Schteingart, 2016).

- **Dominancia de la balanza de pagos (desde 1976)**

- Restricciones externas como determinante central de la volatilidad. (Ocampo, 2016)

Modelos de desarrollo en Argentina (1930–2018)

● 1930–1976: Industrialización dirigida por el Estado

- Estrategia de desarrollo basada en la sustitución de importaciones.
- Economía relativamente cerrada al comercio y a las finanzas internacionales.

● 1976 en adelante: Apertura comercial y financiera

- Liberalización progresiva de la economía.
- **Reforma financiera (1977):**
 - Ley 21.495: descentralización de los depósitos bancarios.
 - Ley 21.526: Ley de Entidades Financieras.
 - Ley 21.571: modificación del Estatuto del Banco Central.

Objetivos del trabajo (1930–2018):

- Testear los efectos cíclicos de la restricción externa sobre el crecimiento.
- Analizar los cambios en la vulnerabilidad externa a nivel del ciclo económico desde 1976 en adelante.

Datos

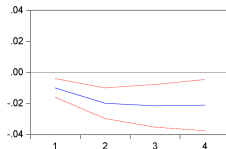
Variable	Definición operativa	Fuente
PIB	PIB real en dólares de 2011	Maddison Project (2018) y base de datos UNCTAD
Salario real	Índice de salario real	Fundación Mediterránea, Graña y Kennedy (2008) y base de datos INDEC
Demanda externa	Tasas de crecimiento de los principales socios comerciales, ponderadas por la participación de cada socio en la canasta exportadora del año correspondiente	Ferreres (2005), INDEC y bases de datos UNCTAD
Términos de intercambio	Índice de términos de intercambio	Gerchunoff y Llach (2003) y base de datos del Banco Mundial
Balanza comercial	Cociente entre balanza comercial y PIB nominal	Ferreres (2005) y base de datos FMI
Deuda externa pública	Cociente entre deuda externa pública y PIB	Ferreres (2005), base de datos CEPAL y Basualdo (2013)

Nota: El vector de variables se definió como $Y_t = (\text{Demanda externa}, \text{Términos de intercambio}, \text{PIB}, \text{Balanza comercial}, \text{Deuda externa pública}, \text{Salarios reales})$.

Resultados principales: Funciones de Impulso-Respuesta

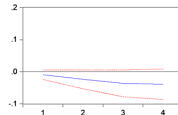
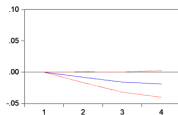
● Cuello de botella comercial

FIR de la Balanza Comercial ante un shock en el PIB

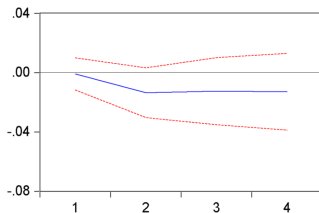


● Efectos negativos de la deuda externa sobre el PIB y los salarios reales

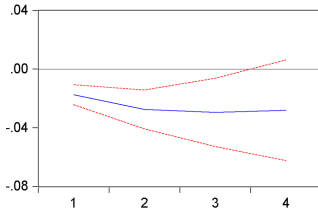
FIR del PIB y de los Salarios Reales ante un shock de Deuda Externa



Respuesta de la Balanza Comercial ante un shock en el PIB



1930–1975



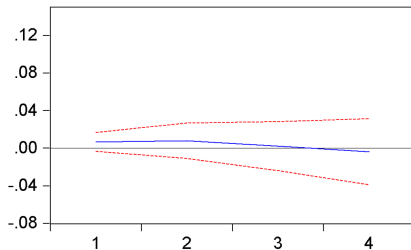
1976–2018

- El **cuello de botella comercial** se vuelve estadísticamente significativo en el segundo período → la restricción al crecimiento se impone en la etapa de apertura comercial y financiera

