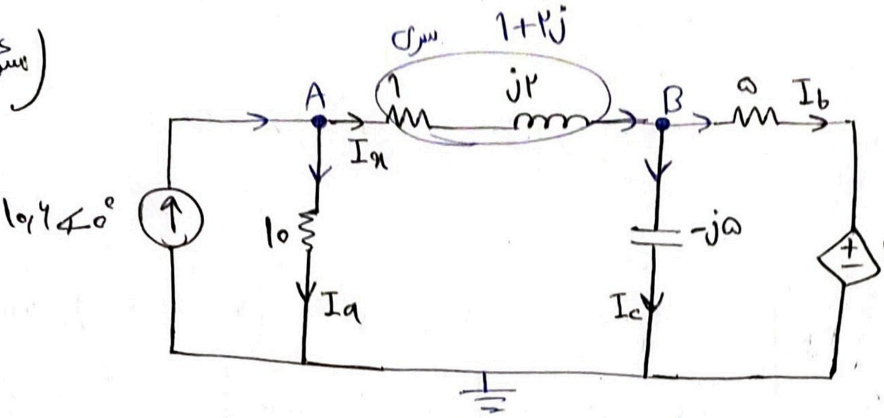
سؤال ۱



$$I_x = \frac{V_A - V_B}{۱+۲j}$$

$$I_a = \frac{V_a - ۰}{۱۰}$$

$$I_b = \frac{V_B - ۲۰ I_x - ۰}{۵}$$

$$I_c = \frac{V_B - ۰}{-j۵}$$

$$\text{KCL } A: \overbrace{۱۰٫۶\angle ۰^\circ}^{۱۰٫۶} = \frac{V_A - V_B}{۱+۲j} + \frac{V_A - ۰}{۱۰}$$

$$\rightarrow ۱۰٫۶ = \left(\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱+۲j}\right) V_A + \left(\frac{-۱}{۱+۲j}\right) V_B$$

می بریم اش سمت راست

$$\text{KCL } B: \frac{V_A - V_B}{۱+۲j} = \frac{V_B - ۲۰ I_x - ۰}{۵} + \frac{V_B - ۰}{-j۵} + \frac{V_B - V_A}{۱+۲j}$$

$$\frac{V_B - ۲۰\left(\frac{V_A - V_B}{۱+۲j}\right)}{۵} = \frac{V_B}{۵} + \frac{۴V_A - ۴V_B}{۱+۲j}$$

۲

$$۰ = \frac{V_B}{۵} + \frac{۴V_A}{۱+۲j} - \frac{۴V_B}{۱+۲j} + \frac{V_B}{۱+۲j} - \frac{V_A}{۱+۲j}$$

$$\rightarrow ۰ = \left(\frac{۴}{۱+۲j} - \frac{۱}{۱+۲j}\right) V_A + \left(\frac{۱}{۵} - \frac{۴}{۱+۲j} + \frac{۱}{۱+۲j}\right) V_B$$

روش کرامر:

$$V_A = \frac{\begin{vmatrix} ۱۰٫۶ & \left(\frac{-۱}{۲j+۱}\right) \\ ۰ & \left(\frac{۱}{۵} + \frac{-۳}{۱+۲j}\right) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱+۲j}\right) & \left(-\frac{۱}{۲j+۱}\right) \\ \left(\frac{۳}{۱+۲j}\right) & \left(\frac{۱}{۵} - \frac{۳}{۱+۲j}\right) \end{vmatrix}}$$

$$\frac{-۱}{۲j+۱} \rightarrow \frac{۱\angle ۱۸۰^\circ}{\sqrt{۵}\angle ۲۶^\circ} = \frac{۱}{\sqrt{۵}} \angle ۱۵۴^\circ$$

$$\frac{۱}{۵} - \frac{۳ \times (۱-۲j)}{۱+۲j \times (۱-۲j)} \rightarrow -\frac{۲}{۵} + \frac{۶}{۵} j \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r = \sqrt{\frac{۴}{۲۵} + \frac{۳۶}{۲۵}} = \sqrt{\frac{۴۰}{۲۵}} = \frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵} \\ \tan^{-1}\left(\frac{۶}{-۲}\right) = \tan^{-1}(-۳) \simeq -۷۱^\circ = \theta \end{array} \right\} \rightarrow \frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵} \angle (-۷۱)$$

