## Lista 05 Solucoes

October 26, 2020

# 1 Lista de Exercícios 5 (soluções propostas)

Não é um gabarito fechado. As soluções encontradas aqui são apenas algumas possibilidades. Usem a criatividade!

```
[1]: import numpy as np
import pandas as pd #biblioteca usada para importar os dados usados na questão 9
```

### 1.1 QUESTÃO 1:

Implementar a ordenação de matrizes pelo método do Bubble Sort. A função deve receber dois parâmetros de entrada: (i) uma matriz e (ii) o tipo de ordenamento (linha ou coluna).

```
[2]: def bubbleSort(matriz,tipo):
         if tipo!='linha' and tipo!='coluna':
             print("Erro: escolha o ordenamento por 'linha' ou 'coluna'!")
             return
         mat=matriz.copy()
         nlin=mat.shape[0]
         ncol=mat.shape[1]
         if tipo=='linha':
             for i in range(nlin):
                 houvetroca=1
                 passadas=0 #serve para controlar o loop e evitar que vá até o final
      \rightarrow da lista desnecessariamente
                 while houvetroca == 1:
                     houvetroca=0
                     for j in range(ncol-1-passadas):
                          if mat[i,j]>mat[i,j+1]:
                              mat[i,j],mat[i,j+1]=mat[i,j+1],mat[i,j]
                              houvetroca=1
                     passadas=passadas+1
         elif tipo=='coluna':
             for j in range(ncol):
                 houvetroca=1
```

```
passadas=0 #serve para controlar o loop e evitar que vá até o final
     \rightarrow da lista desnecessariamente
                while houvetroca==1:
                    houvetroca=0
                    for i in range(nlin-1-passadas):
                        if mat[i,j]>mat[i+1,j]:
                            mat[i,j],mat[i+1,j]=mat[i+1,j],mat[i,j]
                            houvetroca=1
                    passadas=passadas+1
        return mat
[3]: x=np.array([[5,1,10,2,8,4,3,21],[5,0,11,1,7,2,3,20]])
    x
[3]: array([[ 5, 1, 10, 2, 8, 4, 3, 21],
           [5, 0, 11, 1, 7, 2, 3, 20]])
[4]: bubbleSort(x, 'f')
    Erro: escolha o ordenamento por 'linha' ou 'coluna'!
[5]: bubbleSort(x, 'linha')
[5]: array([[ 1, 2, 3, 4, 5, 8, 10, 21],
            [0, 1, 2, 3, 5, 7, 11, 20]])
[6]: bubbleSort(x,'coluna')
[6]: array([[ 5, 0, 10, 1, 7, 2, 3, 20],
           [5, 1, 11, 2, 8, 4, 3, 21]])
```

## 1.2 QUESTÃO 2:

Criar uma função que recebe uma matriz como parâmetro de entrada e troca 2 linhas (ou colunas) escolhidas (parâmetros de entrada) de posição. A escolha da troca por 'linha' ou 'coluna' também é um parâmetro de entrada.

```
[7]: def trocaLinhasOuColunas(matriz,troca,t1,t2):
    if troca!='linha' and troca !='coluna':
        print("Erro! Escoha se a troca é por 'linha' ou 'coluna'!")
        return

mat=matriz.copy()
    nlin,ncol=mat.shape
    #nlin=mat.shape[0]
    #ncol=mat.shape[1]
```

```
if troca=='linha':
              #verifica se as LINHAS t1 e t2 existem na matriz mat
              if t1>nlin-1 or t2>nlin-1:
                  print('Erro! Digite posições de linhas válidas para a matriz∟
       →escolhida!')
                  return
              #troca as LINHAS t1 e t2 da matriz mat de posição
              for j in range (ncol):
                  mat[t1, j], mat[t2, j] = mat[t2, j], mat[t1, j]
          elif troca=='coluna':
              #verifica se as COLUNAS t1 e t2 existem na matriz mat
              if t1>ncol-1 or t2>ncol-1:
                  print('Erro! Digite posições de colunas válidas para a matriz⊔
       →escolhida!')
                  return
              #troca as COLUNAS t1 e t2 da matriz mat de posição
              for i in range (nlin):
                  mat[i,t1],mat[i,t2]=mat[i,t2],mat[i,t1]
          return mat
 [8]: | tr=np.matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12],[13,14,15,16],[17,18,19,20]])
      tr
 [8]: matrix([[ 1, 2, 3, 4],
              [5, 6, 7, 8],
              [ 9, 10, 11, 12],
              [13, 14, 15, 16],
              [17, 18, 19, 20]])
 [9]: trocaLinhasOuColunas(tr, 'linha', 4, 0)
 [9]: matrix([[17, 18, 19, 20],
              [5, 6, 7, 8],
              [ 9, 10, 11, 12],
              [13, 14, 15, 16],
              [1, 2, 3, 4]
[10]: trocaLinhasOuColunas(tr, 'coluna', 1, 3)
[10]: matrix([[ 1, 4, 3, 2],
              [5, 8, 7, 6],
              [ 9, 12, 11, 10],
              [13, 16, 15, 14],
              [17, 20, 19, 18]])
```

