TP Codage Moderne et Détection Avancée

Hamza Otmani
Ayoub Najmeddine

Département Sciences du Numérique - Troisième année
2022-2023

Table des matières

1 Introduction

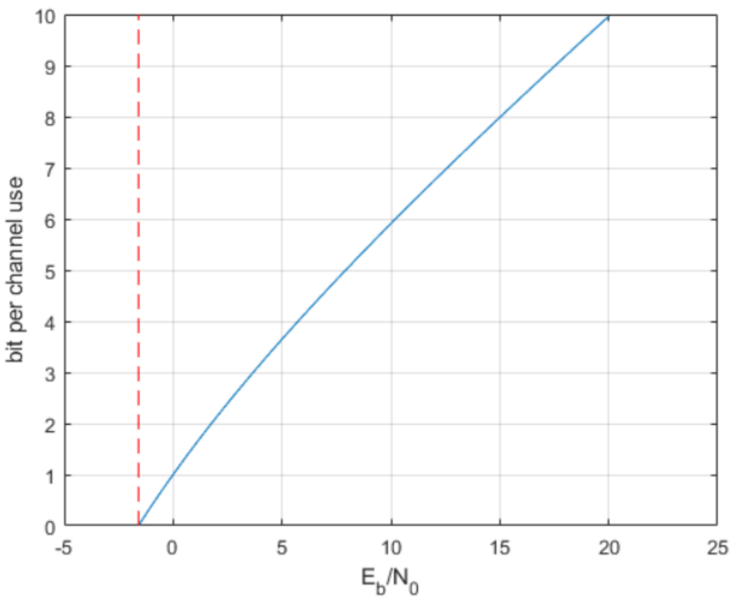
Les codes correcteurs d'erreurs sont des outils utilisés pour détecter et corriger les erreurs dans les données transmises. Ils permettent de garantir la fiabilité des transmissions de données en corrigeant les erreurs qui peuvent survenir en raison de bruits ou d'interférences dans les canaux de transmission. Il existe différents types de codes correcteurs d'erreurs, tels que les codes linéaires, les codes de blocs et les codes de parité. Ces codes utilisent des algorithmes de détection et de correction d'erreurs pour assurer la qualité des données transmises. Ils sont largement utilisés dans les systèmes de communication modernes, tels que les télécommunications et les réseaux sans fil.

2 Capacités des différents canaux de transmission

La capacité d'un canal de transmission est la quantité maximale de données qu'il peut transmettre avec un probabilité arbitrairement faible par un canal de transmission. Elle dépend de plusieurs facteurs tels que la bande passante du canal, le taux d'erreur de transmission et la présence d'interférences, il est mesuré en bpcu (bit per channel use).

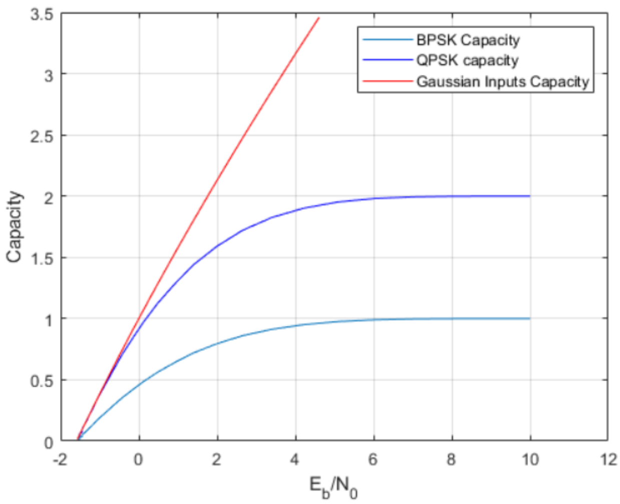
2.1 Capacité du canal Gaussien à entrées gaussiennes

On trace sur Matlab la capacité d'un canal gaussien à entrées gaussiennes en fonction du Eb/N0.



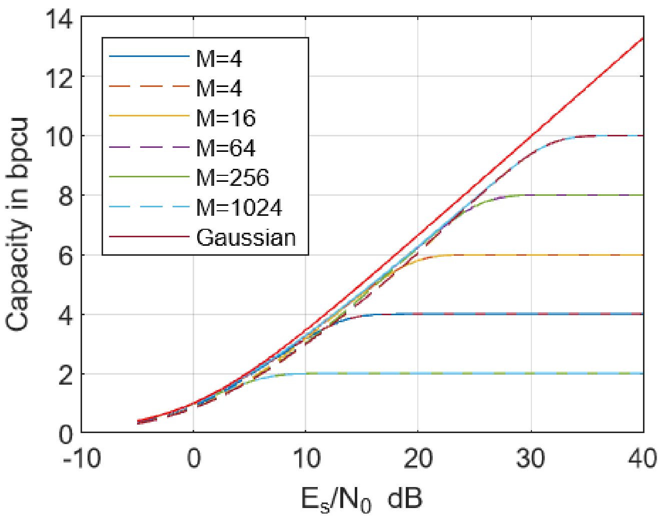
2.2 Capacité du canal Gaussien à entrées binaires

Pour des entrés binaire on obtient le résultat suivant :



2.3 Capacité du canal Gaussien à entrées non binaires

Dans cette partie on trace la capacité d'un Gaussien à entrées non binaires, sa formule théorique est donnée par l'expression de intégration de Monté Carlo.



3 Étude de Code de Répétition et de parité

les codes répétitions sont générés par la répétition de N fois un bit d'information. On obtient un code $C(N, 1)$ de matrice génératrice [1...1...1]. Dans ce cas la matrice du parité est le résultat de l'opération XOR (ou la somme modulo 2) de plusieurs bits de même position dans plusieurs répétitions du même message, ce qui va donner le résultat :

$$G2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 1 & \dots & 1 \\ . & . & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Les codes de parité ajoutent un bit de parité pour vérifier l'intégrité des données transmises. Ils peuvent être utilisés pour détecter une seule erreur par transmission. Un code de vérification de parité est construit tel que $c_{N-1} = u_0 \oplus u_1 \oplus ... \oplus u_{N-2}$ définissant un code $C(N, N-1)$.

Le décodeur ML est donnée par l'expression : $\hat{c} = arg \max p(y|c^{'})$

Cette expression permet de choisir la valeur qui maximise la fonction de vraisemblance, qui mesure la probabilité d'obtenir les observations données pour une certaine valeur de la variable en émission.

Dans le domaine LLR (le log-rapport de probabilité ou log-likelihood), la détection est donnée par la quantité :

$$L(c_n) = \log \left[\frac{p(c_n = 0|y_n)}{p(c_n = 1|y_n)} \right] = \log \left[\frac{p(c_n = 0; y_n)}{p(c_n = 1; y_n)} \right]$$

C'est l'expression de la fonction de vraisemblance logarithmique. qui mesure la probabilité d'obtenir les bits observées en réception sachant les bits possibles à l'émission

Sur le domaine du démodulateur souple SISO, on donne l'expression du décodage par Maximum a Posteriori (MAP) :

$$\hat{c} = arg \max p(c^{'}|y) = \frac{arg \max p(c^{'}|y).p(c^{'}|y)}{p(y)} = arg \max p(c^{'}|y).p(y)$$

Cette expression estime les bits émises en maximisant la probabilité a posteriori, qui signifie la probabilité conditionnelle des bits à l'émission étant donné les bits observées à la réception.

Dans le domaine logarithmique :

$$L(x_i[n]) = log(\frac{p(x_i[n] = 0|y[n])}{p(x_i[n] = 1|y[n])})$$

Sachant que les x_i et les y_i sont respectivement les bits estimés à l'émission et les bits observés à la réception.