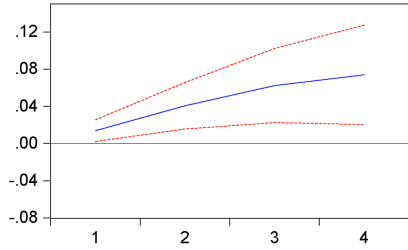
Descomposición de la Varianza de la Balanza Comercial

	Socios	ToT	PIB	BC/PIB	DE/PIB	Salario real
1930–1975	7,10	3,29	10,26	71,54	5,34	2,49
1976–2018	6,64	18,45	32,74	32,96	6,04	3,17

Respuesta del PIB ante un shock en los TI



1930–1975



1976–2018

- Aumento de la **vulnerabilidad externa** a través de los términos de intercambio.

Descomposición de la Varianza del PIB

	Socios	ToT	PIB	BC/PIB	DE/PIB	Salario real
1930–1975	22,60	6,81	56,90	3,89	9,58	0,21
1976–2018	13,99	31,09	40,18	10,22	2,45	2,07

Conclusiones

En este caso, un VAR recursivo nos permite concluir que:

- Existe un **cuello de botella comercial** en Argentina, que se profundiza a partir de 1976.
- La **deuda externa tiene efectos negativos** sobre el PIB y los salarios reales.
- Aumenta la **vulnerabilidad externa** entre subperíodos a través de una mayor sensibilidad a los movimientos en los términos de intercambio.

VAR recursivo en RStudio

SVAR: ¿qué lo diferencia de un VAR reducido?

- En un **VAR reducido**, las ecuaciones se estiman sin restricciones contemporáneas entre las variables.
 - Los **errores reducidos** están correlacionados entre sí.
 - Dificultad: no se interpretan directamente como **shocks estructurales**.
- En un **SVAR** (*Structural VAR*) se imponen **restricciones estructurales**.
 - Permiten identificar los shocks.
 - Otorgan una **interpretación económica clara**: monetario, externo, oferta, demanda, etc.
 - Surgen de la teoría económica.

Forma estructural del SVAR

$$A_0 y_t = \Lambda + A_1 y_{t-1} + \cdots + A_p y_{t-p} + u_t$$

- y_t : vector de variables endógenas.
- A_0 : captura las relaciones contemporáneas entre variables.
- u_t : shocks estructurales, **ortogonales**:

$$E(u_t) = 0, \quad E(u_t u_t') = \Omega = I$$

Idea: los shocks estructurales son incorrelacionados contemporáneamente y con varianza unitaria.

Interpretación estructural

- Es **estructural** porque:
 - A_0 codifica las relaciones contemporáneas (*quién afecta a quién en el mismo período*).
 - u_t son shocks con interpretación económica (política monetaria, shocks externos, oferta, demanda, etc.).
- El contenido teórico entra al **imponer restricciones** en A_0 (y/o restricciones de largo plazo o de signo).

De la forma estructural a la reducida

$$y_t = A_0^{-1}\Lambda + (A_0^{-1}A_1)y_{t-1} + \cdots + (A_0^{-1}A_p)y_{t-p} + A_0^{-1}u_t$$

Definimos:

$$c \equiv A_0^{-1}\Lambda, \quad B_i \equiv A_0^{-1}A_i \quad (i = 1, \dots, p), \quad \varepsilon_t \equiv A_0^{-1}u_t$$

Forma reducida (estimable por MCO):

$$y_t = c + B_1y_{t-1} + \cdots + B_py_{t-p} + \varepsilon_t$$

$$\text{con } E(\varepsilon_t) = 0, \quad \Sigma_\varepsilon = E(\varepsilon_t\varepsilon_t') = A_0^{-1}(A_0^{-1})'$$

Qué obtenemos al estimar

- De la estimación de la forma reducida obtenemos:
 - Los B_i ($i = 1, \dots, p$)
 - El vector c
 - La matriz de covarianzas reducida Σ_ε (simétrica)
- Pero no conocemos:
 - A_0 (relaciones contemporáneas).
 - Los shocks estructurales u_t .
- Para recuperarlos \rightarrow es necesario imponer **restricciones económicas**.

