$$f(x) = x \qquad\qquad 0 < x < 2 \qquad\qquad \text{سری فوریه کسینی؟}$$

$$\text{یعنی } f^*(x) = \begin{cases} x & 0 < x < 2 \\ \\ -x & -2 < x < 0 \end{cases} \qquad\qquad \Rightarrow \ell = 2$$

$$b_n = 0$$

$$a_n = \frac{2}{\ell} \int_0^\ell f(x) \cos\left(\frac{n\pi}{\ell} x\right) dx = \int_0^2 x \cos\left(\frac{n\pi}{2} x\right) dx$$

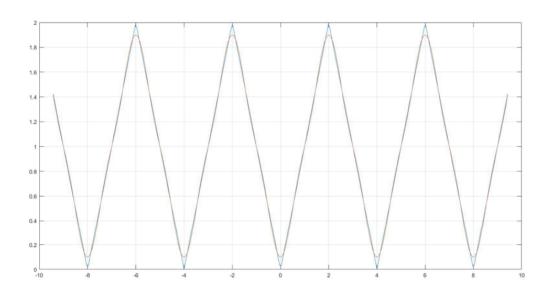$$= \frac{x \sin\left(\frac{n\pi}{2} x\right)}{\frac{n\pi}{2}} \Bigg]_0^2 \underbrace{}_0 - \int_0^2 \frac{\sin\left(\frac{n\pi}{2} x\right)}{\frac{n\pi}{2}} dx = 4 \frac{\cos\left(\frac{n\pi}{2} x\right)}{n^2 \pi^2} \Bigg]_0^2$$

$$= \frac{4}{n^2 \pi^2} \left((-1)^n - 1\right)$$

$$= \begin{cases} 0 & n \text{ زوج} \\ \\ \dfrac{-8}{n^2 \pi^2} & n \text{ فرد} \end{cases}$$

$$a_0 = \int_0^2 x \, dx = 2$$

$$= \text{سری فوریه کسینوسی } f \text{ روی } (0, 2) \implies$$

$$\boxed{1 + \dfrac{-8}{\pi^2} \sum_{k=0}^{\infty} \dfrac{\cos((2k+1)x)}{(2k+1)^2}}$$

آنها با هم دیگر برابرند

```
1
2        g=linspace(-3*pi,3*pi,300);
3        figure
4        plot(g,per(g),g,coF(g))
5        grid
6
7        double x
8        function [y]=per(x)
9            pw = @(x)  (x<2).*x+(x>2).*(-x+4);
10           y=pw(x-4*floor(x/4.0));
11       end
12       function [y]=coF(x)
13           syms k
14           y=1+symsum(cos(pi*k*x/2)*4*((-1)^k-1)/((pi^2)*(k^2)),k,1,3);
15       end
16
```

خروجی کد برنامه به ازای $k = 3$:

اجرای سری فوریه برای $k = 30$: