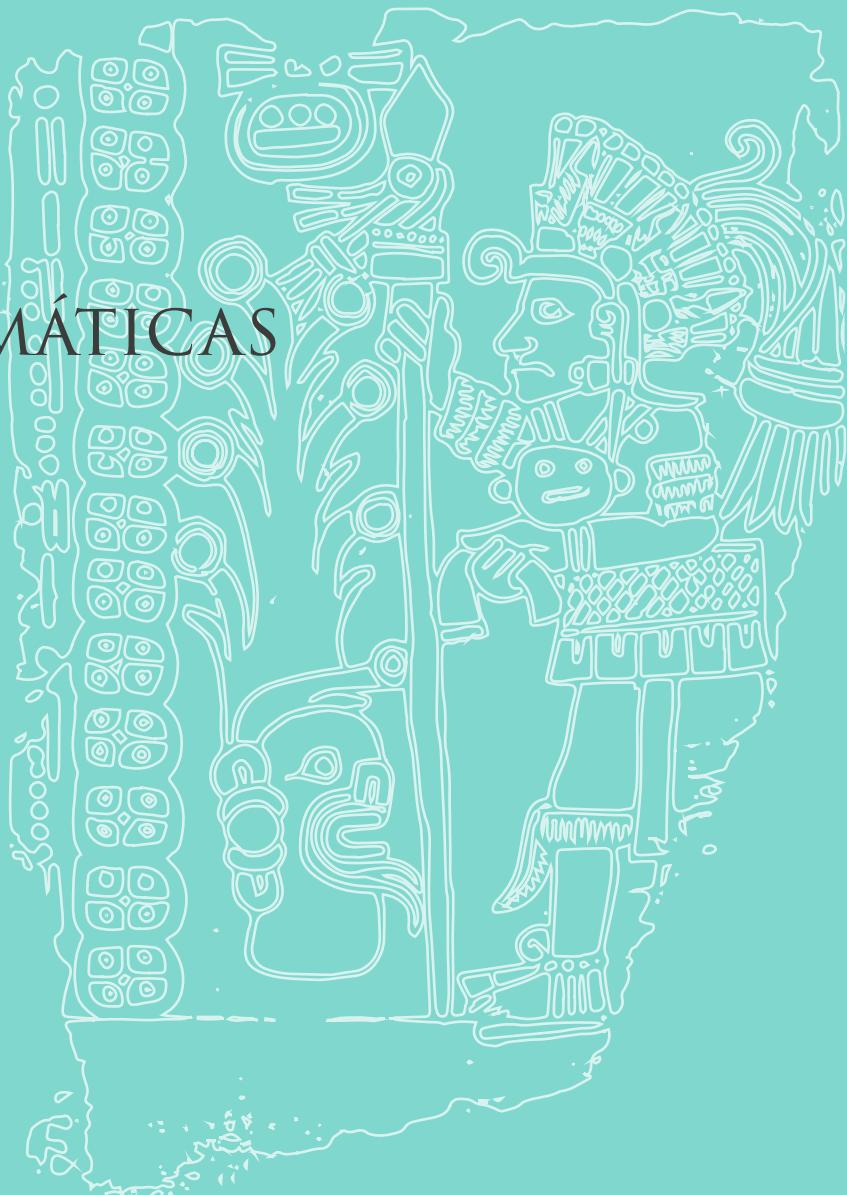


Capítulo 4

CERO, MATEMÁTICAS Y LOS MAYAS





CERO, MATEMÁTICAS Y LOS MAYAS

ZERO, MATHEMATICS AND THE MAYA

Dr. Ricardo F. Vila Freyer

Centro de Investigación en Matemáticas A.C. (CIMAT)

INTRODUCCIÓN

Como parte de los temas abordados en este libro acerca del Códice Maya de México, en esta nota hablaremos del cero, de su significado, origen e historia. Hablaremos también de los conocimientos mayas acerca de este número, conjeturaremos sobre lo que posiblemente los mayas hubieran podido saber del cero y repasaremos la evolución de nuestros conocimientos sobre dicha cultura.

EL CERO Y SU IMPORTANCIA EN LAS MATEMÁTICAS

La etimología de matemática es “lo relativo al conocimiento”, es por eso que la cultura contemporánea le da tanta importancia a esta ciencia y, sobre todo, valora su aplicación en cualquier otra disciplina científica. Sobra decir que esta idea, la etimología de la palabra matemática, va mucho más allá de simplemente contar o de lo relativo a números. Las matemáticas ayudan a establecer modelos sistemáticos sobre lo que conocemos para poder predecir lo que se espera: la evolución de una bacteria, la evolución del clima, la robustez de un puente, etcétera.

INTRODUCTION

Among the subjects covered in this book on the Maya Codex of Mexico, here we will talk about zero: its meaning, origins and history. We will address Maya knowledge on this number and conjecture what they may have known about zero, and we will review how our knowledge on this culture has evolved.

ZERO AND ITS IMPORTANCE IN MATHEMATICS

The etymology of mathematics is “that which is related to knowledge”, therefore modern culture ascribes such importance to this science and, particularly, its application in any other scientific discipline. Needless to say, the etymology of the word mathematics goes well beyond simply counting or things related to numbers. Mathematics help us establish systematic models of what we know, in order to predict what is expected: the development of a bacterium, climate evolution, the stability of a bridge, etc.

Entre los primeros conocimientos de la humanidad de los que hay registro está el arte de contar. Se han encontrado huesos en cuevas que fueron habitadas hace miles de años que han fungido como evidencia de que los hombres antiguos contaban, pues en estos huesos marcaban cantidades, posiblemente de objetos de caza, o animales. La evolución del sistema numérico es muy impresionante porque el conocimiento que hoy es muy natural para todos los humanos no apareció en la historia de la matemática de la misma forma sino hasta mucho tiempo después. El concepto de cero forma parte de ese conocimiento más reciente, al igual que los sistemas de numeración. Empecemos diciendo que pocas culturas en la humanidad han desarrollado su propio sistema de numeración. Por ejemplo, tanto los romanos como los griegos, hebreos y otros, representaban los números utilizando el alfabeto. Yaunque usaran claves para ir clasificando o denotando los números grandes, este sistema fue enormemente complicado como para desarrollar una aritmética útil. Aún hoy, debido al tiempo que duró su uso, utilizamos en ocasiones la numeración romana, como por ejemplo, al referirnos a nuestro siglo: el XXI, o a la clasificación de un monarca por su nombre: Felipe II, Carlos V. Pero hay que ponerse a imaginar si solo conociéramos este sistema de numeración, cómo podríamos desarrollar algoritmos sencillos para hacer sumas como IX + VII, MDI + XCVI; y ya no digamos para multiplicaciones. No podemos dejar de pensar que nuestros antepasados que practicaban el comercio debían hacer sumas con frecuencia y, en un sistema como el romano, eso seguramente resultaba demasiado engorroso.

The art of counting is among humanity's first registered knowledge. Bones found in caves inhabited thousands of years ago provide evidence that ancient man counted, for they bore the marks of quantities, perhaps the objects of a hunt, or animals. The evolution of a numeral system is a very impressive feat because knowledge that is natural to all of us nowadays did not appear in math history in the same way until much later. The concept of zero is part of this more recent knowledge, as are numeral systems. Let us begin by saying that few of humanity's cultures developed their own system of numeration. For example, the Romans, Greeks and Hebrews all represented numbers by using the alphabet. Although they did use codes to go classifying or noting large numbers, this system was too complicated to develop useful arithmetic. To this day, due to the length of time they were in use, we still use roman numerals, for example to indicate centuries¹ or to classify monarchs by name: Philip II, Charles V. But try to imagine if we only knew this system of numeration: how could we develop simple algorithms for sums such as IX + VII, MDI + XCVI, let alone for multiplications? Our ancestors who practiced commerce clearly must have used sums often, and in a system such as the Roman one, it was certainly too complicated.

To simplify the system of numeration, humanity, or various cultures of the past, had to develop others. Nowadays, we humans of the twenty-first century use a decimal system with Arabic numerals, which will

1 T's N: in Spanish

Para simplificar el sistema de numeración, la humanidad o las diversas civilizaciones que han transitado en nuestra historia tuvieron que desarrollar otros. Nosotros, los humanos del siglo XXI, utilizamos el sistema decimal con los números arábigos, que explicaremos brevemente a continuación porque ello nos servirá para poder describir otros más.

El sistema de numeración decimal, el arábigo, está basado en el número diez. Además, escribimos posicionalmente, es decir, los lugares que ocupan las distintas cifras representadas son muy importantes. Las posiciones van de derecha a izquierda utilizando diez símbolos, que llamamos dígitos: los números del 0 al 9. La posición es de suma importancia. En el extremo derecho escribimos las unidades, en la siguiente posición escribimos los múltiplos de 10, seguidos a la izquierda por los múltiplos de 100, luego los de 1000, y así sucesivamente hasta terminar nuestro número. Por ejemplo 13,201 denota un múltiplo de diez mil, tres de mil, dos de cien, ninguno diez y una unidad. Observemos que de derecha a izquierda lo que tenemos son múltiplos de potencias del número diez: 10 a la potencia cero, que es 1 (unidades); diez a la primera potencia, que es 10 (decenas); diez a la segunda potencia, que es 100 (centenas), y así sucesivamente hasta tener 10 a la cuarta potencia, que es 10,000. Es decir que, al escribir un número arábigo, estamos contando múltiplos de potencias de diez en cierto orden y su representación es la representación de este conteo. Este sistema es muy útil porque, como sabemos, nos permite hacer operaciones elementales de manera muy sencilla con procesos o algoritmos simples que toda la humanidad aprende hoy día en su

be explained briefly below because this will help describe others.

The decimal system of numeration, the Arabic, is based on the number ten. Furthermore, we write positionally, that is to say, the position occupied by each of the figures represented is extremely important. The positions go from right to left using ten symbols, which we call digits: the numbers 0 to 9. Position is tremendously relevant. To the right we put units, in the following position we write the multiples of 10, followed to the left by the multiples of 100, then 1,000 and so on, until the number is complete. For example, 13,201 denotes one multiple of ten thousand, three of one thousand, two of one hundred, none of ten and one unit. Observe that from right to left what we have are multiples of powers of number ten: ten to the power of zero, which is 1 (unit); ten to the power of one, which is 10 (decades); ten to the power of two which is 100 (centuries) and so on, until ten to the power of four, which is 10,000. Hence, when writing Arabic numerals, we are counting multiples of powers of ten in a certain order, and its representation is the representation of that sum. This system is incredibly useful because, as we know, it allows us to perform basic operations very easily with simple processes or algorithms that everyone now learns in elementary education. Adding, subtracting, multiplying and dividing are relatively simple for small numbers.

The quantity we wrote above includes, on purpose, a symbol that represents a number humanity in its various cultures took a long time to conceptualize and

educación básica. Sumar, restar, multiplicar o dividir es relativamente sencillo para cifras pequeñas.

En la cifra que escribimos arriba aparece, muy a propósito, un símbolo que representa un número que la humanidad en sus diversas culturas tardó mucho en conceptualizar y representar: el número cero. A lo largo de la historia de los sistemas de numeración, este número ha representado dos cosas que, aunque obvias, son importantes de resaltar. Primero, la posición donde no hay ninguna cantidad: el indicador de que ahí no va ninguna cifra. Por ese motivo arriba se dijo “ninguno de diez”. El otro papel es de una importancia filosófica y matemática enorme: cero es el número que representa la *cantidad nula*, la nada. Son dos conceptos diferentes y es imprescindible destacarlos porque fueron importantes en la evolución del concepto y en su entendimiento en la historia de la matemática.

El cero podría ser el símbolo que representa la ausencia de cantidad en la notación posicional, o bien, el número que representa la *cantidad nula*. Para nosotros hoy día es obvio que es la cantidad nula, pero esto es consecuencia de miles de años de evolución de nuestro entendimiento de la matemática. No fue tan obvio para las culturas que intentaron desarrollar estos conceptos.

Terminemos esta parte para describir que base diez no ha sido la única base de sistemas de numeración. Hoy podemos estar muy familiarizados –gracias a la computación moderna– con el sistema binario o base dos, por ejemplo. El sistema base dos lo desarrolló por

represent: the number zero. Throughout the history of systems of numeration, this number has represented two things which, though obvious, merit highlighting. Firstly, the position where there is no quantity: the indicator that no “digit” goes there. Hence, above we said “none often”. The other role is of great philosophical and mathematical importance: zero is the quantity that represent *no amount*, nothingness. These are two different concepts, and it is essential to emphasize them because they were important in the evolution of the concept and its understanding in the history of mathematics.

Zero could be the symbol which represents the absence of a quantity in the positional notation, or the number that represents the *void quantity*. Nowadays it is obvious to us what the void quantity is, but this is the result of thousands of years of evolution of our understanding of mathematics. It was not so obvious to cultures who attempted to develop these concepts.

Let us end this part by explaining that base-10 is not the only base system for numerating. For example, nowadays –thanks to modern computing– we are familiar with the binary systems, based on two. The base two system was first developed –insofar as we know– in the seventeenth century by the German mathematician Leibnitz, co-inventor of infinitesimal calculus, in his article *Explication de l'Arithmetique Binnaire*, first published in the late seventeenth century. However, as no use was found for it, people were unaware of its development until the first computers began to appear. In base two, only two “digits”, or symbols, are needed: zero and one. In a similar way

primera vez –en el siglo XVII hasta donde se sabe– el matemático W. Leibnitz, el coinventor del cálculo infinitesimal, en su artículo “Explication de l’Arithmetique Binaire” publicado a fines del siglo XVII. Solo que, como no se le encontró utilidad, la gente ignoró este desarrollo hasta que comenzaron a aparecer las computadoras. En base dos, solo necesitamos dos “dígitos”, es decir dos símbolos: el cero y el uno. De manera similar a como escribimos un número en base diez, aquí cualquier número es una cadena de unos y ceros, donde vamos a ir “contando” potencias de dos, de derecha a izquierda. Por ejemplo, el número 11001 representaría a 1 vez el dos elevado a la cuarta potencia (16), 1 vez el dos elevado a la tercera potencia (8), 0 veces el dos elevado a la segunda potencia (4), cero veces el dos elevado a la primera potencia (2) y una vez el dos elevado a la potencia cero (1), así en notación decimal el número escrito arriba no es otro que $16+8+0+0+1=25$. Es divertido pensar que, utilizando los dedos de la mano y el sistema binario, podríamos representar cualquier número entero desde 0 hasta 1023 con solo utilizar las dos manos y los símbolos “dedo subido” o “dedo bajo”, para denotar si en la posición indicada corresponde un uno o un cero respectivamente. Es decir, si a la humanidad se le hubiera ocurrido usar base dos desde tiempos antiguos, hubiéramos aprendido a contar hasta 1023 desde hace mucho utilizando solamente los dedos de las manos. En computación, como bien sabemos, el cero representa un “apagado” y el uno un “encendido”, y debe a esto su importancia moderna este sistema de numeración que todos consideramos muy moderno.

to how we write a base ten number, here any number is a chain of ones and zeros, where we will go “counting” powers of two, from right to left. For example, the number 11001 would represent 1 time two elevated to the power of four (16), 1 time two elevated to the power of three (8), 0 times two elevated to the power of two (4), 0 times two elevated to the power of one (2) and 1 time two elevated to the power of zero (1), hence in a decimal notation the number written above is $16+8+0+0+1=25$. It is fun to think that, using the fingers of both hands and the binary system, we could represent any number between 0 and 1,023, using “finger up” or “finger down” symbols to indicate whether that position corresponded to a one or a zero, respectively. Therefore, if mankind had come up with a base-2 system in antiquity, we would long since have learned to count to 1,023 using just our fingers. In computing, as we know, 0 represents “Off” and 1 represents “On”, hence the current importance of this counting system which we consider to be so modern.

With what has been covered so far, we can already see how important it is for a positional numeral system based on powers of a fixed number, which we call the base of the system, that the concept of “zero” exists in any of its two mentioned forms.

We conclude this part by mentioning that historians note that, throughout history, positional notations have mostly used base-10, base-20 and base-60.

Con lo que llevamos dicho hasta ahora ya podemos darnos cuenta de la gran importancia para los sistemas de numeración posicional basados en potencias de un número fijo, que llamamos la base del sistema, que exista el concepto de “cero” en cualquiera de sus dos formas ya mencionadas.

Concluyamos esta parte para comentar que los historiadores nos cuentan que, a lo largo de la humanidad, las notaciones posicionales han utilizado en general base 10, base 20 y base 60.

En base 60 se fundamentaba el sistema utilizado en la antigua Mesopotamia, al cual llamamos “babilonio”, tal vez de forma no tan precisa. Para esa civilización la representación de números se hacía realizando potencias de 60. Existen bibliotecas enteras de tablillas de barro con imágenes de cantidades en este sistema, el cual ha sido tan importante en la historia de la humanidad que aún hoy día vemos algunas influencias del mismo: en la medida de ángulos, que cierra el círculo con 360 grados, y cada grado se divide en 60 minutos, y, por supuesto, en la representación del tiempo: horas, minutos y segundos.

Los babilonios tuvieron ya desde la época anterior a la era cristiana su cero, sin embargo, este fue bastante limitado: solo se usaba para denotar la posición donde no iba un número entero en su propia notación posicional. Nunca desarrollaron el cero como el número que representa la cantidad nula. Por ese motivo, de algunos de sus números no se sabe sino por contexto, si deberían llevar un “cero” en la cifra final. Por ejemplo, podían distinguir 360 de 60, pero no podían distinguir

The system used in ancient Mesopotamia was built on base-60, that which we call “Babylonian”, perhaps rather imprecisely. In that civilization, the representation of numbers was done representing powers of 60. There are entire libraries of clay tablets with representations of quantities in this system, which was so significant in the history of mankind that we see still see its influence today: in the measurement of angles, which close the circle at 360 degrees, with each degree being divided into 60 minutes, and of course, in the representation of time: hours, minutes and seconds.

The Babylonians did develop their own zero long before the Christian era, however, it was quite limited: it was only used to denote the position where there was no full number in their positional notation. They never developed zero as the number that represents the void quantity. Therefore, in some of their numbers we can only deduce, through context, whether they should have a “zero” at the end. For example, they could distinguish between 360 and 60 but they could not distinguish 5 from 60x5, that is to say, a five in the second digit, because they did not represent the zero when it should have been at the end of the number. In our notation this would correspond to the zero at the far right. Nowadays, historians infer what quantity a Babylonian cypher refers to by the context of the rest of the text.