Dans le cas d'un canal AWGN, on a la relation entre les bits en émission et réception :

$$y_n = x_n + b_n$$

sachant que x_n est le résultat de la modulation BPSK des bits c_n et b_n est un bruit centré de variance σ_b^2, ce qui va donner le résultat dans le domaine logarithmique :

$$L(c_n) = L_c(y_n) = \frac{2.y_n}{\sigma_b^2}$$

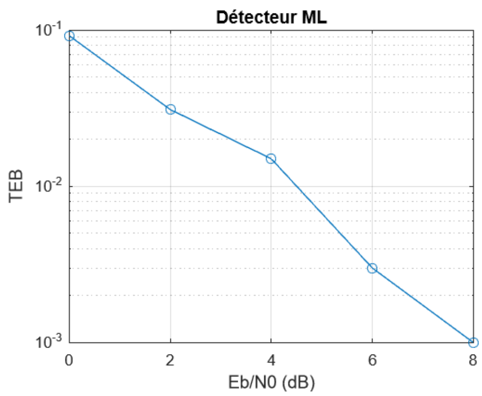
L'application de la règle de décision MAP dans ce cas se traduit par une condition sur le bit y_n reçu, s'il est positif on décide c_n=0, sinon c_n=1.
Dans le domaine fréquentiel on peut exprimer le résultat de la transformé de Fourier par la multiplication par la matrice :

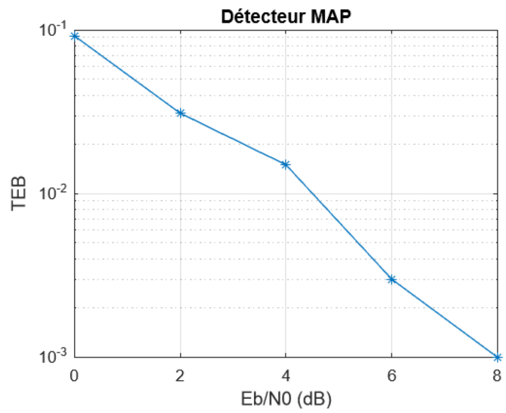
$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

alors :

$$\begin{bmatrix} \hat{f[0]} \\ \hat{f[1]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p(u_n = 0|y_n) \\ p(u_n = 1|y_n) \end{bmatrix}$$

On représente les résultat de la courbe du TEB des deux détecteur simulé par Matlab





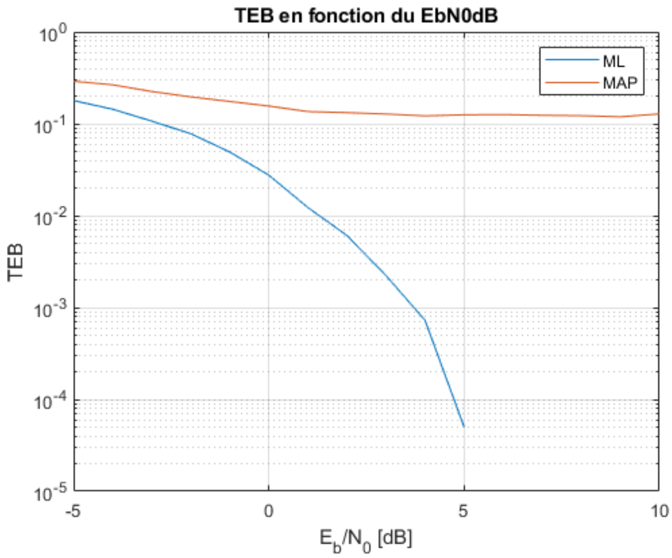
4 Etude de Code de Hamming

Les codes de Hamming peuvent être utilisés pour détecter et corriger les erreurs de transmission dans les systèmes de communication numérique. Un code de Hamming ajoute des bits de contrôle à chaque message transmis pour vérifier l'exactitude des données reçues.
Dans cette étude, nous avons considéré un code de Hamming pour la transmission de données. La matrice de parité H associée à ce code a été donnée par :

