



Μάθημα: "Ρομποτική Ι: Ανάλυση, Έλεγχος, Εργαστήριο" (Ακαδημαϊκό Έτος 2022-23)

2^η ΣΕΙΡΑ ΑΝΑΛΥΤΙΚΩΝ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Course Assignment #2)

Άσκηση 2.1 (Διαφορική κινηματική ανάλυση – Υπολογισμός Ιακωβιανής μήτρας – Ιδιόμορφες διατάξεις)

Έστω ρομποτική κινηματική αλυσίδα τριών βαθμών ελευθερίας (q_1, q_2, q_3) της οποίας η κινηματική δομή περιγράφεται μέσω των ακόλουθων μητρώων μετασχηματισμού συντεταγμένων:

$$A_1^0(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & l_1 \\ 0 & c_1 & -s_1 & l_0 \\ 0 & s_1 & c_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2^1(q_2) = \begin{bmatrix} c_2 & -s_2 & 0 & -l_2 s_2 \\ s_2 & c_2 & 0 & l_2 c_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{και} \quad A_3^2(q_3) = \begin{bmatrix} c_3 & -s_3 & 0 & -l_3 s_3 \\ s_3 & c_3 & 0 & l_3 c_3 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(όπου $c_i = \cos(q_i)$, $s_i = \sin(q_i)$, για $i \in \{1, 2, 3\}$, και l_0, l_1, l_2, l_3 : σταθερά μήκη συνδέσμων)

α) Να προσδιοριστεί (με εφαρμογή της γεωμετρικής μεθόδου) η **Ιακωβιανή μήτρα** $J(q_1, q_2, q_3)$ του διαφορικού κινηματικού μοντέλου του ρομποτικού αυτού μηχανισμού.

β) Να εξετασθεί τότε ο μηχανισμός εμφανίζει **ιδιόμορφες διατάξεις** ως προς τη γραμμική ταχύτητα (v_E) του τελικού στοιχείου δράσης. Να δοθεί **γεωμετρική ερμηνεία** των ανωτέρω ιδιόμορφων διατάξεων του μηχανισμού.

Άσκηση 2.2 (Μήτρα D-H – Υπολογισμός Ιακωβιανής μήτρας – Ιδιόμορφες διατάξεις)

Έστω ρομποτική κινηματική αλυσίδα 4 βαθμών ελευθερίας (q_1, q_2, q_3, q_4) της οποίας η κινηματική δομή περιγράφεται από τον ακόλουθο πίνακα παραμέτρων D-H (όπου l_1, l_2 : σταθερά μήκη συνδέσμων):

i	d_i	θ_i	a_i	α_i
1	q_1	0	0	0
2	l_1	q_2	0	$\pi/2$
3	0	q_3	0	$-\pi/2$
4	l_2	q_4	0	0

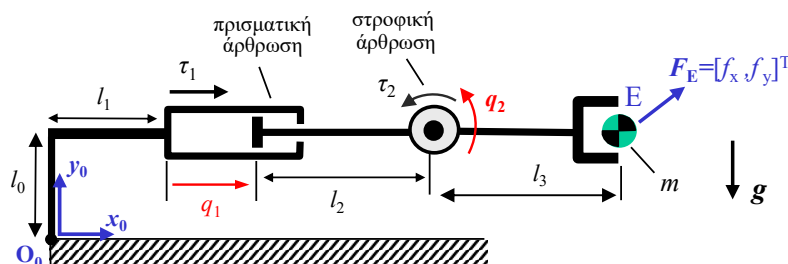
α) Να προσδιοριστεί η **Ιακωβιανή μήτρα** $J(q_1, q_2, q_3, q_4)$ του διαφορικού κινηματικού μοντέλου του ρομποτικού βραχίονα.

β) Να εξετασθεί τότε ο μηχανισμός εμφανίζει **ιδιόμορφες διατάξεις** ως προς τη γωνιακή ταχύτητα (ω_E) του τελικού στοιχείου δράσης, και να δοθεί **γεωμετρική ερμηνεία** των διατάξεων αυτών.

Άσκηση 2.3 (Ρομποτικό δυναμικό μοντέλο)

Έστω ρομποτικός βραχίονας δύο βαθμών ελευθερίας (1P-1R), που εικονίζεται στο ακόλουθο Σχήμα 1, με l_0, \dots, l_3 σταθερά μήκη συνδέσμων και (q_1, q_2) γενικευμένες μεταβλητές μετατόπισης (q_1 γραμμική μετατόπιση και q_2 γωνιακή μετατόπιση στη στροφική άρθρωση). Υποθέτουμε την ύπαρξη σημειακής μάζας m στο ρομποτικό εργαλείο E (όπως εικονίζεται στο Σχήμα 1) ενώ θεωρούμε τους ρομποτικούς συνδέσμους κατά τα λοιπά αβαρείς. Υποθέτουμε επίσης ότι ασκείται στο τελικό εργαλείο δράσης σταθερή εξωτερική δύναμη $F_E = [f_x, f_y]^T$, καθώς και ότι η διεύθυνση επίδρασης της βαρύτητας g είναι αυτή που σημειώνεται στο σχήμα.

Να γραφούν οι **δυναμικές εξισώσεις κίνησης** του ρομποτικού μηχανισμού, χρησιμοποιώντας μεθοδολογία **Lagrange**.



Σχήμα 1: Ρομποτικό σύστημα με 2 β.ε. (κινούμενου ρομποτικού βραχίονα)