The Chinese developed their own system of numeration parallelly, also decimal. And they developed their own zero, which was represented by a circle. But initially, towards the end of 690 AD, their zero

5 de 60×5 , o sea, un cinco en la segunda cifra: porque en su sistema no se escribía el cero si este iba en la última cifra –en nuestra notación, correspondería al cero en el extremo derecho de un número–. Hoy día los historiadores saben a qué cantidad se refiere una cifra babilónica porque la leen en contexto de lo que esta cifra denota.

De forma análoga, la cultura china desarrolló su propio sistema de numeración, también decimal. Y desarrollaron su propio cero, el cual se representa con un círculo. Sin embargo, al inicio, hacia fines del 690 d. C. su cero denotaba solo “la posición donde no se ponía una cifra entera”, como nos indica Wikipedia en su artículo sobre “0” y también Aczel en su libro “Finding Zero”. Fue hasta 1270 que ya sabemos que utilizaban el cero como el número nulo. Es muy interesante que desde el siglo IV o V usaban ya colores para representar números positivos o negativos, siendo tal vez los primeros en hacerlo, y es muy probable que el concepto de cero como posición donde no va ningún dígito tenga que ver con el uso del abáculo, que bien sabemos que es una de las aportaciones chinas a la cultura universal. Los chinos representan los números siendo muy explícitos en declarar cuántas decenas, cuántas centenas, lleva una cifra específica, por ejemplo: 532 sería escrito en chino como “cinco cienes, tres dieces, dos”; lo que hace su sistema un poco engorroso para la aritmética como tal aunque la misma se veía compensada por el uso del abáculo.

Algunas otras culturas antiguas también usaron el cero como notación posicional; la egipcia, por ejemplo, aunque su sistema de numeración era más complicado, como el romano o el griego.

only denoted “the position where there was no full digit” as indicated in the Wikipedia article on “0” and in Aczel’s *Finding Zero*. It was not until 1270 that we know they used zero as the number null. It is extremely interesting that from the fourth to the fifth century they used colors to represent positive or negative numbers, perhaps being the first to do so, and it is likely that the concept of zero as a position where there is no digit is linked to the use of the abacus, another well-known Chinese contribution to universal culture. The Chinese represent numbers with a highly explicit way of declaring how many decades, how many centuries a specific number includes, for example: 532 would be written in Chinese as “five hundreds, three tens, two”. This makes their system rather difficult to use for arithmetic as such, although this was compensated by using the abacus.

Certain other ancient cultures also used zero as a positional notation, for example the Egyptians, although their system was more complicated, like the Roman or Greek.

NUESTRO SISTEMA DE NUMERACIÓN: EL SISTEMA ARÁBIGO

Desde siempre, una de las grandes actividades de la humanidad es el comercio entre distintos pueblos, pues este lleva a compartir descubrimientos de unas culturas a otras y que de esta forma la humanidad puede diseminar el progreso entre unas sociedades y otras. Aprendemos de lo que unos nos enseñan y enseñamos lo que nos sirve a nosotros para que los otros lo puedan usar en su propio desarrollo.

Nada ejemplifica esto mejor que nuestro sistema de numeración, hoy universal. Todos los pueblos lo usan. Lo llamamos *árabigo* porque la civilización europea lo aprendió de su contacto con los libros y lo sabios árabes. Es el sistema de numeración base diez mencionado arriba, con sus casi universales diez símbolos para los números o dígitos porque se pueden representar con los dedos de las manos. Curiosamente, los países árabes que basan su numeración de la misma forma utilizan otros símbolos para los dígitos, pero lleva minutos aprenderlos, ya que las reglas que siguen son las mismas. Es el mismo sistema de numeración.

Un hecho importante es que en Europa este sistema comenzó a utilizarse por el matemático italiano Leonardo de Pisa, también conocido como Fibonacci, quien convencido de sus beneficios, los dio a conocer a otros estudiosos europeos, y tuvo una gran influencia para que los estudiosos de su época comenzaran a utilizarlos; esto, alrededor del siglo XIII de nuestra era.

OUR SYSTEM OF NUMERATION: THE ARABIC SYSTEM

One of humanity's great activities has always been trade between different peoples, for it leads to sharing the discoveries of certain cultures with others, and mankind can thus disseminate progress between different societies. We learn from what others teach us and we show what is useful to us, so that they might use it for their own development.

Nothing exemplifies this better than our system of numeration, which is now universal. All peoples use it. We call it Arabic because European civilization learned of it through their contact with books and Arab sages. It is the base-10 system mentioned above, with its quasi-universal symbols for numbers or digits, because they can be represented with the fingers on our hands. Curiously, the Arab countries who base their numeration on this form use different symbols for their digits, but these can be learned in minutes as they follow the same rules. It is the same system of numeration.

An important factor was the Italian mathematician Leonardo of Pisa, also known as Fibonacci, began to use the system in Europe; convinced of its benefits, he shared it with other European scholars and was highly influential in his contemporaries' starting to adopt it, around the thirteenth century.

The Arab sages, in turn, adopted this system from northern India, hence, for a while it was thought the

Los sabios árabes, a su vez, tomaron este sistema del norte de la India, por lo que por algún tiempo se pensó que el descubrimiento del sistema de numeración era indio. Hay templos donde se representan los números y en especial el cero, que datan del 876 de la era cristiana, según nos narra el matemático A. Aczel.

Sin embargo, como bien descubrió el estudioso francés Georges Coedes a inicios del siglo XX, la representación de números arábigos, incluyendo al número cero, tiene su origen en templos de religión hindú, pero de Camboya, de la cultura Khmer. En templos de esta cultura, encontramos ya las fechas escritas con un cero –representado como lo hacen los árabes hoy día, como un punto–, las cuales son el 605 y el 604 de sus propios sistemas calendáricos, que corresponden a nuestro 683 y 682 de la era cristiana. Gracias a las fotografías tomadas por Coedes y más recientemente por Aczel —en su libro “Findig Zero”—, actualmente sabemos con certeza que nuestro sistema de numeración se origina en esta cultura y nuestro cero representando el número nulo, y no solo “la posición donde no hay cifra”, tiene este origen. Como sea, y como suele suceder en tantas ocasiones, seguimos llamando a nuestro sistema de numeración sistema arábigo.

Concluimos esta parte comentando que es interesante citar los argumentos que expone Aczel en su libro para tratar de encontrar una razón filosófica y religiosa por la cual fue esta cultura la que desarrolló el número cero como la representación de la nada. Él afirma que se debió a la dualidad entre la nada y el todo, así como entre la nada y el infinito, nociones implícitas en la propia religión de la cultura Khmer.

system of numeration was an Indian discovery. There are temples dating to 876 of our era where numbers, particularly zero, are represented, as related by the mathematician A. Aczel.

However, at the dawn of the 20th century, French scholar Georges Coedes discovered the representation of Arabic numerals, including zero, has its origin in Hindu temples, but in Cambodia, from the Khmer culture. Temples from this culture show dates written with a zero –represented as a full stop as the Arabs do today- which are 605 and 604 of their calendric system, corresponding to the years 683 and 682 of our era. The photographs taken by Coedes, and more recently by Aczel in his book *Finding Zero*, make it certain that our system of numeration originated in that culture, and that our zero as the figure null and not merely “a position where there is no quantity” had this origin. Regardless, as often happens, we still refer to this system of numeration as Arabic.

To close this part, it is interesting to quote the arguments Aczel proffers in his book in pursuit of philosophical and religious reasons why it was this culture that developed the number zero as the representation of nothingness. He affirms it was due to the duality between nothing and everything, as well as between nothing and infinite, notions that are implicit in the Khmer culture’s religion.

It is highly likely that this contrast between nothing and everything was also part of Maya culture. We shall discuss it later.

Es muy probable que este contraste entre la nada y el todo también se daba en la cultura maya. Comentaremos más abajo.

Veamos un poco sobre la importancia y las implicaciones que ha tenido para el desarrollo del conocimiento de la humanidad la introducción del número cero, el cual representa la cantidad nula. Trataremos un muy breve e incompleto resumen que cualquier persona pueda leer.

La contribución germinal del desarrollo de la matemática moderna es la introducción de la notación simbólica que ayuda a plantear y resolver ecuaciones. Es decir, lo que aprendemos en un primer curso de álgebra: usar las letras para representar números abstractos. La misma palabra “álgebra” tiene un origen árabe; fue tomada del libro escrito por el matemático Al Juarizmi: *Al-jabr w’al-muqabala* en el 825 de nuestra era, título que, por cierto, quiere decir: “Despejes y sustituciones”.

Los árabes comenzaron el desarrollo de despejes y sustituciones, es decir, los pasos necesarios para resolver ecuaciones, aunque aún no se desarrollaba el concepto de número negativo. Por eso mismo llevó algo de tiempo entender el método de resolver ecuaciones polinomiales.

Este conocimiento llegó a Europa, y del siglo XII al XVII se van estableciendo las bases. Se encontraron fórmulas generales para ecuaciones de segundo grado, de tercer grado, de cuarto grado. Contribuciones importantes de matemáticos italianos como Cardano

Let us study the importance of the introduction of the number zero as representing null quantity, and its implications for the development of human knowledge. We shall provide a brief and incomplete summary in layman’s terms.