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

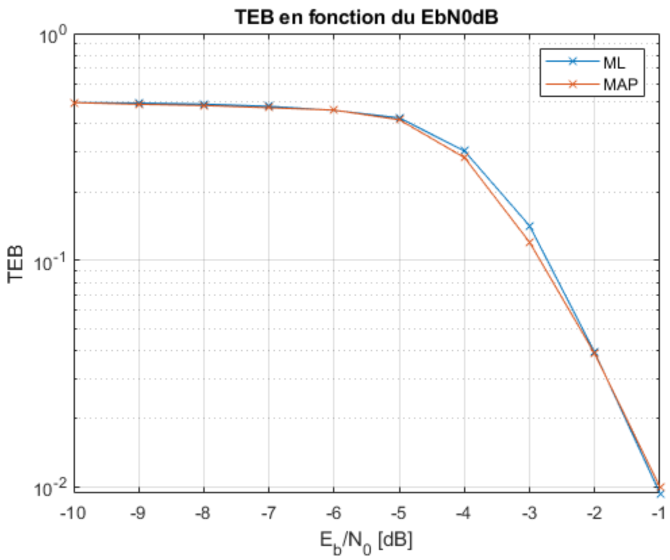
Afin de décoder les données reçues, nous avons implémenté un script Matlab qui utilise le décodage par intercorrélation et par méthode direct. On prend en entrée le signal reçu corrompu par le bruit et on délivre en sortie les bits originaux en utilisant les technique de décodage ML et MAP.

Les courbes du TEB ont permis de montrer l'efficacité de la technique de décodage par intercorrélation pour le code de Hamming considéré par rapport au décodage par calcul direct MAP :



5 Étude de Code convolutif

Dans cette étude, nous allons explorer les possibilités offertes par Matlab pour la simulation de la chaîne de communication utilisant des codes convolutifs. Nous allons examiner l'utilisation d'objets associés à l'encodage et au décodage de ces codes. En particulier, nous allons comparer les performances de décodage ML pour des codes non récursifs et récursifs dans un canal gaussien en utilisant une BPSK.



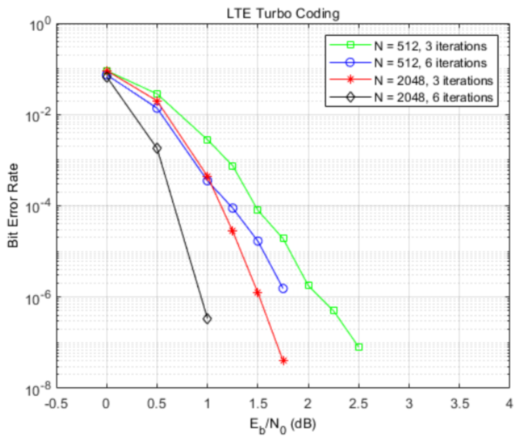
Le résultat obtenu par la simulation Matlab montre que les décodages ML et MAP offrent les mêmes performances en termes de TEB (Taux d'Erreur Binaire) pour des valeurs de SNR élevées dans un code convolutif. Cela signifie que pour des niveaux de rapport signal sur bruit élevés, les deux méthodes de décodage sont similaires en termes de performance pour la correction d'erreurs dans les données transmises.

6 Étude de Turbo Code

Les turbo codes sont un type de code de correction d'erreur, il fonctionne généralement en utilisant deux codes convolutionnels, pour encoder une information, puis en décodant cette information en utilisant une technique d'interférence de décodage. Cette technique implique d'utiliser les erreurs de décodage des deux codes pour s'auto-corriger mutuellement, ce qui permet de détecter et de corriger une plus grande quantité d'erreurs que les codes de correction d'erreur simples.

Pour évaluer la performance de décodage, le TEB a été tracé en fonction de Eb/N0 pour différentes itérations, et le résultat a montré que les turbo-codes sont une manière efficace d'intégrer la redondance de l'information.

La figure suivante montre la performance du taux d'erreur binaire du schéma de codage parallèle dans un canal AWGN en fonction du Eb/No pour différents nombre d'itérations de décodage.