Identificación en SVAR

- Con m variables:
 - Σ_ε aporta $m(m+1)/2$ momentos.
 - A_0 tiene m^2 elementos, pero se normaliza la diagonal.
 - Se requieren $m(m-1)/2$ restricciones adicionales.
- Tipos de identificación:
 - **Total:** todas las restricciones necesarias para identificar todos los shocks.
 - **Parcial:** restricciones suficientes para identificar solo un subconjunto de shocks (ej: política monetaria).
- Tipos de restricciones:
 - De corto plazo.
 - De largo plazo.
 - De signo.
- **Idea fuerza:** Estimamos la forma reducida. Lo “estructural” aparece al imponer supuestos económicos que identifican A_0 y convierten los residuos ε_t en shocks con interpretación causal u_t .

Restricciones de corto plazo (contemporáneas)

- Se especifica qué variables reaccionan o no **inmediatamente** a un shock.
- Forma estructural del modelo:

$$Ay_t = C(L)y_t + B\mu_t, \quad \mu_t \sim N(0, I)$$

- Al estimar un VAR reducido:

$$y_t = A^{-1}C(L)y_t + A^{-1}B\mu_t$$

Los residuos reducidos ε_t se relacionan con los shocks estructurales:

$$\varepsilon_t = A^{-1}B\mu_t$$

- Matriz de varianzas y covarianzas:

$$\Sigma_\varepsilon = A^{-1}BB'(A^{-1})'$$

Idea clave

Σ_ε se estima directamente con el VAR reducido, pero A y B son desconocidas. Se requieren **restricciones contemporáneas** para identificar los shocks estructurales.

Ejemplo 1: Restricciones de CP en un mercado agrícola

- Vector de variables: $y_t = [p_t, q_t, w_t]'$ (p : precio, q : cantidad, w : clima).
- Restricciones necesarias: $\frac{m(m-1)}{2} = \frac{3(2)}{2} = 3$.
- Supuestos:
 - El clima es exógeno (2 restricciones)
 - El clima afecta la oferta pero no la demanda (1 restricción)

$$A_0 y_t = u_t, \quad A_0 = \begin{bmatrix} 1 & a_{12} & 0 \\ a_{21} & 1 & a_{23} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad u_t = \begin{bmatrix} u_t^{demanda} \\ u_t^{oferta} \\ u_t^{clima} \end{bmatrix}$$

Interpretación

- El clima no es afectado por shocks de demanda u oferta.
- El clima no afecta a la demanda.
- La oferta responde al clima, a la demanda y a shocks propios.

Ejemplo 2: Lanteri (2007)

- **Objetivo:** analizar cómo los **shocks en precios de materias primas** afectan el PIB y las variables fiscales en Argentina.
- **Literatura:** en economías emergentes, los shocks de commodities/petróleo afectan fuertemente:
 - PIB
 - Balanza comercial
 - Situación fiscal(Efecto depende de si el país es exportador o importador, y de la política económica).
- **Datos:** Argentina, 1993:1–2007:2 (series trimestrales desestacionalizadas).
- **Variables:** $x_t = [PrCom, IngTrib/PIB, GP/PIB, PIB_{real}]'$
 - *PrCom*: índice de precios de materias primas.
 - *IngTrib/PIB*: ingresos impositivos / PIB nominal.
 - *GP/PIB*: gasto de consumo del gobierno / PIB real.
 - *PIB_{real}*: producto interno bruto real.

