



---

Physique moderne

# *Projet numérique*

---

Anaëlle R. Rime L. Shayma M.

# *Plan*

## **I - Présentation du sujet**

- a) Introduction
- b) effet Ramsauer-Townsend
- c) Pertinence de l'utilisation du puit de potentiel

## **II - Résolution analytique**

- a) Etats stationnaires
- b) Equation de Schrödinger

## **III - Partie numérique**

- a) explication des codes Python
- b) Comparaison avec les données

## **IV - Limite de l'approche**

## **V - Modèle plus réaliste**

# *Introduction*



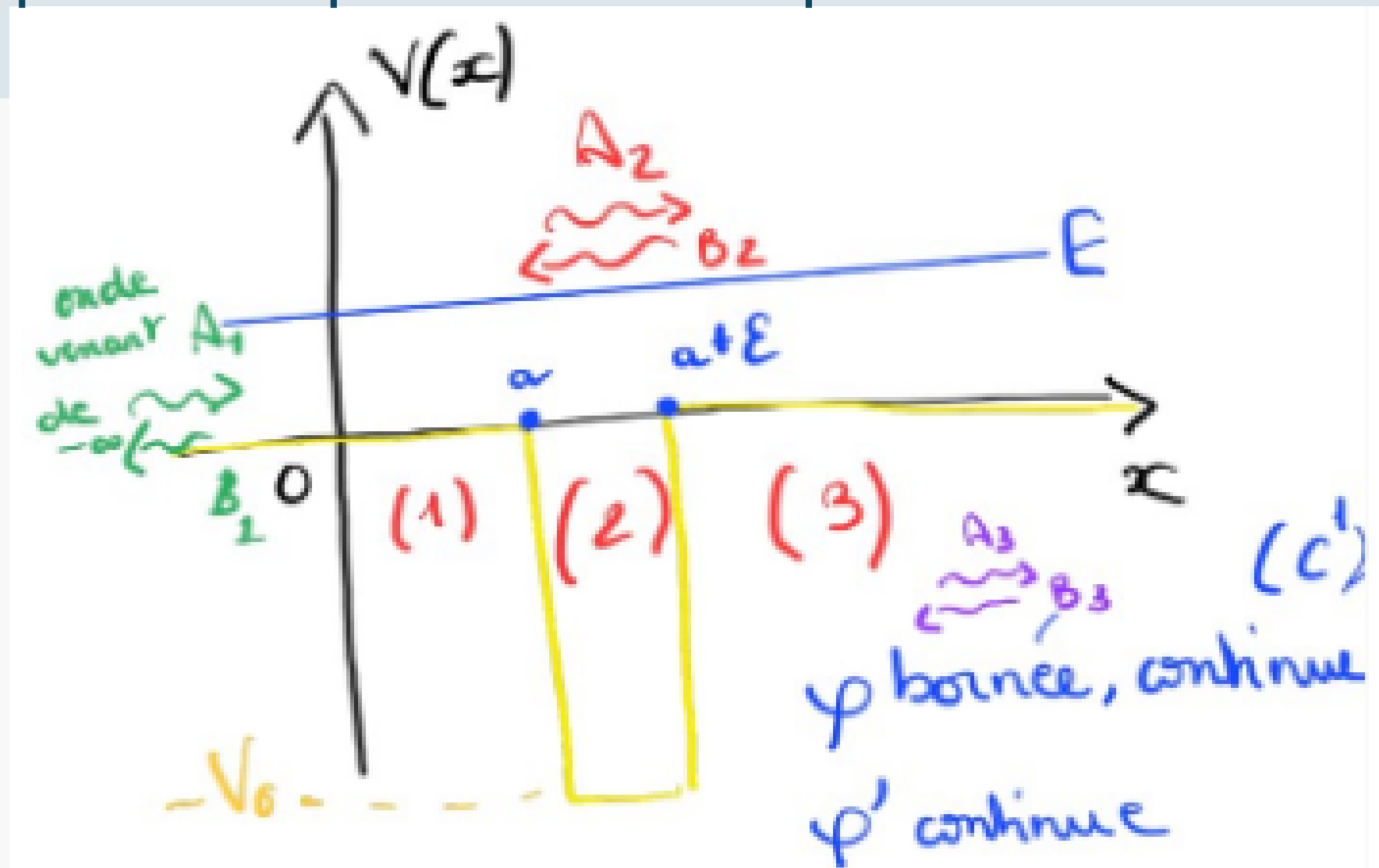


# *Effet Ramsauer-Townsend*

- Phénomène physique décrivant la collision entre deux particules à l'échelle microscopique, provoquant alors la diffusion d'électron par l'atome d'un gaz noble.
- Découvert en 1921 par Carl Ramsauer et John Townsed. Ils ont pu observer que la diffusion pouvait s'annuler selon la valeur d'énergie de l'électron.
- Pour certaine valeur d'énergie, la probabilité que l'électron soit dévié peut être nulle.

