Difusión del calor en noches de helada: experimentos y modelo simplificado

Ana Laura Diedrichs

2019-12-27

Introducción al modelo y sus objetivos — Las heladas constituyen uno de los accidentes de tiempo que causan grandes pérdidas económicas, a la agricultura en la Argentina y gran parte del mundo, e impacto social al verse afectado los cultivos de los productores, debido a que no son fenómenos locales sino extensivos. Existen varias definiciones de helada como considerar helada a las temperaturas mínimas menores a 0 °C. La más apropiada desde el punto de vista agronómico es considerar a la helada como el evento meteorológico que ocurre cuando los cultivos y otras plantas experimentan daño por congelación. El daño causado por heladas ocurre cuando las temperaturas están debajo de un límite tolerable para los cultivos. El umbral de resistencia de las plantas al frío varía de acuerdo al estado fenológico en el que se encuentren (floración, frutos o yemas presentes, etc).

El descenso térmico que caracteriza una noche de helada está determinado por un balance calórico negativo del entorno. Intervienen varias causas de pérdida del calor del sistema que denominaremos como flujos salientes o entrantes cuya unidad es W/m^2 (watts por metro cuadrado). El presente trabajo pretende presentar un modelo simplificado de propagación de calor.

OBJETIVO: Evaluar la propagación de calor Q en la superficie del suelo teniendo en cuenta los flujos de propagación de calor en el suelo Q_s, pérdida de calor por radiación Q_r y por convección Q_c, resultando como ecuación de balance la siguiente

$$Q = Q_s - Q_r + Q_c$$

Para ello consideraremos una disminución de la temperatura proporcional a su coeficiente de cambio negativo. Definimos tres temperaturas en grados Kelvin:

- T_p a 1 m de profundidad y su coeficiente c_p,
- T_s en superficie del suelo y su coeficiente c_s
- T_a temperatura a 1 m de altura sobre superficie y su coeficiente c_a.

Esto lo realizamos para simular temperaturas en disminución. En un sistema más realista estas serían variables de entrada.

Los flujos entrantes y salientes serían:

- Propagación de calor hacia la superficie del suelo calculada como

  $$Q_s = -k * Area_{subsuelo} * (T_s - T_p)$$

  , donde k es la constante de conductividad característica propia del material.

- Irradiación de onda larga durante la noche emitida por el suelo calculada como

  $$Q_r = -\epsilon * \sigma * Area_{superficie} * T_s^4$$

  , donde ϵ es el coeficiente de emisividad del suelo, $\sigma = 5.67*10^{-8}\frac{J}{m^2sK}$ la constante de Stefan-Boltzmann.

