



TP CONCEPTION DE RÉCEPTEUR

Etude d'une boucle de phase numérique

Najmeddine Ayoub

Département Sciences du Numérique
2021-2022

Table des matières

1	Introduction	3
2	Etude en boucle ouverte	3
3	Etude en boucle fermée	5
3.1	Mode Acquisition	5
3.2	Mode Poursuite	6
3.3	Gigue de phase en fonction de la bande de bruit de la boucle	6
3.4	Tracé de la gigue de phase en fonction du E_b/N_0	7

1 Introduction

Les débits des liaisons série à haut débit (USB, DVB-S..) ont atteint le multi-gigabits par seconde, et continue d'augmenter. Deux paramètres principales pour caractériser les performances des récepteurs numérique sont la gigue transmise à un taux d'erreur donné et la capacité du récepteur à suivre la gigue à un taux d'erreur donnée.

Les boucles à verrouillage de phase (Phase-Locked Loops or PLL) ou encore boucles à asservissement de phase, ont été inventées pour faire de la détection synchrone. On s'intéresse dans ce travail à l'étude de ce type de système.

2 Etude en boucle ouverte

Nous nous intéressons dans cette première partie à l'étude d'une boucle ouverte de phase. le signal émis sera modulé en QPSK, auquel on ajoutera un bruit lié au canal de transmission. On pourra utiliser plusieurs plage d'erreur en phase pour le détecteur.

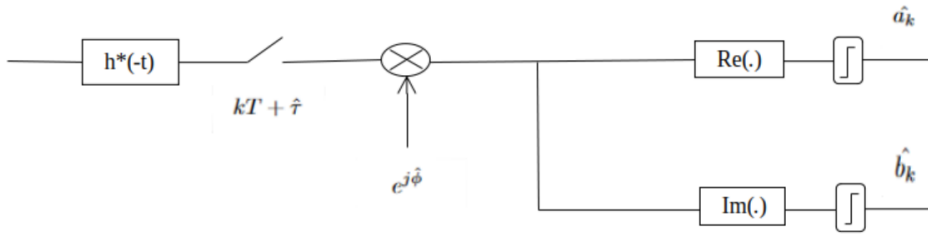


FIGURE 1 – Boucle ouverte en phase.

Le modèle de réception est donné par :

$$r(t) = A \left(\sum d_k h(t - kT - \tau) \right) e^{2j\pi\delta f t + j\phi} + n_e(t)$$

on définit la fonction de vraisemblance par :

$$L(\hat{\theta}, (\hat{a}_m, \hat{b}_m)) = \exp \left(\alpha \left(\sum a_m \text{Re}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) + \sum b_m \text{Im}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \right)$$

En moyennant l'expression de la fonction de vraisemblance , on obtient :

$$\begin{aligned} L(\hat{\theta}) &= E \left(\exp \left(\alpha \left(\sum a_m \text{Re}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) + \sum b_m \text{Im}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \right) \right) \\ &= \prod E \left(\exp \left(a_m \text{Re}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \right) \cdot \prod E \left(\exp \left(b_m \text{Im}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \right) \\ &= \prod \left(\frac{1}{2} \exp \left(\text{Re}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) + \frac{1}{2} \exp \left(-\text{Re}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \right) \cdot \\ &\quad \prod \left(\frac{1}{2} \exp \left(\text{Im}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) + \frac{1}{2} \exp \left(-\text{Im}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \right) \\ &= \prod \text{ch} \left(\text{Re}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \cdot \prod \text{ch} \left(\text{Im}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \end{aligned}$$

Et en passant au logarithme, et en développant le terme en sinus hyperbolique à l'ordre 4 : $\ln(ch(x)) = \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{12}$, et en éliminant le terme d'ordre 2 (indépendant de θ), on obtient :

$$L(\hat{\theta}) = \sum \text{Re}^4(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) + \sum \text{Im}^4(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}})$$

