# Difusión del calor en noches de helada

*Ana Laura Diedrichs*

*junio, 2015*

## Introducción

El descenso térmico que caracteriza una noche de helada está determinado por un balance calórico negativo del entorno. Intervienen varias causas de pérdida del calor del sistema que denominaremos como flujos salientes o entrantes cuya unidad es $W/m^2$ (watts por metro cuadrado).

Los elementos que componen el balance calórico están determinados por la ecuación fundamental que describe el proceso:

$$Q_G + SH + LH + Q^* + S_C = 0$$

En las noches de heladas el ambiente se enfría, ocasionando que el suelo pierda el calor adquirido durante el día gracias al sol. El flujo por conducción en el suelo ($Q_G$) es el flujo de energía desde el subsuelo a la superficie (positivo) y viceversa (negativo). Este flujo de calor por conducción del suelo se puede cuantificar usando la ley de Fourier, que indica que el calor $Q_G$ es proporcional al gradiente de temperatura (primera ley de conducción del calor):

$$Q_G = -k * Area * \nabla T$$

.

La constante $k$ es la conductividad térmica del suelo. El gradiente de temperatura que representa el flujo de calor entre suelo y ambiente se caracteriza como la siguiente fórmula $\nabla T = \frac{dT}{dt} = \frac{dT}{dx} + \frac{dT}{dy}$. Dada la presencia de derivadas parciales, la misma se resolverá mediante diferencias finitas y considerando dimensiones 2D para simplificar el problema.

El flujo de calor sensible $SH$ está asociado a la diferencia de temperatura que existe entre la temperatura a nivel de superficie y la temperatura a nivel de aire. Su valor es positivo si la energía fluye desde el aire hacia la superficie y negativo en caso contrario. Se calcula como $SH = C_H * \overline{W} * (\overline{T} - T_G)$, siendo $W$ la velocidad promedio del viento, $T$ la temperatura a nivel del aire, $T_G$ la temperatura a nivel del suelo, y $C_H$ es un coeficiente que en condiciones de estabilidad puede variar entre $10^{-3}$ a $5 * 10^{-3}$. Se considera que $\overline{T} - T_G = \nabla T$, es decir, reemplazar la expresión por el gradiente de temperatura quedaría determinada como

$$SH = C_H * \overline{W} * \nabla T$$

El flujo de calor latente ($LH$) está asociado con los cambios de fase del agua, es decir, cuando hay evaporación o condensación sobre la superficie del suelo. Se calcula como

$$LH = C_E * \overline{W} * (\overline{q} - q_G)$$

, siendo $q$ la humedad del aire, $q_G$ la humedad relativa a nivel del suelo, y $C_E$ un coeficiente de estabilidad similar a $C_H$. Dado que esta ecuación representa el aporte/sustracción ante los cambios de estado del agua y como simulamos en un entorno de helada, si la temperatura es menor o igual a cero, se calculará $LH$; de lo contrario $LH = 0$.

El flujo por radiación neta ($Q^*$) considera la suma de la radiación emitida/recibida en los dos rangos espectrales: radiación de onda corta (SW) y radiación de onda larga. Durante una noche de helada, dada la ausencia de radiación solar, la ecuación se simplifica considerando sólo la radiación de onda larga.

$$Q^* = LW \downarrow - LW \uparrow$$

$LW \downarrow$ es el flujo de onda larga que el suelo recibe y es emitida casi en su totalidad por toda la atmósfera, dependiente de la temperatura, humedad y cobertura nubosa. Las nubes juegan un papel muy importante durante la noche ya que modulan la temperatura de la superficie mediante la emisión radiación infrarroja.

$LW \uparrow$ representa el flujo de radiación de onda larga emitida desde la superficie terrestere hacia la atmósfera por lo que depende de la temperatura del suelo y su emisividad. Interesa señalar que es responsable del calentamiento y enfriamiento del aire, debido a que el aire no absorve la radiación solar por ser de onda corta, pero sí absorbe la del suelo que es onda larga. Está regida por la ley de Stefan-Boltzmann $LW \uparrow = \epsilon * \sigma * T_G^4$, donde $\epsilon$ es el coeficiente de emisividad del suelo, $\sigma = 5.67 * 10^{-8} \frac{J}{m^2 sK}$ la constante de Stefan-Boltzmann y T_G la temperatura en grados Kelvin del suelo.