#### 1.3 QUESTÃO 3:

Criar uma função que recebe uma matriz como parâmetro de entrada e inverte a ordem das linhas (ou colunas) dessa matriz.

```
[11]: def trocaTudo(matriz,troca):
          if troca!='linha' and troca !='coluna':
              print("Erro! Escoha se a troca é por 'linha' ou 'coluna'!")
              return
          mat=matriz.copy()
          nlin,ncol=mat.shape
          #nlin=mat.shape[0]
          #ncol=mat.shape[1]
          if troca=='linha':
              for i in range(nlin//2): #tem que ir só até a metade, caso contrário, u
       → inverete o que foi feito!
                  for j in range(ncol):
                      aux=mat[i,j]
                      mat[i,j]=mat[(nlin-i-1),j]
                      mat[(nlin-i-1),j]=aux
                      \#mat[i,j], mat[(nlin-i-1),j] = mat[(nlin-i-1),j], mat[i,j]
          elif troca=='coluna':
              for j in range(ncol//2): #tem que ir só até a metade, caso contrário, u
       → inverete o que foi feito!
                  for i in range(nlin):
                      aux=mat[i,j]
                      mat[i,j]=mat[i,(ncol-j-1)]
                      mat[i,(ncol-j-1)] = aux
                      \# mat[i,j], mat[i,(ncol-j-1)] = mat[i,(ncol-j-1)], mat[i,j]
          return mat
[12]: #Apenas uma CURIOSIDADE sobre como criar uma matriz com os elementos em uma
      →sequência escolhida.
      lins=5
      cols=4
      tr=np.matrix(np.arange(1,lins*cols+1).reshape(lins,cols))
      \#tr=np.matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12],[13,14,15,16],[17,18,19,20]])
      tr
[12]: matrix([[ 1, 2, 3, 4],
              [5, 6, 7, 8],
              [ 9, 10, 11, 12],
              [13, 14, 15, 16],
              [17, 18, 19, 20]])
```

#### 1.4 QUESTÃO 4:

Criar uma função para multiplicar duas matrizes, pela implementação do método de multiplicação matricial (não usar a função de multiplicação de matrizes do Numpy).

```
[15]: def matmult(a,b):
          nlina=a.shape[0]
          ncola=a.shape[1]
          nlinb=b.shape[0]
          ncolb=b.shape[1]
          if ncola!=nlinb:
              print("Dimensões incompatíveis!")
              return nan
          nlinc=nlina
          ncolc=ncolb
          M=np.matrix(np.zeros((nlinc,ncolc)))
          for i in range(nlinc):
              for j in range(ncolc):
                   \#M[i,j]=0 \#n\tilde{a}o precisa pois a matriz já está zerada
                  for k in range (ncola):
                      M[i,j]=M[i,j]+a[i,k]*b[k,j]
          return M
[16]: tr1=np.matrix([[1,2,3,4],[5,6,7,8],[9,10,11,12],[13,14,15,16],[17,18,19,20]])
      tr2=np.matrix([[1,2],[5,6],[9,10],[13,14]])
[17]: matmult(tr1,tr2)
```

#### 1.5 QUESTÃO 5:

Calcular o determinante de uma matriz usando o método de escalonamento.

```
[19]: def determinanteEscalonamento(matriz):
          M=matriz.copy()
          nlins=mat.shape[0]
          ncols=mat.shape[1]
          mult=1
          for linbase in range(nlins):
              #pega o elemento da diagonal como fator da linha base
              fator=M[linbase,linbase]
              mult=mult*fator
              #divide os elementos da linha base pelo fator, pra ficar com 1 nau
       \rightarrow diagonal
              for col in range(ncols):
                  M[linbase,col]=M[linbase,col]/fator
              #substitui os elementos das linhas abaixo de forma a fazer os elementos⊔
       →abaixo do fator ficarem com zero
              for lin in range (linbase+1,nlins):
                  #pega como "pivô" o elemento da linha que está na coluna do faton
       →da linha base
                  pivo=M[lin,linbase]
                  for col in range(ncols):
                      M[lin,col]=M[lin,col]-pivo*M[linbase,col]
          return mult
```

```
[20]: mat=np.matrix([[4.,1.,2.],[3.,2.,0.],[2.,-1.,1.]])
mat
```

```
[20]: matrix([[ 4., 1., 2.], [ 3., 2., 0.], [ 2., -1., 1.]])
```

```
[21]: determinanteEscalonamento(mat)
[21]: -9.0
[22]: #Vamos conferir esse resultado?
      print(np.linalg.det(mat))
      print(round(np.linalg.det(mat),1))
     -8.9999999999998
     -9.0
     1.6 QUESTÃO 6:
     Calcular o determinante de uma matriz usando o método dos cofatores (recursivo).
[23]: def determinanteCofatores(matriz):
          M=matriz.copy()
          nlins=M.shape[0]
          ncols=M.shape[1]
          #cofs=np.zeros((1,ncols))
          if nlins==1 and ncols==1:
              return M[0,0]
          #calcula o determinante com base nos cofatores dos elementos da primeira
       \hookrightarrow linha
          for elemento in range(ncols): #pega todos os elementos da primeira linha da_
       →matriz, calcula o cofator e o menor
              menor=np.zeros((nlins-1,ncols-1))
              cof=((-1)**elemento)*M[0,elemento]
              for lin in range(1,nlins): #pega as linhas abaixo da primeira
                  colmenor=0
                  for col in range(ncols):
                      if col!=elemento:
                           menor[lin-1,colmenor]=M[lin,col]
                           colmenor=colmenor+1
                  det=det+cof*determinanteCofatores(menor)
          return det
```

```
[24]: mat=np.matrix([[4.,1.,2.],[3.,2.,0.],[2.,-1.,1.]])
mat
```

```
[24]: matrix([[ 4., 1., 2.], [ 3., 2., 0.], [ 2., -1., 1.]])
```

[25]: determinanteCofatores(mat)

```
[25]: -9.0
```

-9.0

```
[26]: #Vamos conferir esse resultado?
print(np.linalg.det(mat))
print(round(np.linalg.det(mat),1))
-8.99999999999999
```