La dérivation de l'expression précédente donne l'expression suivante du détecteur d'erreur de phase porteuse :

$$\begin{aligned}
u(\hat{\theta}) &= \frac{\partial L}{\partial \theta} = - \left(\sum 4 \operatorname{Im}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \operatorname{Re}^3(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) + \sum -4 \operatorname{Re}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \operatorname{Im}^3(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \\
&= \sum -4 \operatorname{Im}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \operatorname{Re}(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \left(\operatorname{Re}^2(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) - \operatorname{Im}^2(p(m, \hat{\tau}) e^{-j\hat{\theta}}) \right) \\
&= -4.1/2.1/2. \operatorname{Im}(p(m, \hat{\tau})^4 e^{-4j\hat{\theta}}) \\
&= -\operatorname{Im}(p(m, \hat{\tau})^4 e^{-4j\hat{\theta}})
\end{aligned}$$

pour :

$$p(m, \hat{\tau}) = d_m g(0) e^{j\theta}$$

L'expression du détecteur devient :

$$u(\hat{\theta}) = -\operatorname{Im} \left(d_m^4 g^4(0) e^{4j(\theta - \hat{\theta})} \right) = 4g^4(0) \sin(4(\theta - \hat{\theta}))$$

Nous allons à présent tracer la caractéristique du détecteur sur une plage d'erreur de phase $[-180 : 180]$, pour une valeur de $E_b/N_0 = 7$, on obtient :

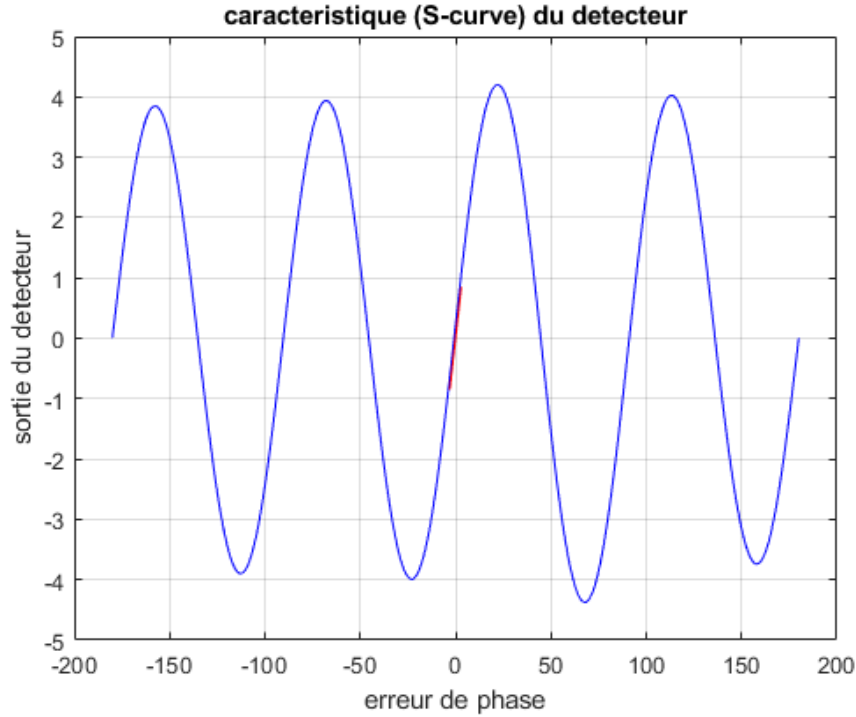


FIGURE 2 –

Le calcul des zeros de la dérivée de la fonction de vraisemblance permet de déterminer les candidats estimés qui maximisent la fonction, d'après le graphique on remarque que ces points vérifient : $\hat{\theta} = \theta + \frac{k\pi}{2}$ pour $k \in \mathbb{N}$. L'ambiguïté de phase est donc de $\pi/2$.

La phase estimée doit être déroulée pour lutter contre l'ambiguïté de la phase restante et éviter les « glissements de cycle ». L'algorithme de déroulement et de correction de phase est donné par :

$$e(m) = \theta - \hat{\theta}_m > 0 \Rightarrow \hat{\theta}_m > \theta \Rightarrow \hat{\theta}_m \text{ doit diminuer pour s'approcher de } \theta$$

$$e(m) = \theta - \hat{\theta}_m < 0 \Rightarrow \hat{\theta}_m < \theta \Rightarrow \hat{\theta}_m \text{ doit augmenter pour s'approcher de } \theta$$

Mise à jour :

$$\theta_{m+1} = \theta_m + L'(\theta)$$

3 Etude en boucle fermée

Dans cette partie, on étudie la boucle à verrouillage de phase fermée, avec des coefficients de filtre de boucle calculés en fonction de l'ordre de la boucle.