El flujo de calor por convección varía proporcionalmente según la constante de convección, definimos $S_C = h * \nabla T$

CONSIDERACIONES DEL MODELO

- La capacidad térmica y emisividad del suelo no variará con el tiempo.
- Se considera una superficie delgada en la interface suelo - atmósfera de manera que no tenga masa ni capacidad calorífica, para que los flujos que entran y salen de calor de esta superficie se compensen según la ley de conservación de energía.

Queda por considerar lo siguiente:

- la temperatura del suelo variará linealmente con el tiempo
- se simularán 100 unidades de tiempo
- Viento y humedad serán constantes en el tiempo.
- Se brinda variación de la temperatura del suelo $T_G$ y ambiental $T$

OBJETIVOS DEL MODELO

Evaluar la variación de la temperatura del suelo de acuerdo a la difusión del calor desde el subsuelo al suelo, presentado como: $Q_G = -k * Area * \nabla T$. Para empezar a codificar y simular el comportamiento, utilizamos la librería ReacTran [1]

```r
library(ReacTran)
```

```
## Loading required package: rootSolve
## Loading required package: deSolve
## Loading required package: shape
```

GRILLA DE DISCRETIZACION 2D

```r
x.grid  <- setup.grid.1D(x.up = 0, L = 10, N = 100)
y.grid  <- setup.grid.1D(x.up = 0, L = 10, N = 100)
grid2D <- setup.grid.2D(x.grid, y.grid)
```

imprimimos los valores que guarda la variable grid2D seteados por defecto

```r
#print(grid2D)
```

Vamos a simular la propagación del calor desde el subsuelo al suelo basados en la siguiente fórmula:

$$Q_G = -k * Area * \nabla T$$

Utilizo una grilla unidimensional de propagación de calor

```r
Grid <- setup.grid.1D(x.down=2,x.up=-1,N=1000,L=10)

pde1D <-function(t, C, parms) {
  tran <- tran.1D(C = C, D = D,
                  C.up = Cext,
                  #C.up = Cext,
                  dx = Grid)$dC
  list(tran-Q) # return value: rate of change
}
```

Constante de difusión calórica dependiente del material para suelo arenoso húmedo

```r
k <- 0.017
```

área de la hsuperficie

```r
area <- 1* Grid$N
D <- k * area # k * Area
```

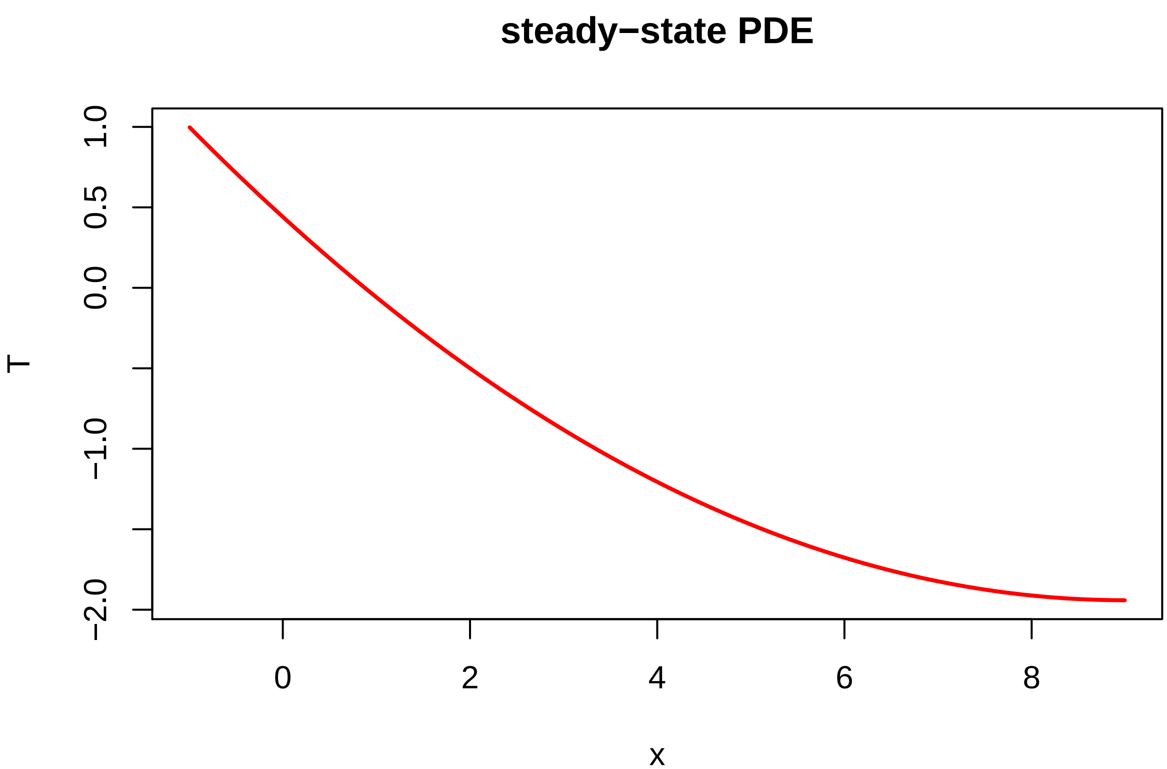
¿Qué sería Q en mi problema?

```r
Q <- 1
Cext <- 1
C.upp <- 0.001

library(rootSolve)

std<-steady.1D(y =rep(0,Grid$N),
                 func = pde1D, parms = NULL, nspec = 1)


plot(Grid$x.mid, std$y, type = "l", lwd = 2,
     main = "steady-state PDE", xlab = "x", ylab = "T", col = "red")
```




