Introdução à Estatística no Software R

Estatística descritiva

www.de.ufpb.br https://www.youtube.com/estatisticalivre





Introdução



- Estatística Descritiva é definida como sendo o conjunto de técnicas que permite descrever, analisar e interpretar os dados numéricos referentes à uma população ou amostra.
- O objetivo é resumir os dados coletados de forma a extrair conhecimento útil acerca do problema motivador da coleta.
- Nessa fase da pesquisa, estamos preocupados em apresentar os dados em forma de tabelas e gráficos e em obter medidas que quantifiquem os resultados do estudo.

Introdução



Principais elementos:

- Representação tabular: a organização dos dados em tabelas proporciona um meio eficaz de estudo do comportamento de características de interesse.
- Representação gráfica: proporciona uma interpretação imediata dos resultados devido a sua simplicidade e clareza.
- Medidas resumo: possibilitam representar um conjunto de dados relativo a observação de determinado fenômeno de forma resumida. São classificadas em medidas de posição, dispersão, assimetria e curtose.



- Com base nos conhecimentos adquiridos no Módulo 1, primeiramente devemos fazer o download do banco de dados e importá-lo para o Rstudio.
- Vamos utilizar os dados hipotéticos de 36 funcionários da companhia "Milsa", retirados do livro Estatística Básica-W. Bussab e P. Morettin.

```
milsa = read.delim("/home/herminia/Documentos/milsa.txt")
```

\$ regiao : int 1 2 2 3 3 1 1 2 2 3 ...



 Após a importação dos dados vamos criar um dataframe chamado dados para armazenar nossos dados. Dessa forma, vamos editar apenas o dataframe:

```
dados = data.frame(milsa)
```

str(dados)

Vamos imprimir um resumo sobre as variáveis do banco de dados:

```
'data.frame': 36 obs. of 8 variables:
$ funcionario: int 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 ...
$ civil : int 1 2 2 1 1 2 1 1 2 1 ...
$ instrucao : int 1 1 1 2 1 1 1 1 2 2 ...
$ filhos : int NA 1 2 NA NA 0 NA 1 NA ...
$ salario : num 4 4.56 5.25 5.73 6.26 6.66 6.86 7.39 7.59 7.44 ...
$ ano : int 26 32 36 20 40 28 41 43 34 23 ...
$ mes : int 3 10 5 10 7 0 0 4 10 6 ...
```



 Podemos ainda imprimir as primeiras linhas do banco de dados:

head(dados)

	funcionario	civil	${\tt instrucao}$	filhos	salario	ano	mes	regiao
1	1	1	1	NA	4.00	26	3	1
2	2	2	1	1	4.56	32	10	2
3	3	2	1	2	5.25	36	5	2
4	4	1	2	NA	5.73	20	10	3
5	5	1	1	NA	6.26	40	7	3
6	6	2	1	0	6.66	28	0	1



 As variáveis civil, instrucao e regiao são do tipo qualitativas, porém estão representadas por números. Vamos associar cada um desses números à uma categoria:

```
dados$civil <- factor(dados$civil,
  label = c("solteiro", "casado"), levels = 1:2)
dados$instrucao <- factor(dados$instrucao,
  label = c("1° Grau", "2° Grau", "Superior"),
  lev = 1:3, ord= T)
dados$regiao <- factor(dados$regiao,
  label = c("capital", "interior", "outro"),
  lev = c(2, 1, 3))</pre>
```



 Vamos criar agora a variável idade como sendo a soma dos anos inteiros e os meses divididos por doze. Dessa forma teremos a idade completa de cada indivíduo:

```
dados$idade <- dados$ano + dados$mes/12
```

Por fim, vamos utilizar o comando attach para que o Rstudio reconheça todas as variáveis dentro do dataframe dados:

```
attach(dados)
```

'data.frame': 36 obs. of 9 variables:



 Vamos imprimir novamente um resumo sobre as variáveis do banco de dados:

```
str(dados)
```