The seminal contribution to the development of modern mathematics was the introduction of symbolic notation that helps present and solve equations. That is to say, what we learn in our first algebra course; using letters to represent abstract numbers. The word “algebra” itself is of Arab origin, it was taken from the book by mathematician Al Juarizmi, *Al-jabr w’al-muqabala* in 825 of our era, its title, incidentally, means “solutions and substitutions”.

The Arabs began to develop solutions and substitutions, meaning, the necessary steps to solve equations, although the concept of negative numbers had not yet been developed. Therefore, it took some time to understand how to solve polynomial equations.

This knowledge reached Europe and its bases began to be established from the twelfth to the sixteenth century. General formulas were found for second-, third-, or fourth-degree equations. Italian mathematicians Cardano and Tartaglia provided important contributions. Negative numbers began to be used, which made these methods general and easier to understand. Then there was a small setback: no general method could be established for fifth degree equations.

y Tartaglia. Se comenzaron a utilizar números negativos. Esto hizo que los métodos sean generales y más fáciles de entender. Luego llegó un pequeño bache: no se podía establecer un método general para ecuaciones de grado cinco.

Para grado cinco hubo que esperar a que un verdadero genio, el joven francés Évariste Galois, explicara el problema: no hay fórmula general. No puede haber una. Es una de las grandes sorpresas del conocimiento matemático. Para llegar a esa conclusión, Galois estudió el objeto algebraico determinado por las soluciones de una ecuación y comenzó a dar la pauta para un nuevo concepto de la matemática, el concepto algebraico de grupo. Un grupo es un conjunto que consta de una sola operación y esta cumple con las propiedades más básicas posibles: existe un neutro (cero), para cada elemento hay un inverso y la operación es asociativa. No avanzaremos más en estas ideas, pero las mencionamos solo para insistir que uno de los conceptos que se entienden con esta formulación es el de las propiedades cíclicas. Por ejemplo, las horas en un día, cada vez que llegamos a 12 o a 24, dependiendo del ciclo horario que preferimos contar, si cada doce horas o cada veinticuatro; volvemos a comenzar a contar desde el principio; lo mismo con los minutos en una hora, cada que llegamos a 60, volvemos a comenzar.

Este concepto lleva, a su vez, al concepto de congruencias, el cual la estructura algebraica de grupo logra explicar de manera maravillosa para los matemáticos. Pero aquí no para la cosa. Los números primos, cuya fundamental importancia era ya cono-

For the fifth degree it was necessary to wait for a real genius, the young Frenchman Évariste Galois, to explain the problem: there is no general formula. There cannot be one. It is one of the greatest surprises of mathematical knowledge. To reach this conclusion, Galois studied the algebraic object determined by the solutions to an equation and began to set the guidelines for a new mathematical concept, the algebraic concept of group. A group is a set composed of a single operation and it fulfills the most basic properties possible: there is a neutral (zero), there is an inverse for each element, and the operation is associative. We will not pursue these notions further but mention them to stress one of the concepts grasped with this formulation, which is the cyclical property. For example, the hours in a day, every time we reach 12 or 24 (depending on whether our preferred counting cycle is twelve or twenty-four hours) we start over from the beginning; the same occurs with the minutes in an hour, when we reach 60, we start over.

This concept then led to the concept of congruences, which explained the algebraic structure of group remarkably to mathematicians. But it does not stop here. Prime numbers, whose fundamental importance was already known and incipiently studied from the ancient Greeks to the ancient Chinese, once again took on a fundamental relevance.

Briefly, mathematics developed many algebraic structures from defining and understanding groups; advances in many other sciences, such as Physics – particularly Quantum Mechanics – became impres-

cida e incipientemente estudiada desde los antiguos griegos y los antiguos chinos, adquieren de nuevo una relevancia fundamental.

Seremos breves. En matemáticas se desarrollan muchas estructuras algebraicas a partir de definir y entender los grupos, y con esto, el avance de muchas otras ciencias, como la Física –en particular la Mecánica Cuántica–, se vuelve impresionante hacia finales del siglo XIX e inicios del XX.

Actualmente la criptografía, que es de fundamental importancia para el funcionamiento de la comunicación por computadoras y por internet, es también una de las ciencias cuyo desarrollo ha impactado al mundo moderno.

Concluyo este apartado diciendo que el concepto de cero también impulsó a desarrollar el concepto de conjunto y el concepto de infinito. G. Cantor, en Alemania, desarrolló de manera notable estas teorías y, de hecho, descubrió que hay más de un infinito; infinitos más “grandes” que otros.

CIVILIZACIÓN MAYA: EL CERO PARA LOS MAYAS

La civilización y la cultura maya han despertado una gran curiosidad entre los estudiosos desde finales del siglo XIX. Uno de los tantos motivos ha sido el constante descubrimiento de sus antiguas ciudades, templos, construcciones y estelas; hoy zonas arqueológicas.

sive towards the end of the nineteenth and early twentieth centuries.

Nowadays, cryptography, which is essential for communication by computers and the internet to function, is another science whose development has had an impact on the world.

I conclude this section by stating that the concept of zero also helped develop the concept of groups and the concept of infinite. These theories were notably developed by G. Cantor in Germany and, in fact, he discovered that there is more than one infinite; infinites “larger” than others.

THE MAYA CIVILIZATION: ZERO FOR THE MAYA

The Maya civilization and culture has aroused great interest among scholars since the end of the nineteenth century. One of the many reasons has been the constant discovery of its ancient cities, temples, buildings and stelae, which are now archaeological sites.

Los mayas nunca formaron una gran nación. Fueron ciudades-estado en constantes alianzas y guerras entre sí, compitiendo tanto militar como culturalmente. Uno de sus grandes estudiosos, el profesor M. Coe, suele compararlos a las ciudades-estado italianas del Renacimiento que, como los mayas, competían constantemente unos con otros y tuvieron grandes logros artísticos y culturales, pero tampoco formaron un gran país o un gran reino en su época.

Sabemos poco de su origen. Estamos casi seguros de que, al menos culturalmente, los mayas descienden de pueblos que a su vez descienden de los olmecas, que ahora los investigadores llaman olmecas tardíos o epiolmecas. Ellos mismos se referían a los olmecas como cultura madre, de forma análoga a como los aztecas se referían a los toltecas.

Algo de extrema relevancia es resaltar que los pueblos mayas no han desaparecido. Viven, hablan sus propios idiomas. Practican su religión cristiana de forma sincrética, mezclando tradiciones y formas religiosas de sus ancestros con las cristianas. Hoy día existen cerca de treinta variantes lingüísticas del maya. Sus comunidades y centros de población se encuentran esparcidos en el sur y sureste de México, en los estados de Tabasco, Chiapas, Yucatán, Campeche y Quintana Roo, en las que predomina el uso de sus lenguas. En casi todo Guatemala ocurre lo mismo, así como en Belice y Honduras que también cuentan con pobladores mayas, tal vez menos en número. En Belice, porque hoy es un país con poca población, en Honduras, porque la zona de influencia maya fue menor históricamente. En todos estos países actual-

The Maya never formed a great nation. They were city-states in constant alliances or wars with each other, competing militarily and culturally. One of its greatest experts, Professor M. Coe, compares them to the Italian city-states of the Renaissance which, like the Maya, constantly competed with each other and achieved great artistic and cultural feats, but did not form either a great country or kingdom in their time.

We know little of their origins. We are almost certain that, at least culturally, they descended from peoples who were themselves descendants of the Olmec, whom researchers now call Late Olmec or Epi-Olmec. They themselves referred to the Olmec as the mother culture, in much the same way the Aztec referred to the Toltec.

An extremely relevant fact to highlight is that the Maya people have not disappeared. They live, they speak their own languages. They practice the Catholic religion in a syncretic way, mixing the traditions and religious customs of their ancestors with Christian ones. There are almost thirty contemporary linguistic variants of Maya. Their communities and population centers are spread throughout southern and southeastern Mexico, in the states of Tabasco, Chiapas, Yucatan, Campeche and Quintana Roo, where their languages predominate. The same thing happens throughout most of Guatemala, as well as in Belize and Honduras, which also have Maya populations, though smaller in number. Belize because it is a sparsely populated country and Honduras because the Maya zone of influence was historically smaller.

mente los poblados mayas son sobre todo campesinos o artesanos, y comienzan a generar fuentes de recursos también gracias a la rehabilitación o reconstrucción de muchas de sus principales antiguas ciudades o centros religiosos y de poder vía el turismo.

Los períodos de esplendor de la civilización maya han tenido diversos momentos, que los estudiosos clasifican en: Preclásico, entre el 200 a. C. al 200 d. C.; Clásico entre el 200 al 900 d. C., y el Posclásico entre el 1200 al 1400 d. C. Finalmente, a la llegada de los españoles a las costas americanas estaban volviendo a surgir, teniendo su principal ciudad en Mayapán, en el norte de la península de Yucatán. Por supuesto durante estos períodos, cambiaron las zonas de esplendor de las principales ciudades mayas.

