Εθνικο Μετσοβιο Πολυτεχνειο

Σχολη Ηλεκτρολογων Μηχανικων και Μηχανικων Υπολογιστων

Πρωτο Εργαστηριο
Νευροασαφης Έλεγχος

Αναστασία Χριστίνα Λίβα
03119029

Περιεχόμενα

Θέμα 1

Θα κατασκευάσω έναν ασαφή ελεγκτή για σύστημα τρένου. Το σύστημα περιγράφεται από την ακόλουθη διαφορική εξίσωση

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = -(a_1 + ma_2)v - a_2v|v| + bu$$

όπου χ η θέση του τρένου και v η ταχύτητα του. Τα α_1, α_2, α_3 είναι συντελεστές τριβής, m η μάζα του τρένου, και $b \cdot u$ η επιτάχυνση λόγω της μηχανής, όπου όλοι οι συντελεστές έχουν γνωστές τιμές.

Θέλω να πετύχω τις εξής προδιαγραφές:

- Το τρένο να φτάνει σε μια θέση αναφοράς χ χωρίς υπερύψωση.
- Μεταξύ των σταθμών, να αναπτύσσεται μια ταχύτητα αναφοράς.
- Η είσοδος u να παίρνει τιμές στο $[-1, 1]$.

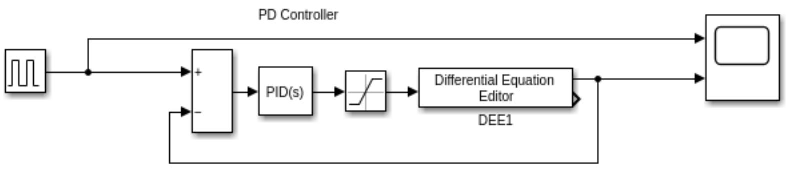
Από τη διαφορική που διέπει το σύστημα συμπεραίνω τα εξής. Έστω δύο μεταβλητές κατάστασης για τη θέση και την ταχύτητα αντίστοιχα. Τότε:

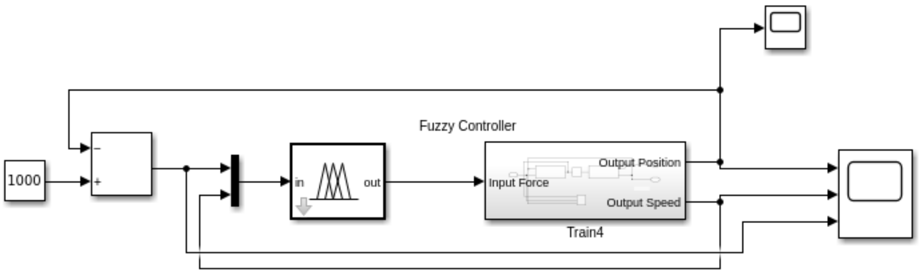
$$\begin{aligned} x_2 &= \frac{\partial x_1}{\partial t} \\ m \cdot \frac{\partial x_2}{\partial t} &= -(\alpha_1 + m \cdot \alpha_2) \cdot x_2 - \alpha_3 \cdot x_2 \cdot |x_2| + b \cdot u \end{aligned} \tag{1}$$

Μετασχηματισμός Laplace και θεωρώντας το v^2 περίπου ίσο με το 0:

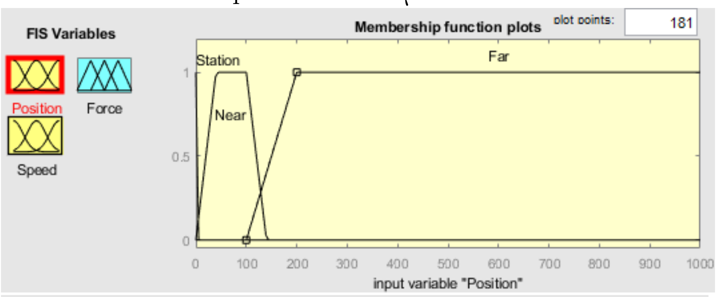
$$\begin{aligned} X_2(S) &= S \cdot X_1(S), \\ \frac{X_2(S)}{b} &= \frac{-a \cdot X_2(S) + b \cdot U(S)}{S + a} \\ \Rightarrow \frac{U(S)}{s+b} &= \frac{X_1(S)}{b} = \frac{U(S)}{s \cdot (s+a)}. \end{aligned} \tag{2}$$