- Para representar os dados em tabelas utilizaremos a distribuição de frequências.
- Vamos calcular a frequência simples da variável qualitativa civil:



 Para calcular a tabela de frequências relativas desta mesma variável:

Caso queira calcular a porcentagem da variável em questão:

```
p_freq_rel = 100*prop.table(freq)
p_freq_rel

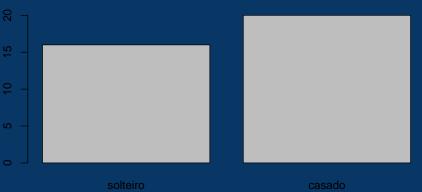
civil
solteiro casado
44.44444 55.55556
```



- Outra opção mais completa está disponível no pacote descr.
- Vamos construir uma tabela de frequências para a variável civil:

```
library(descr)
freq(civil)
```





##	CIVII		
##		Frequência	Percentual
##	solteiro	16	44.44
##	casado	20	55.56
##	Total	36	100.00

Tabela de frequências por classes



- Para construir uma tabela de frequências por classes, podemos utilizar o pacote fdth.
- Vamos construir uma tabela de frequências por classes para a variável salario.

```
library(fdth)
tabClasses= fdt(salario)
tabClasses
```

```
Class limits f rf rf(%) cf cf(%) [3.96,6.7561) 6 0.17 16.67 6 16.67 [6.7561,9.5523) 10 0.28 27.78 16 44.44 [9.5523,12.348) 7 0.19 19.44 23 63.89 [12.348,15.145) 6 0.17 16.67 29 80.56 [15.145,17.941) 4 0.11 11.11 33 91.67 [17.941,20.737) 2 0.06 5.56 35 97.22 [20.737,23.533) 1 0.03 2.78 36 100.00
```

Tabela de frequências bivariada



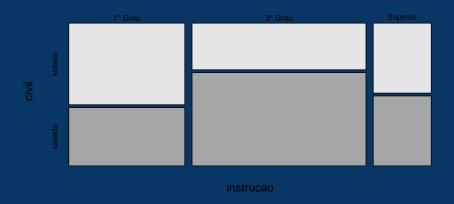
Podemos também construir uma tabela bivariada para as variáveis civil e instrucao:

```
library(descr)
crosstab(civil, instrucao)
   Conteúdo das células
                 Contagem |
            instrucao
civil
           1° Grau 2° Grau Superior Total
solteiro
                                                16
                                                20
casado
Total
                            18
                                                36
```

Tabela de frequências bivariada



Gráfico relativo à tabela anterior:



Medidas resumo



- Outra forma de resumir os dados é utilizando as medidas resumo.
- Nesse contexto temos as medidas de posição ou de tendência central e as medidas de dispersão.
- Inicialmente vamos obter um resumo de todas as variáveis do banco de dados:

```
summary(dados)
  funcionario
                                                 filhos
                                  instrucao
                                                               salario
      : 1.00
                               1° Grau :12
                                                    :0.00
                 solteiro:16
                                             Min.
                                                                   : 4.000
 1st Ou.: 9.75
                 casado :20
                               2° Grau :18
                                             1st Qu.:1.00
                                                            1st Qu.: 7.553
 Median :18.50
                               Superior: 6
                                             Median :2.00
                                                            Median :10.165
 Mean
      :18.50
                                             Mean
                                                    :1.65
                                                            Mean
                                                                   :11.122
 3rd Qu.:27.25
                                             3rd Qu.:2.00
                                                            3rd Qu.:14.060
 Max.
       .36 00
                                             Max.
                                                    .5.00
                                                            Max.
                                                                   .23.300
                                             NA's
                                                    idade
      ano
                                       regiao
 Min.
        :20.00
                                  capital :11 Min.
                                                       :20.83
                 Min.
                       : 0.000
 1st Qu.:30.00
                1st Qu.: 3.750
                                  interior:12 1st Qu.:30.67
 Median :34.50
                                  outro :13
                                               Median :34.92
                Median: 6.000
       .34 58
                       . 5.611
                                                       ·35.05
 Mean
                 Mean
                                                Mean
 3rd Qu.:40.00
                 3rd Qu.: 8.000
                                                3rd Qu.:40.52
        :48.00
                                                       :48.92
 Max.
                 Max.
                        :11.000
                                                Max.
```

