

Exercícios Propostos¹△ Integração por frações parciais

1. Escreva as formas de decomposição em *frações parciais* das funções. Não determine os valores numéricos dos coeficientes da decomposição.

Exemplo: $\frac{x+8}{x^2+x-2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$

(a) $\frac{1+6x}{(4x-3)(2x+5)}$

(c) $\frac{4x}{x^3-x^2-x+1}$

(e) $\frac{1-x+2x^2}{x(x^2+1)}$

(b) $\frac{x}{x^2+x-2}$

(d) $\frac{x^3-x+1}{x^2(x-1)^3}$

(f) $\frac{1}{(x^2+9)^3}$

2. Resolva as integrais usando *frações parciais*.

(a) $\int \frac{x-9}{(x+5)(x-2)} dx$

(d) $\int \frac{x^2-5x+16}{(2x+1)(x-2)^2} dx$

(b) $\int_0^1 \frac{x-4}{x^2-5x+6} dx$

(e) $\int \frac{2x+3}{x^3+6x^2+9x} dx$

(c) $\int \frac{x^2+2x-1}{x^3-x} dx$

(f) $\int \frac{5}{x^2(x-1)^2} dx$

3. Simplifique as *frações impróprias* por meio da divisão entre polinômios e use *frações parciais* para resolver as integrais.

Exemplo: $\int \frac{x^3+x}{x-1} dx = \int \left(x^2+x+2 + \frac{2}{x-1} \right) dx$

(a) $\int \frac{x}{5x-6} dx$

(d) $\int_0^1 \frac{x^3-4x-10}{x^2-x-6} dx$

(b) $\int \frac{3r^2}{3r+4} dr$

(e) $\int \frac{16x^3}{4x^2-4x+1} dx$

(c) $\int \frac{x^3+2x}{2x-1} dx$

(f) $\int \frac{2y^4}{y^3-y^2+y-1} dy$

△ Integrais impróprias

4. Calcule as integrais impróprias em intervalos ilimitados.

(a) $\int_1^\infty \frac{x}{(x^2+1)^2} dx$

(d) $\int_{-\infty}^\infty x e^{-x^2} dx$

(g) $\int_{-\infty}^\infty \frac{4dx}{x^2+16}$

(b) $\int_3^\infty \frac{1}{(x-2)^{3/2}} dx$

(e) $\int_{-\infty}^0 r e^r dr$

(h) $\int_1^\infty \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}$

(c) $\int_0^\infty \frac{x^2}{\sqrt{1+x^3}} dx$

(f) $\int_0^\infty 2e^{-x} \sin x dx$

¹Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 29/05/2025 até 14:00 horas**

5. Calcule as integrais impróprias.

(a) $\int_2^3 \frac{1}{\sqrt{3-x}} dx$

(e) $\int_{-1}^4 \frac{dx}{\sqrt{|x|}}$

(b) $\int_0^2 \frac{dx}{1-x}$

(f) $\int_0^1 \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x}} dx$

(c) $\int_{-1}^1 \frac{dx}{x^{2/3}}$

(g) $\int_0^2 \frac{s+1}{\sqrt{4-s^2}} ds$

(d) $\int_0^1 x \ln x \, dx$

(h) $\int_0^\infty \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$

6. Considere a função $f(x) = \frac{2x^3}{\sqrt{x^4+1}}$, onde x é uma variável real.

(a) Mostre que $\int_0^\infty f(x)dx$ diverge e, portanto, $\int_{-\infty}^\infty f(x)dx$ diverge.

(b) Mostre que $\lim_{b \rightarrow \infty} \int_{-b}^b f(x)dx = 0$.

7. Considere $a > 0$ e $n \in \mathbb{N}$.

(a) Mostre que $\int_0^\infty e^{-ax} dx = \frac{1}{a}$.

(b) Use *integração por partes* e o item (a) para mostrar que $\int_0^\infty x^n e^{-ax} dx = \frac{n!}{a^{n+1}}$.

8. Use o teste da comparação para mostrar a divergência ou convergência da integral.

(a) $\int_1^\infty \frac{dx}{x^3+1}$

(e) $\int_1^\infty \frac{e^x}{x} dx$

(b) $\int_4^\infty \frac{dx}{\sqrt{x}-1}$

(f) $\int_0^\pi \frac{\sin x}{\sqrt[4]{x}} dx$

(c) $\int_6^\infty \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$

(g) $\int_0^\infty \frac{2x^2+3x+1}{3x^4+5x^3+2x+1} dx$

(d) $\int_2^\infty \frac{1}{\ln x} dx$

9. Calcule as integrais impróprias usando *frações parciais*.

(a) $\int_{-1}^\infty \frac{d\theta}{\theta^2+5\theta+6}$

(b) $\int_0^\infty \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$