# La pertinence de l'utilisation d'un puits de potentiel pour modeliser l'experience

L'objectif final de ce projet étant d'expliquer ce phénomène à partir d'un modèle à une dimension. On modélise le potentiel au voisinage de la particule par un puits de potentiel, de profondeur finie  $-V$ .



# Résolution Analytique

## Etats Stationnaires

$$\Psi(x,t) = \phi(x) \exp(-iEt/\hbar)$$

$$\hbar^2/2m \, d^2/dx^2 \, \phi + [E-V(x)]\phi(x) = 0 \quad \text{avec } E : \text{énergie totale de la particule}$$

$V(x) : \text{potentiel constant par morceaux}$

ici :  $E > 0 > -V_0 \rightarrow E - V(x) = E - (-V_0) = E + V_0 > 0$   
 $\Rightarrow$  Comportement sinusoïdale

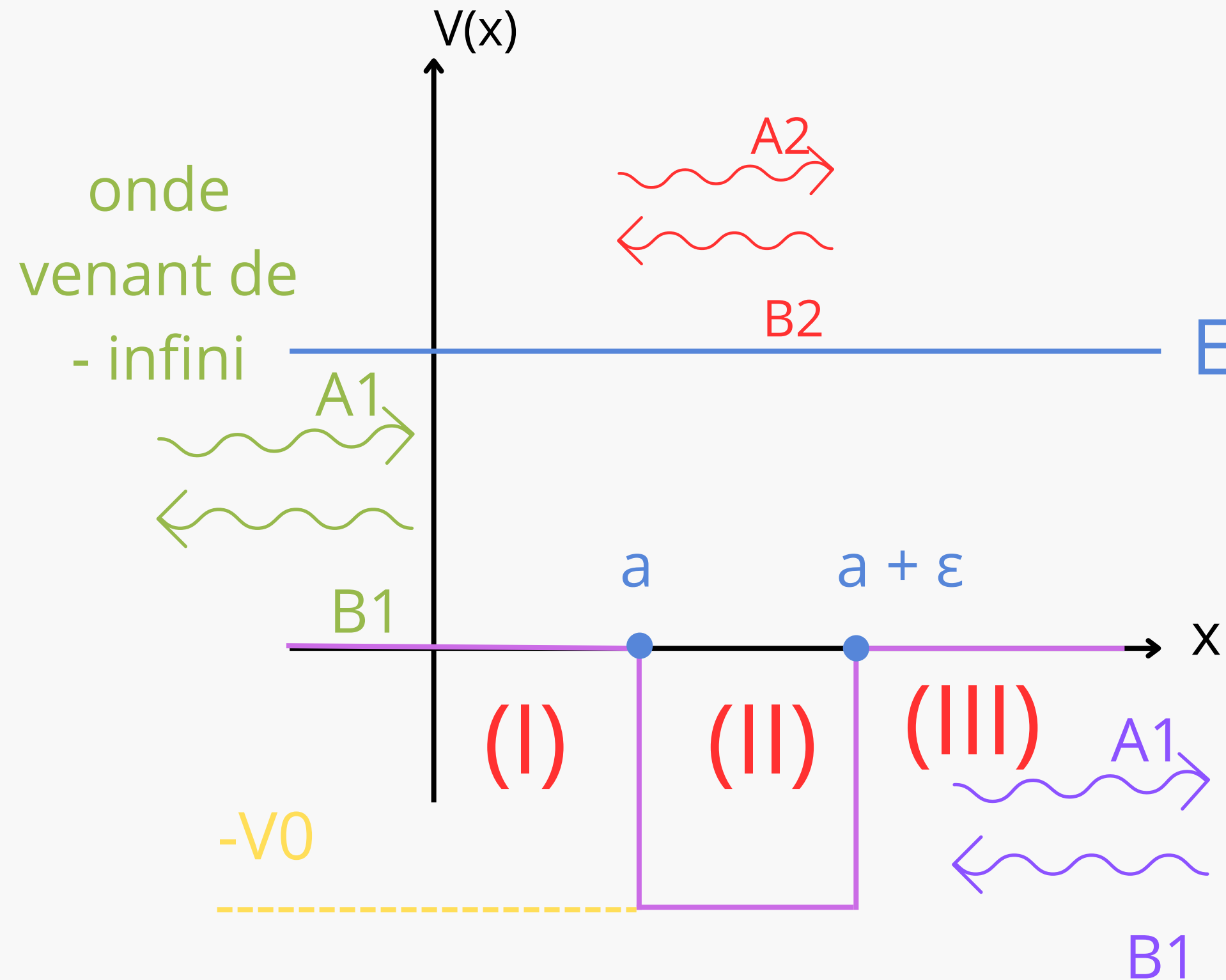
### forme de $V(x)$

$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{pour } a < x < a + \varepsilon \\ 0 & \text{si } x \in \mathbb{R} \setminus [a, a + \varepsilon] \end{cases}$$

$\varepsilon : \text{taille du puit}$

