آناهیتا اسدی

9724453

مدولاسیون AM:

در این مدولاسیون، سیگنال پیام بر روی دامنه سوار میشود. یعنی اگر

$$x(t) = \cos(\omega_m t)$$

$$f_m = 4Hz$$

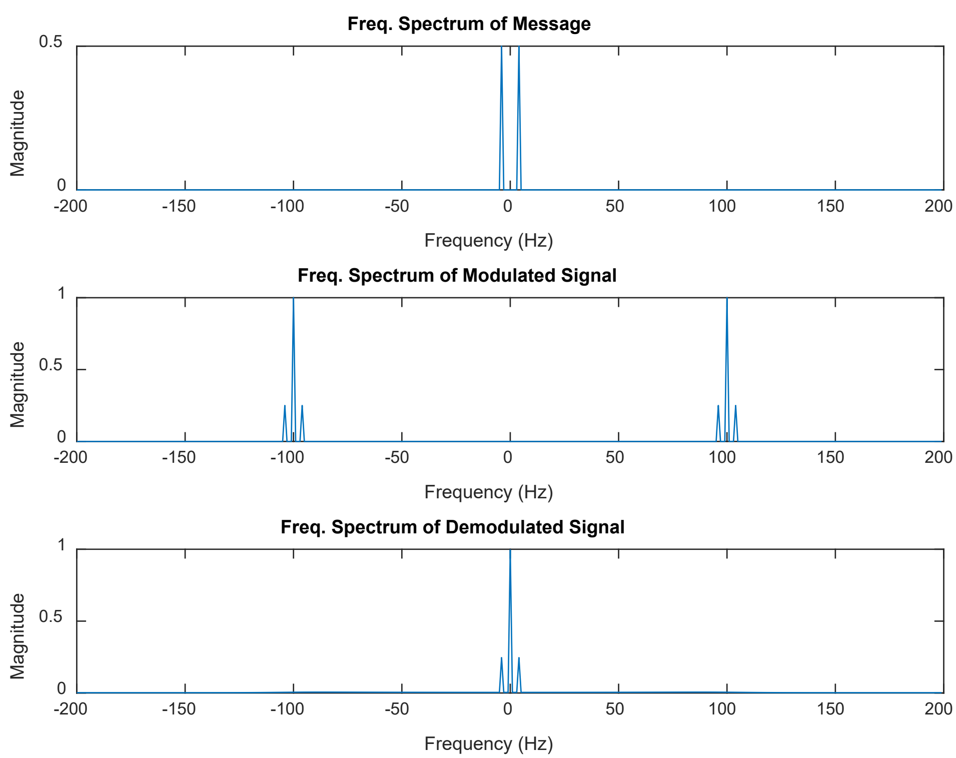
در آنصورت پس از مدولاسیون:

$$x_c(t)_{AM} = A_c\big(1 + \mu x(t)\big)\cos(\omega_c t)$$

$$f_c = 100Hz$$

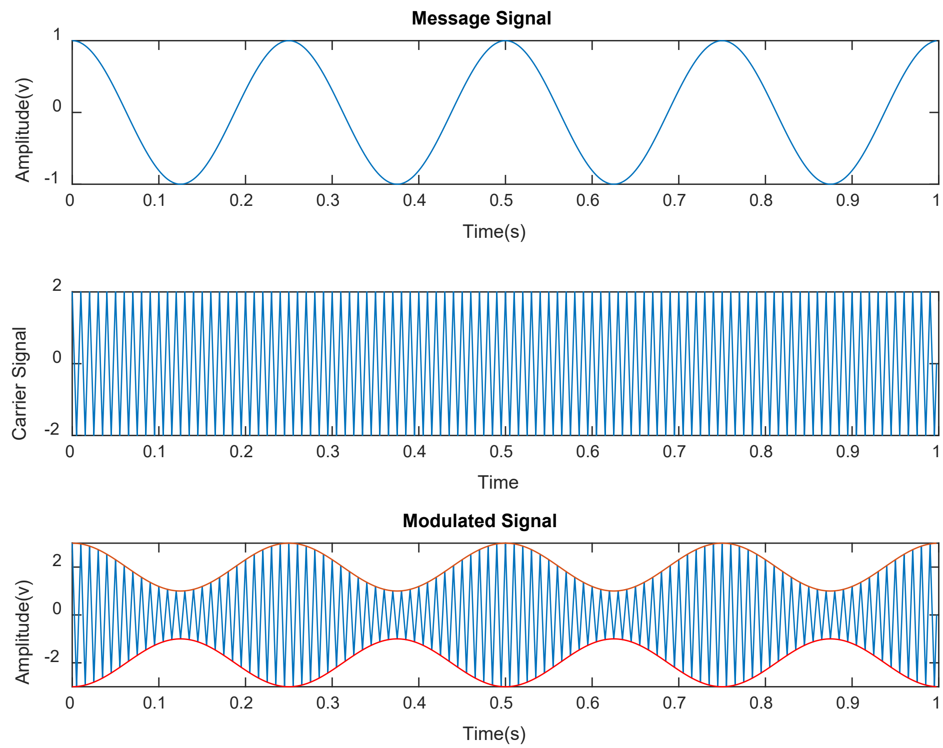
$$A_c = 2$$

بوضوح چون ضرب در کسینوس مانند کانولوشن در ۲ تابع ضربه است، پهنای باند مورد نیازمان $2f_m$ خواهد بود. این افزایش پهنای باند باعث کاهش بازدهی میشود؛ چرا که فقط یک باند را لازم داریم. همچنین صرف اقتصادی بعلت افزایش پهنای باند ندارد. در انتخاب f_c دقت شده که $W \ll f_c$ که در آشکارسازی پیام دچار مشکل نشویم. با تبدیل فوریه گرفتن از این توابع، دلیل این مهم مشخص میشود (عدم اختلال ضربه های کانوالو شده)

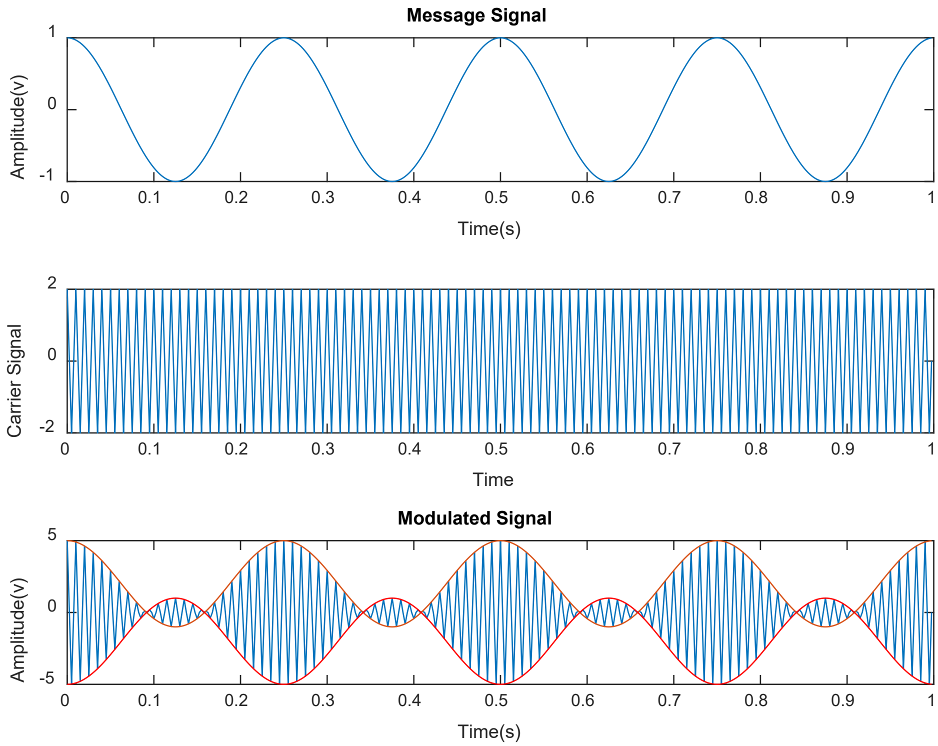


همانطور که میبنیم پاسخ فرکانسی سیگنال پیام با دمدوله شده اش کمی تفاوت دارد و این در نزدیکی صفر در دمدولاسیون تفاوت ایجاد میکند.