$$\begin{vmatrix} ۱۰٫۶\angle ۰^\circ & \frac{۱}{\sqrt{۵}}\angle ۱۵۴^\circ \\ ۰ & \frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵}\angle(-۷۱^\circ) \end{vmatrix} = (۱۰٫۶\angle ۰^\circ)\left(\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵}\angle(-۷۱^\circ)\right) \simeq ۱۳٫۴\angle(-۷۱^\circ)$$

$$\begin{vmatrix} ۱\angle(-۵۳^\circ) & \frac{\sqrt{۵}}{۵}\angle(-۶۳^\circ) \\ \frac{۳\sqrt{۵}}{۵}\angle(-۶۳^\circ) & \frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵}\angle(-۷۱^\circ) \end{vmatrix} = (۱\angle(-۵۳^\circ))\left(\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵}\angle -۷۱^\circ\right) - \left(\frac{\sqrt{۵}}{۵}\angle -۶۳^\circ\right)\left(\frac{۳\sqrt{۵}}{۵}\angle -۶۳^\circ\right)$$

$$\left(\frac{۲\sqrt{۱۰}}{۵}\angle -۱۲۴^\circ\right) - \left(\frac{۳}{۵}\angle -۱۲۶^\circ\right) = -۰٫۳۴ - j۰٫۵۵ \to ۰٫۶۴\angle ۵۸^\circ$$

$$\frac{۱}{۱۰} + \frac{۱}{۱+۲j} \longrightarrow \frac{۱}{۱۰} + \frac{(۱-۲j)\times ۲}{۵\times ۲} = \frac{۱+۲-۴j}{۵} = \frac{۳}{۵} - \frac{۴}{۵}j \longrightarrow \begin{cases} r = ۱ \\ \theta \simeq -۵۳^\circ \end{cases}$$

$$\frac{-۱}{۲j+۱} = \frac{-(۱-۲j)}{۵} = -\frac{۱}{۵} + \frac{۲}{۵}j \longrightarrow \begin{cases} r = \sqrt{\frac{۱}{۲۵} + \frac{۴}{۲۵}} = \frac{\sqrt{۵}}{۵} \\ \theta = \tan^{-1}(\cancel{-۲}) \simeq -۶۳^\circ \end{cases}$$

$$\frac{۳}{۱+۲j} \Longrightarrow \frac{۳(۱-۲j)}{۵} = \frac{۳-۶j}{۵} = \frac{۳}{۵} - \frac{۶}{۵}j \quad \begin{cases} r = \sqrt{\frac{۹+۳۶}{۲۵}} = \sqrt{\frac{۴۵}{۲۵}} = \frac{۳}{۵}\sqrt{۵} \\ \theta = \tan^{-1}(-۲) \simeq -۶۳^\circ \end{cases}$$

$$\frac{۱}{۵} + \frac{-۳}{۱+۲j} \longrightarrow \frac{۱}{۵} + \frac{\overbrace{-۳(۱-۲j)}^{-۳+۶j}}{۵} = \frac{۱}{۵} - \frac{۳}{۵} + \frac{۶}{۵}j = \frac{-۲}{۵} + \frac{۶}{۵}j \quad \begin{cases} r = \sqrt{\frac{۴}{۲۵} + \frac{۳۶}{۲۵}} = \sqrt{\frac{۴۰}{۲۵}} = \frac{۲}{۵}\sqrt{۱۰} \\ \theta = \tan^{-1}(-۳) \simeq -۷۱^\circ \end{cases}$$

$$\Longrightarrow V_A = \frac{۱۳٫۴\angle(-۷۱^\circ)}{۰٫۶۴\angle ۵۸^\circ} \simeq ۲۱\angle -۱۲۹^\circ$$

$$I_a = \frac{V_a}{۱۰} = ۲٫۱\angle -۱۲۹^\circ$$

$$۱۰٫۶\angle ۰^\circ = I_n + I_a \longrightarrow I_n = \overbrace{۱۰٫۶\angle ۰^\circ}^{۱۰٫۶} - ۲٫۱\angle -۱۲۹^\circ =$$

