Exercícios Propostos[1]

⚠ *Método da substituição*

1. Calcule a integral fazendo a substituição $u = g(x)$ e $du = g'(x)dx$.

(a) $\displaystyle\int 2(2x+4)^5 dx, \quad u = 2x+4$

(b) $\displaystyle\int 7\sqrt{7x-1}dx, \quad u = 7x-1$

(c) $\displaystyle\int \frac{dt}{(1-6t)^4}, \quad u = 1-6t$

(d) $\displaystyle\int \cos 3x \; dx, \quad u = 3x$

(e) $\displaystyle\int 2x(x^2+5)^{-4}dx, \quad u = x^2+5$

(f) $\displaystyle\int \frac{4x^3}{(x^4+1)^2}dx, \quad u = x^4+1$

(g) $\displaystyle\int \frac{(1+\sqrt{x})^{1/3}}{\sqrt{x}}dx, \quad u = 1+\sqrt{x}$

(h) $\displaystyle\int x \operatorname{sen}(2x^2)\; dx, \quad u = 2x^2$

(i) $\displaystyle\int \sec(2t)\tan(2t)dt, \quad u = 2t$

(j) $\displaystyle\int \frac{9r^2dr}{\sqrt{1-r^3}}, \quad u = 1-r^3$

(k) $\displaystyle\int \sqrt{x} \operatorname{sen}\left(x^{3/2}-1\right) dx, \quad u = x^{3/2}-1$

(l) $\displaystyle\int \cos^3\theta \operatorname{sen}\theta d\theta, \quad u = \cos\theta$

(m) $\displaystyle\int \frac{\sec^2(1/x)}{x^2}dx, \quad u = \frac{1}{x}$

2. Determine as integrais usando a *regra da substituição*.

(a) $\displaystyle\int x^2 \sin x^3 dx$

(b) $\displaystyle\int_0^1 x^3\sqrt{1-x^4}\; dx$

(c) $\displaystyle\int \frac{\cos\sqrt{x}}{\sqrt{x}}dx$

(d) $\displaystyle\int \sqrt[3]{3x-1}dx$

(e) $\displaystyle\int \cos(5x+2)dx$

(f) $\displaystyle\int \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}dx$

(g) $\displaystyle\int \frac{\ln x}{x}dx$

(h) $\displaystyle\int \cot x\; dx \quad \left[\text{Dica: } \cot x = \frac{\cos x}{\operatorname{sen} x}\right]$

(i) $\displaystyle\int_0^2 \frac{x^2}{x^3+1}dx$

(j) $\displaystyle\int_1^2 \frac{3dx}{x\ln^2 3x}$

(k) $\displaystyle\int_1^2 xe^{3x^2}dx$

(l) $\displaystyle\int_0^3 2x\; 3^{x^2}dx$

(m) $\displaystyle\int \frac{1}{x^2}\sqrt{2-\frac{1}{x}}\; dx$

(n) $\displaystyle\int \sec x\; dx$

$\left[\text{Dica: } \sec x = \sec x\frac{(\sec x+\tan x)}{(\sec x+\tan x)}\right]$

(o) $\displaystyle\int \frac{1}{\sqrt{t}}\cos\left(\sqrt{t}+3\right) dt$

(p) $\displaystyle\int_1^4 \frac{(1+\sqrt{u})^{1/2}}{\sqrt{u}}du$

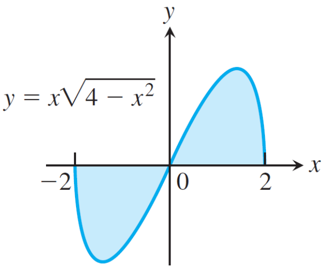
(q) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} 3\operatorname{sen} x\cos x\sqrt{1+3\operatorname{sen}^2 x}dx$

(r) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} e^{\operatorname{sen}^2\theta}\operatorname{sen} 2\theta\; d\theta$

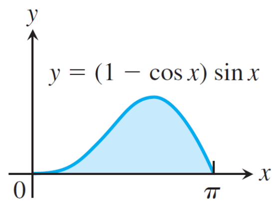
[1] Resolva os exercícios sem omitir nenhuma passagem em seus cálculos. Respostas sem resolução e/ou justificativa não serão consideradas. **Data máxima de entrega: 24/04/2024 até 14:00 horas**

3. Calcule a área assinalada nas figuras abaixo.

(a)



(b)



⚠ *Integração por partes*

4. Calcule a integral usando a *integração por partes* com as escolhas de u e dv indicadas, de forma que $\int u dv = uv - \int v du$.

(a) $\displaystyle\int \ln x \; dx; \quad u = \ln x,\ dv = dx$

(b) $\displaystyle\int x \operatorname{sen} x \; dx; \quad u = x,\ dv = \operatorname{sen} x dx$

(c) $\displaystyle\int t^2 \ln t \; dt; \quad u = \ln t,\ dv = t^2 dt$

(d) $\displaystyle\int \theta \cos\theta d\theta; \quad u = \theta,\ dv = \cos\theta d\theta$

5. Use a *integração por partes* para resolver as integrais abaixo.

(a) $\displaystyle\int x \ln x \; dx$

(b) $\displaystyle\int_0^1 x e^x dx$

(c) $\displaystyle\int x \cos 5x \; dx$

(d) $\displaystyle\int (x^2 + 2x) \cos x \; dx$

(e) $\displaystyle\int t \sec^2 2t \; dt$

(f) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} (x+1) \cos 2x \; dx$

(g) $\displaystyle\int_0^{\pi} e^x \cos x \; dx$

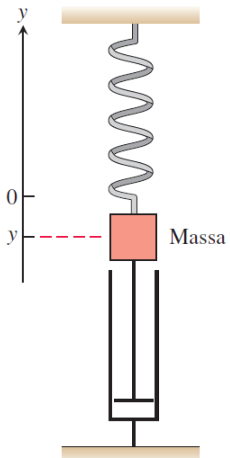
(h) $\displaystyle\int_1^3 r^3 \ln r \; dr$

(i) $\displaystyle\int_0^1 (x^2+1) e^{-x} dx$

(j) $\displaystyle\int_0^{\pi} \operatorname{sen}^3 x \; dx$
[Dica: $\operatorname{sen}^3 x = \operatorname{sen}^2 x \operatorname{sen} x$]

(k) $\displaystyle\int \sqrt{x} e^{\sqrt{x}} dx$
[Dica: $t = \sqrt{x}$]

6. Uma força de amortecimento, causada pelo amortecedor representado na figura abaixo, desacelera o movimento oscilatório de uma massa acoplada a uma mola sob a ação da gravidade.



Sabendo que a posição da massa no tempo t é

$$y = 2e^{-t} \operatorname{sen} t$$

para $t \geq 0$, onde $y = 0$ é a posição de equilíbrio, encontre o *valor médio* de y sobre o intervalo $0 \leq t \leq 2\pi$.