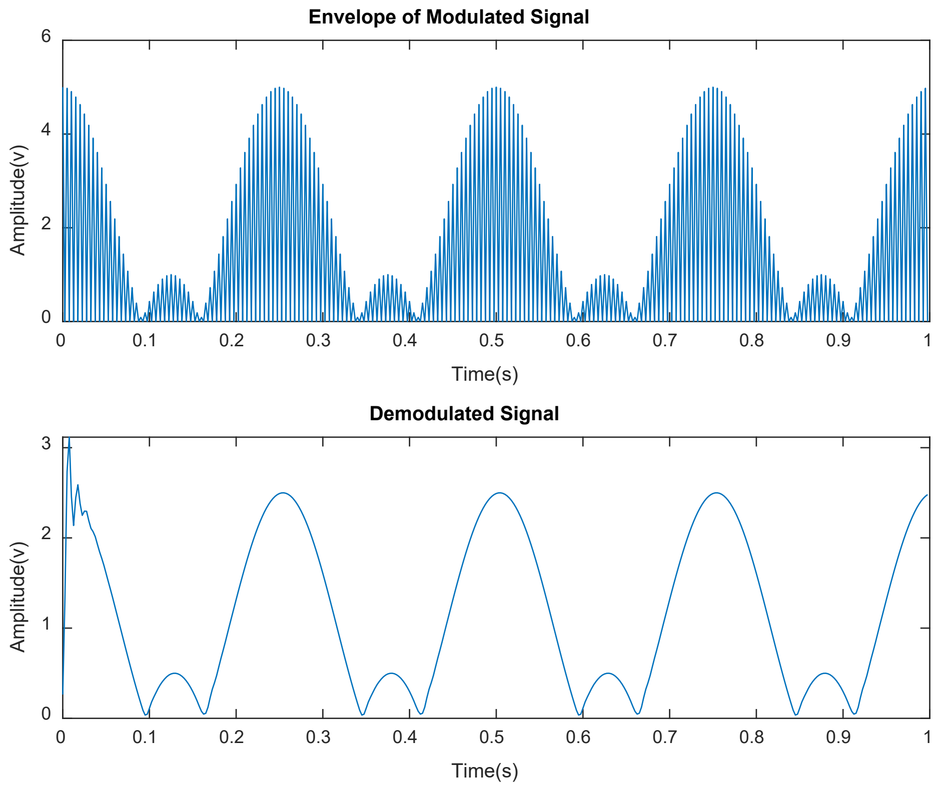
اندیس مدولاسیون باید شرط $0 \leq \mu < 1$ را داشته باشد برای رخ ندادن اعوجاج پوش یا برگشت فاز. برای مثال برای اندیس مدولاسیون ۰,۵ داریم:



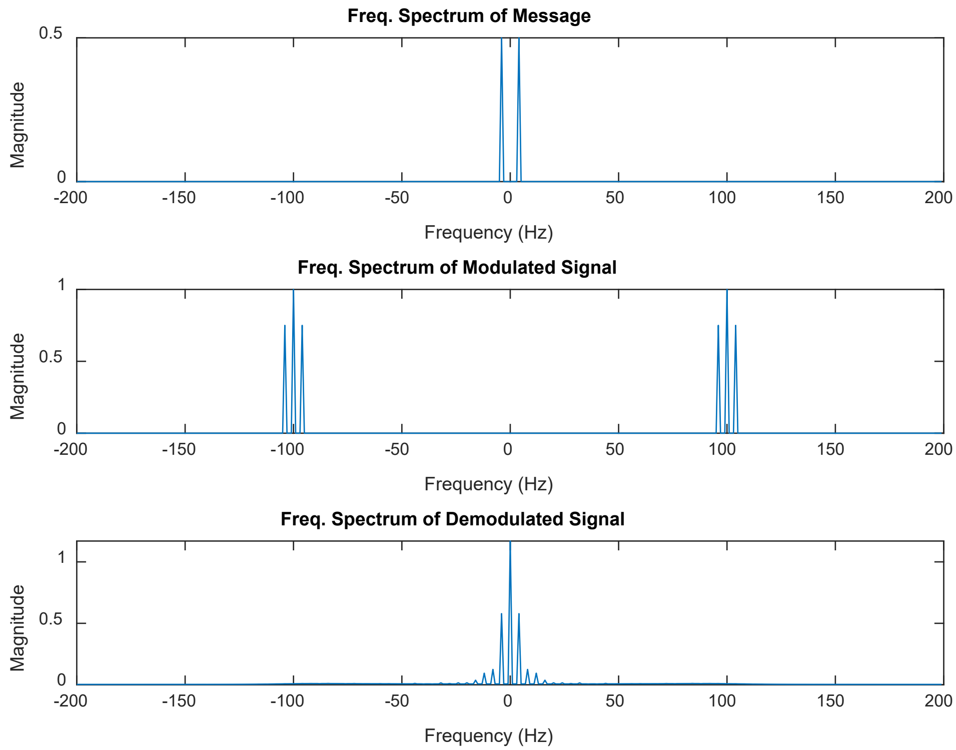
اما برای اندیس مدولاسیون ۱,۵:



همانطور که میبینیم با عبور نمودارهای نارنجی و قرمز از روی یکدیگر (درواقع نمودارهای ماکسیمم و مینیمم دامنه ی سیگنال مدوله شده هستند) عبور کردند و در نقاط طلاقی، موج (نمودار آبی) از کسینوسی بودن خارج شده. همانطور که میبینیم در دمدولاسیون تابع overmodulated:



میبینیم به سیگنال پیام دست نیافتیم با وجود اورمدولاسیون.



تاثیر این اختلال در پاسخ فرکانسی نیز مشهود است.

میخواهیم با آشکارساز همدوس، سیگنال را دمدوله کنیم. میدانیم در آشکار سازی همدوس:

$$x_c(t)_{AM} = A_c\big(1 + \mu x(t)\big)\cos(\omega_c t)$$

$$x_{Local}(t) = A_{Lo}\cos(\omega_c t)$$

با مقدار:

$$A_{Lo} = 1$$

$$y(t) = x_c(t)_{AM} \times x_{Local}(t) = A_c A_{Lo}\big(1 + \mu x(t)\big)\left(\frac{1 + \cos(2\omega_c t)}{2}\right)$$

با گذاشتن فیلتر پایین گذری با فرکانس قطع f_c میتوانیم جمله $\cos(2\omega_c t)$ را حذف کنیم. فیلتر پایین گذر باتروورث درجه ۱۰، با فرکانس قطع 10kHz انتخاب شده، با فرکانس نمونه برداری 40kHz. سعی شده قضیه نایکوئیست رعایت شود و $2f_m \leq f_s = 40kHz$ که نمونه ها دچار تداخل نشوند، و در آشکار سازی دچار مشکل نشویم. یعنی باید در تابع butter مقدار $\frac{f_c}{f_s/2}$ وارد میشد.