$$\longrightarrow I_n = ۱۰٫۶ - ۲٫۱\overbrace{\cos(-۱۲۹^\circ)}^{-۰٫۶۲} - j۲٫۱\overbrace{\sin(-۱۲۹^\circ)}^{-۰٫۷۷} = \overbrace{۱۰٫۶ + ۱٫۳}^{۱۱٫۹} + j\,۱٫۶۱$$

$$۱۲\sqrt{۵}\overbrace{\cos(۷۰٫۶۸)}^{۰٫۳۳} + j\,۱۲\sqrt{۵}\overbrace{\sin(۷۰٫۶۸)}^{۰٫۹۴}$$

$$\sqrt{۱۴۱٫۶۱ + \cancel{۳٫۲۲}} = ۱۲٫۰۳$$

$$۲۱\cos(۱۲۹^\circ) + j۲۱\sin(۱۲۹^\circ)$$

١٤٤,٨٣

-٠,٤٢

٠,٧٧

$$I_x = \frac{V_A - V_B}{1+2j} \rightarrow \underbrace{(11.9 + j1.61)}_{12 \angle 7.68^\circ}\underbrace{(1+2j)}_{\sqrt{5}\angle 63^\circ} = (21\angle -129^\circ) - V_B \rightarrow$$

$$\underbrace{12\sqrt{5} \angle 70.68^\circ}_{} = 21\angle -129^\circ - V_B \rightarrow V_B =$$

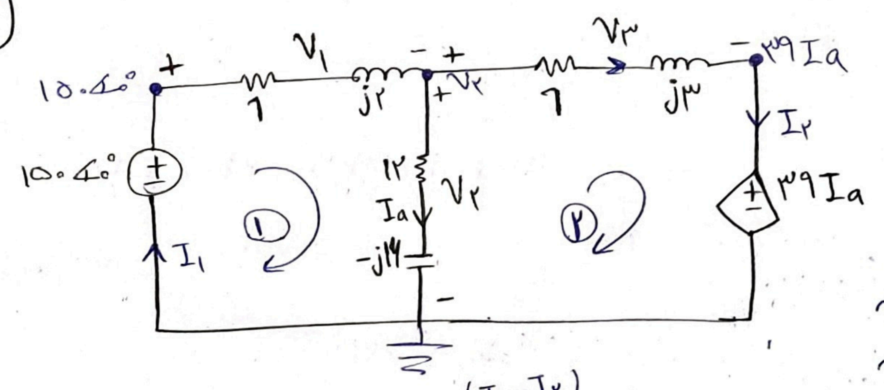
$$\rightarrow \underbrace{-3.96\sqrt{5}}_{1.77} \pm \underbrace{j11.28\sqrt{5}}_{25.22} + 13.02 + j16.17 = 11.25 - j9.05$$

چون محاسبات خیلی طولانی هست، مشخصه که با جایگذاری در فرمول‌ها میتوان I_c و I_b را پیدا کرد.

$$I_c = \frac{11.25 - j9.05}{-j5} = \frac{14.43 \angle -40^\circ}{5\angle -90^\circ} = \frac{14.43}{5}\angle 50^\circ$$

$$I_b = \frac{V_B - 20 I_x}{5} = \frac{11.25 - j9.05 - 20(11.9 + j1.61)}{5} = \dots$$

سؤال ۲)



$$I_a = I_1 - I_2$$

$$V_1 = I_1(1+2j)$$

$$V_2 = 12 I_a$$

$$V_3 = I_2(1+3j)$$

$$KVL\ 1: 150 = I_1(1+2j) + \overset{(I_1 - I_2)}{I_a}(12 - j16) \rightarrow$$

$$150 = I_1 + 2I_1 j + 12I_1 - I_1 16j - 12I_2 + 16I_2 j \rightarrow$$

$$150 = (13 - 14j)I_1 + (-12 + 16j)I_2$$

$$KVL\ 2: (I_1 - I_2)(12 - j16) = I_2(1+3j) + 39(I_1 - I_2) \rightarrow$$

$$(-17 - 12j)I_1 + (26 + 9j)I_2 = 0$$

~~$r=\sqrt{۱۶۹+۱۹۶}=\sqrt{۳۶۵}\approx ۱۹,۱۰ \quad \theta=\tan^{-1}\left(\frac{-۱۴}{۱۳}\right)=\tan^{-1}(-۱,۰۷)\approx -۴۶,۹۳$~~