Hace pocos años el arqueólogo estadounidense W. Saturno sorprendió al mundo al hallar y dar a conocer un mural maya del siglo II a I a. C. en San Bartolo, Guatemala. Lo que es extraordinario de este mural es su extrema calidad artística y, por supuesto, su simbología que es acorde a lo que se conoce de muchas otras representaciones artísticas mayas, aunque su estilo es original. Lo que hace sospechar que hubo otro periodo de gran desarrollo artístico y tal vez cultural, mucho antes del denominado periodo Clásico.

Y vamos a lo extraordinario. A nuestros ancestros mayas, allá por el siglo XV de nuestra era, les tocó un día ver llegar a unos seres muy raros, de los que tal vez ya habían oído algo, en navíos también extraordinarios y grandes. Siempre desconfiaron. Esos navegantes, muchos de ellos tal vez también ancestros de

In all these countries, the Maya population are currently peasants or artisans who have also begun to generate sources of revenue through tourism, thanks to the rehabilitation and reconstruction of many major ancient cities or religious centers of power.

The Maya civilization had periods of splendor at different moments, which scholars classify as: Preclassic, between 200 BC and AD 200; Classic, between AD 200 and 900; and Postclassic, between AD 1200 and 1400. Finally, by the time the Spaniards arrived in America, they were reviving, with their main city at Mayapán, in the northern part of the Yucatan peninsula. Naturally, throughout these periods, the zones of splendor of the main Maya cities went changing.

Recently, the American archaeologist W. Saturno surprised the world by publishing his discovery of a Maya mural from the second or first century BC, in San Bartolo, Guatemala. The extraordinary thing about this mural is its outstanding artistic quality and, of course, its symbology, which aligns with what we know from other Maya artistic representations, although its style is unique. Leading us to suspect that there was another period of great artistic, and perhaps cultural development, well before the so-called Classic period.

And now to the extraordinary. Our Maya ancestors, around the fifteenth century of our era, one day witnessed the arrival of some very strange creatures they had perhaps already heard about, in ships that were also extraordinary, and large. They were always wary. These sailors, many of whom were pos-

nosotros, venían con una ideología muy clara. A catequizar y a conquistar para tener mano de obra barata. A establecer nuevos señoríos. Históricamente acababan de concluir la reconquista de lo que hoy llamamos España expulsando a quienes ellos consideraban extranjeros herejes: los musulmanes. Y también, fueron autores de la conquista de las islas canarias. En América, habían conquistado ya Cuba, Puerto Rico y estaban por diezmar a las poblaciones nativas con maltrato, explotación y enfermedades nuevas.

En gran contraste con los aztecas, quienes gobernaban una extensión enorme de territorio a través de sometimiento o alianzas, los mayas no tenían un gran reino como hemos dicho. Eso hizo que su conquista fuera difícil y larga para los colonizadores españoles, quienes con los mayas nunca tuvieron una gran batalla terminal, sino en guerras limitadas tipo guerrillas, y por lo mismo su sometimiento fue lento y largo y el esfuerzo por preservar mucho de su propia cultura en los lugares apartados se forjó con tanto ahínco. Tanto así, que gracias a eso aún hoy sobrevive mucho de la cultura y la cosmovisión maya antigua en los actuales pueblos mayas, aunque en un gran sincretismo con las creencias cristianas. Como el proceso fue lento, y los pueblos mayas permanecieron en aislamiento relativo, tuvieron oportunidad de defender sus métodos culturales y adaptarlos a los procesos de catequización cuando llegaron los sacerdotes cristianos.

El esfuerzo y la entereza de los conquistadores para suprimir las religiones locales, y por supuesto, catequizar en la nueva religión a los pueblos mayas –que para bien o para mal, acabaron aceptándolo– fue potente.

sibly also our ancestors, came with a clear ideology. Catechizing and conquest, to obtain cheap labor. To establish new holdings. Historically, they had just completed the reconquest of what we now call Spain, expelling those they considered foreign heretics: the Muslims. They were also authors of the conquest of the Canary Islands. In America, they had already conquered Cuba and Puerto Rico, and were about to decimate the native populations through abuse, exploitation and new diseases.

In contrast to the Aztec, who governed a vast territorial extension through domination and alliances, the Maya did not have a great kingdom, as mentioned. This made conquering them long and hard for the Spanish colonizers, who never fought a great final battle, but rather, limited guerrilla-type wars. Hence their submission was a long, slow process, and their efforts to preserve as much as possible of their own culture in remote areas was forged with such determination. To such an extent that, to this day, much of the ancient Maya culture and cosmovation survive in the modern Maya peoples, although with a great syncretism with Catholic beliefs. Since the process was slow and the Maya peoples remained in relative isolation, they were able to defend their cultural methods and adapt to the process of conversion when the Christian priests arrived.

The efforts and dedication of the conquistadors to suppress local religions and, of course, catechize the new religion to the Maya –who, for better or worse, ended up by accepting it– was powerful. The syncretism that survives when mixing these ways

El sincretismo que sobrevive con la mezcla de estas formas de ver la vida es muy consistente y se ancla en su propia versión de la religión cristiana.

Y uno de los grandes infortunios causados por la conquista fue el intento de eliminación de su cultura: libros, sacerdotes, creencias religiosas y conocimiento y cultura escritos. En su celo por suprimir las antiguas religiones, el primer obispo cristiano de la región maya, Fray Diego de Landa, ordenó la quema de todos libros mayas que pudo encontrar. La destrucción fue enorme. Con esto se suprimió por mucho tiempo la posibilidad de leer lo que los mayas dejaron escrito. Sin embargo, sobrevivieron cuatro libros: el Códice Maya de México, que es el que consta en este libro, el Códice Maya de Madrid, el Códice de Dresde y el Códice de París. Llamados así por la ciudad donde se encuentran resguardados.

Fray Diego de Landa, el obispo que ordenó toda esta destrucción, fue consciente del grave error que había cometido cerca de diez años después, y trató de enmendarlo haciendo un estudio de la cultura y civilización mayas en su obra *Relación de las cosas de Yucatán*. El Códice Maya de México ha sido el que más recientemente se ha descubierto y sobre este versa todo este volumen.

Hagamos una pausa y pongamos atención a los vocablos como *libros* o *escritos*. Dos palabras maravillosas que estamos utilizando para describir herencias de la cultura maya.

En efecto, los mayas tenían un sistema de escritura. El cual, por cierto, don Diego de Landa trató de describir de forma muy escueta en su libro. Su descripción se

of seeing life is very consistent and is anchored in their own version of the Catholic faith.

One of the great misfortunes brought about by the conquest was the attempt to eliminate their culture: books, priests, religious beliefs, knowledge and written records. In their zeal to suppress the old religions, the first Christian Bishop of the Maya region, Fray Diego de Landa, ordered the burning of all the Maya books he could find. The destruction was immense. For a long time this negated the chance to read what the Maya had written down. However, four books survived: the Maya Codex of Mexico, the object of this book, the Madrid Codex, the Dresden Codex and the Paris Codex. Named thus for the cities that safeguard them.

Fray Diego de Landa, the bishop who ordered all this destruction, realized his grave mistake almost ten years later and tried to make up for it by carrying out a study of Maya culture and civilization in his work *Relación de las cosas de Yucatán*. The Maya Codex of Mexico is the most recently discovered and the subject of this volume.

Let us pause and focus on two words such as *book* and *write*. Two wonderful words we are using to describe legacies of the Maya culture.

Indeed, the Maya had a writing system. In fact, Don Diego de Landa attempted to describe it briefly in his book, but subsequent Maya specialists considered his description so superficial it was not worthy of recognition nor deep study. For centuries, nobody

consideró tan superficial como para no ser ni reconocida ni estudiada a fondo por los posteriores estudiosos de la cultura maya. Por siglos, nadie lograba entender o comprender la escritura maya que sobrevivió en numerosas estelas, grabados, vasijas, ollas y vasos.

El sistema de numeración maya fue descifrado desde finales del siglo XIX por el bibliotecario de la biblioteca de París, pero originalmente descrito por Diego de Landa. ¡Ah!, llegamos a la numeración.

Continuemos entonces en orden. En el códice aquí impreso podemos observar ciertos números mayas, aunque el cero no está presente. Pero describamos un poco el sistema de numeración: se basa en el número veinte, emplea solo tres símbolos para representar los números desde el cero al 19; el glifo en forma de concha es el que se emplea para representar el número cero, un número tal como lo entendemos nosotros, ya que el cero maya representa la cantidad nula y no solo la posición donde no va otro numeral. En la notación numérica maya los otros símbolos utilizados son el punto que denota el uno, y se utilizan en cada bloque desde uno a cuatro puntos, y las barras que representan el número cinco. De tal forma que el número trece, por ejemplo, lo representan con dos barras horizontales y sobre ellas tres puntos. El número 260, que es 13×20 , sería representado en una segunda posición (por ser sistema base 20) el número 13, y en la posición inferior, o sea debajo, el cero (la “concha”). Su sistema de posiciones es de abajo hacia arriba, en lugar de ser de derecha a izquierda como en la numeración árabe; es decir, que la primera posición, la de abajo, representa las

could understand nor grasp the Maya writing that survived on numerous stelae, engravings, vessels, pots and vases.

The Maya system of numeration was deciphered in the late nineteenth century by a librarian at the Paris Library, but it had originally been described by Diego de Landa. So, we have reached numeration!