سیگنال باقی مانده خواهد بود:

$$\frac{A_c A_{Lo}}{2}\big(1 + \mu x(t)\big)$$

باید قسمت DC را جدا کنیم. خواهیم داشت:

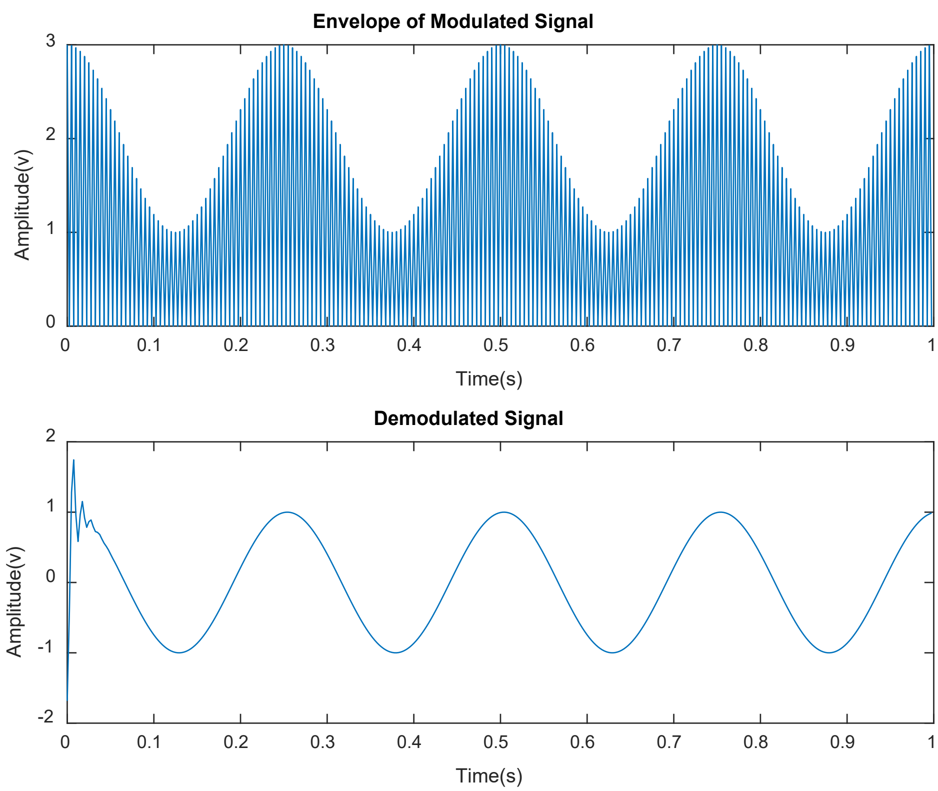
$$\frac{A_c A_{Lo}}{2}\mu x(t)$$

که در اینجا 1 بوده پس تابع را 1 واحد به سمت پایین شیفت میدهیم. (دقت داریم این مقادیر در $\mu = 1.5$ متفاوت اند.

میبینیم سیگنال پیام را با تغییر دامنه بدست آورده ایم. با تقویت کننده با گین $\left(\frac{A_c A_{Lo}}{2}\mu\right)^{-1}$ میتوان خود $x(t)$ را جدا کرد که در اینجا 2 است پس خروجی را ضرب در 2 میکنیم و خواهیم داشت:

$$y_D(t) = x(t)$$

سیگنال بالا خروجی این تابع، و سیگنال پایین سیگنال پیام است که میبینیم یکی هستند، بجز تابع دمدوله شده که در 0s و 5ms که با تابع اصلی فرق دارد. این بعلت انتخاب نامناسب فرکانس ها بوده و باید در اصل در حد مگاهرتز باشند؛ چراکه با تغییر مقادیر فرکانس ها، این اعوجاجات تغییر میکرد.



مدولاسیون DSB-SC:

در این مدولاسیون، کریر جمع شده با پیام را برای افزایش بازدهی حذف میکنیم و $\mu = 1$. یعنی اگر

$$x(t) = \cos(\omega_m t)$$

$$f_m = 4Hz$$

در آنصورت پس از مدولاسیون:

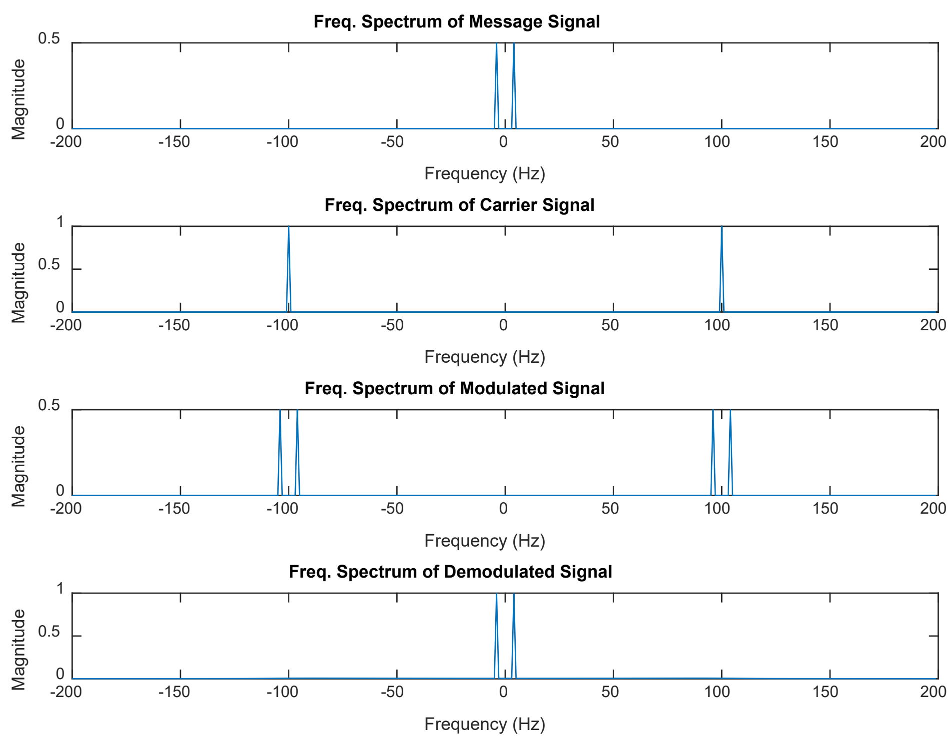
$$x_c(t)_{DSB-SC} = A_c \cos(\omega_c t)$$

