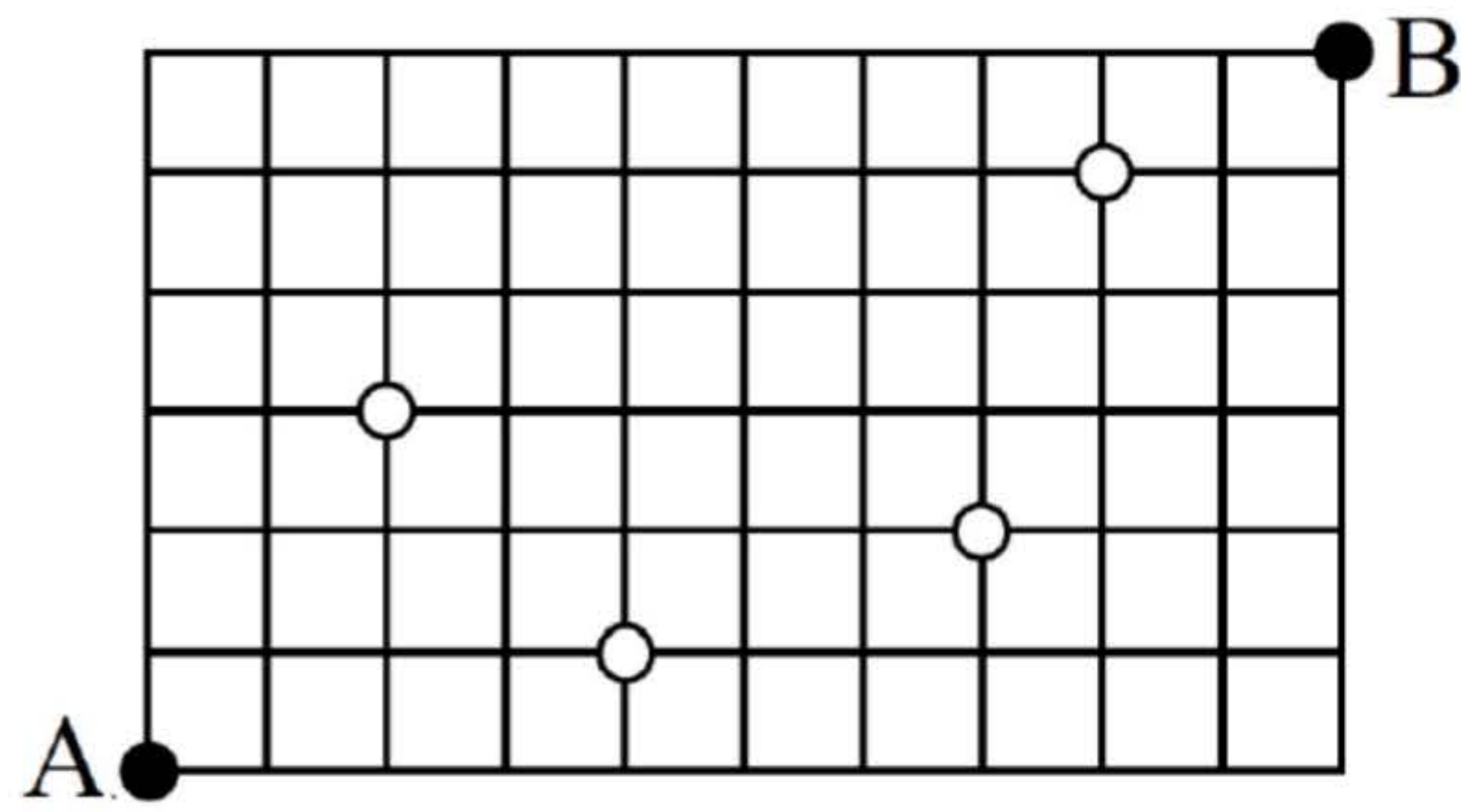


۱/ می‌خواهیم هر یک از خانه‌های یک جدول  $3 \times 3$  را با دو رنگ، رنگ کنیم به طوری که مربع  $2 \times 2$  تکرنگ ایجاد نشود. چند رنگ آمیزی مختلف وجود دارد؟

۲/ می‌خواهیم در شکل زیر از نقطه  $A$  به نقطه  $B$  برویم. تنها در دو جهت به سمت بالا و به سمت راست می‌توانیم حرکت کنیم. همچنین نمی‌خواهیم از چهار نقطه مشخص شده در شکل عبور کنیم. چند مسیر متفاوت وجود دارد؟