#### 1.7 QUESTÃO 7:

Contar os pontos do boliche, as regras e um exemplo de jogo bem detalhado estão no arquivo boliche-regras-de-pontos.docx. Use os seguintes dados:

```
[27]: #Dados: boliche
jog1=[[10,0],[10,0],[10,0],[7,2],[8,2],[0,9],[10,0],[7,3],[9,0],[10,0],[10,8]]
jog2=[[2,5],[5,5],[10,0],[6,3],[10,0],[10,0],[9,0],[5,2],[9,1],[9,0]]
jog3=[[9,1],[10,0],[8,1],[5,4],[10,0],[10,0],[10,0],[9,1],[8,1],[8,2],[5,0]]
jog4=[[2,2],[4,1],[8,1],[6,2],[9,1],[0,10],[1,5],[2,2],[4,2],[4,1]]
```

```
[28]: def boliche(jogadas):
          jogadas=np.array(jogadas)
          n=jogadas.shape[0]
          if n==10:
              e=1
          else:
              n=10
              e=0
          #Definindo o tipo da jogada: strike, spare ou normal
          tipos=np.zeros(n+1).astype(str) #adicionar mais um índice para ajudar a_
       ⇔calcular o bônus
          pontosbase=np.zeros(n)
          for j in range(n):
              if jogadas[j,0]==10:
                  tipos[j]='strike'
              elif jogadas[j].sum()==10:
                  tipos[j]='spare'
              else:
                  tipos[j]='normal'
              #Calculando os pontos-base
              pontosbase[j]=jogadas[j].sum()
          #Calculando o bônus
          bonus=np.zeros(n+e)
          for t in range(n+e):
              if tipos[t] == 'strike':
```

```
[29]: print('Jogador 1: ', boliche(jog1))
print('Jogador 2: ', boliche(jog2))
print('Jogador 3: ', boliche(jog3))
print('Jogador 4: ', boliche(jog4))
```

Jogador 1: 180 Jogador 2: 147 Jogador 3: 178 Jogador 4: 68

## 1.8 QUESTÃO 8:

Campo minado: Defina o tamanho n do quadro do jogo e a quantidade p de bombas no quadro. Crie uma função que recebe como parâmetro de entrada uma matriz  $p \times 2$ , com a lista das posições onde estão localizadas as bombas (em cada linha, a primeira coluna contém o índice da linha e a segunda coluna o índice da coluna onde está localizada a bomba); e retorna como saída a matriz de vizinhança, de dimensão  $n \times n$ , contendo, em cada célula, a quantidade de bombas existentes nas células vizinhas.

As células onde estão localizadas as bombas devem ser preenchidas com NaN (not a number - np.nan) e as células que não têm bombas nas vizinhanças devem ser preenchidas com zeros.

```
[30]: #Matriz com a localização das bombas bombas=np.matrix([[0,2],[0,3],[1,6],[2,2],[2,7],[3,0],[3,4],[4,6],[5,2],[6,5]]) bombas
```

```
[30]: matrix([[0, 2], [0, 3], [1, 6], [2, 2], [2, 7],
```

```
[5, 2],
              [6, 5]])
[31]: def campominado(bombas,tamanho1,tamanho2):
          campo=np.zeros([tamanho1,tamanho2])
          nbombas=bombas.shape[0]
          for b in range(nbombas):
              #marca a célula da bomba com "nan" (not a number)
              campo[bombas[b,0],bombas[b,1]]=np.nan
              #aumenta a quantidade de bombas nas células vizinhas
              i=bombas[b,0]
              j=bombas[b,1]
              x1, x2, y1, y2=0, 0, 0, 0
              #esquerda
              if j>0:
                  x1 = -1
              #direita
              if j<tamanho2-1:
                  x2 = 2
              #em cima
              if i>0:
                  y1 = -1
              #em baixo
              if i<tamanho1-1:
                  y2 = 2
              campo[i+y1:i+y2,j+x1:j+x2]+=1
          return campo
     campominado(bombas,8,8)
[32]: array([[ 0., 1., nan, nan, 1., 1., 1.,
             [ 0., 2., 3., 3.,
                                   1., 1., nan,
                                  1.,
             [ 1., 2., nan, 2.,
                                        2., 2., nan],
             [nan, 2., 1., 2., nan,
                                        2.,
                                   1.,
             [ 1., 2., 1., 2.,
                                        2., nan,
```

#### 1.9 QUESTÃO 9:

[ 0., 1., nan,

[ 0., 0., 0.,

1.,

1.,

0.,

1.,

1.,

2.,

1., nan,

1., 1.,

[3, 0], [3, 4], [4, 6],

Uma das tarefas computacionais importantes é a localização de padrões de repetições em conjuntos de dados. Sua tarefa nesta questão é desenvolver um código para localizar e contar as ocorrências de uma sequência de valores dentro de uma matriz.