Média aritmética



- A medida de posição mais utilizada é a média aritmética.
- É calculada somando-se os valores das observações da amostra ou população e dividindo-se o resultado pelo tamanho da amostra ou população.
- Assim, a média amostral é dada por

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} = \frac{X_1 + \ldots + X_n}{n}.$$

Vamos calcular a média da variável salario:

mean(salario)

[1] 11.12222

Mediana



- Para calcular a mediana deve-se ordenar os dados de forma crescente.
- Se o número de observações for ímpar, a mediana será a observação central.
- Se o número de observações for par, a mediana será a média aritmética das duas observações centrais.
- Vamos calcular a mediana da variável salario:

median(salario)

[1] 10.165

Quantis



- Os quantis são valores dados a partir do conjunto de observações ordenado de forma crescente, dividindo a distribuição em partes iguais.
- O mais usual é dividir a distribuição em quatro partes. Neste caso temos os quartis.
- Se dividirmos os dados em dez partes iguais, teremos os decis, em cem partes iguais teremos os centis e assim por diante.
- Vamos calcular os quartis da variável salario, usaremos a função quantile:

```
quantile(salario)

0% 25% 50% 75% 100%
4.0000 7.5525 10.1650 14.0600 23.3000
```

Caso queiramos calcular outros quantis, faremos uso do argumento probs:

```
quantile(salario,probs = seq(0, 1, 0.1))

0% 10% 20% 30% 40% 50% 60% 70% 80% 90% 100
4.000 5.995 7.390 8.290 9.130 10.165 11.590 13.415 14.710 16.935 23.30
```

Moda



- A moda de um conjunto de valores é o valor que apresenta a maior frequência.
- Pode ser calculada para variáveis qualitativas.
- Vamos calcular a moda da variável idade de duas formas:

```
library(modeest)
mfv(idade)

[1] 41

names(table(idade))[table(idade)==max(table(idade))]

[1] "41"
```

Variância



• A variância de uma amostra X_1, \ldots, X_n de \overline{n} elementos é definida como a soma desvios quadráticos dos elementos em relação à sua média \overline{x} dividida por (n-1):

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \overline{x})^2}{n-1}$$

Vamos calcular a variância amostral da variável salario:

var(salario)

[1] 21.04477

Desvio-padrão



- O desvio padrão amostral de um conjunto de dados é a raiz quadrada da variância amostral.
- Vamos calcular o desvio-padrão amostral da variável salario:

```
sd(salario)
```

[1] 4.587458

Outras formas de obter medidas resumo



 Podemos fazer uso da função tapply para calcular medidas de uma variável quantitativa, para cada categoria de uma variável qualitativa do banco de dados:

```
tapply(salario, instrucao, mean)
  1° Grau 2° Grau Superior
7 836667 11 528333 16 475000
tapply(salario, instrucao, sd)
 1° Grau 2° Grau Superior
2.956464 3.715144 4.502438
tapply(salario, instrucao, quantile)
$'1° Grau'
     0%
           25%
4.0000 6.0075 7.1250 9.1625 13.8500
$'2° Grau'
     0%
            25%
                    50%
                                   100%
 5.7300 8.8375 10.9100 14.4175 19.4000
$Superior
     0%
            25%
                    50%
                                   100%
                            75%
10.5300 13.6475 16.7400 18.3775 23.3000
```