~~$r=\sqrt{۴۳۳}=۲۰,۸۰$~~

$$I_1=\frac{\begin{vmatrix} ۱۵۰ & (-۱۲+۱۶j) \\ ۰ & (۲۶+۹j) \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (۱۳-۱۴j) & (-۱۲+۱۶j) \\ (-۱۷-۱۲j) & (۲۶+۹j) \end{vmatrix}}$$

$$= ۱۵۰(۲۶+۹j) = ۳۹۰۰+۱۳۵۰j = ۱۳۵۳\angle ۱۹,۰۸^\circ$$

$$= (۱۳-۱۴j)(۲۶+۹j)+(۱۷+۱۲j)(-۱۲+۱۶j) \rightarrow$$

$$\rightarrow (۱۹\angle -۴۶,۹۳^\circ)(۲۷,۵\angle ۱۸,۷۷^\circ)+(۲۰,۸\angle ۳۵,۱۸^\circ)(۲۰\angle -۷۵,۲۵^\circ)$$

$$= (۵۲۲,۷\angle -۲۸,۱۶^\circ)+(۴۱۶\angle -۴۰^\circ) =$$

$$۵۲۲,۷\overbrace{\cos(-۲۸,۱۶^\circ)}^{۰,۸۸}-j\,۵۲۲,۷\overbrace{\sin(۲۸,۱۶^\circ)}^{۰,۴۷}+۴۱۶\overbrace{\cos(-۴۰^\circ)}^{۰,۷۶}-j\,۴۱۶\overbrace{\sin(-۴۰^\circ)}^{۰,۶۴}$$

$$= ۴۶۰-j۲۴۵,۶۷+۳۱۶-j۲۶۶ = ۴۹۳,۱۶-j۵۱۱,۶۷ = ۶۹۴,۲۶\angle -۴۷,۷۲^\circ$$

$$I_1=\frac{۱۳۵۳\angle ۱۹,۰۸^\circ}{۶۹۴,۲۶\angle -۴۷,۷۲^\circ}=۲,۹۱\angle ۶۶,۸^\circ = ۱,۱۳۵+j\,۲,۶۷$$

$$I_۲=\frac{\begin{vmatrix} (۱۳-۱۴j) & ۱۵۰ \\ (-۱۷-۱۲j) & ۰ \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} (۱۳-۱۴j) & (-۱۲+۱۶j) \\ (-۱۷-۱۲j) & (۲۶+۹j) \end{vmatrix}}$$

$$= ۰-۱۵۰(-۱۷-۱۲j) = ۲۵۵۰+۱۸۰۰j = ۳۱۲۱,۳\angle ۳۵,۱۸^\circ$$

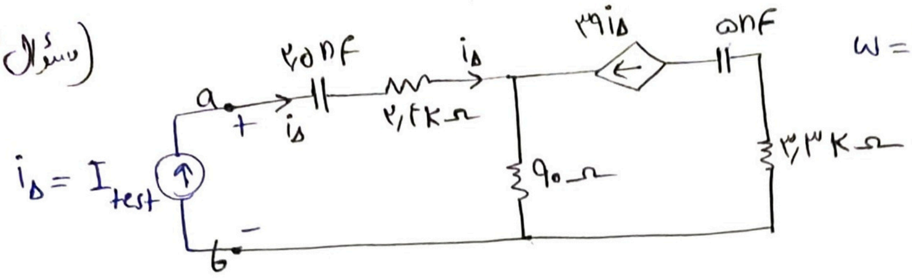
$$= ۶۹۴,۲۶\angle -۴۷,۷۲^\circ$$

$$I_۲=\frac{۳۱۲۱,۳\angle ۳۵,۱۸^\circ}{۶۹۴,۲۶\angle -۴۷,۷۲^\circ}=۴,۷۲\angle ۸۳^\circ = ۰,۸۰۶+j۴,۶۵$$

$$I_a=I_1-I_۲=۱,۱۳۵+j۲,۶۷-۰,۸۰۶-j۴,۶۵=۰,۳۳-j۳,۹۸$$

۴

(سوال ۳)