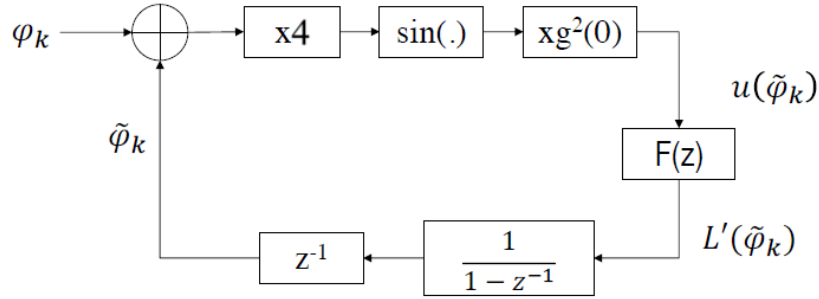


FIGURE 3 – Boucle de phase fermée.

3.1 Mode Acquisition

Dans cette section, nous étudierons en particulier, les plages de synchronisation et d'acquisition, lorsque l'erreur de phase devient importante jusqu'à entraîner un décrochage de la boucle. Nous allons tracer la réponse du filtre de boucle à un saut de phase de 10° pour $E_b/N_0 = 100dB$, et un écart de fréquence $R_s = 1$, un ordre 2 de la boucle.

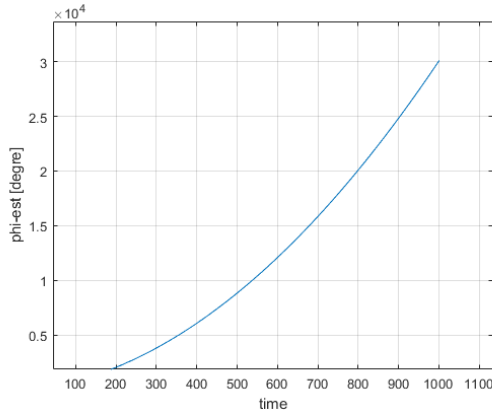


FIGURE 4 – Réponse du filtre de boucle.

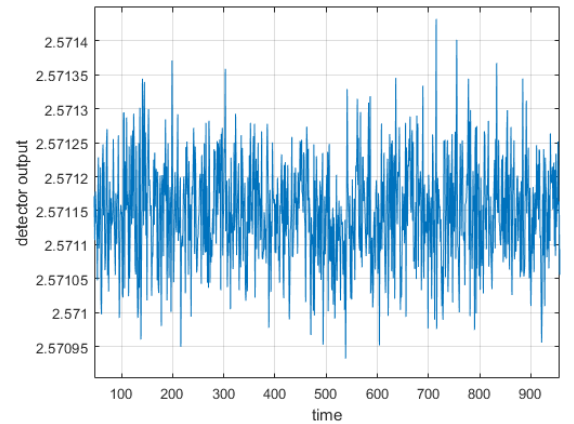


FIGURE 5 – Sortie du détecteur.

3.2 Mode Poursuite

On considérera une erreur de phase nulle en entrée de la boucle afin de minimiser le temps d'acquisition.

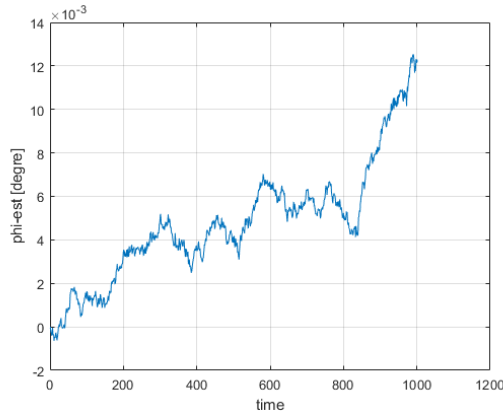


FIGURE 6 – Réponse du filtre de boucle.

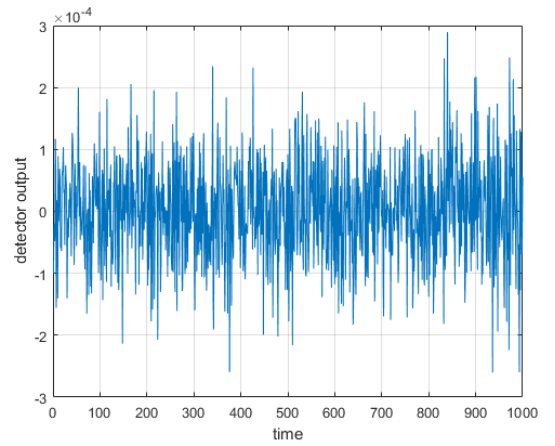


FIGURE 7 – Sortie du détecteur.