Outras formas de obter medidas resumo

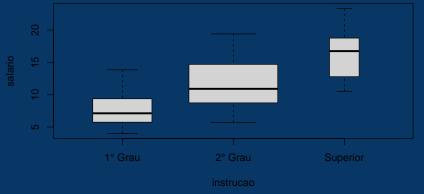


- Podemos usar a função compmeans do pacote descr para calcular a média e o desvio padrão da variável quantitativa para o total da amostra e para cada categoria da variável qualitativa.
- Vamos usar esta função para as variáveis salario e instrucao:

```
library(descr)
compmeans(salario, instrucao)
```

Outras formas de obter medidas resumo





Representação Gráfica



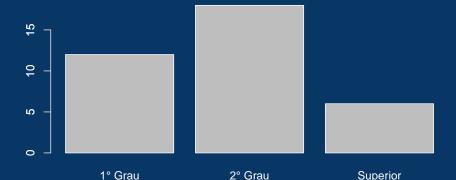
A representação gráfica proporciona uma interpretação imediata dos resultados, devido à sua simplicidade e clareza. Vejamos a seguir como elaborar alguns gráficos simples.



É utilizado para comparar grandezas por meio de barras de igual largura e alturas proporcionais às respectivas grandezas. É apropriado para representar variáveis qualitativas e quantitativas discretas. Vamos construir este gráfico para a variável instrucao:

barplot(table(instrucao), main = "Grau de Instrução")

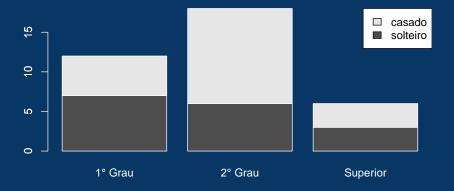
Grau de Instrução





Podemos gerar este gráfico pra mais de uma variável:

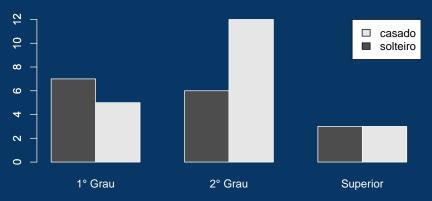
Estado Civil versus Grau de Instrução





Ou ainda com as barras lado a lado:

Estado Civil versus Grau de Instrução





 Podemos gerar este gráfico com as colunas horizontais, adicionando o argumento horiz = T:

Estado Civil versus Grau de Instrução

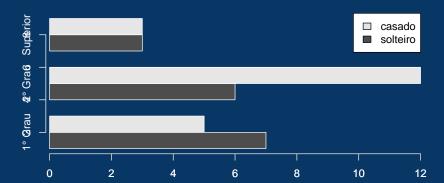


Gráfico de Pizza ou Setores



 É apropriado para representar variáveis qualitativas e quantitativas discretas com poucas categorias. Vamos construir este gráfico para a variável regiao:

pie(table(regiao))

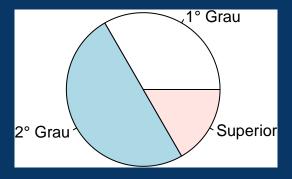


Gráfico de Pizza ou Setores



Caso queira inserir os percentuais nesse gráfico:

```
porc = round(table(regiao)*100/sum(table(regiao)),2)
rotulos = paste("(",porc,"%)",sep="")
pie(table(regiao),labels = rotulos, col=palette())
legend(1.3,1,levels(regiao),col=palette(),pch = rep(20,6))
```

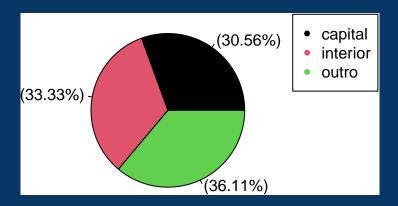
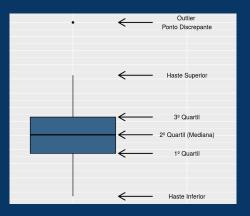


Gráfico Box-Plot





- Podemos utilizar este gráfico para comparar visualmente dois ou mais grupos.
- A diferença entre os quartis $(Q_3 Q_1)$ é uma medida da variabilidade dos dados.

