اگر $f(0) = f(1) = 2$ و برای هر $n \geq 1$ داشته باشیم $f(n+1) = f(n)f(n-1)$ ،

۱۱ مطلوب است ضابطهٔ $f(n)$ بر حسب n.

جمله عمومی دنباله‌های بازگشتی زیر را به دست آورید: ۱۲

(۱) $a_n = a_{n-1} + 6a_{n-2} \quad (n \geq 2)\,,\ a_0 = 3, a_1 = 6$

(۲) $a_n = 7a_{n-1} - 10\,a_{n-2} \quad (n \geq 2), a_0 = 2, a_1 = 1$

(۳) $a_n = 6a_{n-1} - 8a_{n-2} \quad (n \geq 2), a_0 = 4, a_1 = 10$

(۴) $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} \quad (n \geq 3), a_1 = 4, a_2 = 1$

می‌دانیم جمله عمومی دنبالهٔ $\{a_n\}$ به فرم $a_n = k \times 3^n + \ell \times 6^n$ است. رابطه‌ای

۱۳ بازگشتی برای a_n بنویسید.

جملات دنباله‌های $\{a_n\}$ و $\{b_n\}$ در روابط زیر صدق می‌کنند: ۱۴

$a_n = a_{n-1} + b_{n-1}\,,\ a_0 = 1$

$b_n = a_{n-1} - b_{n-1}\,,\ b_0 = 2$

جمله عمومی این دنباله‌ها را پیدا کنید.

۱. فرض کنید $p(n,k)$ تعداد افرازهای عدد n به صورت جمع k عدد طبیعی باشد.

۱۵ به عنوان مثال $p(5,2)=2$ و $p(5,3)=2$ چون

$1+4=2+3=5=1+1+3=1+2+2$

ثابت کنید $p(n,k) = p(n-1, k-1) + p(n-k, k)$.

برای دنباله بل $\{B_n\}$ ثابت کنید $B_{n+1} = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} B_k$ که

در آن $B_0 = 1$. یادآوری می‌کنیم که B_n برابر است با تعداد ۱۶

افرازهای یک مجموعه n عضوی به یک یا چند زیرمجموعه.

۱۷ عدد استرلینگ نوع اول که آن را با $s(n,k)$ نمایش می‌دهیم برابر

است با تعداد روشهای توزیع n شیء متمایز روی k دایره نامتمایز

به طوری که روی هر دایره جایگشت دوری اشیاء لحاظ شود. به

عنوان مثال، $s(3,2) = 3$ و $s(3,1) = 2$.

(الف) مقدار $s(n,1)$ و $s(n,n-1)$ را بدست آورید.

(ب) ثابت کنید

$$s(n,k) = s(n-1,k-1) + (n-1)s(n-1,k).$$