Cargamos a memoria la librería que resuelve ecuaciones diferenciales.

```
require(deSolve)
```

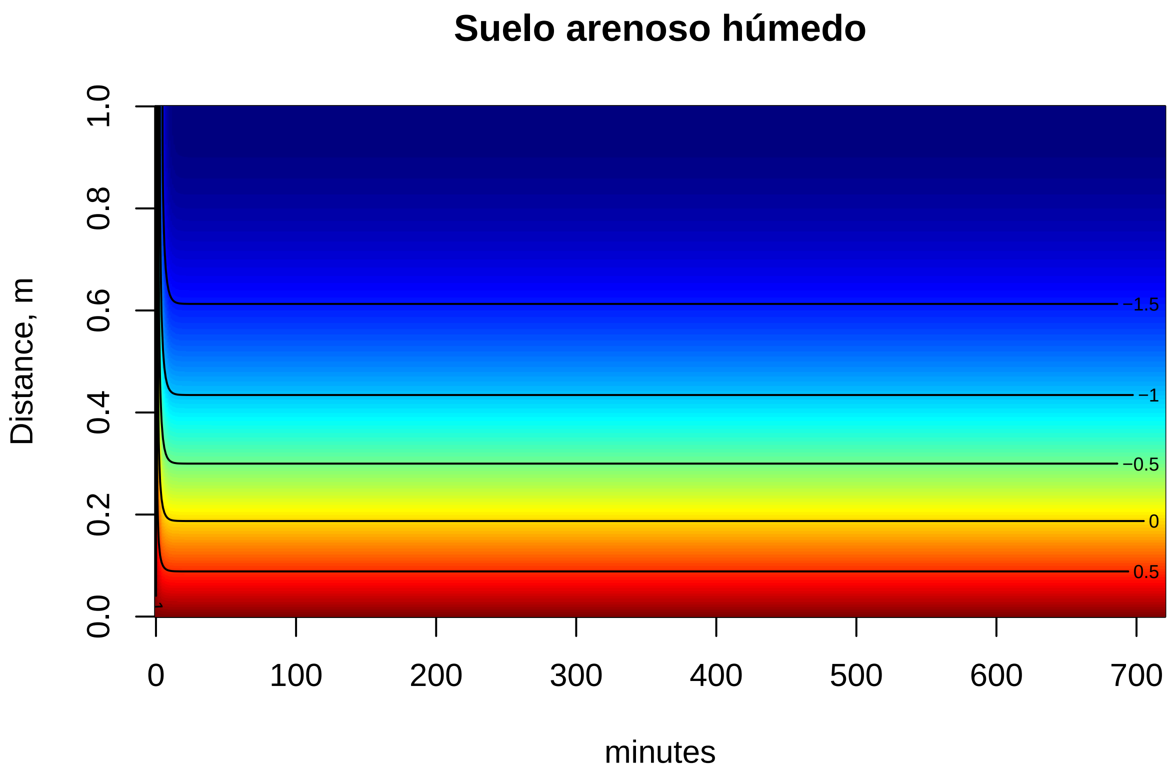
Simulamos 12 horas (720 minutos) simulamos

```
times <- seq(0, 720, by = 1)

out <- ode.1D(y = rep(1, Grid$N),
                times = times, func = pde1D,
                parms = NULL, nspec = 1)
```

En el siguiente gráfico mostramos la variación de la temperatura en el tiempo a distintas profundidades

```
image(out, xlab = "minutes",ylab = "Distance, m",main = "Suelo arenoso húmedo", add.contour=TRUE)
```




resolución utilizando diferencias finitas sin usar la librería ReacTran

Código ejemplo de la libreria ReacTran para 2D

```
#example(tran.2D)
```

AGREGAR MODELO DE DIFUSION DEL AIRE

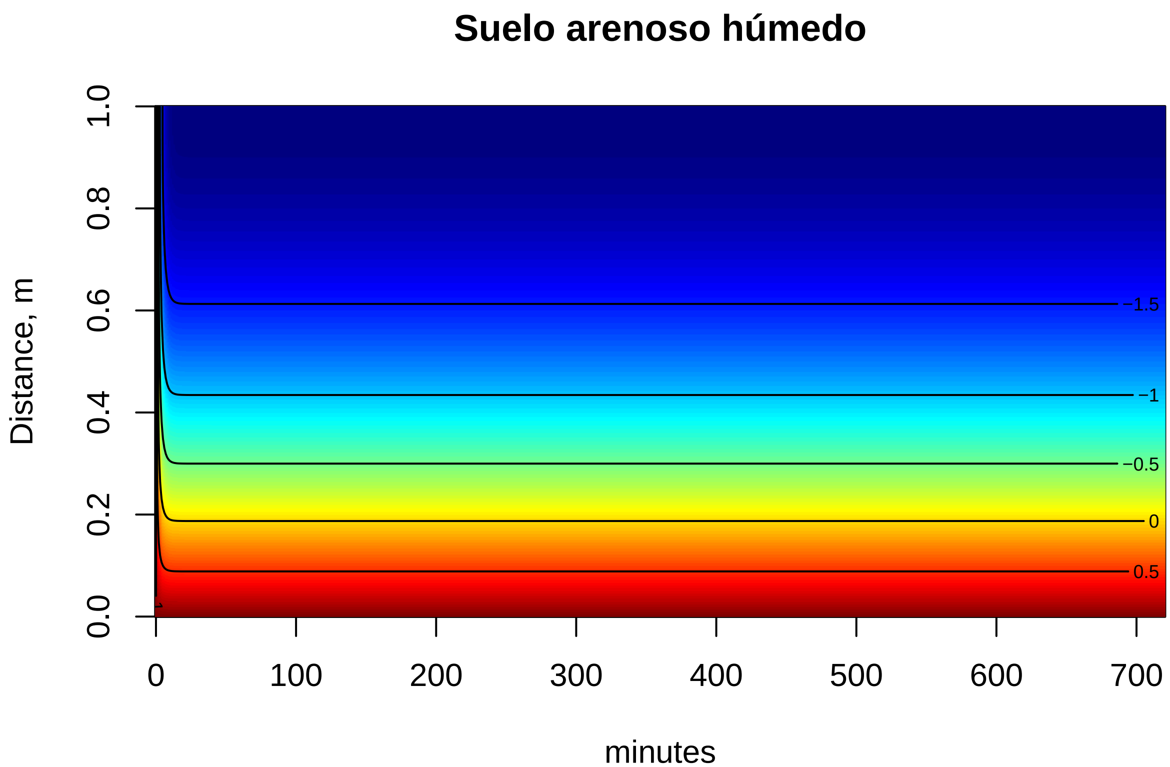
```
#P <- 1000
#D <- (0.211/P) * (Cext/273)^194
#print(D)
```

Suelo arenoso seco

```
k <- 0.00017
out <- ode.1D(y = rep(1, Grid$N),
              times = times, func = pde1D,
              parms = NULL, nspec = 1)
```

En el siguiente gráfico mostramos la variación de la temperatura en el tiempo a distintas profundidades

```
image(out, xlab = "minutes",ylab = "Distance, m",main = "Suelo arenoso húmedo", add.contour=TRUE)
```




REFERENCIAS

[1] Código extraído del pdf titulado como Soetaert, K., Meysman, F., & Petzoldt, T. (2010). Solving differential equations in R. AIP Conference Proceedings, 1281(December), 31–34. doi:10.1063/1.3498463