## Exercícios Propostos[1]

⚠ *Comprimento de curvas*

**1.** Calcule os comprimentos de arco das seguintes curvas nos intervalos indicados.

(a) $y = \frac{1}{3}(x^2+2)^{3/2}$ , $0 \le x \le 3$

(b) $y = x^{3/2}$ , $0 \le x \le 4$

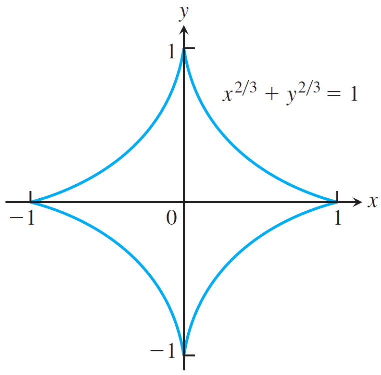
(c) $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ , $1 \le x \le 2$

(d) $y = \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$ , $0 \le x \le 1$

**2.** Uma circunferência de raio $R$ centrada na origem do plano cartesiano tem equação $x^2 + y^2 = R^2$. Mostre que o perímetro da circunferência é $2\pi R$.

**3.** O gráfico da equação $x^{2/3} + y^{2/3} = 1$ faz parte de uma família de curvas chamadas *astroides* (e não *asteroides*) por causa de sua aparência de estrela.

Calcule o comprimento desse astroide em particular, determinando o comprimento de meio pedaço do primeiro quadrante, $y = (1 - x^{2/3})^{3/2}$, $\frac{\sqrt{2}}{4} \le x \le 1$, e multiplicando o resultado por 8.




⚠ *Volume de sólidos de revolução*

**4.** Use o *método dos discos* para encontrar o volume do sólido obtido pela rotação da região delimitada pelas curvas em torno do **eixo** $x$. Esboce a região, o sólido e um disco típico.

(a) $y = 1 - x^2$, $y = 0$

(b) $y = x$, $y = x^2$

(c) $y = \sqrt{25 - x^2}$, $y = 0$, $x = 2$, $x = 4$

(d) $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = 5 - x^2$

**5.** (a) Calcule o volume do elipsoide de revolução gerado pela elipse $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, rotacionada ao redor do **eixo** $x$. Use o resultado para mostrar que o volume de uma esfera de raio $R$ é $V = \frac{4\pi}{3}R^3$.

(b) Mostre que o volume de um cone de raio $R$ e altura $h$ é $V = \frac{1}{3}\pi R^2 h$.

**6.** Use o *método das cascas cilíndricas* para achar o volume gerado pela rotação da região delimitada pelas curvas em torno do **eixo** $y$.

[1]Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 29/05/2025 até 14:00 horas**

(a) $y = x^2$, $y = 0$, $x = 1$
(b) $y = 4x - x^2$, $y = x$
(c) $y = x^2$, $y = 6x - 2x^2$
(d) $y = \sqrt{x}$, $y = 2x$

⚠ *Área da superfície*

**7.** Calcule a área exata da superfície obtida pela rotação da curva em torno do eixo $x$.

(a) $y = x^3$ , $0 \leq x \leq 2$
(b) $y = \sqrt{x}$ , $\frac{3}{4} \leq x \leq \frac{15}{4}$
(c) $y = \sqrt{1 + 4x}$ , $1 \leq x \leq 5$
(d) $y = \frac{x^3}{6} + \frac{1}{2x}$ , $\frac{1}{2} \leq x \leq 1$

**8.** Mostre que área da superfície de uma esfera de raio $R$ é $4\pi R^2$.

**9.** O sólido de revolução conhecido como “Trombeta de Gabriel” consiste na rotação ao redor do eixo $x$ da região do plano sob o gráfico da função $f(x) = \dfrac{1}{x}$ para $x \geq 1$.

(a) Calcule o volume da “Trombeta de Gabriel”.

(b) Mostre que a área da superfície do sólido é infinita.