Gráfico Box-Plot



Vamos construir um box-plot para salario por categoria de instrucao:

```
boxplot(salario ~ instrucao,col= rainbow(7),
xlab = "Grau de Instrução",ylab = "Salário")
```

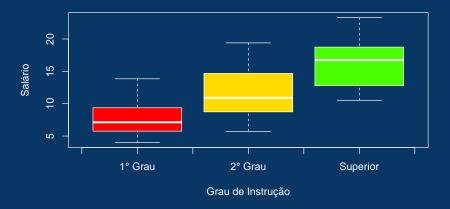
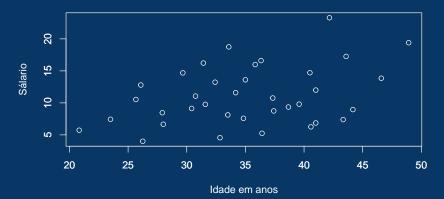


Gráfico de dispersão



 É uma representação de dados de duas ou mais variáveis. Vamos construir um gráfico de dispersão para a variável idade:

```
plot(idade, salario,xlab = "Idade em anos",
     ylab = "Sálario")
```

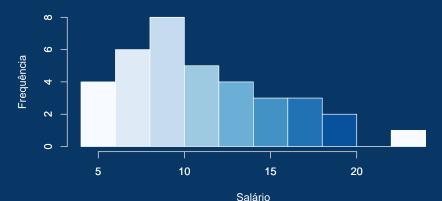


Histograma



Representação gráfica de uma distribuição de frequências por meio de retângulos justapostos, cujas áreas são proporcionais às frequências das classes. Vamos construir um histograma para a variável salario:

```
hist(salario,xlab = "Salário",ylab = "Frequência",
col = blues9,main = "")
```



Histograma



 O histograma é frequentemente utilizado para verificar a simetria dos dados. Para visualizar melhor a simetria dos dados, podemos incluir a curva gaussiana no gráfico:

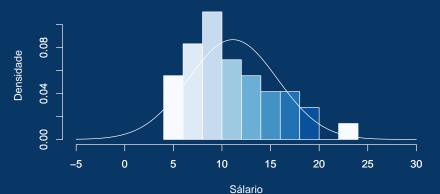


Gráfico de linhas



Geralmente é utilizado na representação de séries de tempo.

```
ano<-2001:2009
tri1<-c(72.8,66.2,69.2,65.9,62.4,67.8,61.3,68.5,70.4)
tri2<-c(60.6,53.7,55.3,56.7,56.4,57.8,57.5,59.8,63.3)
plot(ano, tri1,type="l", main="Taxa de ocupação dos hotéis-RJ",xlab="ano",ylab="Taxa de ocupação (%)",
col="blue",ylim=c(50,80))
lines(ano,tri2,col="red")
legend(1 = c("1°trimestre","2°trimestre")
legend(x="topright", legend=legenda1,fill=c("blue","red"), bty="n")
```

Taxa de ocupação dos hotéis-RJ

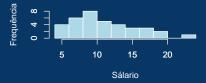


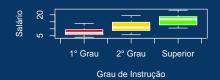
Mais recursos gráficos



Para melhor visualização dos dados, podemos plotar mais de um gráfico:

par(mfrow = c(2,2));hist(salario, col = "lightblue",main = "",xlab = "Sálario",ylab = "Frequência")
boxplot(salario ~ instrucao,col=rainbow(7),xlab = "Grau de Instrução",ylab = "Salário")
hist(salario,xlab = "Sálario",main = "",col = blues9,freq = F,xlim = c(-5,30),ylab = "Densidade")
curve(dnorm(x,mean = mean(salario),sd = sd(salario)), add = T);boxplot(salario,col="darkblue")