We can observe certain Maya numerals on the codex printed herein, although zero is not present. Let us continue describing the system of numeration: it is a base-20, it uses only three symbols to represent the numbers from zero to nineteen; the shell-shaped glyph is used to represent the number zero, a number just as we understand it, since the Mayan zero represents null, not only the position where no other numeral goes. The other symbols used in the Maya numeric notation are: a point, which represents a unit, and is present in every block, between one and four points; and a line, which represents five. Hence, they represent thirteen by two horizontal bars with three points above. In the number 260, which is 13×20 , the thirteen would be represented in a different position (being base-20) and in the lower position, that is to say below it, would go the zero (“shell”). Their positional system went from bottom to top, instead of from right to left as in the Arabic system; thus, the first position, at the bottom, would represent units, from one to nineteen; the second multiples of 20, the third multiples of 400 (20^2) followed by multiples of 8000 (20^3), etc.

unidades: del uno al 19; la segunda, los múltiplos de 20; la tercera, los múltiplos de 400 (20^2) la siguiente, los múltiplos de 8000 (20^3), etcétera.

Debemos mencionar que en el sistema maya los números también admiten otros tipos de representaciones, igual que el mismo cero. Pensemos que nosotros actualmente podemos representar el número con palabras, como sucede en documentos legales, y con cifras. Algo análogo sucedía con los mayas que tienen glifos asociados simultáneamente a números y a dioses, digamos, la representación “caligráfica” de los números, además de la representación por cifras con el sistema mencionado arriba.

Se conocen al menos seis glifos para el cero, por ejemplo. Y estas representaciones podrían haber variado entre las distintas ciudades y las distintas épocas en el devenir histórico de la cultura maya.

Como podemos ver, en todas las páginas de nuestro Códice Maya de México aparecen representados números. Además, en sus estelas y relieves los mayas fueron siempre cuidadosos en fechar sus grandes enunciados políticos y religiosos. En cada estela donde se describe algún suceso especial del sagrado gobernante o algún suceso religioso, se grababa la fecha en su propio sistema de notación. Este es otro de los grandes logros de la cultura maya. No solo el desarrollo o descubrimiento autónomo del cero y de un sistema de numeración tan eficiente como el nuestro, sino también su sistema calendárico. Ya no digamos de su sistema de escritura.

It is noteworthy that in the Maya system, numbers could have other types of representations, just like zero. Think of the fact that nowadays we can represent numbers with words, as occurs in legal documents, and with digits. Something similar occurred with the Maya, who had glyphs associated with both numbers and gods, a sort of “calligraphic” representation of the number in addition to representing it with the system mentioned above.

At least six glyphs for zero are known, for example. And these representations could have varied between the different cities and epochs in the history of the Maya culture.

As we can see, every page of our *Maya Codex of Mexico* includes the representation of numbers. Furthermore, the Maya were always careful to date their great political and religious statements on stelae and bas-reliefs. Each stela describing a special event of a sacred governor, or some religious occasion, included the date, recorded in their own system of notation. This is one of the great achievements of Maya culture. Not only the autonomous development and discovery of zero and a system of notation as efficient as ours, but also their calendrical system. Not to mention their writing system.

The Maya actually had and used several calendars: the religious calendar of 260 days called *Tsolkin*; the solar one of 365 days, called *Haab*; and the long count, which was used to count the year transpired. The famous cycle of 52 years was when the religious

En realidad, los mayas tenían y utilizaban varios calendarios, el calendario religioso de 260 días, llamado Tsolkín; el solar de 365 días, llamado Haab; y la cuenta larga, que era la utilizada para contar los años transcurridos. El famoso ciclo de 52 años es cuando el calendario religioso volvía a coincidir con el solar. Lo que, desde el punto de vista matemático, indica que los mayas podían hacer uso de congruencias y que tenían una aritmética muy desarrollada, la cual, hoy sabemos, utilizaban para hacer cuentas sofisticadas y así saber cuáles serían los días propicios para eventos fundamentales de sus gobernantes, su dedicación como sagrados señores, para sus sacrificios, etcétera.

Sobre el conocimiento y las culturas antiguas de Mesoamérica y en especial de México, es muy interesante aclarar que los escribas y matemáticos mayas tenían una posición muy elevada en el rango social de sus sociedades. Incluso se sabe que en alguna de sus grandes ciudades un escriba, cuyas firmas suelen aparecer casi siempre en vasijas, estelas y otros grabados, era el hermano del sagrado gobernante.

Las excavaciones más recientes de Teotihuacán muestran que en esa ciudad hubo un barrio maya. También tenemos una extensión maya de un lugar en el centro de México que hoy día se puede visitar en Cacaxtla, en el estado de Tlaxcala. Aunque todavía sabemos poco de las interrelaciones de ellos con su entorno o la influencia que ejercían.

Finalmente sobre fechas y números, y de muchísima relevancia cultural, comentamos de forma adicional que en la zona arqueológica de Xochicalco hay

calendar and the solar calendar coincided. From a mathematical perspective, this indicates the Maya used congruence and had a highly developed arithmetic which, we now know, they employed to make sophisticated calculations to identify auspicious dates for vital events for their rulers, for their dedication as sacred men, for sacrifices, etc.

Regarding knowledge and ancient Mesoamerican cultures, particularly in Mexico, it is interesting to note that scribes and mathematicians held an extremely elevated position in the social ranks of their societies. We even know that in one great city, a scribe whose signature almost always appears on vessels, stelae and other carvings, was the brother of the sacred governor.

The most recent excavations at Teotihuacan demonstrate that there was a Maya quarter in that city. There is also a Maya extension to a Maya location in central Mexico, which can now be visited, Cacaxtla, in the state of Tlaxcala. Although we still know little about their interrelations with their surroundings or the influence they exerted.

To conclude on dates and numbers with something of enormous cultural relevance, let us add that the archaeological site of Xochicalco has a pyramid with a bas-relief long considered by experts to be a meeting of astronomers, identified respectively as Maya, Zapotec, Teotihuacan and Totonac, who were presumed to have met to agree corrections to the calendar. It was thought the gathering was follow-up to one supposedly described in the murals of Copan,

una pirámide que tiene un relieve del cual durante mucho tiempo los expertos pensaron que se trataba de una reunión de astrónomos, identificados respectivamente como maya, zapoteca, teotihuacano y totonaca, que en principio se habían reunido para ponerse de acuerdo sobre correcciones al calendario. Se pensó que esa reunión fue en seguimiento a una que se creía descrita en murales de Copán, donde también se ilustran a los personajes. Gracias a la reciente comprensión de la escritura maya, uno de los grandes logros científicos de los últimos tiempos, sabemos que en Copán están representados el gobernante y sus ancestros, y esto ha motivado a plantearse de nuevo el significado del mural de Xochicalco. Es muy probable que hoy día haya aún discusiones entre los especialistas sobre cómo interpretar el friso de Xochicalco. Pero la idea importante desde mi punto de vista es que el haber creído que podía tratarse de una “reunión internacional de astrónomos” habla del hecho de que los conocimientos científicos no se producen por sí solos, y que son resultado de la colaboración y comunicación de todas las comunidades humanas. Es seguro, aunque tengamos aún poca evidencia histórica o arqueológica, que el conocimiento astronómico y matemático de los mayas se haya producido bajo alguna forma de colaboración o comunicación entre sus antiguos sabios en las diversas metrópolis en su época además del estímulo inicial de las culturas epiolmecas. Hoy día solo sabemos que sus escribanos y pintores, que también eran sus matemáticos, tenían un estatus social muy alto en estas sociedades tan segregadas.

where the same dignitaries were depicted. Thanks to the recent deciphering of Maya writing, one of the remarkable scientific achievements of recent times, we know that Copán represents the ruler and his ancestors, which has led to a reconsideration of the meaning of the mural at Xochicalco. Experts are probably discussing how to interpret the Xochicalco frieze right now. But the key thing, in my opinion, is that having thought it might be an “international gathering of astronomers” signals that scientific knowledge is not developed on its own by an isolated group of wise men, it is the result of collaboration and communication between human communities. Surely, although we still have little historical or archaeological evidence, the Maya knowledge of astronomy and mathematics was developed as some form of collaboration or communication between their ancient sages in the various metropoles of their time, in addition to the initial momentum of the Epi-Olmec cultures. All we know nowadays is that their scribes and painters, who were also mathematicians, enjoyed an elevated social status in these highly segregated societies.

The Maya could write extremely large numbers with their system of numeration. There is a known representation of 2,048 to the power of 10. This is a huge number. The issue of the cyclical calendar and eras of existence were also linked to everything. Hence the similarity with the Khmer regarding nothing and infinity. Indeed, M. Coe indicates many other cultural coincidences between the ancient Maya and the ancient Khmer culture of the first millennium of our era. And it is interesting to

Los mayas eran capaces de escribir grandes cifras con su sistema numérico. Se conoce una representación del número 2048 elevado a la potencia 10. Es un número enorme. También la cuestión cíclica del calendario y de las eras de la existencia estaba asociada al todo. De aquí la similitud con lo khmer respecto a la nada y al infinito. De hecho, M. Coe plantea muchas más coincidencias culturales entre los antiguos mayas y la antigua cultura khmer del primer milenio de nuestra era. Y es interesante observar la coincidencia con el descubrimiento del cero por los Khmer del siglo VII de nuestra era, como se mencionó anteriormente.