Ejemplo SVAR: Identificación (Lanteri, 2007)

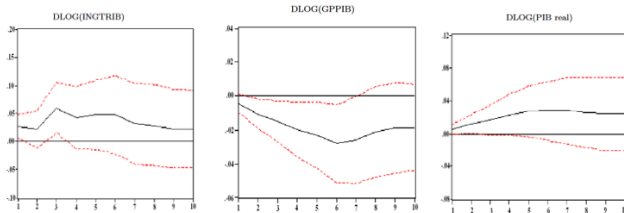
- **Restricciones de corto plazo:** se requieren 6 restricciones para identificar el modelo.
 - Precios de commodities son exógenos.
 - Política impositiva pasiva: no responde a choques de gasto ($a_{23} = 0$).
 - Ingresos tributarios responden a commodities.
 - Gasto responde a commodities e ingresos.
 - Ingresos y gasto no responden contemporáneamente a choques del PIB.
 - El PIB responde a todos los choques (commodities, ingresos y gasto).
- **Matriz estructural A_0 :**

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_t^{PrCom} \\ \varepsilon_t^{IngTrib/PIB} \\ \varepsilon_t^{GP/PIB} \\ \varepsilon_t^{PIB} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ \alpha_{21} & 1 & 0 & 0 \\ \alpha_{31} & \alpha_{32} & 1 & 0 \\ \alpha_{41} & \alpha_{42} & \alpha_{43} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mu_t^{PrCom} \\ \mu_t^{IngTrib/PIB} \\ \mu_t^{GP/PIB} \\ \mu_t^{PIB} \end{bmatrix}$$

Los μ_t son shocks estructurales ortogonales: $E(\mu_i \mu_j) = 0$ para $i \neq j$.

Resultados principales: Lanteri (2007)

FIRA de las variables endógenas a un shock en los precios de las materias primas (variables en primeras diferencias)



Fuente: Lanteri (2007)

- Los efectos acumulados en la participación de los **gastos de consumo del gobierno** presentan un signo inverso al esperado (contracíclico).
- Posible explicación: el gobierno percibe los incrementos en ingresos públicos como **transitorios**.
- En lugar de aumentar el gasto de consumo, destina los recursos a **cancelar deuda o acumular activos externos**.

Descomposición de la varianza - Lanteri (2007)

*Análisis de descomposición de la varianza del PIB real
(variables en primeras diferencias). Porcentajes*

<i>Modelo base</i>				
Períodos	Precios materias primas	Ingresos tributarios/PIB nominal	Gastos de consumo gobierno/PIB a precios constantes	PIB real
1	8.0	1.5	29.9	60.6
2	12.6	7.9	22.0	57.4
4	17.6	6.7	17.0	58.7
6	18.5	6.7	17.7	57.1
8	19.1	6.6	17.5	56.7
10	19.1	6.6	17.3	57.1

Fuente: Lanteri (2007)

Restricciones de largo plazo en SVAR

- **Idea central:** Ciertos shocks no tienen efectos permanentes sobre determinadas variables.
- **Diferencia clave:** Las restricciones no se imponen sobre la matriz contemporánea A_0 , sino sobre la matriz de acumulación de efectos dinámicos:

$$C(\infty) = \sum_{j=0}^{\infty} C_j$$

- **Interpretación:** $C(\infty)$ refleja cómo un shock afecta a las variables en el largo plazo \Rightarrow las restricciones se imponen sobre las **funciones de impulso-respuesta acumuladas**.
- **Ejemplos comunes:**
 - Shocks de demanda no tienen efectos permanentes sobre el PIB de largo plazo.
 - Shocks monetarios no alteran el nivel de producción real en el largo plazo.
 - Solo los shocks de productividad explican el crecimiento sostenido del PIB.

Ejemplo 1: Blanchard y Quah (1989)

- **Aplicación:** Descomposición de fluctuaciones del PIB y desempleo en EE.UU.

$$y_t = \begin{bmatrix} \Delta gdp_t \\ ur_t \end{bmatrix}$$

- **Supuesto clave:** Los **shocks de demanda** no tienen efecto permanente sobre el PIB.

$$C(\infty) = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 \\ c_{21} & c_{22} \end{bmatrix}$$

⇒ El segundo shock se interpreta como de demanda.

- **Identificación:**

- Dos shocks no correlacionados.
- Ambos no tienen efectos de largo plazo sobre el desempleo.
- Solo el shock de oferta impacta permanentemente en el PIB.

- **Resultados:**

- Shocks de demanda: efecto transitorio en forma de “joroba” sobre el PIB y el desempleo (desaparece en 2–3 años).
- Shocks de oferta: efecto acumulativo y sostenido en el PIB, con dinámica más lenta en el desempleo.
- Contribución de la demanda a la variabilidad del PIB: entre 40 % y 95 %, según supuestos.

Ejemplo 2: Lanteri (2008) – Términos de intercambio y balanza comercial

- **Objetivo:** Analizar la dinámica de los shocks en los términos de intercambio sobre el PIB real y la balanza comercial en Argentina (1950–2006), testeando la existencia del efecto HLM
- **Efecto Harberger–Laursen–Metzler (HLM):**
 - Un aumento en los términos de intercambio genera una mejora de la balanza comercial.
 - Fundamentos: modelos de ingreso–gasto keynesianos con baja movilidad de capital.
 - Posteriores matices:
 - En modelos intertemporales, los efectos dependen de si el shock es transitorio o permanente.
 - En modelos DSGE, persiste una correlación positiva, pero con acumulación de capital y mercados incompletos.
 - Factores institucionales (ej. impuestos a las exportaciones) pueden diluir el efecto HLM.

Ejemplo: Lanteri (2008) – Modelo SVAR

- **Vector de variables:**

$$x_t = \begin{bmatrix} \Delta TIE_t \\ \Delta PIBr_t \\ \frac{X-M}{PIBn}_t \end{bmatrix}$$

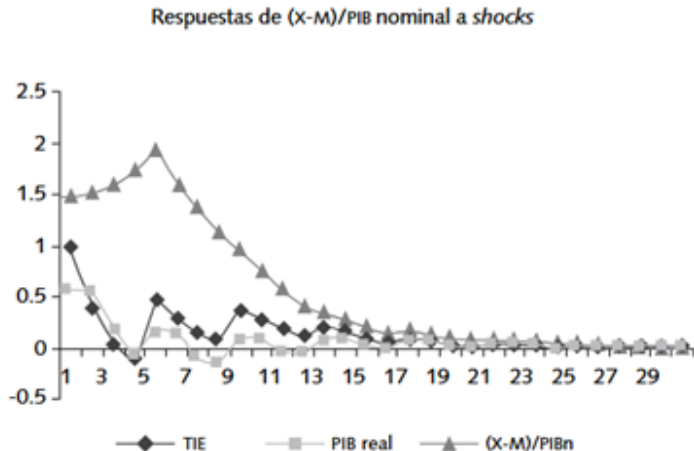
- TIE : términos de intercambio externos.
- $PIBr$: PIB real.
- $(X - M)/PIBn$: balanza comercial sobre PIB nominal.

- **Restricciones de identificación en el largo plazo:**

- Los términos de intercambio son estrictamente exógenos: $c_{12}(L) = c_{13}(L) = 0$.
- El PIB real es estacionario en primeras diferencias, la balanza comercial en niveles
⇒ shocks en la BC no afectan permanentemente al PIB: $c_{23}(L) = 0$.

⇒ Tres restricciones suficientes para identificar el sistema.

Resultados principales: Lanteri (2008)



Fuente: Lanteri (2008)

Resultados principales: Lanteri (2008)

Cuadro 2. Análisis de descomposición de la varianza de $(X-M)/\text{PIB}$ nominal y del PIB real frente a diferentes *shocks* (porcentajes)

Periodo/shocks	<i>Descomposición de la varianza de $(X-M)/\text{PIB}$ nominal</i>		
	<i>TIE</i>	<i>PIB real</i>	<i>$(X-M)/\text{PIBn}$</i>
1	26.9	9.3	63.8
2	17.3	10.6	72.1
4	9.2	5.7	85.1
6	7.7	4.0	88.3
8	6.6	3.6	89.8
10	7.1	3.4	89.5