Mais recursos gráficos



Para ter acesso às 657 cores disponíveis, podemos utilizar a função colors:

colors()

[1] "white"

##

```
"antiquewhite"
##
     [4] "antiquewhite1"
                                  "antiquewhite2"
                                                           "antiquewhite3"
##
     [7] "antiquewhite4"
                                  "aquamarine"
                                                           "aquamarine1"
##
    [10] "aquamarine2"
                                  "aquamarine3"
                                                           "aquamarine4"
    [13] "azure"
                                  "azure1"
                                                           "azure2"
    [16] "azure3"
                                                           "beige"
                                  "azure4"
    [19] "bisque"
                                  "bisque1"
                                                           "bisque2"
    [22] "bisque3"
                                  "bisque4"
                                                           "black"
         "blanchedalmond"
                                  "blue"
                                                           "blue1"
    [28] "blue2"
                                  "blue3"
                                                           "blue4"
    [31] "blueviolet"
                                  "brown"
                                                           "brown1"
    [34]
         "brown2"
                                  "brown3"
                                                           "brown4"
    [37] "burlywood"
                                  "burlywood1"
                                                           "burlywood2"
    [40] "burlywood3"
                                  "burlywood4"
                                                           "cadetblue"
    [43] "cadetblue1"
                                  "cadetblue2"
                                                           "cadetblue3"
    [46]
         "cadetblue4"
                                  "chartreuse"
                                                           "chartreuse1"
    [49] "chartreuse2"
                                  "chartreuse3"
                                                           "chartreuse4"
    [52] "chocolate"
                                  "chocolate1"
                                                           "chocolate2"
    [55] "chocolate3"
                                  "chocolate4"
                                                           "coral"
    [58] "coral1"
                                  "coral2"
                                                           "coral3"
                                  "cornflowerblue"
    [61] "coral4"
                                                           "cornsilk"
    [64] "cornsilk1"
                                  "cornsilk2"
                                                           "cornsilk3"
    [67] "cornsilk4"
                                  "cyan"
                                                           "cyan1"
    [70] "cyan2"
                                  "cyan3"
                                                           "cyan4"
    [73] "darkblue"
                                  "darkcyan"
                                                           "darkgoldenrod"
    [76] "darkgoldenrod1"
                                                           "darkgoldenrod3"
                                  "darkgoldenrod2"
##
         "darkgoldenrod4"
                                  "darkgray"
                                                           "darkgreen"
    [82] "darkgrev"
##
                                  "darkkhaki"
                                                           "darkmagenta"
```

"aliceblue"

Mais recursos gráficos



 Para saber mais sobre parâmetros gráficos, como outras cores, eixos, títulos, símbolos, acesse o ► Link.



 Por vezes, surge a necessidade de analisar a relação de mais de duas variáveis. Podemos então confeccionar gráficos em terceira dimensão, utilizando o pacote scatterplot3d:

```
library("scatterplot3d")
```

 Para tanto, vamos utilizar um banco de dados sobre as propriedades físicas da água, retirado do livro "Fundamentos da Engenharia Hidráulica".

```
attach(agua)
head(agua)
 temp massa peso pressao elasticidade visc dinamica visc cinemativa
   0 101.9 999.9
                                 2.08
                                                             1.79
                                              1.83
  5 101.9 1000.0
                                              1.55
                                                             1.52
                    89
   10 101.9 999.0
                   129
                                 2.15
                                              1.33
                                                             1.31
   15 101.8 999.7
                                 2.18
                                                             1.14
   20 101.8 999.1
                      238
                                 2.24
                                              1.03
                                                             1.01
   25 101 6 998 2
                                 2.26
                                              0.91
                                                             0.90
```

agua = read.delim("/home/herminia/Documentos/agua.txt")

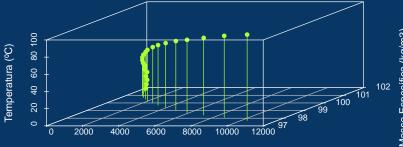
Observe que todas as variáveis são quantitativas.