Por último, contaremos un poco sobre la escritura maya. Como se mencionó anteriormente, al destruir todos sus escritos, el obispo Landa destruyó la posibilidad de saber cómo leer los escritos mayas. Históricamente, se tenían muchas conjeturas sobre su tipo de escritura; si era jeroglífica, silábica o si era alfabética.

A lo largo de la historia nadie daba con una pista, hasta que apareció el lingüista soviético Yuri Knorosov. El profesor Knorosov fue un joven soldado ruso que estaba en Alemania durante la Segunda Guerra Mundial. Ahí le tocó ver cómo se quemaba una gran biblioteca, por lo que tomó la decisión de salvar uno y solo un libro de dicha biblioteca. La fortuna quiso que ese libro fuera una copia del Códice de Dresde.

Knorosov regresó a la Unión Soviética, continuó sus estudios y se propuso entender el sistema de escritura maya sin haber estado nunca en una región arqueológica maya. En los sesenta del siglo pasado, observó que hay tres tipos de escrituras: las que

note the coincidence in the discovery of zero by the Khmer in the seventh century of our era, as noted beforehand.

Finally, we will address Maya writing to some extent. As mentioned previously, in destroying all their writings, bishop Landa destroyed the chance of knowing how to read the Maya writings. Over time, conjectures were tendered on their type of writing, whether it was hieroglyphic, syllabic or alphabetic.

Throughout history nobody found a clue until Soviet linguist Yuri Knorosov. Professor Knorosov was a young Russian soldier in Germany during World War II. There, he witnessed the burning of a great library, and for this reason he decided to save one, and only one, book. Fortune would have it be a copy of the Dresden Codex.

Knorosov returned to the Soviet Union, resumed his studies and set himself the task of understanding Maya writing without ever having been in a Mayan archaeological zone. In the 1960s he noted that there are three types of writing: those consisting of letters, which must therefore have a limited number of symbols, a maximum of around 60; those based on syllables, such as Japanese, where the number of syllables can be a few hundred; finally, the logographic, such as Chinese, where the number of symbols must be much greater. With this hypothesis, Knorosov carefully interpreted Diego de Landa and concluded that the Maya writing must have been syllabic, noting that it also contains logographic symbols.

constan de letras, y por lo tanto solo deben tener un número muy limitado de símbolos, a lo más cerca de 60. Las silábicas como la japonesa, donde el número de símbolos puede ser de unos cuantos cientos, y finalmente, las logográficas, como la china, donde el número de símbolos debe ser mucho mayor. Con esta hipótesis Knorosov, e interpretando con cuidado a don Diego de Landa, concluyó que la escritura maya debía ser silábica, y se dio cuenta también de que hay símbolos logográficos en ella.

Los estudios de Knorosov no fueron tomados en cuenta por los mayistas de la época y hubo que esperar cerca de veinte años para que jóvenes estudiantes, sobre todo estadounidenses, aunque también de otros países, lo volvieran a leer; y también volviendo a leer a Landa, como él, comenzaron la frenética carrera para descifrar y leer la escritura maya. Entre 1980 y 2000 se logró comprender más del 95 % de la escritura maya. ¡Impresionante! Es, insisto, uno de los logros científicos y culturales más grandes de nuestros tiempos.

Gracias a esto, en la actualidad es posible comprender casi todo lo escrito en los murales de cada una de las ciudades mayas, asimismo como lo escrito en sus vasijas y en los códices. Incluso se ha comenzado una campaña para enseñar a algunos de los pueblos mayas de la actualidad a escribir en la escritura maya original en sus propios idiomas.

Por cierto, hay que mencionar que los escritos que se conservan en murales, vasijas y códices corresponden a lo que hoy día llamaríamos un lenguaje culto;

Knorosov's studies were not taken into consideration by Mayanists at the time and we had to wait almost twenty years for young scholars, mostly North American but also from other countries, to read him again. Like him, they also reread Landa and began a frenzied race to decipher Maya writing. Between 1980 and 2000 over 95 % of Maya writing was read. Impressive! It is, I insist, one of the greatest scientific and cultural feats of our times.

Thanks to this, we can now understand almost everything written on the murals of every Maya city, as well as on vessels and codices. There has even been a campaign to start teaching some contemporary Maya groups to write their own languages in the original Maya writing.

Incidentally, it must be mentioned that the writings preserved on murals, vessels and codices correspond to what we would now call educated language, since by the Classic period several Maya languages had already evolved. It is fortunate that all the writings correspond to the same language.

To conclude, let us lucubrate on what the Maya might have known but that stelae, vessels and codices have not yet revealed. Many historians believe this culture probably had a good approximation to the number π , the relation between the diameter and the perimeter of a circumference, an extremely important number in science and mathematics.

It is highly likely that the Maya practiced arithmetic with fractions. We do not know for sure. We can

pues en la misma época del periodo clásico ya se hablaban diversos idiomas mayas. Es una fortuna que todos los escritos correspondan al mismo lenguaje.

Para concluir, vamos a elucubrar sobre lo que posiblemente hayan conocido los mayas pero que las estelas, vasijas o códices aún no nos muestran. Muchos historiadores de la cultura maya piensan que es muy probable que hayan tenido buenas aproximaciones al número pi, la relación que hay entre el diámetro y el perímetro de una circunferencia, número de gran importancia en la ciencia y en la matemática.

Es muy probable que los mayas hayan hecho aritmética con fracciones. No lo sabemos con certeza. Solo podemos elucubrar sobre si tenían conocimiento del teorema de Pitágoras. Sabemos, M. Coe lo dice en una conferencia, que conocían el arco normal, pero “no les gustaba”, sino que gustaban del arco maya, el cual aparece en todas sus ciudades conocidas, y por lo tanto en estructuras triangulares también. ¿Habrían desarrollado algún tipo de trigonometría?

Sabemos también que eran capaces de grandes cálculos aritméticos. Determinaron que la fecha del origen del mundo es la que corresponde en nuestro calendario al 12 o 13 de agosto de 3114 a. C., por razones que desconocemos. También sabemos que el número más grande que se ha encontrado escrito por ellos corresponde en nuestra notación a veinte a la décima potencia, un número gigantesco, como mencionamos anteriormente; asimismo, que escribieron números y formas de calcular, por ejemplo, en sus códices y murales.

only conjecture on whether they were aware of Pythagoras's theorem. We know, as M. Coe said in a conference, that they were familiar with the common arch but “did not like it”, they liked the Maya arch, which can be found in all their known cities and triangular structures. Could they have developed a type of trigonometry?

We know they were capable of great arithmetic calculations. They determined that the date of the origin of the world corresponded to the August 12th or 13th, 3114 BC, for reasons unknown to us. We also know the greatest number found written by them corresponds, in our notation, to twenty to the power of 10, a gigantic number, as already stated. Equally, that they wrote numbers and forms of calculation, for examples on murals and codices.

Several of the known codices, such as the one herein, are dedicated to the movements of Venus. as for murals, those discovered in Xultun, Guatemala, which date to the seventh or eighth century of our era, are especially interesting, in a similar way to those in San Bartolo mentioned beforehand. In Xultun there is a mural with a written set of numbers, which seems to be a reminder, for use by the sages and scribes, of certain divinatory calculations, and we also see there several representations of the Maya zero. In view of the great calculations they were capable of, we can only wonder whether they had a system similar to the abacus of which we still have no archaeological evidence. As some of the scholars who study this great culture say, we can dream that someday a library will be discovered in

Varios de los códices conocidos, como el de este volumen, se dedican a los movimientos de Venus. Y, en cuanto a los murales, destacan por ser especialmente interesantes los que se han descubierto en Xultún, Guatemala, que datan del siglo siete u octavo de nuestra era, muy cercanos a los murales de San Bartolo mencionados anteriormente. En Xultún hay un mural donde está escrito un conjunto de números, que parecen ser un recordatorio para uso de sus sabios o escribas, de ciertos cálculos adivinatorios y donde además podemos observar repetidas veces representaciones del cero maya. En vista de los grandes cálculos que eran capaces de hacer, solo podemos preguntarnos si tenían algún sistema similar al ábaco, de lo cual no tenemos evidencia arqueológica a la fecha. Y como dicen los estudiosos de esta gran cultura, podemos soñar con que algún día se descubra una biblioteca en algunas de las tantas zonas arqueológicas que aún existen, y que en ésta se encuentren en buen estado de conservación libros que se puedan estudiar y nos digan todavía más de esta maravillosa civilización.

Su sistema de escritura es también tan desarrollado, que no podemos dejar de pensar que deben haber tenido su propia literatura, como las historias más modernas del *Popol Vuh* y el *Chilam Balam* muestran.

¿Qué no sabemos de los mayas, qué podemos conjutar, y qué creemos que tal vez nunca llegaremos a saber?

Bueno, los calendarios mayas, el de 260 días, el de 360 y la cuenta larga de 52 años, muestran que este

any of the numerous archaeological sites that still exist, containing books in a good state of preservation that can be studied and will tell us more about this marvelous civilization.

Their writing system was so developed we cannot fail to consider that they must have had their own literature, as the more modern stories of *Popol Vuh* and *Chilam Balam* demonstrate.

What do we not know about the Maya? What can we conjecture and what do we believe we will never find out?