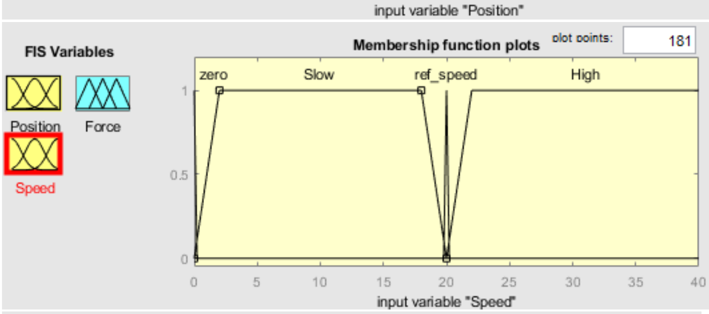
Άρα θα χρησιμοποιήσω PID ελεγκτη

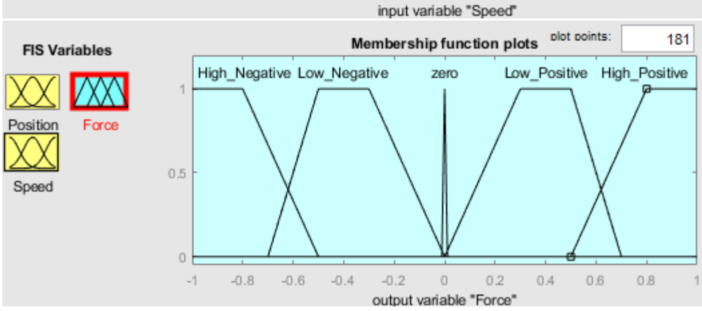




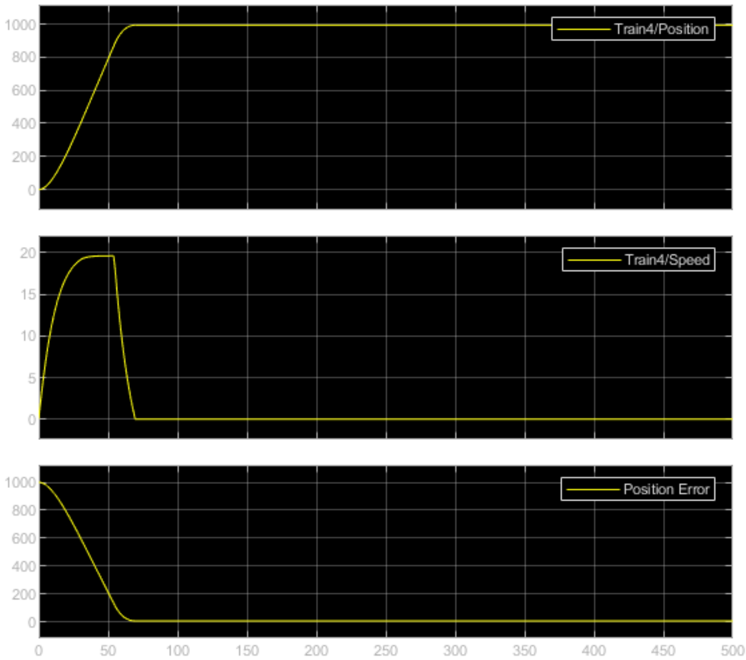
Για τα membership functions παίρνω:



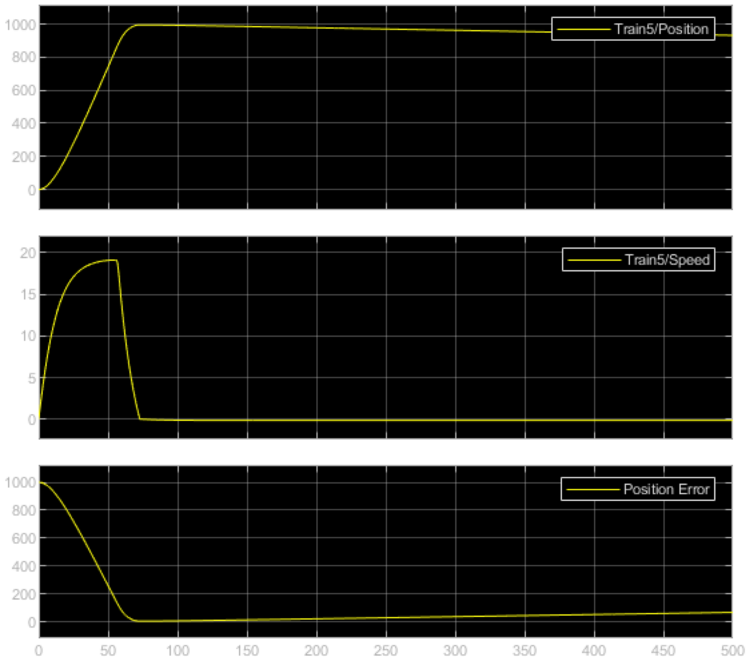




Χωρίς το έξτρα βάρος έχω:



Ενώ με το έξτρα βάρος:



Θέμα 2

Έχω ένα σύστημα διακριτού χρόνου που αποτελείται από δύο περιοχές: στη μία περιοχή έχει δυναμική που περιγράφεται από το A_1, ενώ στην άλλη περιοχή περιγράφεται από το A_2, τα οποία φαίνονται παρακάτω.

$$x_{k+1} = h_1(x)A_1x_k + h_2(x)A_2x_k, \tag{3}$$

όπου τα $h_1(x)$ και $h_2(x)$ αντιστοιχούν σε συναρτήσεις συμμετοχής για τις οποίες ισχύει ότι $h_1(x) + h_2(x) = 1$.

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0.9 & a \\ 0 & 0.8 \end{bmatrix} A_2 = \begin{bmatrix} 0.9 & 0 \\ a & 0.8 \end{bmatrix}$$

Θα εξετάσω ποιες τιμές του α επιτρέπουν την ύπαρξη κοινής συνάρτησης Lyapunov για τα A_1 και A_2. Έτσι, αναζητώ θετικά ορισμένο πίνακα P τέτοιο ώστε $\mathrm{A}_i^T P \mathrm{A}_i - P < 0$, $i = 1, 2$.

Ο κώδικας μου στο Matlab επιστρέφει εάν υπάρχει πίνακας P (T) για διάφορες τιμές του α. Αντί για $A_iPA_i - P < 0$ και $P > 0$, χρησιμοποιώ τις συνθήκες $A_iPA_i - P < -I$ και $P > I$, οι οποίες είναι ισοδύναμες.

Παρατηρώ ότι για τιμές του α: $[-0.4, -0.3, -0.27, 0.27, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 1, 3, 5, 10, 20]$ δεν υπάρχει ικανοποιητικός πίνακας P, καθιστώντας την απόδειξη της ευστάθειας του ασαφούς συστήματος αδύνατη με αυτόν τον τρόπο. Αντίθετα, για τις τιμές του α: $[-0.26, -0.25, -0.2, -0.15, -0.1, 0, 0.1, 0.15, 0.2, 0.25, 0.26]$, υπάρχει επιτυχής εύρεση πίνακα P. Παρατηρώ ότι έχω ευστάθεια στο διάστημα $[-0.26, 0.26]$.

Παρόλο που είναι δυνατόν να μην υπάρχει κοινή συνάρτηση Lyapunov για μια συγκεκριμένη τιμή του α, υπάρχει η πιθανότητα το σύστημα να είναι ευσταθές για αυτήν την τιμή. Ένα παράδειγμα αυτού παρατηρείται στην περίπτωση α=3, όπου η τροχιά φαίνεται να συγκλίνει προς το 0 και το σύστημα εμφανίζει ευσταθή συμπεριφορά, παρά την έλλειψη της συνάρτησης Lyapunov.