Fuente: Lanteri (2008)

Restricciones de signo en SVAR

- **Idea central:** en lugar de fijar ceros en matrices, se impone que la respuesta de ciertas variables tenga un **signo predeterminado** durante un horizonte inicial.
- **Ejemplo:** frente a un shock de política monetaria contractiva:
 - El producto (*PIB*) debe **caer**.
 - La tasa de interés debe **subir**.
- Lo que se restringe son las **funciones de impulso-respuesta (IRFs)**, no la matriz de coeficientes directamente.
- Muchas veces las restricciones de signo se usan **combinadas con otras restricciones**.
- Por ej. **restricciones narrativas:** Uso de información externa (instrumentos o shocks narrativos) para identificar shocks específicos.
 - Ejemplo: shocks de política fiscal identificados a partir de **anuncios presupuestarios** (Romer y Romer, 2010).

Conclusión de los modelos VAR Estructurales

- En un **SVAR**, la técnica econométrica es necesaria, pero no suficiente.
- Lo esencial son las **restricciones de identificación**, que permiten distinguir los shocks y su transmisión en la economía.
- Si esas restricciones no son **teóricamente sólidas y convincentes**, el modelo pierde capacidad explicativa.
- En síntesis: la validez de los resultados de un SVAR depende más del **sustento económico de los supuestos** que de la sofisticación del cálculo estadístico.

La teoría guía la identificación, la econometría mide la dinámica.

Variantes de los VAR

- Además de la distinción entre:
 - **Reducido**: sin restricciones contemporáneas.
 - **Recursivo**: identificación a partir de un orden (Cholesky).
 - **Estructural (SVAR)**: restricciones teóricas (corto, largo plazo o signo).
- Existen **extensiones del marco VAR**, que pueden estimarse también en versiones reducidas, recursivas o estructurales:
 - VAR Generalizado (VARG).
 - VECM (Vector Error Correction Model).

VAR Generalizado (VARG)

- Permite analizar los efectos de shocks **sin necesidad de imponer un orden recursivo**.
- En lugar de construir shocks ortogonales artificiales, trabaja con los **errores correlacionados**, normalizando el shock de interés.
- Las **respuestas impulso-respuesta** son invariantes al orden de las variables.
- Desventaja: se pierde la **interpretación causal estricta** de los shocks, a diferencia de un SVAR.
- Matemáticamente: el shock se normaliza por la **desviación estándar** de la variable y se mantiene su covarianza original con el resto.

Modelo VECM (Vector Error Correction Model)

- Diseñado para series **no estacionarias en niveles** pero **cointegradas**.
- Un VAR en diferencias pierde la información de equilibrio de largo plazo.
- El VECM incorpora esa relación a través de un **término de corrección de error**.
- Captura tanto:
 - Dinámica de corto plazo (como un VAR en diferencias).
 - Ajustes hacia el equilibrio de largo plazo.

- **Estructura:**

$$\Delta y_t = \Pi y_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta y_{t-i} + u_t$$

- **Matriz de cointegración:**

$$\Pi = \alpha\beta'$$

- β : vectores de cointegración (relaciones de equilibrio).
- α : velocidades de ajuste (qué tan rápido corrigen las variables los desvíos).

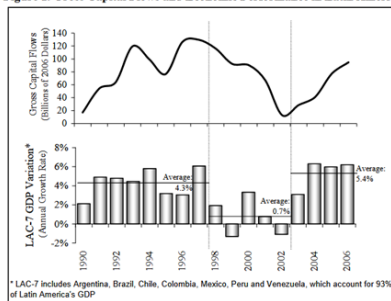
Ejemplo VECM: Izquierdo y Talvi (2008)

● Motivación:

- Booms and busts in Latin America: A comienzos de los 90 vuelve el capital externo tras la “década perdida”.
- Muchos atribuyeron el boom a reformas estructurales (apertura, privatizaciones, desregulación).
- Izquierdo y Talvi argumentan que el motor fueron **shocks externos comunes a la región**:
 - Tasas de interés en EE.UU.
 - Condiciones financieras globales.
 - Evolución de los términos de intercambio.