Well, the Maya calendars, the 260 day one, the 365 day one and the long count of 52 years demonstrate that the cyclic concept of repetition already existed in the Maya culture. We ignore whether, like the Chinese with their arithmetic, or the ancient Greeks, the Maya discovered and studied the properties of prime numbers, but surely their mathematicians pondered and studied problems of divisibility between whole numbers.

As stated, the Maya apparently knew an approximation of π . And our codex shows, along with the Dresden, that they knew and studied the movements of Venus, although we cannot yet say whether they knew that the planet orbited around the Sun, like Earth, or whether they knew that the Moon orbits Earth. However, they had detailed calculations of the movements of these celestial bodies and predictions on their appearance in the sky with regard to the calendar, as well as predictions of eclipses;

concepto de repetición cíclica existía ya en la cultura maya. Desconocemos si como los chinos con su aritmética, o los griegos antiguos, los mayas descubrieron y estudiaron propiedades de los números primos, pero es seguro que sus matemáticos deben haberse planteado y estudiado problemas de divisibilidad entre números enteros.

Como mencionamos anteriormente, los mayas aparentemente conocían una aproximación a pi. Y como nuestro códice muestra, igual que el de Dresde, conocían y estudiaban los movimientos de Venus, aunque no podamos aún decir si sabían que el planeta giraba alrededor del Sol igual que la Tierra, ni tampoco si sabían que la luna giraba alrededor de la Tierra. Sin embargo, tenían cálculos detallados de los movimientos de estos astros y predicciones de su aparición en el cielo respecto al calendario, también predicciones de eclipses; y toda su cosmogonía indica que observaban meticulosamente y estudiaban las estrellas, la Vía Láctea a la que relacionaban con los procesos de creación del mundo y con las historias del Popol Vuh. A la fecha, podemos ver en las zonas arqueológicas sus observatorios astronómicos, y en sus vasijas, la relación de las historias del Popol Vuh, de la creación del mundo y su relación con la Vía Láctea.

También debe ser cierto que los mayas estudiaron y plantearon propiedades de triángulos y circunferencias, pero estamos muy lejos de poder inferir cómo y qué conceptos de geometría desarrollaron. Tal vez sepamos más si algún día los arqueólogos llegan a descubrir escritos bien conservados.

all their cosmology indicates that they meticulously observed and studied the stars, the Milky Way, which they linked to the process of the creation of the world and the stories of the Popol Vuh. To this day, we can see their astronomical observatories in archaeological sites, and on their vessels, the recounting of Popol Vuh stories, the creation of the world, and its relationship with the Milky Way.

The Maya must certainly have studied and projected the properties of triangles and circumferences. But we are far from inferring how and which geometric concepts they developed. Perhaps we will know more if archaeologists ever discover well preserved writings.

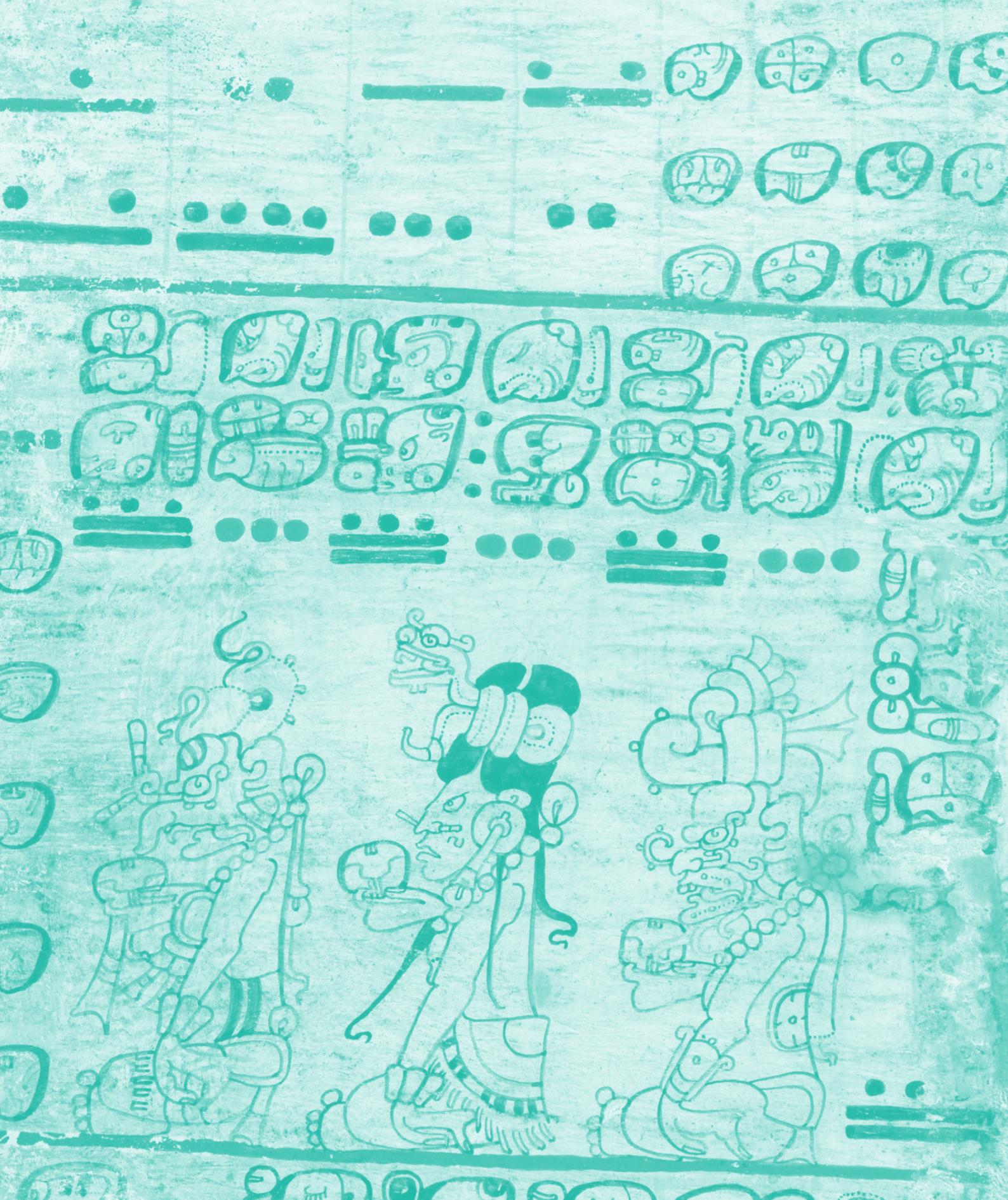
We know they accomplished a solar calendar as precise as the Gregorian one, that the details in their registries of the movements of Venus were superior to those of European cultures at the time of the Conquest, and that they had zero as a numeric concept that denoted null quantity from early in the history of their civilization.

Finally, we must mention that certain contemporary Mayanists now believe that the system of numeration could have been developed initially by the descendants of the Olmec, the Epi-Olmec cultures. The Maya definitely displayed a zero on stelae from the third century of our era that represent specific dates of the end of a cycle, that is to say, with zeros! However, there is a stela in Tres Zapotes that shows the year 32 of our era, written in long count, while a stela was found in Chiapa de Corzo with the “long count” date of the year 36 of our era.

Sabemos que lograron un calendario solar más preciso que el gregoriano, que sus detalles en los registros de los movimientos de Venus eran superiores a los de las culturas europeas en la época de la conquista y que, desde muy temprano en la historia de las civilizaciones, tuvieron al cero como concepto numérico que indicaba la cantidad nula.

Por último, debemos mencionar que hoy día hay estudiosos de los mayas que piensan que el sistema de numeración pudo haber sido inicialmente desarrollado por los descendientes de los olmecas: las culturas epiolmecas. Los mayas definitivamente muestran un cero en estelas del siglo III de nuestra era que representan fechas precisas del fin de un ciclo, o sea, ¡con ceros! Sin embargo, en Tres Zapotes se encuentra una estela que muestra el año 32 de nuestra era escrito en la cuenta larga, en Chiapa de Corzo se encontró otra estela con una fecha en la “cuenta larga” del año 36 de nuestra era. Ninguna de estas dos estelas tiene un cero, ni se ha hallado a la fecha una representación del cero entre los monumentos de estas culturas. Hasta ahora, aunque podamos creer que haya sido su invención –y hay arqueólogos que piensan que así debe haber sido, porque tener la cuenta larga implica tener completo el sistema de numeración–, solo sabemos que el cero es maya y, por lo tanto, marca maya y marca México, marca Guatemala, marca Belice y marca Honduras. Quizás si se descubre que el concepto de “cero” fue descubrimiento epiolmeca podríamos decir con certeza que el cero es una marca epiolmeca, es decir una marca de México.

Neither of these stelae include a zero, nor is there any representation of zero on the monuments of those cultures. Yet. But we can believe it was their invention –certain archaeologists think it must have been thus, because having the long count implies having the full system of numeration– all we know is that zero is Maya and, therefore, a Maya brand and Mexican brand, Guatemalan brand, Belizean brand and Honduran brand. I mean, it is the development of the people who used to inhabit these countries. Perhaps, if it is discovered that the concept of “zero” was an Epi-Olmec discovery, we could certainly affirm that zero is an Epi-Olmec brand hence a Mexican brand.





Venus al amanecer desde la estación espacial. NASA.

Venus at Sunrise From the Space Station. NASA.