1.,

1.],

a) Criar uma função que recebe como parâmetros de entrada (i) uma matriz de dados; e (ii) um valor a ser procurado, e retorna como parâmetros de saída (i) a quantidade de vezes que este valor aparece na matriz, e (ii) uma lista com as posições (linha coluna) onde esses valores são encontrados.

```
[33]: dados=np.matrix(pd.read_excel('ocorrencias.xlsx',header=None))
seq1=np.matrix(pd.read_excel('ocorrencias.xlsx',header=None,sheet_name="seq1"))
seq2=np.matrix(pd.read_excel('ocorrencias.xlsx',header=None,sheet_name="seq2"))
seq3=np.matrix(pd.read_excel('ocorrencias.xlsx',header=None,sheet_name="seq3"))
```

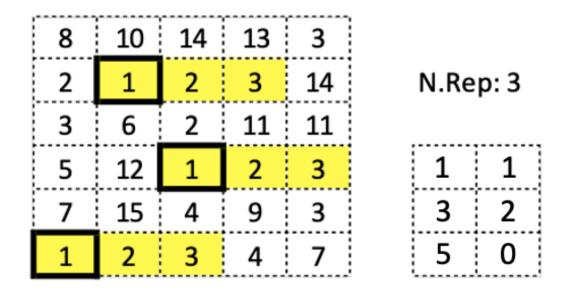
```
[35]: print(contaocorr(dados,20)[0])
print()
print(contaocorr(dados,20)[1])
```

119

```
[[5, 14], [10, 29], [13, 29], [21, 23], [29, 30], [31, 5], [38, 2], [40, 12],
[52, 3], [53, 1], [53, 40], [60, 15], [61, 20], [64, 25], [67, 21], [72, 9],
[74, 37], [78, 45], [82, 6], [82, 46], [84, 26], [85, 25], [85, 40], [92, 10],
[92, 11], [94, 44], [96, 18], [98, 43], [100, 8], [105, 38], [110, 6], [114,
29], [116, 45], [118, 21], [119, 49], [121, 33], [125, 15], [131, 2], [136, 5],
[138, 43], [138, 47], [140, 31], [148, 7], [157, 47], [164, 38], [166, 12],
[166, 14], [172, 17], [176, 43], [182, 37], [191, 18], [191, 34], [195, 9],
[196, 23], [198, 13], [198, 32], [200, 37], [207, 8], [216, 24], [225, 28],
[225, 43], [230, 22], [234, 8], [236, 20], [237, 33], [260, 26], [275, 14],
[285, 30], [286, 1], [288, 49], [294, 13], [301, 12], [309, 34], [319, 13],
[324, 24], [325, 45], [330, 26], [331, 23], [345, 13], [346, 49], [347, 42],
[347, 47], [354, 2], [355, 14], [359, 28], [360, 15], [363, 14], [368, 6], [370,
14], [371, 44], [375, 39], [377, 37], [382, 15], [384, 41], [399, 35], [404,
14], [407, 25], [414, 2], [418, 35], [420, 28], [422, 18], [425, 30], [427, 35],
[427, 44], [428, 2], [435, 45], [442, 6], [444, 14], [445, 16], [456, 22], [458,
6], [468, 19], [471, 15], [473, 48], [474, 13], [476, 24], [482, 27], [483, 36],
[491, 0]
```

b) Criar uma função que recebe como parâmetros de entrada uma matriz de dados e uma sequência de valores (array ou lista), e localiza a sequência na matriz, retornando a lista com as posições (i, j) onde a sequência foi encontrada.

Por exemplo, teremos o seguinte resultado quando procuramos a sequência [1 2 3] na matriz abaixo:



Você pode testar sua função com os dados disponíveis na planilha dados e com os vetores seq1, seq2 e seq3, do arquivo ocorrencias.xls. Os resultados esperados são os seguintes:

Seq1 Seq2 Seq3

N.Rep: 3 N.Rep: 5 N.Rep: 2

```
      14
      3
      4
      19
      10
      40

      66
      25
      19
      2
      36
      4

      115
      45
      20
      37

      281
      34

      439
      16
```

```
[36]: def contaocorr2(matriz, seq):
          mat=matriz.copy()
          nlin=mat.shape[0]
          ncol=mat.shape[1]
          #conta quantas vezes a sequência "seq" aparece na "matriz", e identifica asu
       →posições das ocorrências
          cont=0
          lista=[]
          tamanho=seq.shape[1]
          primeiro=seq[0,0]
          for i in range(mat.shape[0]): #todas as linhas da matriz
              for j in range(ncol-tamanho+1): #todas as colunas, até a última possível
                  if mat[i,j] == primeiro: #se encontrou o primeiro elemento da_
       ⇒sequência, vai tentar achar os demais
                      achou=1
                      ind=1
                      while achou==1 and ind <tamanho:</pre>
                          if mat[i,j+ind]!=seq[0,ind]:
                              achou=0
                          ind=ind+1
                      if achou==1:
                          cont=cont+1
```

```
lista.append([i,j])
          return cont, lista
[37]: M=np.
       matrix([[8,10,14,13,3],[2,1,2,3,14],[3,6,2,11,11],[5,12,1,2,3],[7,15,4,9,3],[1,2,3,4,7]])
      М
[37]: matrix([[ 8, 10, 14, 13, 3],
              [2, 1, 2, 3, 14],
              [3, 6, 2, 11, 11],
              [5, 12, 1, 2, 3],
              [7, 15, 4, 9,
                                3],
              [1, 2, 3, 4, 7]
[38]: seq=np.matrix([1,2,3])
[38]: matrix([[1, 2, 3]])
[39]: contaccorr2(M,seq)
[39]: (3, [[1, 1], [3, 2], [5, 0]])
[40]: contaocorr2(dados, seq1)
[40]: (3, [[14, 3], [66, 25], [115, 45]])
[41]: contaocorr2(dados, seq2)
[41]: (5, [[4, 19], [19, 2], [20, 37], [281, 34], [439, 16]])
[42]: contaocorr2(dados, seq3)
[42]: (2, [[10, 40], [36, 4]])
     1.10 QUESTÃO 10:
     Troca-troca de figurinhas: Criar uma função que recebe dois pares de listas, representando as
     figurinhas de dois jogadores: para cada jogador, passe a lista de figurinhas que ele precisa e a lista
```

Troca-troca de figurinhas: Criar uma função que recebe dois pares de listas, representando as figurinhas de dois jogadores: para cada jogador, passe a lista de figurinhas que ele precisa e a lista de figurinhas que ele tem duplicatas. Retorne com a lista de trocas que esses dois jogadores podem fazer entre si.

```
[43]: def trocafigurinhas(jogador1, jogador2):
    precisa1=jogador1[0]
    precisa2=jogador2[0]
    duplicatas1=jogador1[1]
    duplicatas2=jogador2[1]
```

```
trocas1=[]
          trocas2=[]
          if len(duplicatas1)>len(duplicatas2):
              for fig1 in duplicatas1:
                  for fig2 in precisa2:
                      if fig1==fig2:
                          trocas1.append(fig1)
              for fig2 in duplicatas2:
                  for fig1 in precisa1:
                      if fig1==fig2:
                          trocas2.append(fig1)
          else:
              for fig2 in duplicatas2:
                  for fig1 in precisa1:
                      if fig1==fig2:
                          trocas2.append(fig1)
              for fig1 in duplicatas1:
                  for fig2 in precisa2:
                      if fig1==fig2:
                          trocas1.append(fig1)
          trocas=[]
          maximo=max(len(trocas1),len(trocas2))
          for i in range(len(trocas2)):
              trocas.append([trocas1[i],trocas2[i]])
          return trocas
[44]: jogador1=[[2,7,8,9,10],[1,3,4,6]]
      jogador2=[[1,4,6,8],[2,3,5,7]]
      trocafigurinhas(jogador1,jogador2)
[44]: [[1, 2], [4, 7]]
[45]: jogador1=[[2,7,8,9,10],[1,3,4,6]]
      jogador2=[[1,4,6,8],[2,3,5,7,10]]
      trocafigurinhas(jogador1,jogador2)
[45]: [[1, 2], [4, 7], [6, 10]]
```