* به ۷ مساله از ۱۰ مساله پاسخ دهید.

۱۱۱ ثابت کنید در هر گراف ساده که در آن همه درجات زوج هستند، حداقل سه رأس با درجه یکسان وجود دارد.

۱۱۲ فرض کنید k عددی طبیعی و بزرگتر از یک باشد. کمترین مقدار n را بیابید به طوری که جمله زیر همیشه برقرار باشد:

در میان هر n عدد صحیح، دو عدد وجود دارند که مجموع یا تفاضلشان مضرب k است.

۱۱۳ سی عدد حداکثر هفت رقمی مفروضند. ثابت کنید دو زیرمجموعه مجزا از آنها وجود دارند به طوری که مجموع اعضایشان با هم برابر است.

۱۱۴ ثابت کنید به ازای هر عدد طبیعی و فرد q، جمله ای از دنباله $a_n = ۲^n - ۱$ وجود دارد که بر q بخش‌پذیر است.

۱۱۵ اگر p عدد اولی به جز ۲ و ۵ باشد ثابت کنید توانی از p وجود دارد که از سمت راست به ۱۴۰۰ رقم ۰۰۰⋯۰۰۱ ختم می‌شود (یکان ۱ است و ۱۳۹۹ رقم بعدی ۰ هستند).

۱۱۶ هفده مهره رخ را به دلخواه در خانه های صفحه شطرنج چیده ایم. ثابت کنید سه مهره رخ وجود دارند که هیچ دوتایی از آنها همدیگر را تهدید نمی‌کنند.

۱۱۷ رئوس دو ۱۲ ضلعی منتظم و برابر را با دو رنگ قرمز و آبی به دلخواه رنگ کرده ایم به طوری که از هر کدام شش رأس قرمز و شش رأس آبی است. آیا می‌توان آنها را به گونه ای بر هم منطبق کرد که حداقل ۶ زوج رأس منطبق، همرنگ باشند؟

۱۱۸ پنج نقطه در صفحه مفروضند به طوری که هیچ سه تایی از آنها در یک راستا نیستند. ثابت کنید چهارتا از آنها تشکیل یک چهارضلعی محدب می‌دهند. (اردیش و سکرش در سال ۱۹۳۵ حدس زده اند که در میان هر $۲^{n-۲} + ۱$ نقطه که هیچ سه تایی در یک راستا نیستند، n نقطه وجود دارند که رئوس یک n ضلعی محدب هستند. این حدس برای مقادیر اولیه $۳ \leq n \leq ۶$ اثبات شده‌است.)

۱۱۹ ثابت کنید در هر دنباله از اعداد حقیقی شامل حداقل $rst + ۱$ جمله، یا یک زیردنباله ثابت به طول حداقل $r + ۱$ وجود دارد، یا یک زیردنباله صعودی اکید به طول حداقل $s + ۱$ و یا یک زیردنباله نزولی اکید به طول حداقل $t + ۱$.

۱۱۱۰ (۱) زیرمجموعه‌های $A_۱$ تا A_m از $X = \{۱, ۲, \cdots, n\}$ مفروضند و برای هر دوتایی از آنها داریم $A_i \cap A_j \neq \varnothing$. ثابت کنید $m \leq ۲^{n-۱}$.

(۲) زیرمجموعه‌های n عضوی $A_۱$، $A_۲$، ... و A_m از مجموعه $X = \{۱, ۲, \cdots, ۲n\}$ مفروضند و برای هر دوتایی از آنها داریم $A_i \cap A_j \neq \varnothing$. ثابت کنید $m \leq \binom{۲n-۱}{n-۱}$.