۳/ (۱) برای هر عدد طبیعی  $n$  ثابت کنید

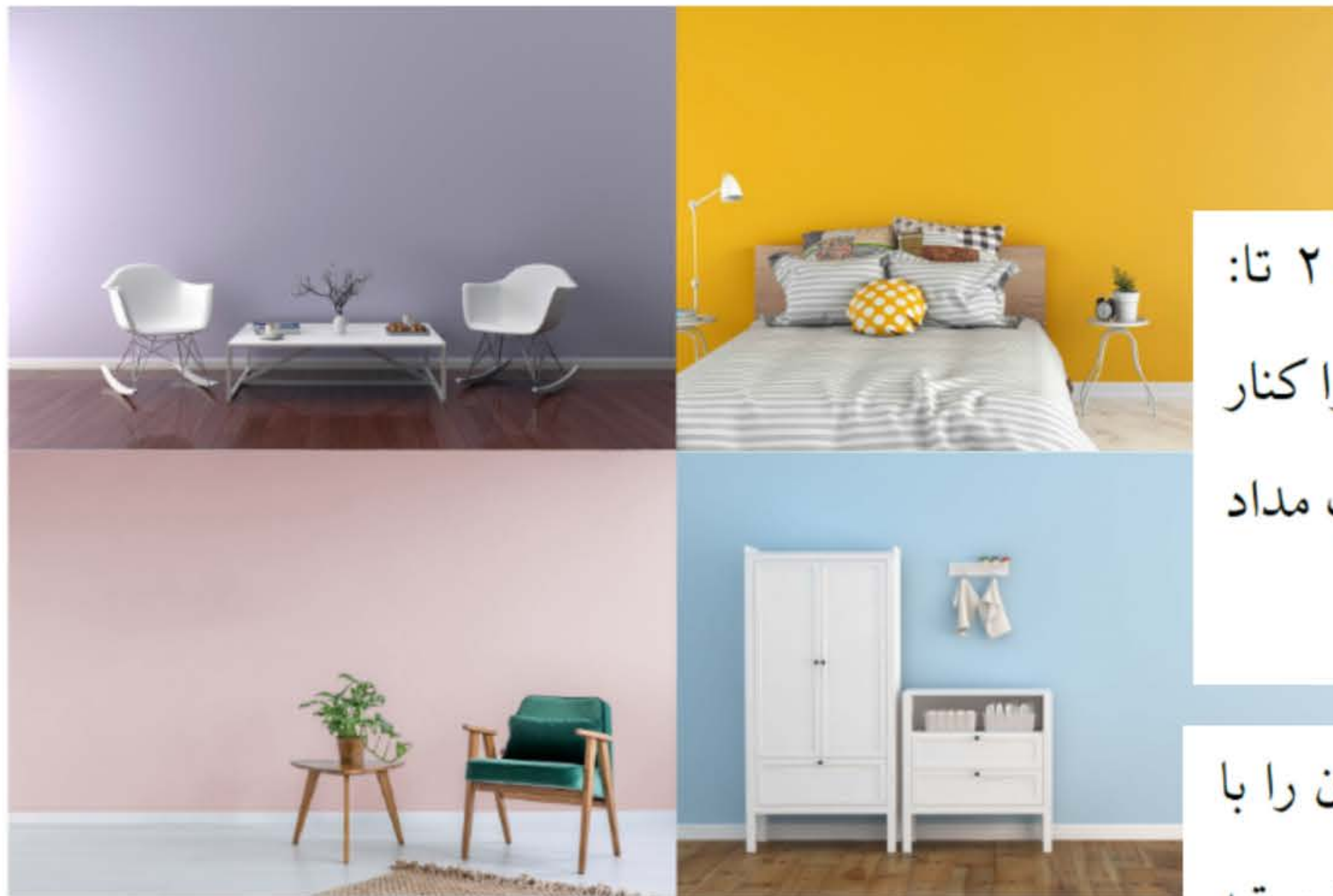
$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} (n-k)^n = n!$$

(۲) با فرض  $n, m \in \mathbb{N}$  و  $m > n$  ثابت کنید

$$\sum_{k=0}^m (-1)^k \binom{m}{k} (m-k)^n = 0$$

۴/ چند عدد طبیعی نابیشتر از  $2^3$  وجود دارد که نه مربع کامل هستند، نه مکعب کامل و نه توان پنجم کامل؟

۵/ به چند طریق می‌توان چهار دیوار یک اتاق را با چهار رنگ موجود رنگ کرد به طوری که دیوارهای مجاور همرنگ نباشند؟



۶/  $2n$  مداد رنگی داریم شامل  $n$  رنگ مختلف، از هر رنگ ۲ تا: یکی کمرنگ و دیگری پررنگ. به چند طریق می‌توان آنها را کنار هم چید به طوری که مداد کمرنگ از هر رنگ، سمت چپ مداد پررنگ از همان رنگ (نه لزوماً کنار آن) باشد؟

۷/ ثابت کنید می‌توان یالهای گراف کامل از مرتبه یک میلیون را با دو رنگ چنان رنگ کرد به طوری که هیچ خوشه تکرنگی از مرتبه ۴۰ وجود نداشته باشد.

۸/ به چند طریق می‌توان رئوس گراف دوری  $C_n$  را با  $k$  رنگ، رنگ آمیزی کرد به طوری که هیچ دو رأس مجاور همرنگ نباشند؟