جمع‌بندی: اعضای $Möb(\overline{\mathbb{R}})$ به صورت زیرند

حل کنید

سناریو را با حل کردن حالت

$a=0$ یا $c=0$

کامل کنید

$=1$ $\begin{cases} \text{1: } \dfrac{az+b}{cz+d} \in Möb(\overline{\mathbb{R}}) ,\ a,b,c,d \in \mathbb{R} ,\ ad-bc \neq 0 \\ \text{2: } \dfrac{a\bar{z}+b}{c\bar{z}+d} \in {''} ,\ a,b,c,d \in \mathbb{R} ,\ ad-bc = 0 \end{cases}$

3: $\dfrac{az+b}{cz+d} \in {''}$, $a,b,c,d \in i\mathbb{R}$, $ad-bc=1$

4: $\dfrac{a\bar{z}+b}{c\bar{z}+d} \in {''}$, $a,b,c,d \in i\mathbb{R}$, $ad-bc=1$

$c=0 \Rightarrow ad=1 \Rightarrow \underset{d \neq 0}{a \neq 0} \Rightarrow m^{-1}(\infty)=\infty \Rightarrow m(\infty)=\infty$, $d=\frac{1}{a}$

$m^{-1}(0)=\frac{-b}{a} \Rightarrow b=-a\, m^{-1}(0)$

$$\Rightarrow m(z) = \frac{az - a\,m^{-1}(0)}{\frac{1}{a}} = a^2\left(z - m^{-1}(0)\right)$$

چون $m(\overline{\mathbb{R}})=\overline{\mathbb{R}}$, $m^{-1}(0)\in\overline{\mathbb{R}}$ ، به ازای $z\in\overline{\mathbb{R}}$ ، $(z-m^{-1}(0))\in\mathbb{R} \Leftarrow a^2\in\overline{\mathbb{R}}$

$\Leftarrow a\in\overline{\mathbb{R}}$ یا $a\in i\overline{\mathbb{R}} \Leftarrow$ کل ضرایب یا حقیقی هستند یا موهومی محض.

$a=0 \Rightarrow \underset{b,c\neq 0}{bc=1} \xrightarrow{} b=\frac{1}{c}$, $m(\infty)=0 \Rightarrow m^{-1}(0)=\infty$

$m^{-1}(\infty)=-\frac{d}{c} \Rightarrow d=-c\,m^{-1}(\infty)$

$$\Rightarrow m(z) = \frac{\frac{1}{c}}{cz - c\,m^{-1}(\infty)} = \frac{1}{c^2\left(z-m^{-1}(\infty)\right)} \Rightarrow$$

نتیجه مشابه قبل است.

آناهیتا حیدری