 Vamos fazer um gráfico tridimensional com as variáveis pressao. massa e temp:

```
scatterplot3d(pressao, massa, temp, xlab = "Pressão de Vapor (Pa)",
     ylab = "Massa Específica (kg/m3)", zlab = "Temperatura (ºC)",
    main = "Propriedades Físicas da Água", pch = 16,
     color = "greenyellow", type = "h")
```

Propriedades Físicas da Água



Pressão de Vapor (Pa)

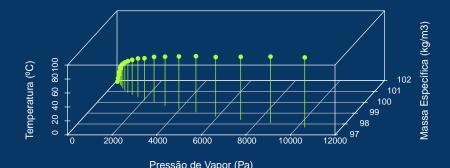
Massa Específica (kg/m3)



É possível ainda modificar o ângulo de visualização, utilizando o argumento angle:

```
scatterplot3d(pressao,massa,temp,xlab = "Pressão de Vapor (Pa)",
   ylab = "Massa Específica (kg/m3)", zlab = "Temperatura (°C)",
   main = "Propriedades Físicas da Água",pch = 16,
   color = "greenyellow", type = "h", angle = 70)
```

Propriedades Físicas da Água





 Podemos gerar uma versão interativa do gráfico anterior, utilizando os pacotes rgl e car.



 Utilizaremos agora um conjunto de dados que contém informações acerca das dimensões em centímetros da pétala e sépala de 50 flores de três diferentes espécies de íris:

```
data(iris)
head(iris)
```

	Sepal.Length	Sepal.Width	Petal.Length	${\tt Petal.Width}$	Species
1	5.1	3.5	1.4	0.2	setosa
2	4.9	3.0	1.4	0.2	setosa
3	4.7	3.2	1.3	0.2	setosa
4	4.6	3.1	1.5	0.2	setosa
5	5.0	3.6	1.4	0.2	setosa
6	5.4	3.9	1.7	0.4	setosa



• Vamos construir o gráfico 3D para as variáveis Sepal.Length, Sepal.Width e Petal.Length, indicando pela cor a espécie:

```
cores = c("#999999", "#E69F00", "#56B4E9"); cores = cores[as.numeric(iris$Species)]
scatterplot3d(iris[,1:3], pch = 16, color=cores,xlab = "Comprimento Sépala",
                ylab = "Largura Sépala", zlab = "Comprimento Pétala")
legend("top", legend = levels(iris$Species),col = c("#999999", "#E69F00", "#56B4E9"),
              pch = 16,inset = -0.25, xpd = TRUE, horiz = TRUE)
                                 setosa
                                                 versicolor •
                                                                 virginica
Comprimento Pétala
       ဖ
                                                                                                    argura Sépala
       2
       4
       3
       2
```

Comprimento Sépala

Gramática dos gráficos



 Criada por Leland Wilkinson, nos possibilita construir gráficos de uma forma diferente, utilizando camadas.

- A gramática dos gráficos é composta por sete elementos:
 - Dados
 - Estética
 - Geometria
 - Facets
 - Estatística
 - Coordenadas
 - Temas

Gramática dos gráficos



Para exemplificar essa forma de construção de gráficos, vamos utilizar o pacote ggplot2:

library(ggplot2)

