مثال: نشان دهید آر

$$O(n, \mathbb{R}) := \left\{ A \in M_{n \times n} , \quad AA^T = A^T A = [d] \right\} \quad \text{تعریف می شود}$$

تشکیل می دهد

• $\forall x \in \mathbb{R}^n, \forall A \in O(n, \mathbb{R}), \quad \|Ax\| = \|x\|$

$\left(\|A x\| \leq \|A\| \|x\| \quad \text{(انتگرال گیری)} \right.$

$\left. \qquad \qquad \qquad \text{نتیجه} \right.$

• فرض کنید $G = O(n, \mathbb{R}), \quad v, x \in \mathbb{R}^n$ آنگاه

$A \in O(n, \mathbb{R}), \quad Ax = Y \quad \not\exists \Leftarrow \quad \|x\| \neq \|Y\|$

$$\|Ax\|^2 = (Ax)^T (Ax) = x^T \underbrace{A^T A}_{I} x = x^T x = \|x\|^2 \qquad \textcolor{red}{①}$$

$\|A x\| = \|x\| \quad \Leftarrow \quad \text{چون نرم نامنفی است}$

$\|x\| \neq \|y\| \qquad \qquad Ax = y \Rightarrow \underset{\text{طبق ①}}{\|A x\| = \|x\| = \|y\|} \quad .\dot{X} \qquad \textcolor{red}{②}$

$\Rightarrow \not\exists \, A \in O(n, \mathbb{R}) , \quad Ax = y .$

<div align="center">آفتاب مشعر ۲۲۲</div>