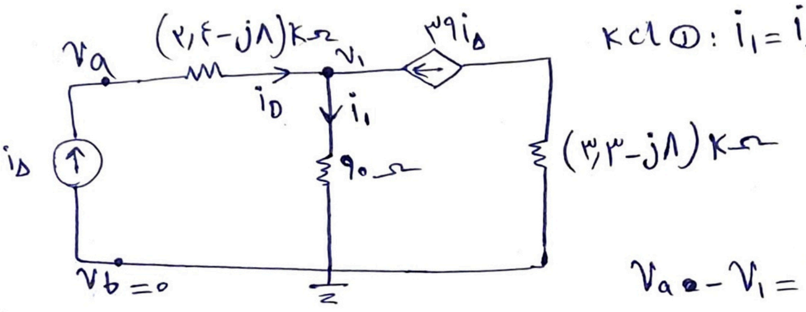


$\omega = 2\pi f = 2\cancel{\pi} \times \frac{25\times10^{3}}{\cancel{\pi}} = 50\times10^{3}\ \frac{rad}{s}$

$2.5nF \rightarrow 2.5\times10^{-9}F \Rightarrow Z_{c1} = \frac{1}{j(50\times10^{3})(2.5\times10^{-9})} = \frac{-j}{125\times10^{-6}} = -j8000\,\Omega$

$= -j8k\Omega$

$Z_{c2} = \frac{1}{j(5\times10^{-9})(50\times10^{3})} = -j4000\,\Omega = -j4k\Omega$



$KCL\ ①:\ i_1 = i_\Delta + 39\, i_\Delta = 40\, i_\Delta$

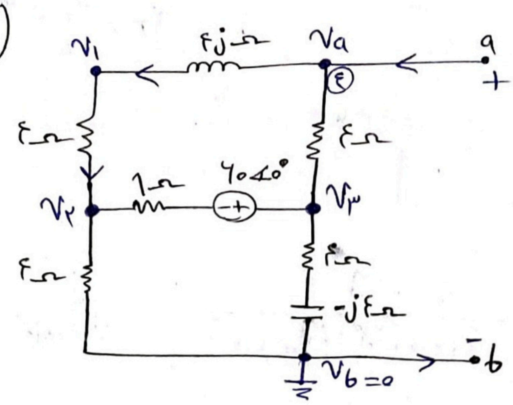
$V_1 = 90 \times 40\, i_\Delta = 3600\, i_\Delta\ V$

$V_a - V_1 = i_D(2400 - j8000) \rightarrow$

$V_a = i_D 2400 - j i_D 8000 + 3600 i_D \rightarrow V_a = 6000 i_D - j i_\Delta 8000$

$Z_{th} = \frac{V_a - \overset{0}{\cancel{V_b}}}{I_{test}} = \frac{\cancel{i_\Delta}(6000 - j8000)}{\cancel{i_D}} = 6000 - j8000 = 10\angle -53.13^\circ\ k\Omega$

(سوال ۴



$$KCL\ ①:\ \frac{V_1 - V_a}{4j} + \frac{V_1 - V_2}{4} = 0$$

$$\rightarrow \left(\frac{1}{4j} + \frac{1}{4}\right)V_1 + \left(\frac{-1}{4j}\right)V_a + \left(\frac{-1}{4}\right)V_2 = 0$$

$$KCL\ ②:\ \frac{V_2 - V_3 + 60}{1} + \frac{V_2 - V_1}{4} + \frac{V_2}{4} = 0$$

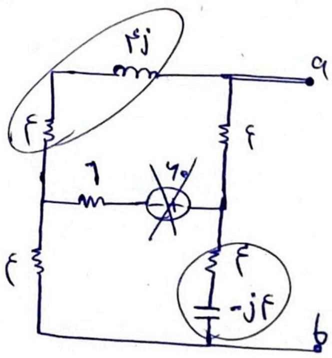
$$\rightarrow \left(1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\right)V_2 + \left(\frac{-1}{4}\right)V_1 + (-1)V_3 = -60$$

$$KCL\ ③:\ \frac{V_3 - V_a}{4} + \frac{V_3 - V_2 - 60}{1} + \frac{V_3}{4 - j4} = 0$$

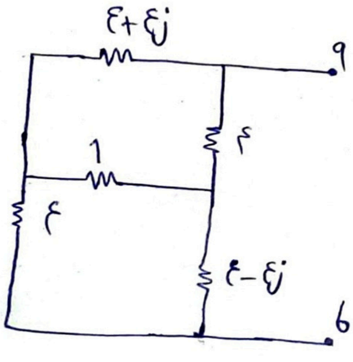
$$\rightarrow (-1)V_2 + \left(\frac{1}{4} + 1 + \frac{1}{4 - j4}\right)V_3 + \left(\frac{-1}{4}\right)V_a = 60$$