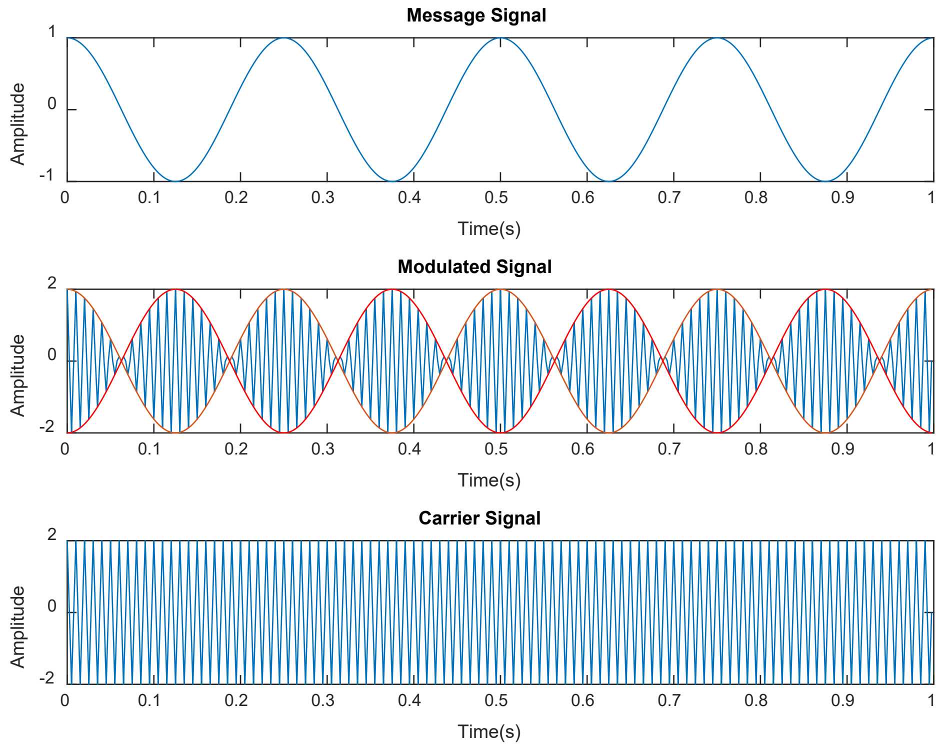
$$f_c = 100Hz$$

$$A_c = 1$$

بوضوح چون ضرب در کسینوس مانند کانولوشن در ۲ تابع ضربه است، پهنای باند مورد نیازمان $2f_m$ خواهد بود. این افزایش پهنای باند باعث کاهش بازدهی میشود؛ چرا که فقط یک باند را لازم داریم. ولی این روش بازدهی بهتری نسبت به مدولاسیون AM دارد؛ چراکه با حذف کریر، انرژی ای که صرف کریر میشود را از بین بردیم. ولی همچنان صرف اقتصادی بعلت افزایش پهنای باند ندارد.

در انتخاب f_c دقت شده که $W \ll f_c$ که در آشکارسازی پیام دچار مشکل نشویم؛ چراکه مانند قبل داریم:





میخواهیم با آشکارساز همدوس، سیگنال را دمدوله کنیم. میدانیم در آشکار سازی همدوس:

$$x_c(t)_{DSB-SC} = A_c x(t)\cos(\omega_c t)$$
$$x_{Local}(t) = A_{Lo}\cos(\omega_c t)$$

با مقدار:

$$A_{Lo} = 1$$
$$y(t) = x_c(t)_{DSB-SC} \times x_{Local}(t) = A_c A_{Lo} x(t)\left(\frac{1+\cos(2\omega_c t)}{2}\right)$$

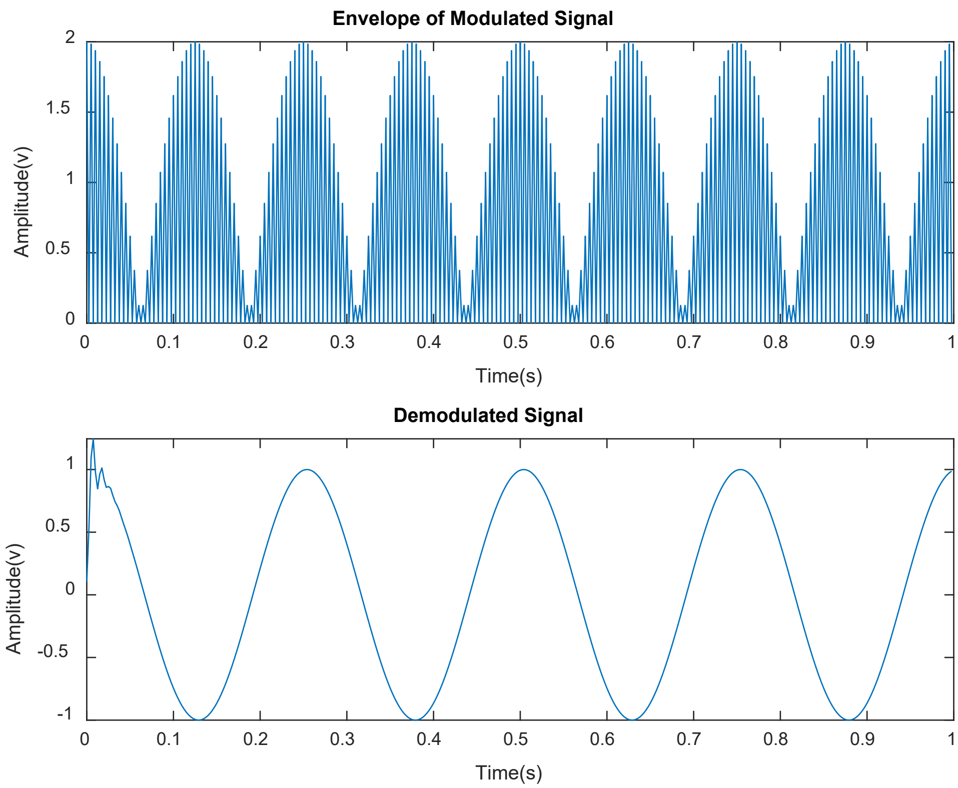
با گذاشتن فیلتر پایین گذری که فقط f_c را عبور دهد میتوانیم این قسمت را جدا کنیم. مشابه قبل از فیلتر پایین گذری با فرکانس قطع f_c استفاده میکنیم. فیلتر پایین گذر باترورث درجه ۱۰، با فرکانس قطع 10kHz انتخاب شده، با فرکانس نمونه برداری 40kHz. سعی شده قضیه نایکوئیست رعایت شود و $2f_m \le f_s = 40kHz$ که نمونه ها دچار تداخل نشوند، و در آشکار سازی دچار مشکل نشویم. همچنین باید در تابع butter مقدار $\frac{f_c}{f_s/2}$ وارد میشد.

$$\frac{A_c A_{Lo}}{2} x(t)$$

میبینیم سیگنال پیام را با تغییر دامنه بدست آورده ایم. با تقویت کننده با گین $(\frac{A_c A_{Lo}}{2})^{-1}$ میتوان خود $x(t)$ را جدا کرد. یعنی با تقسیم دامنه بر 2:

$$y_D(t) = x(t)$$

همچنان مانند قبل نزدیک 0 تابع با اولیه خود تفاوت دارد:



مدولاسیون SSB:

در مدل های قبل که با زیاد بودن پهنای باند مشکلاتی ایجاد میشد، قصد نصف کردن باند داریم و استفاده از باند بالایی یا پایینی را داریم. یعنی در صورت پیام کسینوسی،

$$x(t) = \cos(\omega_m t)$$

$$f_m = 4Hz$$

معادله این مدولاسیون در حالت Upper Sideband بصورت زیر است:

$$x_c(t)_{SSB} = \frac{A_c}{2}(x(t)\cos(\omega_c t) + x_q(t)\sin(\omega_c t))$$

و در حالت Lower Sideband:

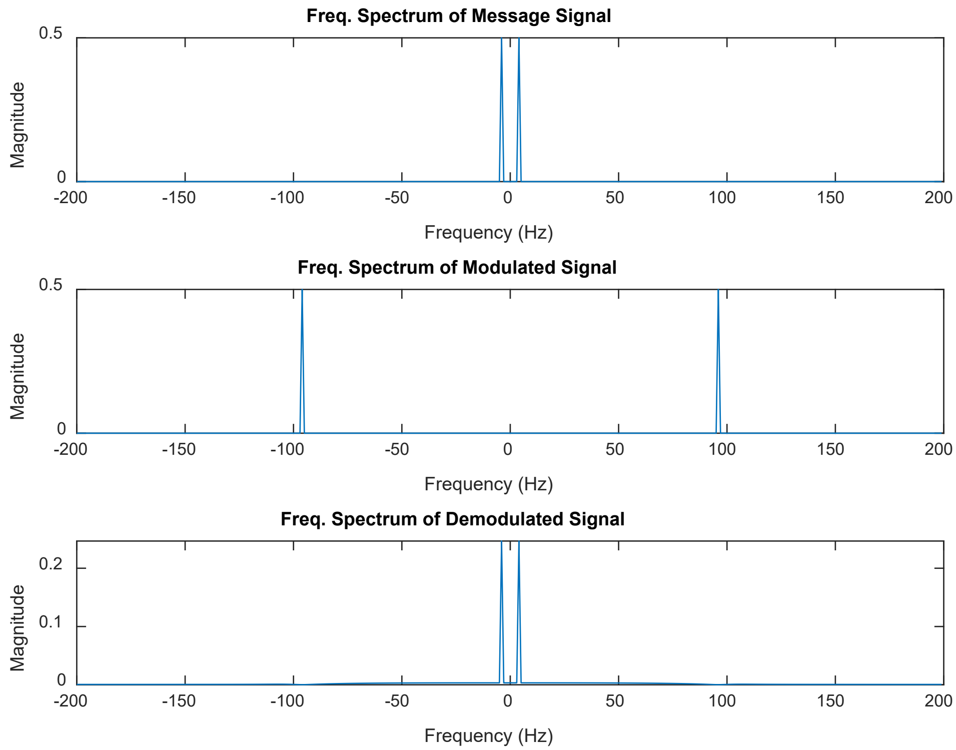
$$x_c(t)_{SSB} = \frac{A_c}{2}\left(x(t)\cos(\omega_c t) - x_q(t)\sin(\omega_c t)\right)$$

$$f_c = 100Hz$$

$$A_c = 2$$

دلیل انتخاب این دامنه، حذف شدن ضریب 0.5 بود.

در کد به این صورت لحاظ میکنیم که: (در انتخاب f_c دقت شده که $f_c \gg W$ که در آشکارسازی پیام دچار مشکل نشویم) چراکه همانند قبل نباید تداخل داشته باشیم در طبف فرکانسی:



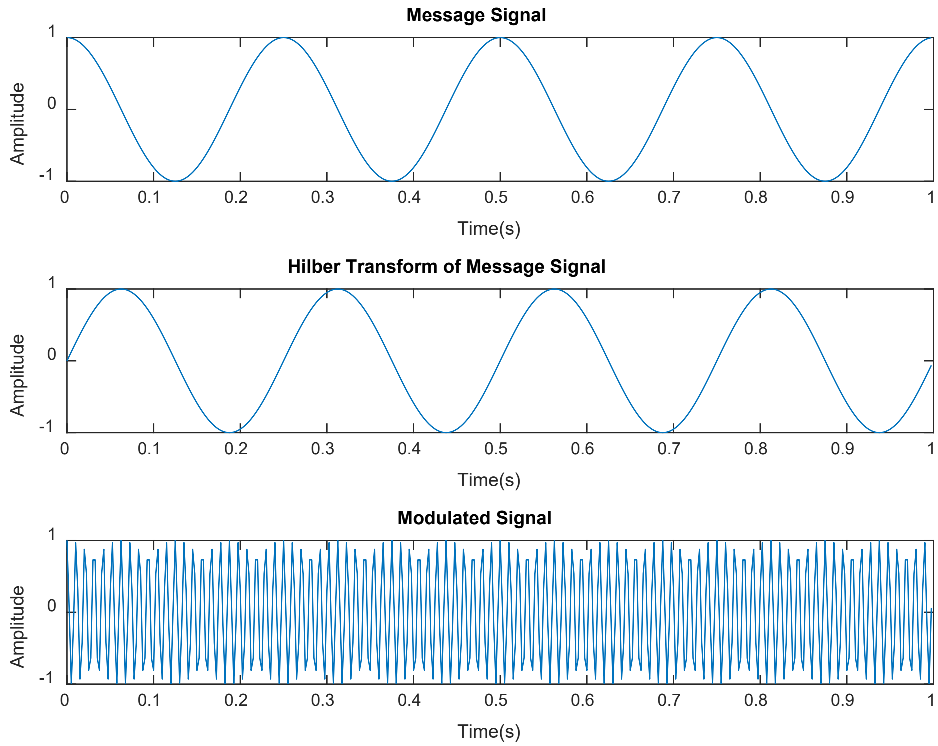
$$f_c = 100Hz$$

$$A_c = 1$$

و مانند قبل:

$$x(t) = \cos(\omega_m t)$$

$$f_m = 4Hz$$



دقت داریم هنگام تبدیل هیلبرت گرفتن از تابع باید قسمت موهومی را جدا کنیم چرا که تابع هیلبرت ضرب در j میکند و آرایه های پیام حقیقی کسینوسی را، موهومی میکند. همانطور که میبینیم اندازه آرایه های این دو برابر است چرا که ضرب در j، اندازه را تغییر نمیدهد فقط فاز را تغییر میدهد.

میخواهیم با آشکارساز همدوس، سیگنال را دمدوله کنیم. میدانیم در آشکار سازی همدوس:

$$x_c(t)_{SSB} = \left(K_c + K_\mu x(t)\right)\cos(\omega_c t) - K_\mu x_q(t)\sin(\omega_c t)$$

$$x_{Local}(t) = A_{Lo}\cos(\omega_c t)$$

با مقدار:

$$A_{Lo} = 1$$

$$y(t) = x_c(t)_{SSB} \times x_{Local}(t) = A_{Lo}\left(K_c + K_\mu x(t)\right)\left(\frac{1+\cos(2\omega_c t)}{2}\right) - \frac{A_{Lo}K_\mu}{2}x_q(t)\sin(2\omega_c t)$$

با گذاشتن فیلتر پایین گذری که فقط f_c را عبور دهد میتوانیم این قسمت را جدا کنیم. مشابه قبل، از فیلتر پایین گذری با فرکانس قطع f_c استفاده میکنیم. فیلتر پایین گذر باتروث درجه ۱۰، با فرکانس قطع 10kHz انتخاب شده، با فرکانس نمونه برداری 40kHz. سعی شده قضیه نایکوئیست رعایت شود و $2f_m \le f_s = 40kHz$ که نمونه ها دچار تداخل نشوند، و در آشکار سازی دچار مشکل نشویم. همچنین باید در تابع butter مقدار $\frac{f_c}{f_s/2}$ وارد میشد.

