



ΕΘΝΙΚΟ ΜΕΤΣΟΒΙΟ ΠΟΛΥΤΕΧΝΕΙΟ

ΣΧΟΛΗ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΤΕΤΑΡΤΗ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΑΚΗ ΑΝΑΦΟΡΑ
ΝΕΥΤΡΟΑΣΑΦΗΣ ΈΛΕΓΧΟΣ

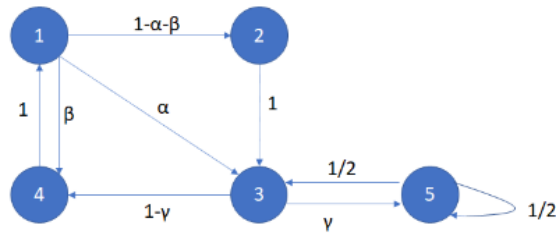
Αναστασία Χριστίνα Λίβα
03119029

Περιεχόμενα

Θέμα 1	2
------------------	---

Θέμα 1

Ερώτημα Πρώτο: Έχω την ακόλουθη αλυσίδα Markov και θέλω να μελετήσω την περιοδικότητα και την αναδρομή



Σχήμα 1: Markov Chain

Φτιάχνω τον πίνακα μετάβασης:

0	$1-\alpha-\beta$	α	β	0
0	0	1	0	0
0	0	0	$1-\gamma$	γ
1	0	0	0	0
0	0	0.5	0	0.5

Κάθε στοιχείο του πίνακα μετάβασης είναι μη αρνητικός πραγματικός αριθμός και το άθροισμα των στοιχείων κάθε γραμμής ισούται με τη μονάδα.

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 0$ και $\gamma = 0$: Έχω

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 2 \\ 2 &\rightarrow 3 \\ 3 &\rightarrow 4 \\ 4 &\rightarrow 1 \end{aligned}$$

και η διαδικασία αυτή θα επαναλαμβάνεται επ' άπειρον με περίοδο 4.

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 0$ και $\gamma = 1$: Έχω

$$\begin{aligned} 1 &\rightarrow 2 \\ 2 &\rightarrow 3 \\ 3 &\rightarrow 5 \\ 5 &\rightarrow 3 \text{ ή } 5 \rightarrow 5 \end{aligned}$$

Θεωρώντας

$$C_0 = \{1\}$$

$$C_1 = \{2\}$$

$$C_2 = \{3, 5\}$$

οπότε έχω πάντα

$$C_0 \rightarrow C_1 \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \rightarrow C_2 \dots$$

και η διαδικασία αυτή θα επαναλαμβάνεται επ' άπειρον με περίοδο 1. (ξεκινώντας από το τρίτο βήμα)

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 0$ και $\gamma = 0.5$: Έχω

$$1 \rightarrow 2$$

$$2 \rightarrow 3$$

$$3 \rightarrow 5 \text{ ή } 3 \rightarrow 4$$

$$5 \rightarrow 3 \text{ ή } 5 \rightarrow 5 \text{ ή } 4 \rightarrow 1$$

Άρα έχω αναδρομικότητα.

Αν $\alpha = 1$, $\beta = 0$ και $\gamma = 1$: Έχω

$$1 \rightarrow 3$$

$$3 \rightarrow 5$$

$$5 \rightarrow 3 \text{ ή } 5 \rightarrow 5$$

Θεωρώντας

$$C_0 = \{1\}$$

$$C_1 = \{3, 5\}$$

πότε έχω πάντα

$$C_0 \rightarrow C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow C_1 \rightarrow C_1 \dots$$

και η διαδικασία αυτή θα επαναλαμβάνεται επ' άπειρον με περίοδο 1. (ξεκινώντας από το δεύτερο βήμα)

Αν $\alpha = 1$, $\beta = 0$ και $\gamma = 0$: Έχω

$$1 \rightarrow 3$$

$$3 \rightarrow 4$$

$$4 \rightarrow 1$$

Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται επ' άπειρο με περίοδο 3.