# Résolution Analytique

3 régions :



$$(I) : x \in ] -\infty , a]$$

$$(II) : x \in [ a, a + \epsilon]$$

$$(III) : x \in [ a + \epsilon, +\infty [$$

$\phi$  bornée, continue  
 $\phi'$  continue

# Résolution Analytique

## Etats stationnaires

=> dans ( I ) et (III) :  $\phi''(x) + (2mE/\hbar^2) \phi(x) = 0$   $k^2 > 0$

=> dans (II) :  $\phi''(x) + (2m(E+V_0)/\hbar^2) \phi(x) = 0$   $q^2 > 0$

## Polynome caractéristiques : EDO DU 2nd ordre

- solution de la forme  $\phi(x) = \alpha \exp(r_1 x) + \beta \exp(r_2 x)$
- 2 racines :  $r_1$  et  $r_2$  donnée par :

( I ) et ( III) :  $r^2 + k^2 = 0 \Rightarrow r = \pm i k$

(II) :  $r^2 + q^2 = 0 \Rightarrow r = \pm i q$

=>  $|\phi(x)|^2 =$



# Résolution Analytique

## Symétrisation du problème potentiel + symétrie

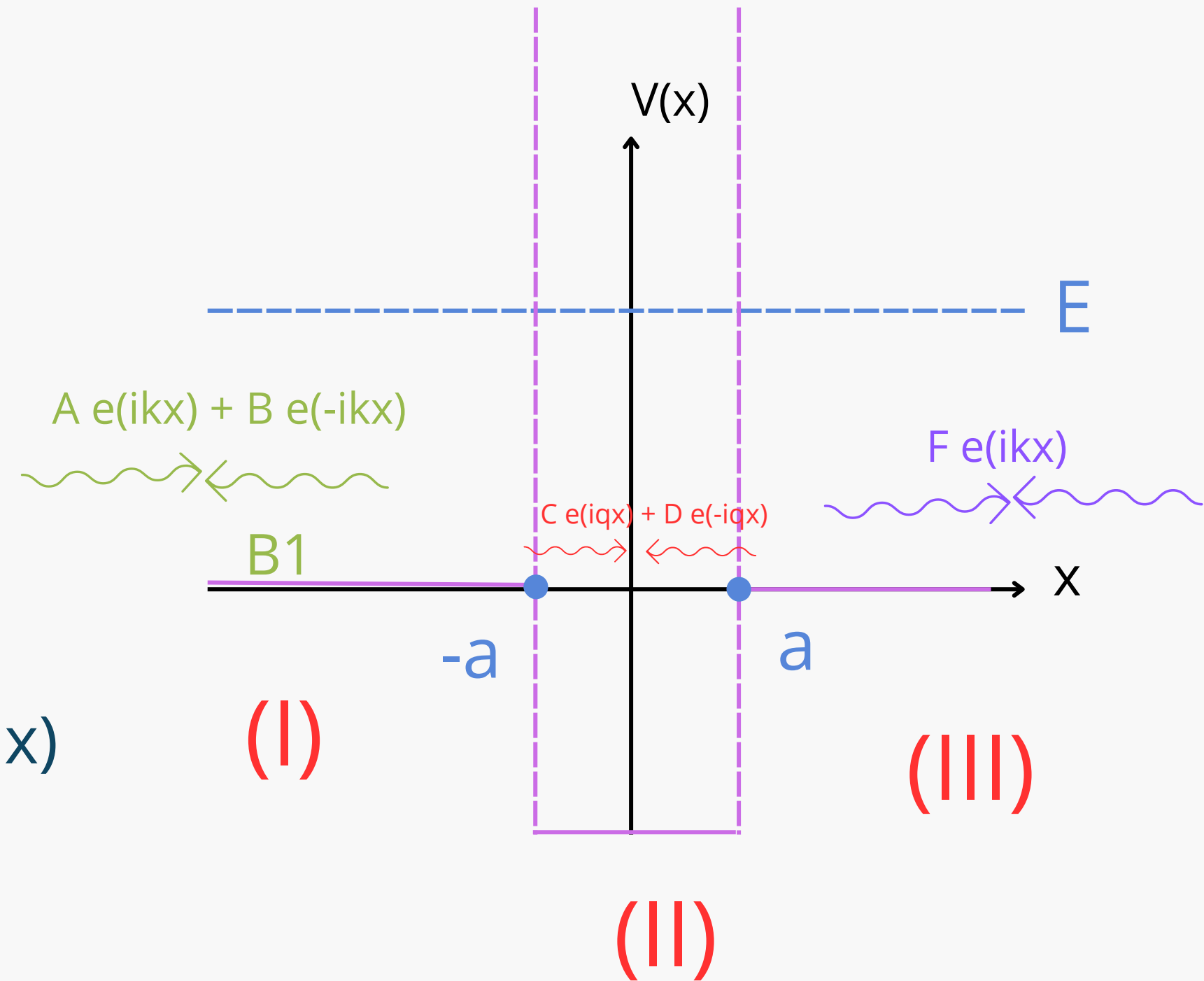
$$V(x) = \begin{cases} -V_0 & \text{pour } |x| < a \\ 0 & \text{pour } |x| > a \end{cases}$$