- **Pregunta:** ¿Cuánto del crecimiento de América Latina (LAC7) puede explicarse por factores externos, y cómo responden las economías a esos shocks?

Figure 1. Gross Capital Flows and Economic Performance in Latin America



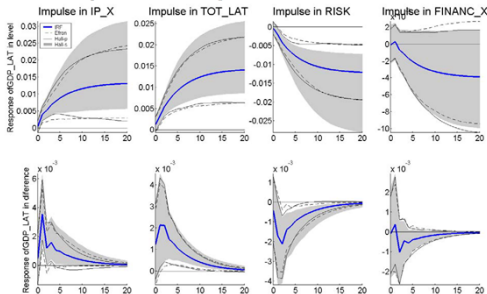
Fuente: Izquierdo y Talvi (2008)

Datos y Metodología: Izquierdo y Talvi (2008)

- **Período y muestra:** 1991–2006, frecuencia trimestral, LAC7 (93 % del PIB regional).
- **Variables:**
 - PIB de LAC7.
 - Demanda externa: producción industrial del G7.
 - Términos de intercambio regional.
 - Condiciones financieras: rendimiento bonos del Tesoro de EE.UU. (10 años).
 - Riesgo global: spread de bonos de alto rendimiento.
- **Método: VECM restringido**
 - Todas las series son $I(1)$ pero cointegradas (Johansen \Rightarrow 1 vector).
 - Restricciones:
 - Variables externas no responden al PIB latinoamericano (*block exogenous*).
 - El término de corrección del error ajusta solo vía PIB.
 - Estimación en dos etapas (Lütkepohl y Kratzig, 2004).
- **Aporte:** El VECM distingue entre dinámicas de corto plazo y relaciones de largo plazo, y permite medir el peso de los shocks externos en el crecimiento latinoamericano.

Resultados principales: Izquierdo y Talvi (2008)

Figure 2- LAC7 GDP Responses to One-standard-deviation Shocks



Note: Responses in levels correspond to GDP logs. Responses in differences are quarterly and are not annualized.

Interpretación:

- Los shocks externos explican gran parte de los ciclos de crecimiento y crisis en la región.
- Aunque el crecimiento en diferencias converge a cero, en niveles el PIB se estabiliza en un nuevo sendero más alto o más bajo según el shock.
- La evaluación de políticas debe incorporar sistemáticamente la incidencia de factores externos.

Fuente: Izquierdo y Talvi (2008)

Actividad de cierre

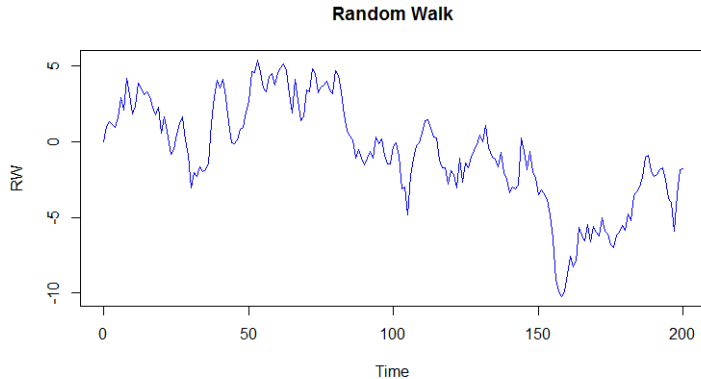
Consigna:

- Piensen **qué pregunta de investigación** les gustaría contestar con un modelo VAR/SVAR en relación con sus temas de investigación.
- **15 minutos** para definir:
 - La **pregunta de investigación**.
 - Los **datos disponibles** y los que aún les faltan.
 - La **hipótesis** o el resultado esperado.
- Luego, cada un@ presentará **brevemente** su planteo al resto.