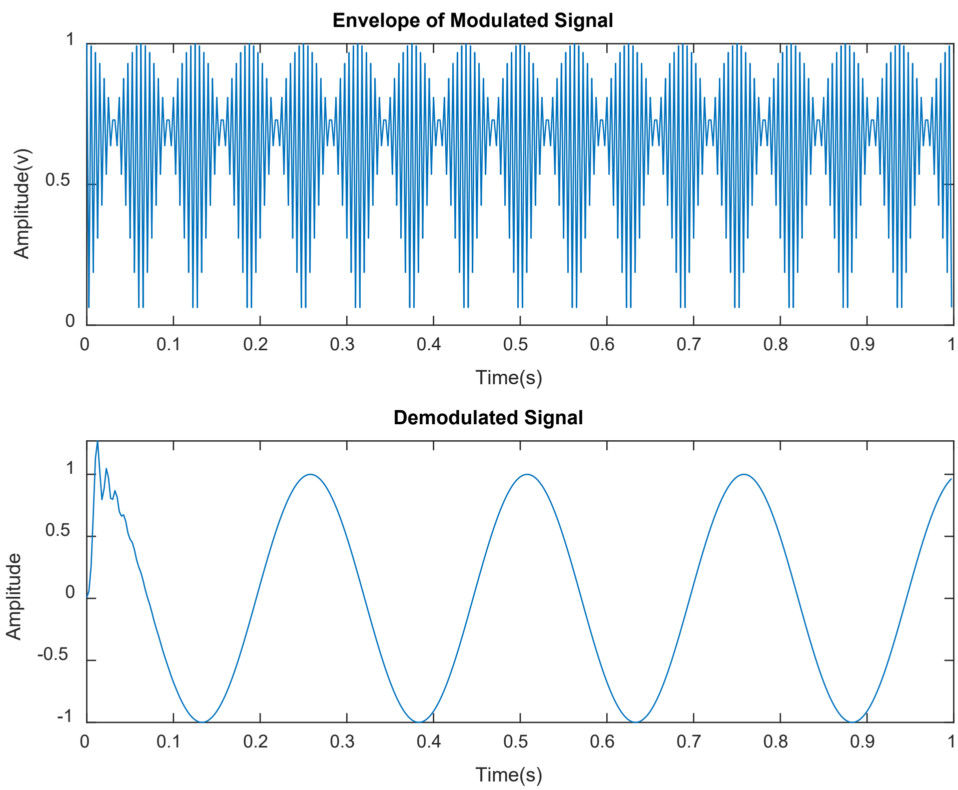
$$\frac{A_{Lo}}{2}\left(K_c + K_\mu x(t)\right)$$

باید قسمت DC را جدا کنیم. خواهیم داشت:

$$\frac{A_{Lo}}{2}\mu x(t)$$

میبینیم سیگنال پیام را با تغییر دامنه بدست آورده ایم. با تقویت کننده با گین $(\frac{A_{Lo}}{2}\mu)^{-1}$ میتوان خود $x(t)$ را جدا کرد. که در اینجا 2 میشود و باید دامنه تابع نهایی ضرب در 2 شود. درنهایت خواهیم داشت:

$$y_D(t) = x(t)$$



مانند قبل تابع دمدوله شده حوالی صفر با تابع اصلی متفاوت است.

مدولاسیون FM:

در مدل های قبل که بعلت وجود پیام روی دامنه، نویز مشکل ساز میشد، پیام را روی فرکانس قرار دادیم. همچنین از آنجاکه مدولاسیون FM غیرخطی است، پس از عبور از عناصر غیر خطی قابل بازیابی است. یعنی در اموری که دقت میطلبند، انتخابی مناسب است. با داشتن دامنه ثابت داریم:

$$x_c(t)_{FM} = A_c \cos(\theta_c(t))$$

و در $\theta_c(t)$:

$$\theta_c(t) = \omega_c t + \varphi$$

$$\omega_c = 2\pi f(t) = 2\pi\big(f_c + f_\Delta x(t)\big)$$

$$\varphi = 2\pi f_\Delta \int x(\lambda) d_\lambda$$

در کد به این صورت لحاظ میکنیم که: (در انتخاب f_c دقت شده که $W \ll f_c$ که در آشکارسازی پیام دچار مشکل نشویم)

$$f_c = 100Hz$$

$$A_c = 2$$

و درمورد انحراف فرکانس باید داشته باشیم $f_\Delta \ll f_c$ که ماهیت میان گذری سیستم حفظ شود. پس انتخاب میکنیم:

$$f_\Delta = 100Hz$$

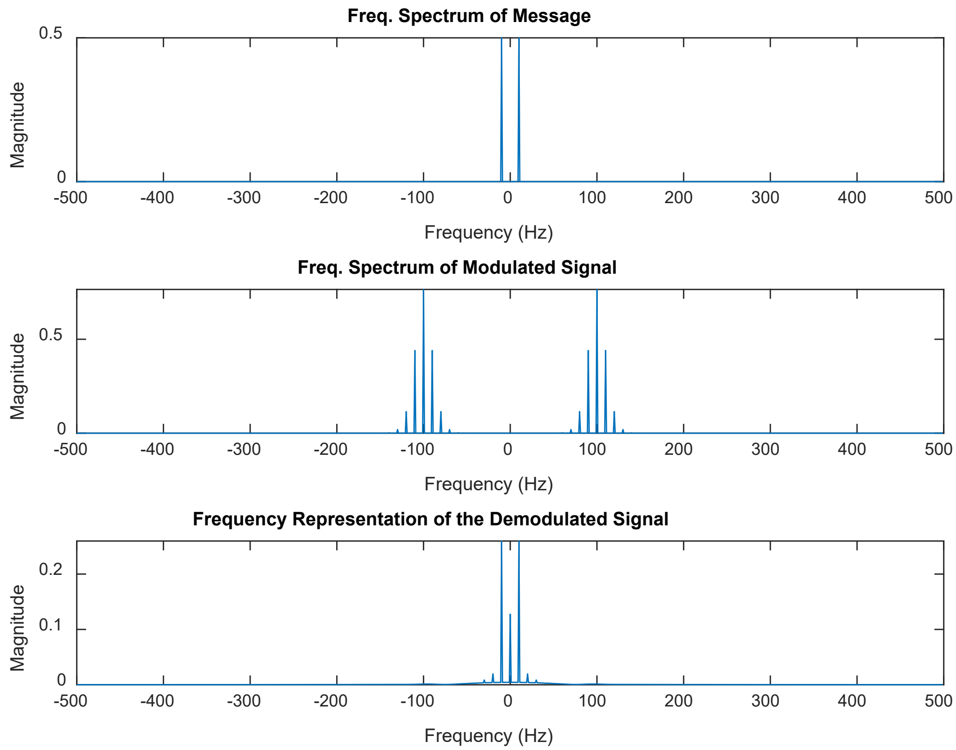
و در مورد سیگنال پیام داریم:

$$x(t) = \cos(\omega_m t)$$

$$f_m = 10Hz$$

دلیل انتخاب این اعداد، نرخ نایکوئیست و جلوگیری از اختلال پیام با توجه به باند فرکانسی سیگنال پیام و کریر بود:

$$2f_m \le f_s = 1kHz$$

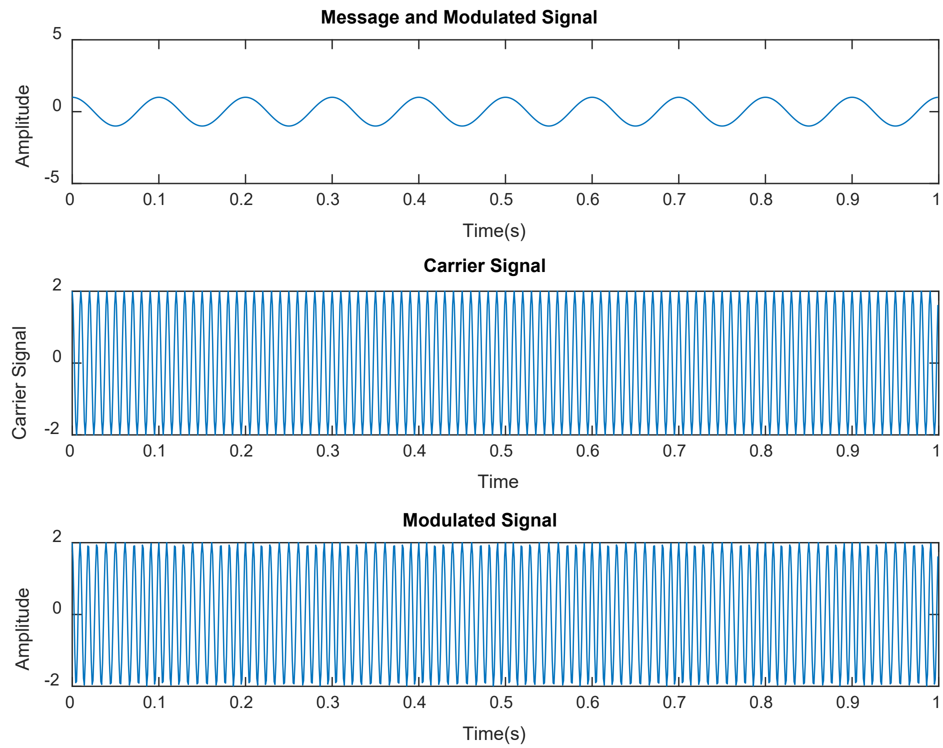


در اینجا پهنای باند نصف یا برابر فرکانس کریر نیست بلکه طبق فرمول کارلسون:

$$W = f_m = 10$$

$$D = \frac{f_\Delta}{f_m} = 10$$

$$B_T = 2W(1 + D) = 220Hz$$



همانطورکه میبینیم جاهایی که سیگنال پیام کمتر است (-۱) فرکانس کمتر شده (مطابق فرمول): و تراکم سیگنال مدوله شده نیز کاهش یافته؛ یعنی:

$$f = f_c - f_\Delta$$

و برعکس در جاهایی که سیگنال پیام ۱+ است، فرکانس بیشتر است و تراکم سیگنال مدوله شده بیشتر است یعنی:

$$f = f_c + f_\Delta$$

از طرفی چون سیگنال متناوب است، سیگنال مدوله شده نیز متناوب است.

در صورت عبور سیگنال از عناصر غیرخطی بدون حافظه، چون دامنه هم دستخوش تغییر خواهد شد، باید از فیلتر میان گذری استفاده کرد که سیگنال FM اصلی را بازیافت. در غیر اینصورت:

$$x_c(t)_{FM} = A_c \cos(\theta_c(t))$$

بجای استفاده از توابع انتگرال، اعضای آرایه $x(t)$ با هم جمع شده اند. و در انتها چون:

$$\int_0^{1-dt} \cos(\omega t)\, d_t = 0$$

پس فقط کافی است فرکانس را محاسبه کنیم.

برای دمدولاسیون، ابتدا از سیگنال مدوله شده مشتق میگیریم:

$$\frac{dx_c(t)}{dt} = -A_c \sin(\theta_c(t)) \frac{d\theta_c(t)}{dt}$$

$$\theta_c(t) = (2\pi\big(f_c + f_\Delta x(t)\big))t$$

$$\frac{d\theta_c(t)}{dt} = 2\pi\left(f_c + f_\Delta x(t)\right) + 2\pi f_\Delta t \frac{dx(t)}{dt}$$

اگر این عبارت در تابعی با فرکانس کریر ضرب شود:

$$-A_c \frac{d\theta_c(t)}{dt} \sin\big(\theta_c(t)\big) \cos\big(2\pi f_c t\big)$$

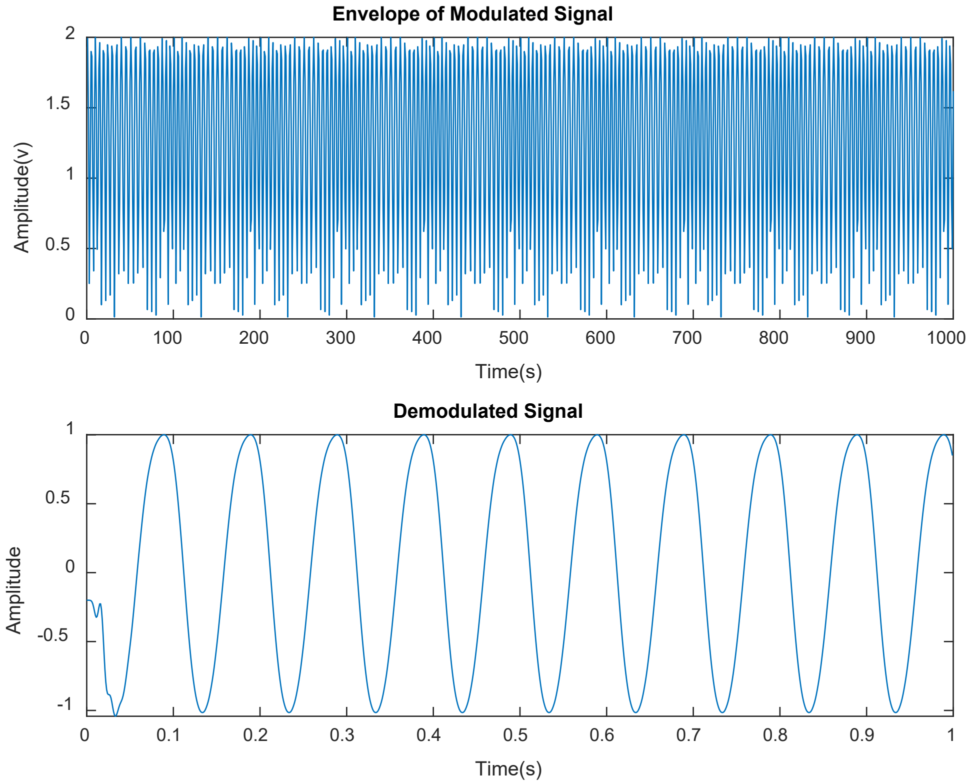
$$= -\frac{A_c}{2} \frac{d\theta_c(t)}{dt} (\sin(\theta_c(t) - 2\pi f_c t) + \sin(\theta_c(t) + 2\pi f_c t))$$

$$= -\frac{A_c}{2} \left(2\pi\big(f_c + f_\Delta x(t)\big) + 2\pi f_\Delta t \frac{dx(t)}{dt}\right) (\sin(2\pi f_\Delta x(t) t) + \sin(4\pi f_c t + 2\pi f_\Delta x(t) t))$$

حال با عبور از تابع پایین گذر با فرکانس قطع f_c میتوان این قسمت را جدا کرد:

$$-\frac{A_c}{2} \left(2\pi\big(f_c + f_\Delta x(t)\big) + 2\pi f_\Delta t \frac{dx(t)}{dt}\right) \sin(2\pi f_\Delta x(t) t)$$

پس از محاسبه مقادیر دامنه، میتوان گفت کافی است با شیفت (0.1 به سمت پایین) و گین (ضرب در 2)، قسمت DC را 0 کنیم و ماکسیمم مینیمم تابع را 1 کنیم. ولی همچنین نیاز بود تابع شیفت داده میشد که کسینوسی میشد.



همچنان نزدیکی 0 مشاهده میشود سیگنال دمدوله شده نسبت به پیام اولیه، تغییر کرده.