et  $E > 0 > -V_0$

$$V(x) = 0 : \text{ ( I ) } x < -a : \Psi(x) = A e(ikx) + B e(-ikx)$$

$$V(x) = -V_0 : \text{ ( II ) } |x| < a : \Psi(x) = C e(iqx) + D e(-iqx)$$

$$V(x) = 0 : \text{ ( III ) } x > a : \Psi(x) = F e(ikx)$$



# Résolution Analytique

## Equation de Schrödinger : 1 dimension

$$\hat{H} \Psi(x,t) = i\hbar \delta \Psi(x,t) / \delta t$$

→ opérateur

potentiel  $V(x) \Rightarrow \hat{H} = -\hbar^2/2m \delta^2/\delta x^2 + V(x)$

$$-\hbar^2/2m \delta^2/\delta x^2 \Psi(x,t) + V(x)\Psi(x,t) = i\hbar \delta \Psi(x,t) / \delta t$$

 th de superposition

### ( i ) Conditions au limites

$$\Psi(x,t) = \Psi(x)f(t)$$

Pour tout  $x,t$ , fonction de  $x$  car :

$$-\hbar^2/2m \delta^2/\delta x^2 \Psi(x,t) + V(x) = i\hbar 1/f(t) df/dt = \text{coté}$$

$$\int df/dt = -\int iEt/\hbar = \ln(f) = -iEt/\hbar + \text{cst}, f(t) = f(0)\exp(-iEt/\hbar). \text{ On prend } f(0) = 1$$

$$\Psi(x,t) = \Psi(x)\exp(-iEt/\hbar)$$

$$(I) : i\hbar df/dt = Ef(t) \Leftrightarrow i\hbar df/dt = Edt$$

$$(II) -\hbar^2/2m \delta^2/\delta x^2 \Psi(x,t) + V(x) \Psi(x,t) = E\Psi(x,t)$$

# Résolution Analytique

Les états stationnaires dépendent de la forme de  $V(x)$  : condition de continuité et  $k$  et  $q$

$V(x)$ Discontinue borné	$\phi(x)$ bornée continue 1 fois dérivable
--------------------------------	--

=> continuité de  $\Psi(x)$  en  $x = -a$  et  $x = a$

(II)

$$-\hbar^2/2m \delta^2/\delta x^2 \Psi(x,t) + V(x) \Psi(x,t) = E \Psi(x,t)$$

$$\Leftrightarrow (E - V(x)) \Psi(x,t) + \hbar^2/2m \delta^2/\delta x^2 \Psi(x,t)$$

$$\hbar^2 r^2/2m + V(x) - E = 0 \Leftrightarrow r^2 = 2m/\hbar^2 - V(x) + E$$

$B, C, D$  et  $E$  en fonction de  $A$

coefficient de transmission et transmission :  $T = |F|^2/|A|^2$ ,  $R = |B|^2/|A|^2$