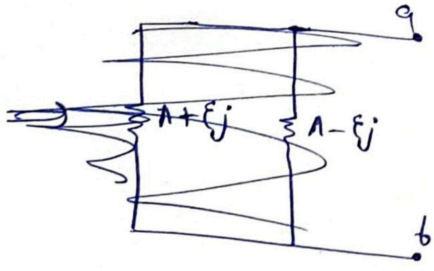
$$KCL\ ④:\ \frac{V_a - V_1}{4j} + \frac{V_a - V_3}{4} = 0 \rightarrow \left(\frac{1}{4j} + \frac{1}{4}\right)V_a + \left(\frac{-1}{4j}\right)V_1 + \left(\frac{-1}{4}\right)V_3 = 0$$

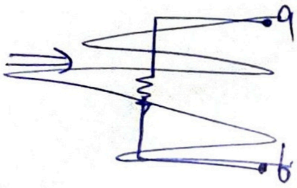
$$V_a = \frac{\begin{vmatrix} \left(\frac{1}{4j}+\frac{1}{4}\right) & \left(-\frac{1}{4}\right) & 0 & 0 \\ \left(-\frac{1}{4}\right) & 1.5 & -1 & -60 \\ 0 & -1 & \left(\frac{1}{4-j4}\right) & 60 \\ \left(-\frac{1}{4j}\right) & 0 & \left(\frac{-1}{4}\right) & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} \left(\frac{1}{4j}+\frac{1}{4}\right) & \left(-\frac{1}{4}\right) & 0 & \frac{-1}{4j} \\ \left(-\frac{1}{4}\right) & 1.5 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & \left(\frac{1}{4-j4}\right) & \frac{-1}{4} \\ \left(\frac{-1}{4j}\right) & 0 & \frac{-1}{4} & \frac{1}{4j}+\frac{1}{4} \end{vmatrix}} = 10\angle 0^\circ\ V = V_{th}$$



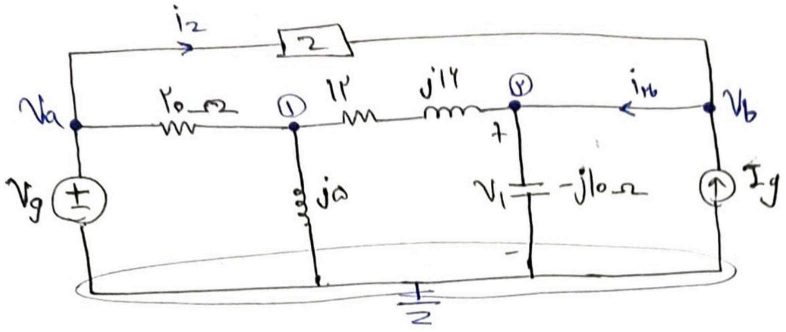
$\Longrightarrow$







[redacted]



$Z = ?$

$V_g = 100 - j50$

$I_g = 30 + j20$

$V_1 = 140 + j30$

KCL①: $i_z + \frac{V_a - V_1}{20} + \frac{V_a - 0}{} - V_g = 0 \longrightarrow$

$i_z + (\frac{1}{20} + 1)V_a - V_1 = 140 + j30$

KCL②: $\frac{V_1 - V_a}{20} + \frac{V_1 - 0}{j5} + \frac{V_1 - V_2}{1 + j12} = 0 \longrightarrow (\frac{1}{20} + \frac{1}{j5} + \frac{1}{1+j12})V_1 + (\frac{-1}{20})V_a + (\frac{-1}{1+j12})V_2 = 0$

KCL③: $\frac{V_2 - V_1}{12 + j16} + \frac{V_2}{-j10} + i_{2b} = 0 \longrightarrow$

$(\frac{-1}{12+j16})V_1 + (\frac{1}{12+j16} - \frac{1}{j10})V_2 + i_{2b} = 0$

KCL④: $i_z + I_g = i_{2b} \longrightarrow i_{2b} - i_z = 30 + j20$