7 Étude de Code LDPC

Les codes LDPC (Low-Density Parity-Check) sont des codes correcteurs d'erreurs utilisés dans divers systèmes de communication. Les codes LDPC utilisent une matrice de contrôle de parité éparse pour détecter et corriger les erreurs. L'idée est de coder les données dans un mot de code avec des bits de contrôle de parité supplémentaires, puis de décoder le mot de code reçu à l'aide d'un algorithme itératif.

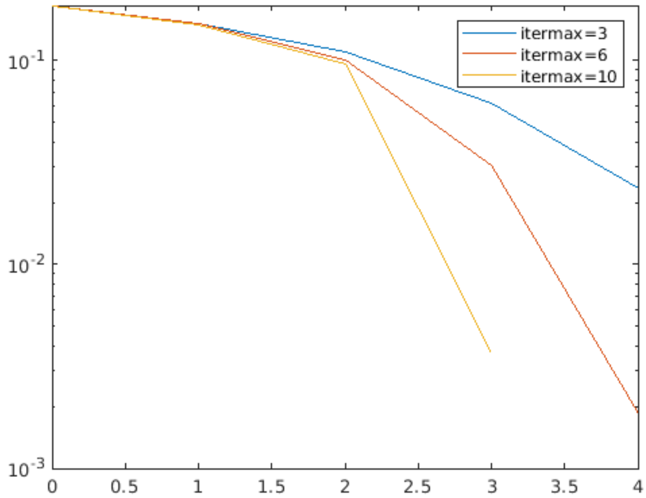
La chaîne de transmission d'un code LDPC se compose d'un codage, puis la transmission, le décodage, la vérification du fonctionnent du noeud et des bits, et finalement la décision.

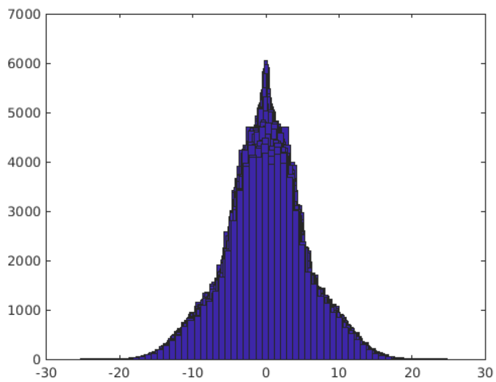
On simule le fonctionnement du code LDPC sur Matlab, on obtient le résultat ci-dessous.

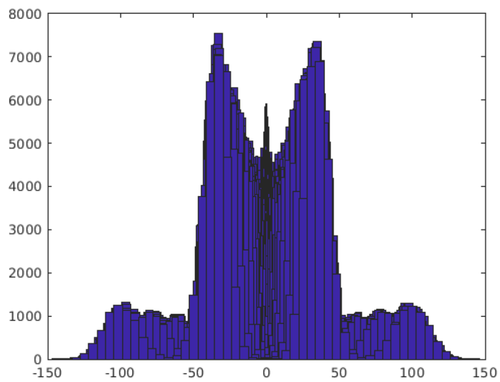
On peut remarquer sur la figure ci-dessous qu'on gagne en efficacité de puissance lorsqu'on augmente le nombre maximal des itérations, qui augmente au même temps la complexité de l'algorithme.

En terme de LLR, on récupère les deux figure suivantes :

la figure à droite corresponds à un codage à plusieurs itération (ce qui justifie plus de précision) alors que celui à gauche est le résultat d'un codage à une seul itération







8 Conclusion

En conclusion, les différents codes de correction d'erreur sont des outils clés pour garantir la fiabilité de la transmission de données dans les systèmes de communication numérique. Chaque type de code a ses propres avantages et inconvénients en termes de complexité, de vitesse de transmission et de taux de correction d'erreur, ce qui en fait un choix plus adapté à certaines applications spécifiques, de ses exigences et des critères de performance souhaités

Références

[1] Github, Codage et détection avancés. , TOULOUSE INP ENSEEIHT, Charly Poulliat

[2] Cours Codage et détection avancés, Département Sciences du Numérique Parcours Télécommunications, TOULOUSE INP ENSEEIHT, Charly Poulliat