avec  $R+T=1$

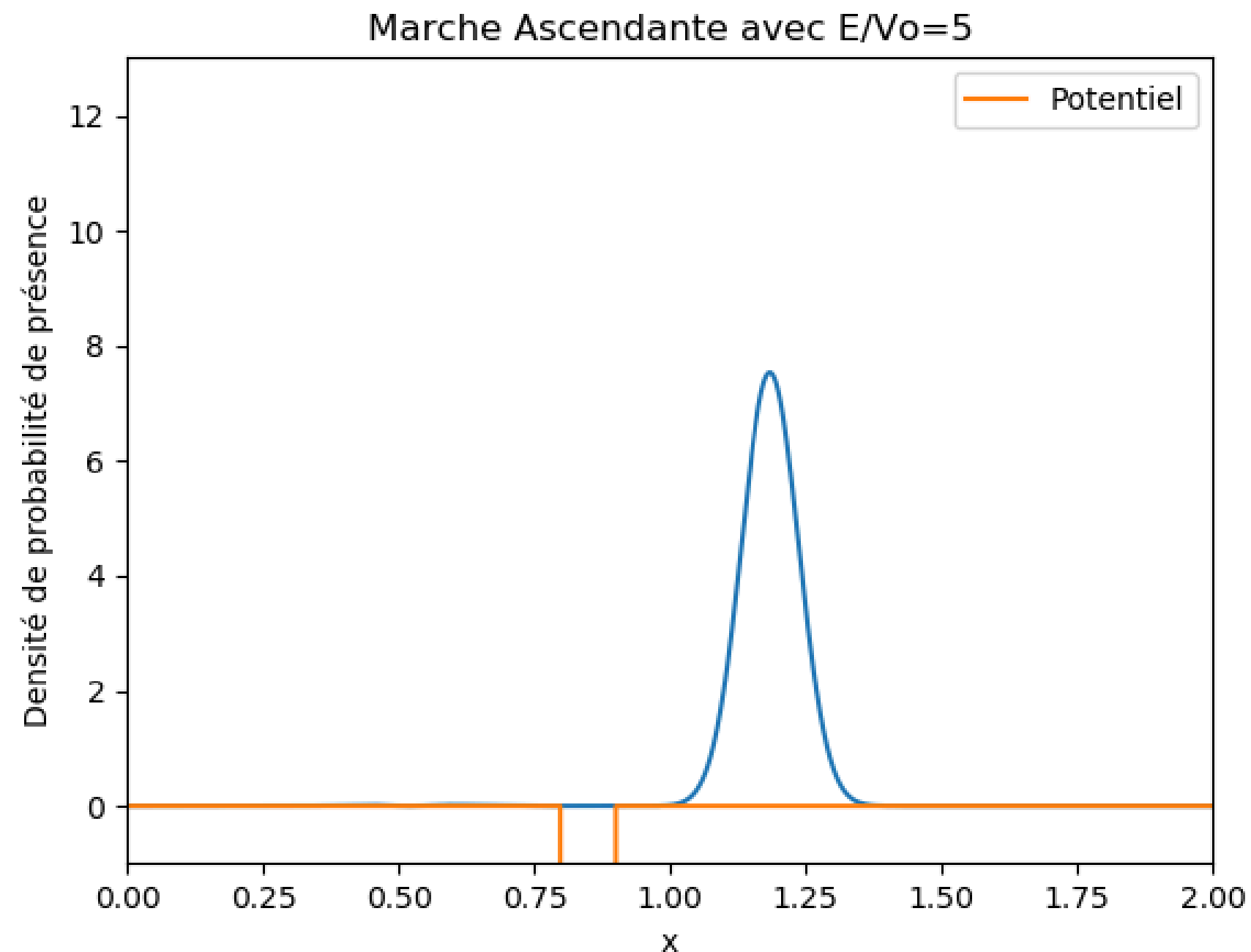
$$1/T = 1 + \frac{1}{4} V_0^2 \sin^2(2qa)/E(E+V_0), T(e) \text{ avec } e=E/V_0$$

(I) et (III)  $V(x) = 0$  :  $k^2 = 2mE/\hbar^2$

(II)  $V(x) = -V_0$  :  $q^2 = 2m(E+V_0)/\hbar^2$

# *Partie numérique*

Coder en python l'algorithme de résolution d'équation différentielle pour observer la propagation du paquets d'ondes.



# *Comparaison avec les données*

# *Les limites de cette approche*

*Modèle plus réaliste*

# *Bibliographie*

- <chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcgglefindmkaj/https://cpge-paradise.com/MP4Phys/TD/TD11%20meca%20q.pdf>
- <https://www.f-legrand.fr/scidoc/>
- <https://phet.colorado.edu/fr/simulations/bound-states>
- <https://www.unisciel.fr/>