

حل تمرین روش های آماری

جلسه چهارم

۱ - در روش فعلی پرتاب موشک از روی سکوی پرتاب، احتمال موفقیت پرتاب ۰,۸ است. یک نوع سامانه‌ی پرتاب موشک جدید ارائه شده است که ادعا می‌شود از روش قبلی مؤثرتر است. اگر در روش جدید از ۲۰ پرتاب ۱۷ موشک با موفقیت پرتاب شوند، در سطح معنی‌دار ۰,۰۵ این ادعا را آزمون کنید.

$$\begin{cases} H_0: p = 0.8 \\ H_1: p > 0.8 \end{cases} \quad \hat{p} = \frac{17}{20} \quad \alpha = 0.05 \Rightarrow z_{0.95} = 1.64$$
$$n = 20$$

$$\frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{0.85 - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(0.2)}{20}}} = \frac{0.05}{\sqrt{0.008}} \approx 0.559 < 1.64$$

فرض H_0 در سطح ۰,۰۵ رد نمی‌شود \Rightarrow

۲ - یک شکارچی ادعا دارد که ۸۰٪ از تیرهای او به هدف می‌خورد. اگر او در یک روز ۹ تا از ۱۵ هدف را که به سوی آنها تیراندازی کرده است صید نماید، آیا ادعای او را در سطح معنی‌دار ۰,۰۵ می‌پذیرید؟

$$\begin{cases} H_0: p = 0.8 \\ H_1: p \neq 0.8 \end{cases} \quad \hat{p} = \frac{9}{15} \quad \alpha = 0.05 \Rightarrow z_{0.975} = 1.96$$
$$n = 15$$

$$Z = \frac{\frac{9}{15} - 0.8}{\sqrt{\frac{0.8(0.2)}{15}}} = \frac{-0.2}{\sqrt{0.011}} \approx -1.90$$

فرض H_0 در مقابل فرض H_1 در سطح $\alpha = 0.05$ \Rightarrow $1.96 < |z| = 1.90$ رد نمی شود.

۳ - یک کارخانه وسایل ورزشی و ماهی گیری یک نخ ماهی گیری را ساخته است که به طور متوسط دارای قدرت تحمل ۱۵ کیلو با انحراف معیار ۰.۵ کیلو است. اگر یک نمونه تصادفی ۵۰ تایی از نخ های ماهی گیری دارای میانگین قدرت تحمل ۱۴.۸ کیلوگرم باشد، فرض $\mu = 15$ در مقابل $\mu \neq 15$ را در سطح معنی دار $\alpha = 0.01$ آزمون کنید.

$$\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_1: \mu \neq 15 \end{cases} \quad \bar{x} = 14.8 \quad n = 50 \quad \sigma = 0.5$$

$$\alpha = 0.01 \Rightarrow z_{0.995} = 2.578$$

$$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{14.8 - 15}{\frac{0.5}{\sqrt{50}}} \approx -2.828$$

فرض H_0 در سطح $\alpha = 0.01$ رد می شود $\Rightarrow |z| = 2.828 > 2.578$

۴ - برای تعداد زیادی از بیماران یک نوع بیماری، گزارش شده است که مدت درمان آن به روش استاندارد دارای میانگین ۱۵ روز و انحراف معیار ۳ روز است. ادعا شده که یک روش جدید می تواند مدت درمان را کوتاه تر کند و انحراف معیار همان ۳ روز است. برای روش جدید درمان را بر روی ۷۰ بیمار آزمایش کرده و میانگین مدت درمان همان ۱۴ روز شده است. آیا در سطح معنی دار $\alpha = 0.05$ روش جدید بهتر است؟

$$\begin{cases} H_0: \mu = 15 \\ H_1: \mu < 15 \end{cases} \quad \bar{x} = 14 \quad \mu_0 = 15 \quad n = 70 \quad \sigma = 3$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow z_{0.95} = -1.96$$

فرض H_0 در سطح $\alpha = 0.05$ رد می شود $\Rightarrow -1.96 < z = -2.789$

۵ - یک تولید کننده قطعه‌های پیش‌ساخته مدعی است که انحراف معیار مقاومت محصولات او برابر ۱۰ کیلوگرم بر سانتیمتر مربع است. یک نمونه تصادفی ۱۰ تایی از این محصولات نتایج $\bar{x} = ۳۱۲$ و $s^2 = ۱۹۵$ را به دست داده است. اگر اندازه‌ی مقاومت این محصولات دارای توزیع نرمال باشند، آیا نتایج به دست آمده با ادعای تولیدکننده سازگار است؟ سطح معنی‌دار را ۰,۰۵ بگیرید.

$$\begin{cases} H_0: \sigma^2 = 100 \\ H_1: \sigma^2 \neq 100 \end{cases} \quad \sigma_0 = 10 \quad n = 10 \quad \bar{x} = 312 \quad s^2 = 195$$

$$\alpha = 0.05 \Rightarrow \begin{cases} \chi^2_{0.025}(9) = 16.919 \\ \chi^2_{0.975}(9) = 2.700 \end{cases}$$

* تا معلوم

$$\frac{(n-1)s^2}{\sigma_0^2} = \frac{9 \times 195}{100} \approx 17.55$$

$$17.55 < 16.919, \quad 17.55 > 2.700$$

← فرض H_0 رد نمی‌شود.