- Pérdida de calor por convección determinada como

  $$Q_c = h * Area_{superficie} * (T_a - T_p)$$

  , siendo h una constante de convección

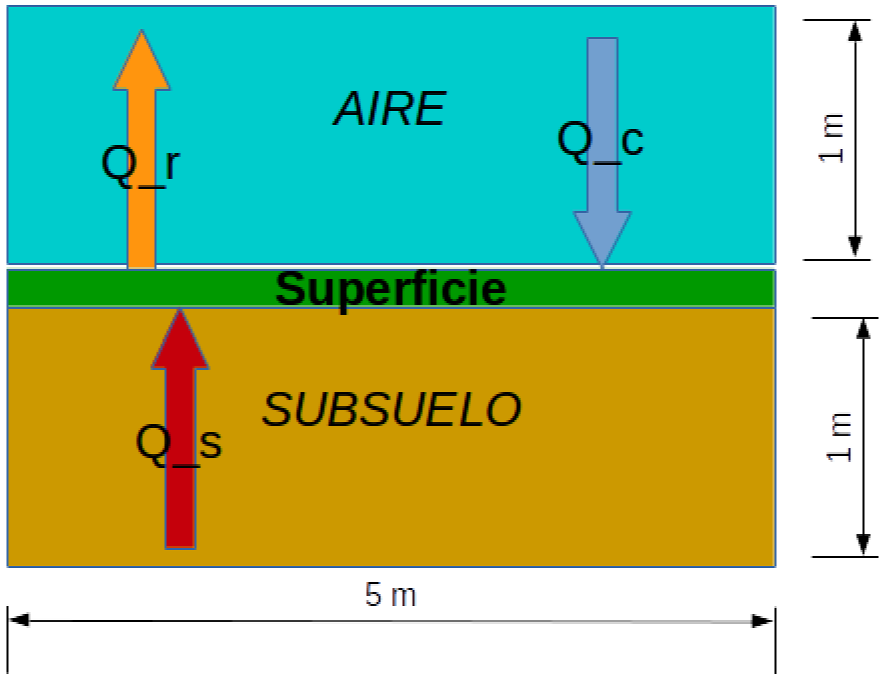


Figure 1: Gráfico a modo ilustrativo del modelo de difusión

Este modelo presenta muchas limitaciones y es sólo una aproximación simplista sobre la difusión de calor. Las limitaciones del modelo son las siguientes:

- se trabaja considerando una dimensión unidimensional determinando ecuaciones ordinarias lineales y evitando considerar el problema de difusión de calor en todas las dimensiones que requeriría resolución numérica (por ej. usando diferencias finitas),
- el coeficiente k como constante sin contemplar su variación con la temperatura
- no se considera la influencia de la humedad en el medio
- consideramos a la capa superficie de suelo muy delgada como para que su volumen no influya en el problema, y por lo tanto, aplanamos el problema simplificandolo a una dimensión considerando la superficie del suelo como una fina capa entre dos rectángulos, como describe la figura.

Para la realización de este laboratorio se ha utilizado R (http://www.r-project.org/), un software open source con funcionalidades similares a Matlab. Utilizaremos la librería *deSolve* que permite resolver ecuaciones diferenciales. Como parámetro uno puede pasarle el método de resolución numérica por ejemplo Euler, Runge Kutta, etc.

Constantes y condiciones iniciales

Determinamos los coeficientes de disminución de temperaturas las constantes del problema

```
c_p <- -0.010
c_s <- -0.014
c_a <- -0.018
```

Declaramos la constante de difusión calórica dependiente del material para suelo arenoso húmedo

```
k <- 0.017
```

Declaramos algún valor de emisividad para el suelo

```
epsilon <- 0.002
```

área de la subsuelo: 1 m profundiad por 5 m de ancho o largo de la superficie

```
area_subsuelo <- 1 * 5
```

área de la superficie: 5 m de largo por uno de ancho

```
area_suelo <- 1 * 5
```

Definimos la constante de Stefan-Boltzmann

```
sigma <- 5.67 * 10^-8
```

Definimos la constante de convección del aire (unidad W/(m2*K))

```
h <- 2
parameters <- c(c_p=c_p, c_s=c_s, c_a=c_a, k=k, epsilon=epsilon,
                area_subsuelo=area_subsuelo, area_suelo=area_suelo, sigma=sigma)
```

temperatura profunda a 25 °C pero en Kelvin es 290

```
T_p_i <-290
```

temperatura de superficie a 29 °C pero en Kelvin es 280

```
T_s_i <-280
```

temperatura de aire a 35 °C pero en Kelvin es 278

```
T_a_i <- 278

Q_s <-  -k * area_subsuelo * (T_s_i - T_p_i)
Q_r <- epsilon * area_suelo * sigma * (T_s_i^4)
Q_c <- h * area_suelo * (T_a_i - T_s_i )
Q <- Q_s - Q_r + Q_c

state <- c(T_p=T_p_i, T_s=T_s_i, T_a=T_a_i, Q_s=Q_s, Q_r=Q_r,Q_c=Q_c, Q=Q) # estados iniciales

TOTAL_TIME <<- 10  # simulamos 10 horas para ir observando
times <- seq(1, TOTAL_TIME, by = 1)
```

Resolución del modelo

Cargamos la librería *deSolve* que permite resolver ecuaciones diferenciales. Como parámetro uno puede pasarle el método de resolución numérica por ejemplo Euler, Runge Kutta, etc.

```
library(deSolve)
#
DifusionCalor<-function(t, state, parameters) {
  with(as.list(c(state, parameters)),{
    dT_p <- c_p * T_p
    dT_s <- c_s * T_s
    dT_a <- c_a * T_a
    Q_s <-  -k * area_subsuelo * (T_s - T_p)
    Q_r <- epsilon * area_suelo * sigma * (T_s^4)
    Q_c <- h * area_suelo * (T_a - T_s )
    Q <- Q_s - Q_r + Q_c
```

```
    list(c(dT_p,dT_s,dT_a,Q_s,Q_r,Q_c,Q))
  })
}
```

Llamamos a la función *ode* de la librería *deSolver*, que resuelve ecuaciones diferenciales ordinarias

```
resultado <- ode(y = state, times = times,
                 func = DifusionCalor, parms = parameters,
                 method="euler")
```

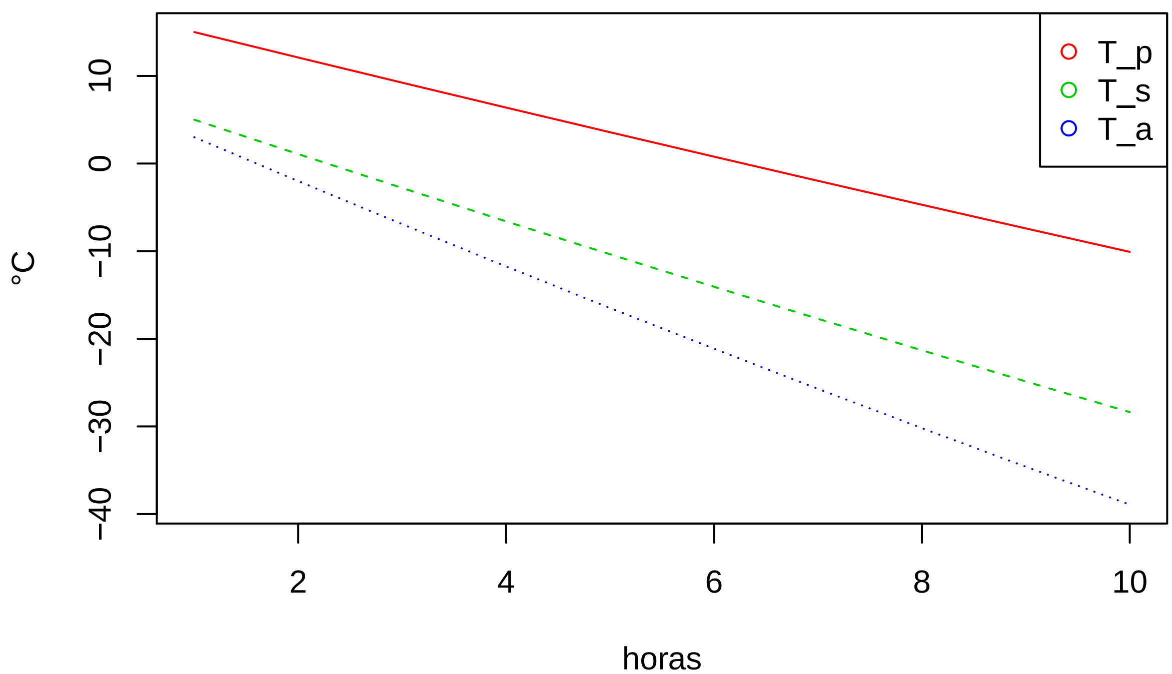
Mostramos los resultados del cálculo realizado, utilizando redondeo a dos decimales.

```
print(round(resultado,2))
```

```
##    time    T_p    T_s    T_a   Q_s   Q_r     Q_c       Q
## 1     1 290.00 280.00 278.00  0.85  3.49  -20.00  -22.64
## 2     2 287.10 276.08 273.00  1.70  6.97  -40.00  -45.27
## 3     3 284.23 272.21 268.08  2.64 10.26  -70.84  -78.47
## 4     4 281.39 268.40 263.26  3.66 13.38 -112.17 -121.89
## 5     5 278.57 264.65 258.52  4.76 16.32 -163.64 -175.20
## 6     6 275.79 260.94 253.86  5.95 19.10 -224.92 -238.08
## 7     7 273.03 257.29 249.30  7.21 21.73 -295.69 -310.21
## 8     8 270.30 253.69 244.81  8.55 24.21 -375.62 -391.29
## 9     9 267.60 250.13 240.40  9.96 26.56 -464.40 -481.01
## 10   10 264.92 246.63 236.07 11.44 28.78 -561.73 -579.07
```