مدولاسیون PM:

در مدل های قبل که بعلت وجود پیام روی دامنه، نویز مشکل ساز میشد، پیام را روی فاز قرار دادیم. یعنی با داشتن دامنه ثابت داریم:

$$x_c(t)_{FM} = A_c \cos(\theta_c(t))$$

و در $\theta_c(t)$:

$$\theta_c(t) = \omega_c t + \varphi$$

$$\omega_c = 2\pi f(t) = 2\pi \left(f_c + \frac{\varphi_\Delta}{2\pi}\dot{x}(t)\right)$$

$$\varphi = \varphi_\Delta x(t)$$

درمورد انحراف فاز باید داشته باشیم $|\varphi_\Delta x(t)| \leq 180°$ که از روی هم افتادگی فازهای مشابه (مانند $-90°$ و $270°$) جلوگیری شود. پس انتخاب میکنیم:

$$\varphi_\Delta = \frac{\pi}{2}$$

و مانند قبل:

$$x(t) = \cos(\omega_m t)$$

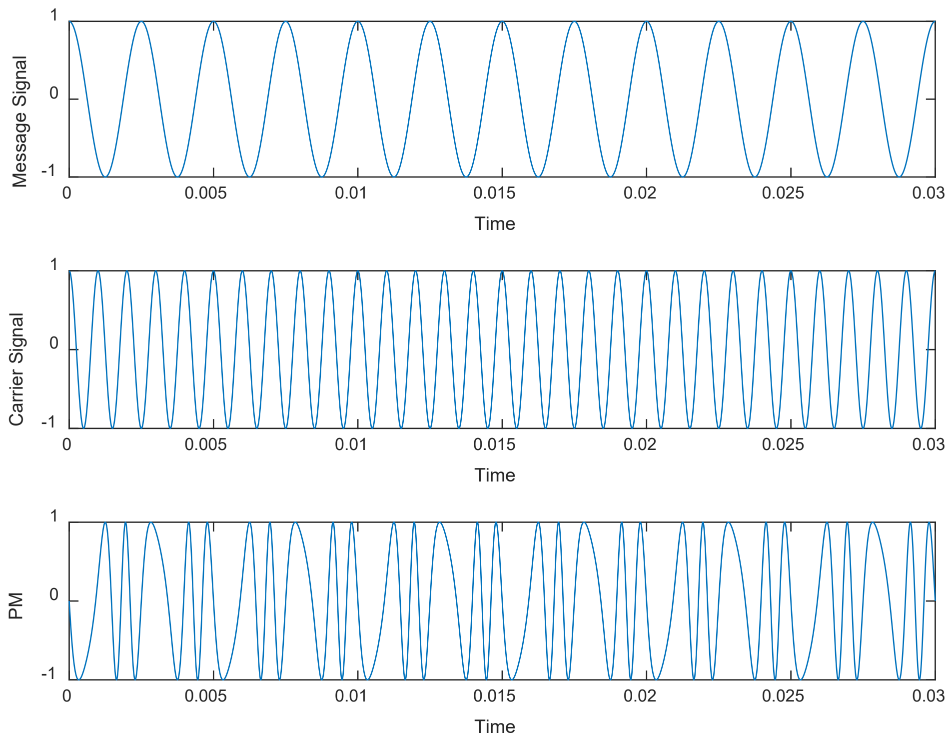
برای مشاهده تاثیر مدولاسیون PM، با این مقادیر امتحان میکنیم:

$$f_c = 1kHz$$

$$A_c = 1$$

$$f_m = 400Hz$$

خواهیم داشت:



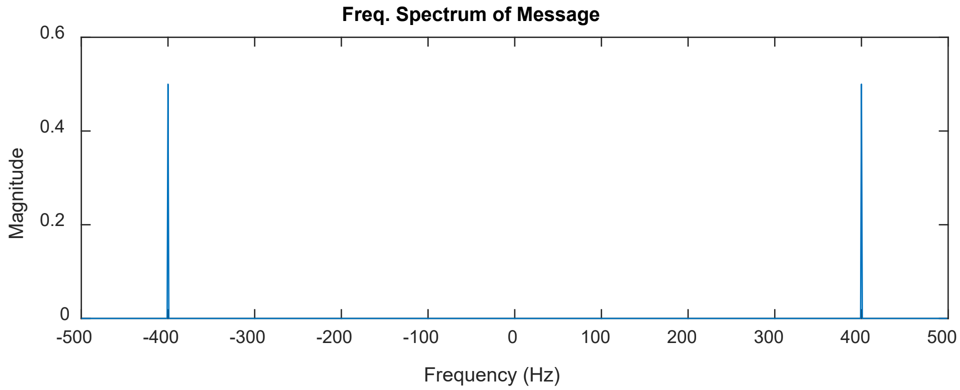
ازآنجا که در مورد فاز سیگنال مدوله شده داریم $\varphi = \varphi_\Delta x(t)$ و چون سیگنال پیام پیوسته است، پس پرش فاز نداریم (مطابق نمودار بدست آمده).

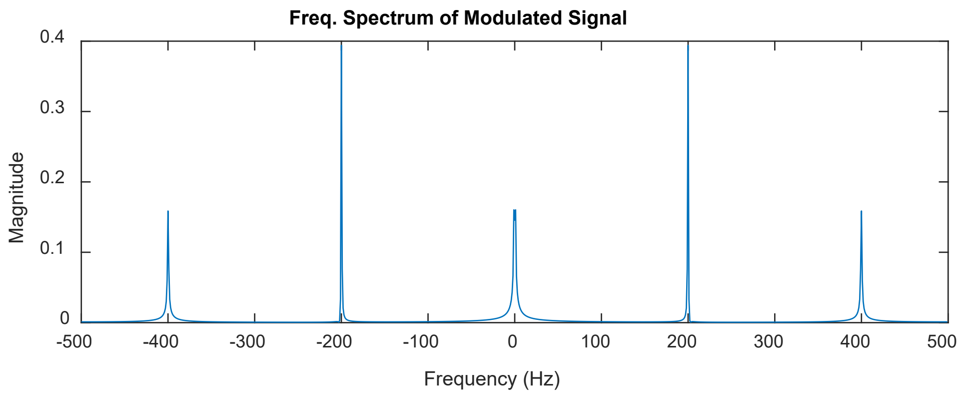
همچنین باتوجه به فرکانس مدولاسیون PM:

$$f = f_c + \frac{\varphi_\Delta}{2\pi}\dot{x}(t)$$

و اینکه $\dot{x}(t)$ سینوسی است، باید جاهایی که سیگنال پیام (کسینوسی) صفر است، مقادیر اکسترمم فرکانس را یافت. یعنی در نقاط صفر پیام، باید یکی در میان فرکانس ماکسیمم (برای وقتی که $\cos(\omega_m t) = 0$ و $sin(\omega_m t) = 1$) و مینیمم (برای وقتی که $\cos(\omega_m t) = 0$ و $sin(\omega_m t) = -1$) را داشته باشیم.

در کد به این صورت لحاظ میکنیم که: (در انتخاب f_c دقت شده که $W \ll f_c$ که در آشکارسازی پیام دچار مشکل نشویم)


Freq. Spectrum of Message
Magnitude
0.6
0.4
0.2
0
-500
-400
-300
-200
-100
0
100
200
300
400
500
Frequency (Hz)


Freq. Spectrum of Modulated Signal
Magnitude
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-500
-400
-300
-200
-100
0
100
200
300
400
500
Frequency (Hz)