Αν $\alpha = 1$, $\beta = 0$ και $\gamma = 0.5$: Έχω

$$1 \rightarrow 3$$

$$3 \rightarrow 4 \text{ ή } 3 \rightarrow 5$$

$$4 \rightarrow 1 \text{ ή } 5 \rightarrow 3 \text{ ή } 5 \rightarrow 5$$

Άρα έχω αναδρομή αλλά όχι περιοδικότητα.

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 1$ και $\gamma = 1$:

$1 \rightarrow 4$

$4 \rightarrow 1$

Περιοδικό με περίοδο 2

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 1$ και $\gamma = 0$:

$1 \rightarrow 4$

$4 \rightarrow 1$

Περιοδικό με περίοδο 2

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 1$ και $\gamma = 0.5$:

$1 \rightarrow 4$

$4 \rightarrow 1$

Περιοδικό με περίοδο 2

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$ και $\gamma = 0$:

$1 \rightarrow 4$ ή $1 \rightarrow 2$

$4 \rightarrow 1$ ή $2 \rightarrow 3$

αρχή ή $3 \rightarrow 4$

άρα έχω αναδρομικότητα

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$ και $\gamma = 0.5$: Όμοια με πριν θα έχω αναδρομή.

Αν $\alpha = 0$, $\beta = 0.5$ και $\gamma = 1$: Θα καταλήξω να έχω εναλλαγές μεταξύ 3ης και 5ης κατάστασης, άρα αναδρομή.

Αν $\alpha = 0.5$, $\beta = 0$ και $\gamma = 0$: αναδρομή

Αν $\alpha = 0.5$, $\beta = 0$ και $\gamma = 0.5$: Αναδρομή

Αν $\alpha = 0.5$, $\beta = 0$ και $\gamma = 1$: Θα καταλήξει σε εναλλαγή μεταξύ της κατάστασης 3 και 5, άρα αναδρομή

Αν $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$ και $\gamma = 1$: Αναδρομή

Αν $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$ και $\gamma = 0.5$: Αναδρομή

Αν $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$ και $\gamma = 0$: Θα καταλήξω να έχω εναλλαγές μεταξύ 3ης και 5ης κατάστασης, άρα αναδρομή.

Αν $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$ και $\gamma = 0$: Έχω

$1 \rightarrow 3$ ή $1 \rightarrow 4$
 $3 \rightarrow 4$ ή $4 \rightarrow 1$
 $4 \rightarrow 1$ ή αρχή της λούπας

Εδώ παρατηρώ αναδρομικότητα αλλά **όχι** περιοδικότητα καθώς δεν έχω κυκλική κίνηση σε σταθερό αριθμό βημάτων.

Αν $\alpha = 0.5$, $\beta = 0.5$ και $\gamma = 1$:

$1 \rightarrow 3$ ή $1 \rightarrow 4$
 $3 \rightarrow 5$ ή $4 \rightarrow 1$
 $5 \rightarrow 3$ ή $5 \rightarrow 5$ ή αρχή της λούπας

Συνεχίζοντας καταλήγω πάλι σε κάποιο από τα προηγούμενα βήματα οπότε και εδώ παρατηρώ αναδρομικότητα αλλά **όχι** περιοδικότητα καθώς δεν έχω κυκλική κίνηση σε σταθερό αριθμό βημάτων.

Ερώτημα Τρίτο: Προκύπτει ότι:

Stationary Distribution (from eigenvectors):
 A: 25.00%
 B: 20.00%
 C: 25.00%
 D: 25.00%
 E: 5.00%

Percentage of time spent in each state (from simulation):
 D: 24.97%
 A: 24.97%
 B: 20.08%
 C: 25.09%
 E: 4.89%

Αυτά τα αποτελέσματα είναι λογικά διότι έχω μια ιδιοτιμή μέτρου περίπου ίσο με τη μονάδα. Η τιμή αυτή συνεπάγεται κατάσταση ισορροπίας στο άπειρο (σύγκλιση) για την μαρκοβιανή αλυσίδα. Γι' αυτό το λόγο βλέπω πως πράγματι οι πραγματικοί χρόνοι μοιάζουν με αυτούς που προκύπτουν από τα ιδιοδιανύσματα.