Informe del problema 16-C(div - 2)

Ana Karla Caballero González C-213

July 14, 2021

C. Monitor

Dado un par $< a, b >$ se quiere reducir sus valores a múltiplos de otro par $< x, y >$ de tal manera que la relación entre ellos sea el mayor tamaño posible del área resultante $a * b$

Entradas y salidas

* En la entrada la primera línea contiene 4 enteros (a, b, x, y) tal que $1 \leq a, b, x, y \leq 2 * 10^9$
* La salida son 2 enteros positivos $< a', b' >$ si existe, en caso de que no se devuelve $< 0, 0 >$

Solución del problema

La relación $x : y$ en un rectángulo es que los lados se puedan expresar de la forma $a = c * x$ ($b = c * y$), con a y b lados de un rectángulo, de tal forma que si sus lados se dividen por un c se sigue manteniendo esta relación; si llevamos esta relación a su forma más simple podemos decir que y y x tienen que ser primos relativos o, lo que es lo mismo, $mcd(x, y) = 1$.Luego podemos decir que los valores resultantes ($< a', b' >$) tiene que tener la forma $a' = s * x$ ($b' = s * y$).

Como queremos que el tamaño del área resultante sea el máximo posible, el s a escoger sería: $min(a/x, b/y)$(demostración mas adelante). Luego, si sumamos lo que le queda a a' (b') para que complete el valor de $a(b)$, nos quedaría la ecuación de Euclides de la forma $a = s * x + r_1$ ($b = s * y + r_2$) siendo el r_1 (r_2) no divisible por x (y).

Demostraciones de las teorías antes propuestas

* $min(a/x, b/y)$

Ya que buscamos un s que cumpla que $s * x \leq a$ y $s * y \leq b$, podemos escribir $a = s * x + r_1$ y $b = s * y + r_2$, y como queremos hallar el mayor valor posible del área $a * b$, los resultados de calcular $\frac{a}{x}$ y $\frac{b}{y}$ son los mayores factores que generan el espacio $a : b$, digamos que estos valores sean s_1 y s_2. Existen 3 posibles casos: $s_1 > s_2$, $s_2 > s_1$ o $s_1 = s_2$. Supongamos que escogemos el $max(a/x, b/y)$. Para el caso uno escogeremos a s_1, entonces a la hora de calcular el área resultante tendremos $s_1 * x \leq a$ y $s_1 * yb$ por lo tanto no cumple con las condiciones dadas $(s{*}x \leq as{*}y \leq b)$ (sucede así análogamente para el segundo caso) contradicción. Por lo que se necesita escoger el mínimo de la divisiones de a con x y b con y.

Solución programada

Monitor.py > ...

```python
from math import gcd

var = list(map(int, input().split()))
mcd = gcd(var[2], var[3])
s = min(var[0]//(var[2]//mcd), var[1]//(var[3]//mcd))
print(str((var[2]//mcd)*s) + ' ' + str((var[3]//mcd)*s))
```

En el código lo que se realiza es hallar y/o comprobar que los índices a los que se quieren transformar x, y son primos relativos, luego se halla el s buscando el mínimo en las divisiones de a con x y b con y, dado que este será el mayor factor en común de x e y que abarca el mayor espacio con respecto a los índices a y b. Se devuelve las nuevas proporciones de $x : y$

Códigos utilizados

* se importa el mcd de math que calcula el máximo común divisor de dos números.

Complejidad

Dado que se utiliza el mcd de la librería de math para hallar y/o comprobar que x e y son primos relativos (n), se escoge el mínimo de los máximos de la división de a'/x y b'/y (1) y se devuelve el producto del mínimo hallado con los x e y dados(1) entonces la complejidad resultante es $O(n + 1 + 1) = O(n)$

Generador

Generador.py

```python
import random
from math import gcd

input_list = []
i = 4
while i > 0:
    input_list += [random.randint(1, 2 * 10^9)]
    i -= 1
mcd = gcd(input_list[2], input_list[3])
x = input_list[2]// mcd
y = input_list[3] // mcd
n = 0
while n* x<= input_list[0] and n*y <= input_list[1]:
    n += 1
n -=1
print(str(input_list[0]) + " " + str(input_list[1]) + " " + str(input_list[2]) + " " + str(input_list[3])+ '\n
```

El código de generador de casos pruebas básicamente lo que hace es elegir cuatro números al azar que serán las variables a, b, x e y dentro de los parámetros indicados $1 \leq a, b, x, y \leq 2 * 10^9$, luego calcula el máximo común divisor de x e y de la librería math para hallar los primos relativos , si es que estas variables no lo son, y trabaja con ellas. al tener esto se crea una nueva variable que comenzará en cero e irá aumentando hasta hallar el mayor factor que multiplicado con x y con y genere el mayor espacio de la pantalla, y finalmente se devuelve estos nuevos valores . Complejidad $O(n)$