3.3 Gigue de phase en fonction de la bande de bruit de la boucle

La gigue de phase est définie par $\sigma_\phi = E((\phi - \hat{\phi})^2)$ est proportionnelle à la bande de bruit de la boucle. Le tracé de la gigue de phase en échelle logarithmique en fonction de BIT donne :

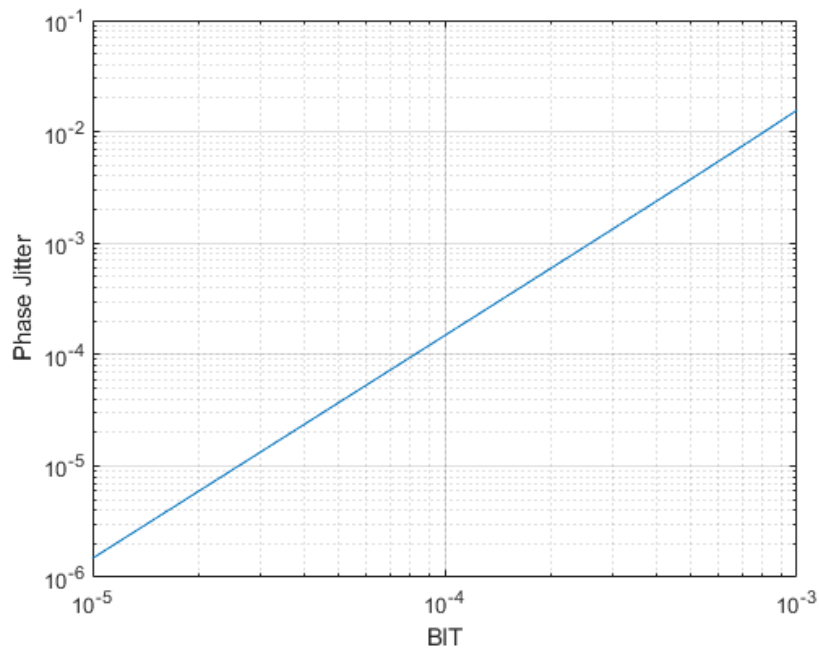


FIGURE 8 – Gigue de phase en fonction de la bande de bruit de la boucle.

3.4 Tracé de la gigue de phase en fonction du E_b/N_0

Pour une valeur de $BIT = 10^{-2.5}$ on trace la gigue de phase en fonction de E_b/N_0 , et on remarque qu'elle est inversement proportionnelle au taux d'erreur binaire de la chaîne.

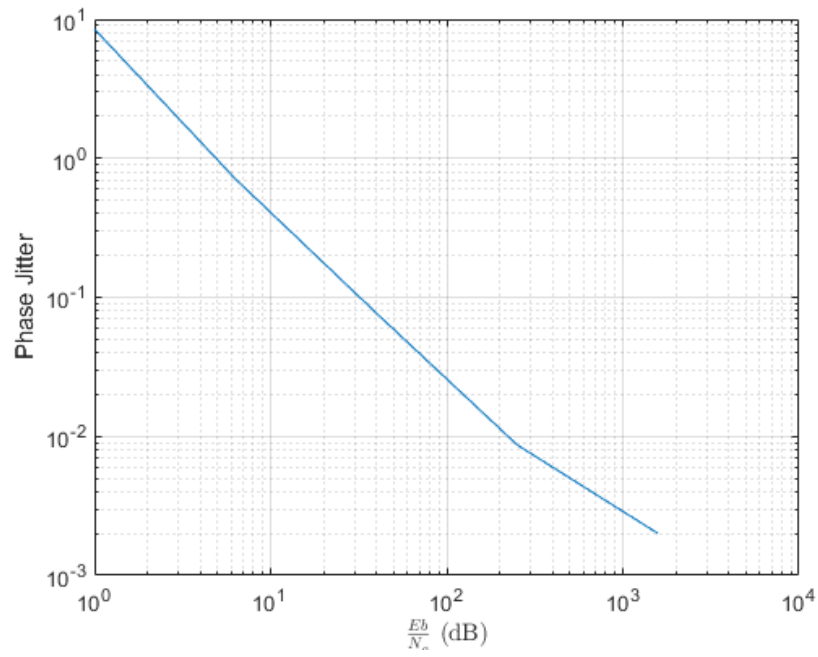


FIGURE 9 – Gigue de phase en fonction de la bande de bruit de la boucle.