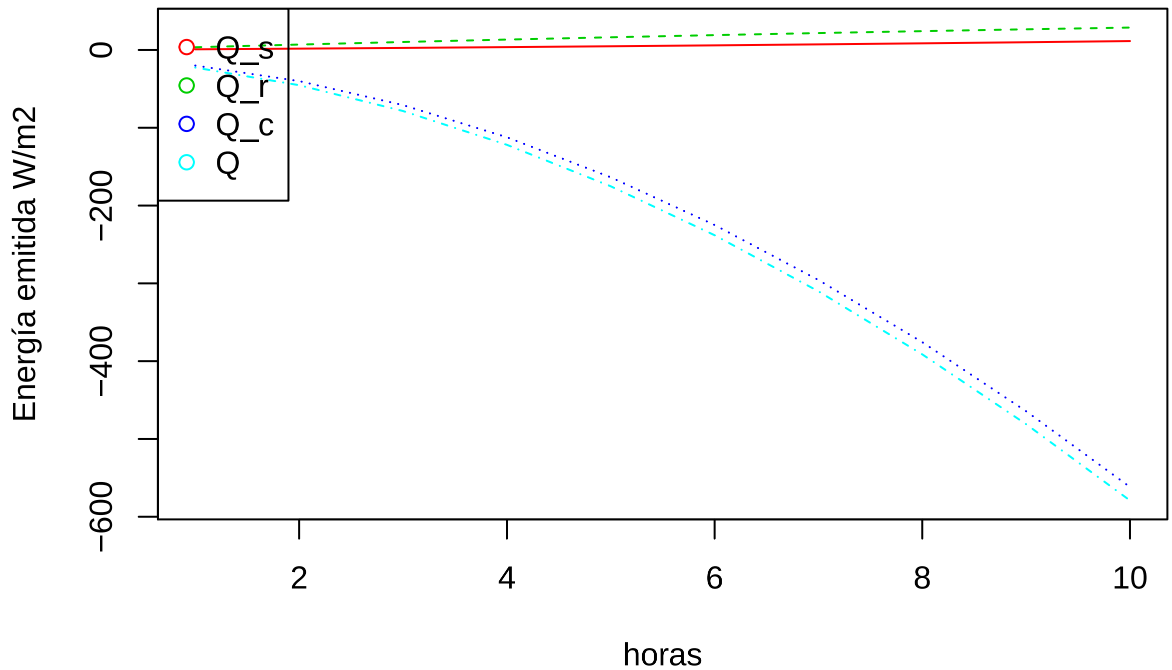
Graficamos la variación de temperatura en el tiempo, convirtiendo los grados Kelvin a °C

```
library(graphics)
plot.new()
matplot(resultado[,2:4]-275, type = c("l"),pch=1,col=2:4,xlab = "horas",ylab="°C")
legend("topright",legend=colnames(resultado[,2:4]),col=2:4, pch=1)
```