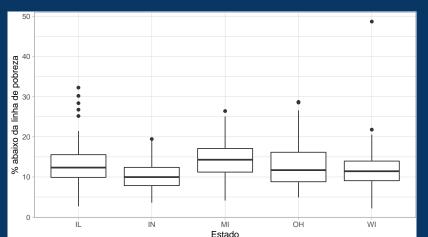
 Iremos utilizar a base de dados desse pacote chamada midwest, que contém informações demográficas acerta dos estados do centrooeste dos EUA:

```
data("midwest")
head(midwest)
# A tibble: 6 x 28
   PID county
                 state area poptotal popdensity popwhite popblack popamerindian
  <int> <chr>>
               <chr> <dbl>
                                <int>
                                           <dh1>
                                                    <int>
                                                            <int>
                                                                          <int>
   561 ADAMS
                       0.052
                                66090
                                                   63917
                                                                             98
   562 ALEXANDER II.
                     0.014
                              10626
                                           759
                                                  7054
                                                             3496
   563 BOND
                     0.022
                              14991
                                                  14477
                                                              429
   564 BOONE
                 IL
                     0.017
                                30806
                                                   29344
                                                                             46
   565 BROWN
                       0.018
                                 5836
                                                    5264
                                                              547
                                                                             14
                                35688
   566 BUREAU
                       0.05
                                                   35157
                                                                             65
 ... with 19 more variables: popasian <int>, popother <int>, percwhite <dbl>,
   percblack <dbl>, percamerindan <dbl>, percasian <dbl>, percother <dbl>,
   popadults <int>, perchsd <dbl>, percollege <dbl>, percprof <dbl>,
   poppovertyknown <int>. percpovertyknown <dbl>. percbelowpoverty <dbl>.
   percchildbelowpovert <dbl>, percadultpoverty <dbl>,
   percelderlypoverty <dbl>, inmetro <int>, category <chr>
```



 Vamos construir um box-plot para a variável percbelowpoverty por estado:

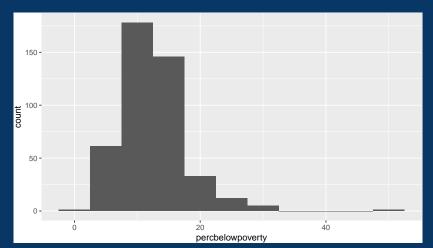
```
ggplot(midwest,aes(state,percbelowpoverty)) + geom_boxplot() +
theme_light() + xlab("Estado") + ylab("% abaixo da linha de pobreza")
```





Vamos construir um histograma para a variável percbelowpoverty:

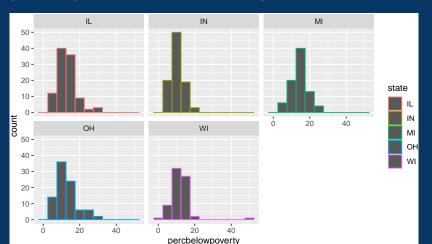
```
ggplot(midwest,aes(percbelowpoverty)) +
geom_histogram(binwidth = 5)
```





Podemos ainda fazer mais de um gráfico por vez, por exemplo, um histograma para a variável percbelowpoverty por estado:

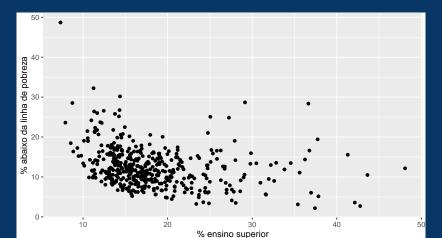
```
ggplot(midwest,aes(percbelowpoverty, color = state)) +
geom_histogram(binwidth = 5) + facet_wrap(~state,nrow = 3,ncol = 3)
```





 Vamos construir um gráfico de dispersão para as variáveis percollege e percbelowpoverty por estado:

```
ggplot(midwest,aes(percollege,percbelowpoverty)) + geom_point() +
xlab("% ensino superior") + ylab("% abaixo da linha de pobreza")
```





 Podemos utilizar alguns recursos avançados para construir gráficos. Vamos construir um gráfico de dispersão para as variáveis area e poptotal:

```
ggplot(midwest,aes(area,poptotal)) +
geom_point(aes(col = state, size = popdensity)) + xlim(c(0,0.1)) +
ylim(c(0,500000)) + geom_smooth(method = "lm", se = F)
```