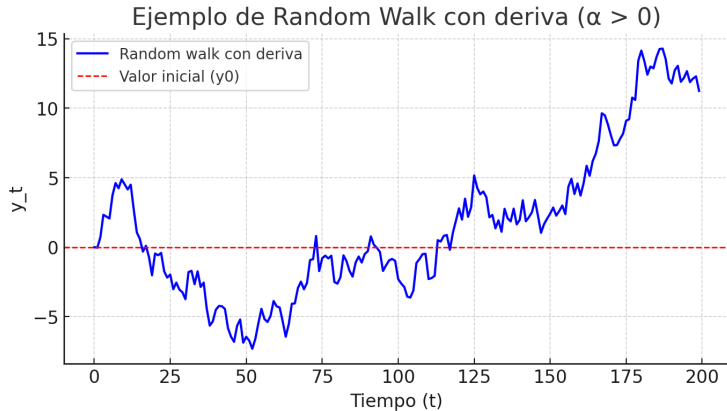
El objetivo es practicar cómo formular una investigación empírica usando VAR.

Anexos

Ejemplos - Random walk / Paseo aleatorio

[Volver](#)

Ejemplos - Random walk con deriva

[Volver](#)

Ejemplos - Causalidad de Granger

Table 1
VAR Descriptive Statistics for (π , u , R)

<i>Regressor</i>	<i>A. Granger-Causality Tests</i>		
	<i>Dependent Variable in Regression</i>		
	π	u	R
π	0.00	0.31	0.00
u	0.02	0.00	0.00
R	0.27	0.01	0.00

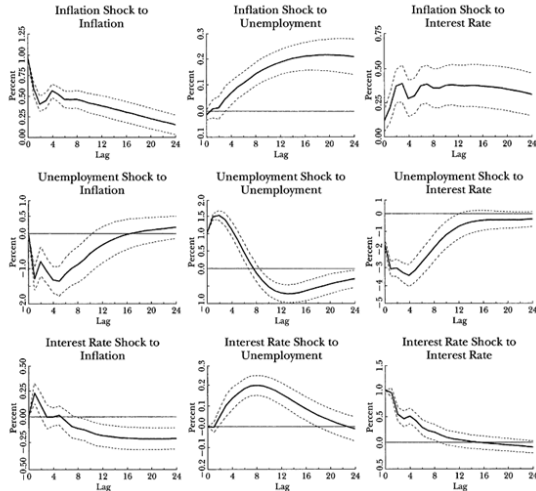
Fuente: Stock y Watson (2001)

Volver

Ejemplos - Funciones de Impulso-Respuesta

Figure 1

Impulse Responses in the Inflation-Unemployment-Interest Rate Recursive VAR



Fuente: Stock y Watson
(2001)

Volver

Ejemplos - Descomposición de la varianza

B. Variance Decompositions from the Recursive VAR Ordered as π , u , R

B.i. Variance Decomposition of π

Forecast Horizon	Forecast Standard Error	Variance Decomposition (Percentage Points)		
		π	u	R
1	0.96	100	0	0
4	1.34	88	10	2
8	1.75	82	17	1
12	1.97	82	16	2

B.ii. Variance Decomposition of u

Forecast Horizon	Forecast Standard Error	Variance Decomposition (Percentage Points)		
		π	u	R
1	0.23	1	99	0
4	0.64	0	98	2
8	0.79	7	82	11
12	0.92	16	66	18

B.iii. Variance Decomposition of R

Forecast Horizon	Forecast Standard Error	Variance Decomposition (Percentage Points)		
		π	u	R
1	0.85	2	19	79
4	1.84	9	50	41
8	2.44	12	60	28
12	2.63	16	59	25

Fuente: Stock y Watson (2001)

Volver