

حل تمرین روش های آماری

جلسه ی هفتم

$$\alpha = 0.05, \quad \bar{x} = 810, \quad n = 30, \quad s = 40, \quad \begin{cases} H_0: \mu = 800 \\ H_1: \mu > 800 \end{cases} \quad ①$$

$$p\text{-value} = P(\bar{X} > 810 \mid \mu = \mu_0) = P(\bar{X} > 810 \mid \mu = 800)$$

$$= P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{s/\sqrt{n}} > \frac{810 - 800}{40/\sqrt{30}}\right) = P(Z > 1.37)$$

$$= 1 - P(Z \leq 1.37) = 1 - 0.9147 = 0.0853$$

$H_0$  در سطح ۰.۰۵ رد نمی شود.  $\Rightarrow 0.0853 > 0.05 = \alpha$

② وزارت کار و امور اجتماعی، مزد روزانه کارگران کارخانه را به طور متوسط ۱۳۲۰۰

تومان با انحراف ۲۵۰۰ تومان تعیین نموده است. اگر مدیر کارخانه به ۴۰ کارگر خود روزانه

به طور متوسط ۱۲۲۰۰ تومان پرداخت نماید، آیا می توان این کارخانه را متهم نمود که کمتر از

مزد تعیین شده وزارت کار و امور اجتماعی پرداخت می کند؟ ( $\alpha = 0.05$ )

$$\begin{cases} H_0: \mu = 13200 \\ H_1: \mu < 13200 \end{cases} \quad \bar{x} = 12200, \quad s = 2500, \quad n = 40$$

$$p\text{-value} = P(\bar{X} < 12200 \mid \mu = 13200) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} < \frac{12200 - 13200}{2500/\sqrt{40}}\right)$$

$$= P(Z < -2.53) = 0.0057$$

فرض  $H_0$  در سطح ۰.۰۵ رد می‌شود.  $\Rightarrow$  ✓  $\alpha = 0.05 \geq 0.0057$

(۳) نمونه‌ای تصادفی از پرونده‌های فرزندان شرکتی نشان می‌دهد که سفرهای برای قطعه‌ی معینی از

ماشین‌ها به ترتیب: ۱۰، ۱۲، ۱۶، ۱۴، ۱۵، ۱۸، ۱۱ و ۱۳ روز بایگانی شده

است. اگر تعداد روزهای بایگانی از توزیع نرمال پیروی کند، آیا در سطح معنی‌دار ۰.۰۵

می‌توان ادعا کرد که میانگین زمان بایگانی چنین سفرهای از ۱۰.۵ روز بزرگ‌تر است؟

$$\begin{cases} H_0: \mu = 10.5 & n = 8 \\ H_1: \mu > 10.5 & \sigma^2 \text{ نامعلوم} \end{cases}$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 112 \quad , \quad \sum_{i=1}^n x_i^2 = 1480 \quad , \quad \bar{x} = \frac{112}{8} = 14$$

$$s^2 = \frac{\left[1480 - \frac{(112)^2}{8}\right]}{7} = 10.286$$

$$p\text{-value} = P(\bar{X} > \bar{x} \mid \mu = 10,8) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} > \frac{12 - 10,8}{\sqrt{\frac{10,289}{n}}}\right)$$

$$= P(Z > 2,087) = 1 - P(Z \leq 2,087) = 1 - 0,999 = 0,001$$

$\alpha = 0,01 \geq 0,001 \quad \checkmark \Rightarrow$  فرض  $H_0$  در سطح 0,01 رد می شود.

$\alpha = 0,08$  ,  $s^2 = 198$  ,  $\bar{x} = 312$  ,  $n = 10$  ,  $\begin{cases} H_0 : \sigma^2 = 100 \\ H_1 : \sigma^2 \neq 100 \end{cases}$  ④

$$P(S^2 < s^2 \mid \sigma^2 = \sigma_0^2) = P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} < \frac{9(198)}{100}\right)$$

$$= P(\chi^2_{(9)} < 17,82) \approx 0,981$$

$$p\text{-value} = 2 \min \left\{ P_{\sigma^2 = \sigma_0^2}(S^2 < s^2) , P_{\sigma^2 = \sigma_0^2}(S^2 > s^2) \right\}$$

$$= 2 \min \{ 0,981 , 1 - 0,981 \} = 2 \times 0,018 = 0,036$$

$\alpha = 0,08 \not\geq 0,036 \Rightarrow$  فرض  $H_0$  رد نمی شود.

$\alpha = 0,08$  ,  $s = 23$  ,  $\bar{x} = 810$  ,  $n = 28$  ,  $\begin{cases} H_0 : \mu = 800 \\ H_1 : \mu \neq 800 \end{cases}$  ⑤

$$p\text{-value} = 2 P(\bar{X} > \bar{x}) = 2 P_{\mu=500}(\bar{X} > 510) = 2 P\left(t_{(n-1)} > \frac{510 - 500}{23/\sqrt{28}}\right)$$

$$= 2 P(t_{(28)} > 2.17) = 2 [1 - P(t_{(28)} < 2.17)]$$

$$= 2 [1 - 0.979] = 2 \times 0.021 = 0.042$$

$\alpha = 0.08 > 0.042 \quad \checkmark \Rightarrow$  فرض  $H_0$  رد می شود .