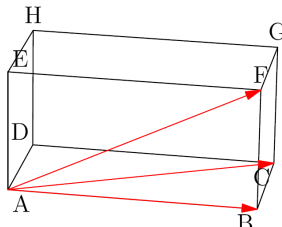


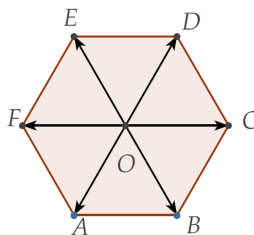
Exercícios Propostos¹

△ Segmentos orientados e vetores

1. Sendo $ABCDEFGH$ o paralelogramo abaixo, expresse os seguintes vetores em função de $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ e $\overrightarrow{AF} = \vec{f}$.



- (a) \overrightarrow{BF} (d) \overrightarrow{BG} (g) $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{HG}$
 (b) \overrightarrow{AG} (e) \overrightarrow{HB} (h) $\overrightarrow{HF} + \overrightarrow{AG} - \overrightarrow{EF}$
 (c) \overrightarrow{AE} (f) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{FG}$ (i) $2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{FG} - \overrightarrow{BH} + \overrightarrow{GH}$
2. Seja $ABCDEF$ um hexágono regular, como na figura abaixo. Expresse os seguintes vetores em função de \overrightarrow{DC} e \overrightarrow{DE} .



- (a) \overrightarrow{DF} (c) \overrightarrow{DB} (e) \overrightarrow{EC} (g) \overrightarrow{OB}
 (b) \overrightarrow{DA} (d) \overrightarrow{DO} (f) \overrightarrow{EB} (h) \overrightarrow{AF}
3. Dado um triângulo $\triangle ABC$, sejam M , N e P os pontos médios dos segmentos AB , BC e CA , respectivamente. Exprima os vetores \overrightarrow{BP} , \overrightarrow{AN} e \overrightarrow{CM} em função dos vetores \overrightarrow{AB} e \overrightarrow{AC} .
4. Considere um quadrilátero $ABCD$, tal que $\overrightarrow{AD} = 5\vec{u}$, $\overrightarrow{BC} = 3\vec{u}$ e tal que $\overrightarrow{AB} = 2\vec{v}$.
- (a) Determine o lado \overrightarrow{CD} e as diagonais \overrightarrow{BD} e \overrightarrow{CA} em função de \vec{u} e \vec{v} .
 (b) Prove que $ABCD$ é um trapézio usando vetores.

△ Dependência linear

5. Considere os vetores $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$, $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$, $\vec{c} = \overrightarrow{OC}$ e sejam $\overrightarrow{AD} = \frac{1}{4}\vec{c}$ e $\overrightarrow{BE} = \frac{5}{6}\vec{a}$. Escreva o vetor \overrightarrow{DE} em termos de \vec{a} , \vec{b} , \vec{c} .

¹Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 13/05/2024 até 14:00 horas**

6. Dados \vec{a} , \vec{b} vetores LI, sejam $\vec{OA} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{OB} = 3\vec{a} + 2\vec{b}$ e $\vec{OC} = 5\vec{a} + x\vec{b}$. Determine x de modo que os vetores \vec{AC} e \vec{BC} sejam linearmente dependentes.
7. Sejam B um ponto no lado ON do paralelogramo $AMNO$ e C um ponto na diagonal OM tais que $\vec{OB} = \frac{1}{n}\vec{ON}$, $\vec{OC} = \frac{1}{1+n}\vec{OM}$. Prove que os pontos A , B e C são colineares.
8. Mostre que se o conjunto de vetores $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ é uma base para o plano, então o conjunto $\{2\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - 2\vec{v}\}$ também é uma base para o plano.
9. Suponha que os vetores \vec{u} , \vec{v} , \vec{w} formam um conjunto LI.
- (a) Mostre que os vetores $\vec{u} + \vec{v}$, $\vec{u} - \vec{v} + \vec{w}$ e $\vec{u} + \vec{v} + \vec{w}$ também são LI.
- (b) Seja $\vec{t} = a\vec{u} + b\vec{v} + c\vec{w}$. Mostre que os vetores $\vec{u} + \vec{t}$, $\vec{v} + \vec{t}$ e $\vec{w} + \vec{t}$ são LI se, e somente se, $a + b + c \neq -1$.

△ Vetores em coordenadas e bases

10. Dados os pontos $A = (1, 3, 2)$, $B = (1, 0, -1)$ e $C = (1, 1, 0)$, determine as coordenadas:
- (a) Dos vetores \vec{AB} , \vec{BC} e \vec{CA} . (c) Do ponto $C + \frac{1}{2}\vec{AB}$.
- (b) Do vetor $\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC}$. (d) Do ponto $A - 2\vec{BC}$.
11. Determine quais dos conjuntos de vetores abaixo são LI.
- (a) $\{(2, 3), (0, 2)\}$ (d) $\{(1, -1, 2), (1, 1, 0), (1, -1, 1)\}$
- (b) $\{(3, 0), (-2, 0)\}$ (e) $\{(1, -1, 1), (-1, 2, 1), (-1, 2, 2)\}$
- (c) $\{(2, 3, 4), (0, 3, 3)\}$ (f) $\{(1, 0, 1), (0, 0, 1), (2, 0, 5)\}$
12. Faça a decomposição do vetor na base indicada.
- (a) Exprima o vetor $\vec{w} = (1, 1)$ como combinação linear de $\vec{u} = (2, -1)$ e $\vec{v} = (1, -1)$.
- (b) Encontre as componentes do vetor $\vec{z} = (1, 2, 3)$ na base formada por $\vec{a} = (1, 1, 1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$ e $\vec{c} = (1, 1, 0)$.
13. Determine m , n de modo que os vetores \vec{u} , \vec{v} sejam linearmente dependentes.
- (a) $\vec{u} = (1, m - 1, m)$, $\vec{v} = (m, 2n, 4)$ (b) $\vec{u} = (1, m, n + 1)$, $\vec{v} = (m, n + 1, 8)$
14. Sejam $\vec{u} = (m, -1, m^2 + 1)$, $\vec{v} = (m^2 + 1, m, 0)$ e $\vec{w} = (m, 1, 1)$. Mostre que os vetores \vec{u} , \vec{v} e \vec{w} formam uma base para o espaço independentemente do valor de m .
15. Considere fixada uma base de vetores $\mathcal{B} = (\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$. Sejam $\vec{f}_1 = (1, 1, 0)_{\mathcal{B}}$, $\vec{f}_2 = (1, 0, 1)_{\mathcal{B}}$ e $\vec{f}_3 = (1, 1, -1)_{\mathcal{B}}$.
- (a) Mostre que $\mathcal{C} = (\vec{f}_1, \vec{f}_2, \vec{f}_3)$ é uma base de \mathbf{V}^3 .
- (b) Encontre as coordenadas do vetor $\vec{u} = (2, 3, 7)_{\mathcal{C}}$ na base \mathcal{B} .
- (c) Encontre as coordenadas do vetor $\vec{v} = (2, 3, 7)_{\mathcal{B}}$ na base \mathcal{C} .