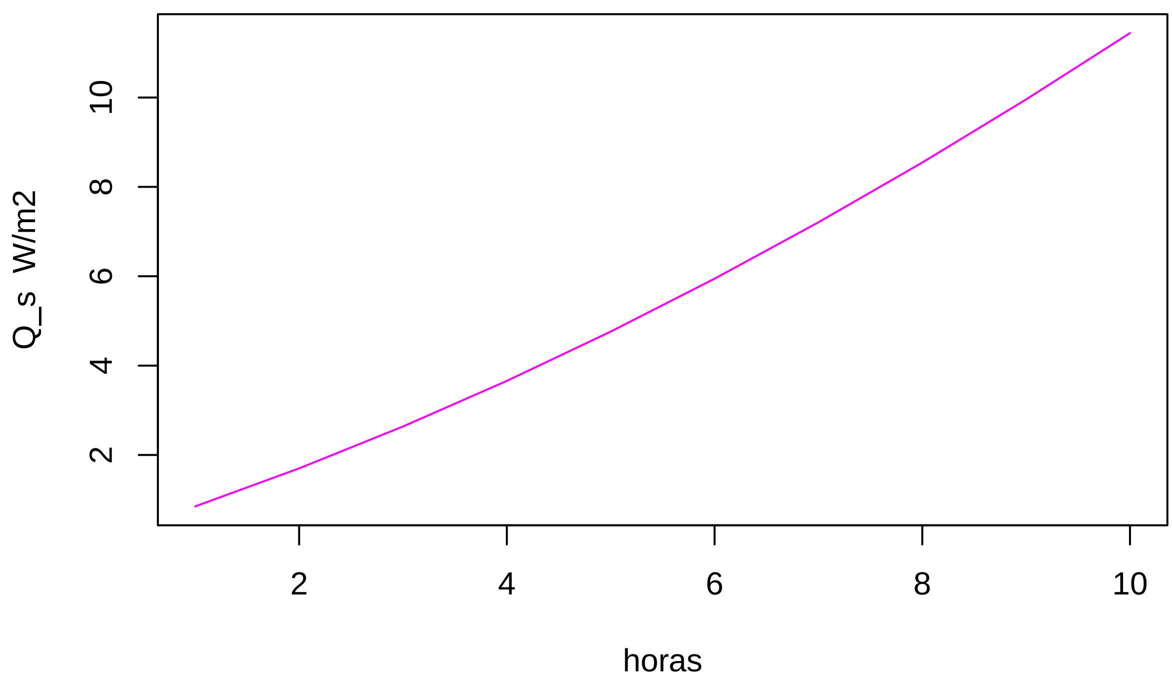
El comando anterior construye la gráfica y le agrega una leyenda o referencia Graficamos todos los flujos Q

```
matplot(resultado[,5:8],type=c("l"),pch=1,col=2:6,xlab ="horas",ylab = "Energía emitida W/m2")
legend("topleft",legend=colnames(resultado[,5:8]), col=2:6, pch=1)
```

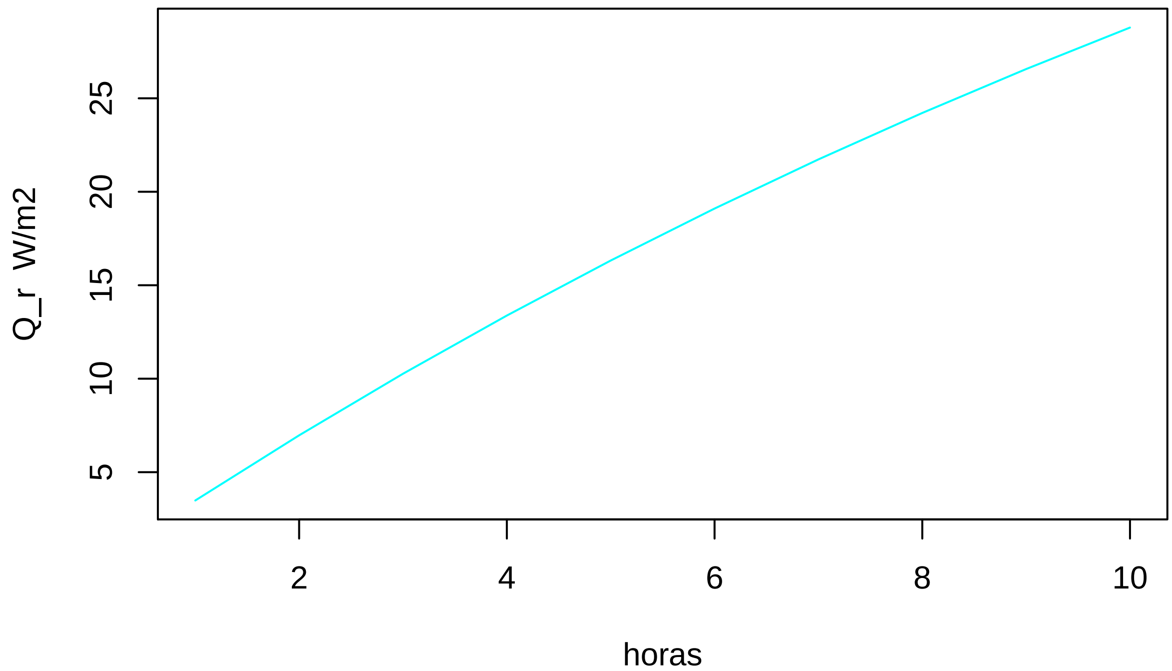


Graficamos individualmente cada uno de los flujos

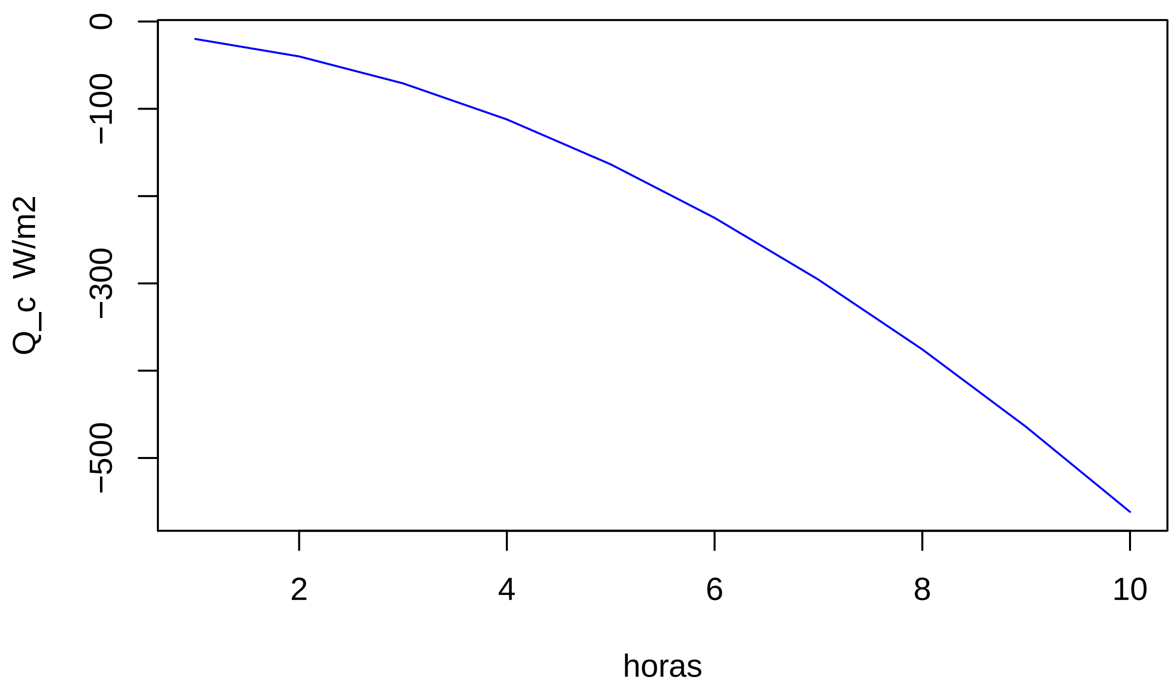
```
matplot(resultado[,5],
        type = c("l"),
        pch=1,col = 6,
        xlab = "horas",
        ylab = paste(colnames(resultado)[5]," W/m2"))
```



```r
matplot(resultado[,6], type = c("l"),pch=1,col = 5,xlab = "horas",
        ylab = paste(colnames(resultado)[6]," W/m2"))
```




```r
matplot(resultado[,7], type = c("l"),pch=1,col = 4,xlab = "horas",
        ylab = paste(colnames(resultado)[7]," W/m2"))
```



Conclusiones

En los resultados podemos notar la liberación de calor de los tres flujos y la principal incidencia de la convección, que presenta una gran influencia en la pérdida de calor de la superficie del suelo. Para realizar un modelo más realista habría que considerar un modelo tridimensional y por consiguiente utilizar otros métodos de resolución numéricos para calcular el gradiente de diferencias de temperaturas. Otro aspecto es la turbulencia que no ha sido considerada en este problema.

REFERENCIAS

[1] Soetaert, K., Meysman, F., & Petzoldt, T. (2010). Solving differential equations in R. AIP Conference Proceedings, 1281(December), 31–34. doi:10.1063/1.3498463

[2] Seinfeld J. H. and Pandis S. N. “Atmospheric Chemistry and Physics from Air Pollution to Climate Change” pag. 801.