

Arhitectura Sistemelor Cuantice de Calcul

Ana-Maria Rusu

Ionuț-Daniel Nedelcu

Marta-Patricia Văcaru

Profesor coordonator: Lect. Dr. Bogdan Dumitru

Facultatea de Matematică și Informatică
Universitatea din București

Comunicări Științifice Studențești, Mai 2024

Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii

De unde a apărut acest concept?

Conceptul de calculatoare cuantice a apărut ca expansiune a cercetărilor din domeniul fizicii cuantice, dar și din limitările fizice ale calculatoarelor clasice.

Definiție

Un computer (sau calculator) cuantic este un sistem de calcul care, în loc să folosească fluxuri de curent electric (precum sistemele de calcul bazate pe biți), se bazează pe principiile fizicii cuantice, implicit pe energie și materie la nivel atomic și subatomic.

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental**
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii

Qubitul - Element Fundamental

Qubitul

Unitatea de date pe care un calculator cuantic se bazează se numește bit cuantic, sau qubit. Funcționalitatea acestuia se bazează pe o caracteristică fundamentală: superpoziția.

Diferențierea Qubitului față de Bit

În timp ce calculatoarele clasice au două stări ale biților: 0 și 1, biții cuantici (numiți Qubiți) pot avea mai multe stări între 0 și 1 simultan.

Superpoziția

Ce este superpoziția?

La baza calculatoarelor cuantice, respectiv a qubiților, se află proprietatea de **superpoziție (suprapunere cuantică)**. Astfel, particula cuantică are capacitatea de a fi în două stări distincte simultan. Un qubit se poate afla în același timp în cele două stări de bază: 0 și 1.

Notăție

În mecanica cuantică aceste două stări se vor nota cu $|0\rangle$ și $|1\rangle$ (ket-0 și ket-1), și vor desemna doi vectori coloană, unde $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ și $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$. (Pentru ușurință, ne vom referi la "ket-valoare" ca "valoare".)

Qubitul Matematic

Reprezentare

Matematic, un qubit se reprezintă sub forma unui vector de tipul

$$|\psi\rangle = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix}, \text{ unde } \alpha \text{ și } \beta \text{ sunt numere complexe.}$$

În momentul în care măsurăm un qubit, acesta se colapsează în una din cele două stări de bază, 0 sau 1.

α și β indică probabilitatea de a obține un anumit rezultat: $|\alpha|^2$ este probabilitatea de a măsura 0, iar $|\beta|^2$ de a măsura 1 ($|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$).

Qubitul este într-o stare validă dacă respectă relația din paranteză, și invalidă, altfel. Aceasta este cunoscută sub numele de **constrângere de normalizare**.

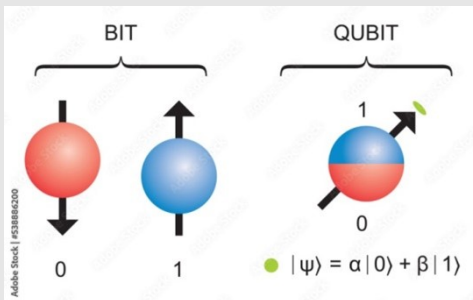
Pentru o scriere mai compactă, vom descompune vectorul ψ astfel:

$$\psi = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \beta \end{pmatrix} = \alpha * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \beta * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \text{ care conform notațiilor ket-0 și ket-1, va fi egal cu } \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle.$$

Qubitul Matematic

Reprezentare

Această combinație liniară se va numi Dirac, care este folosită în general pentru a descrie stări cuantice. Starea cuantică a unui sistem nu poate fi direct observată - putem obține doar informații parțiale.



Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice**
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii

Calculule cuantice

Cum realizăm calculule cuantice?

Calcululele cuantice pe baza qubiților sunt realizate prin efectuarea unor serii de operații fundamentale, cunoscute sub numele de porți logice cuantice. Pentru a ne fi mai ușor să înțelegem cum funcționează porțile logice cuantice putem folosi reprezentarea geometrică a unui qubit, și anume Sfera Bloch.

Sfera Bloch

Sfera Bloch este o reprezentare geometrică a spațiului de stare al unui qubit, fiind o sferă unitară (sferă de rază 1). Anterior am văzut că starea unui qubit poate fi descrisă cu ajutorul a două numere complexe α și β .

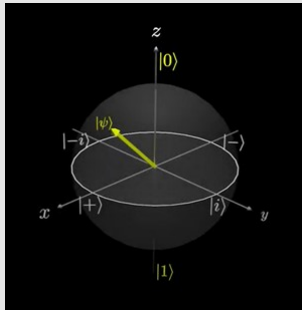
Descriere

Suprafața sferei reprezintă posibilele stări pure ale unui qubit, în timp ce interiorul reprezintă posibilele sale stări mixte.

Sfera Bloch

Descriere

Într-o sferă Bloch, axa Z este etichetată cu $|0\rangle$ în partea de sus și $|1\rangle$ în jos, reprezentând probabilitatea qubitului de a fi măsurat ca $|0\rangle$ sau ca $|1\rangle$. Capetele celor două axe perpendiculare, X și Y, sunt etichetate $|+\rangle$ și $|-\rangle$, respectiv $|i\rangle$ și $|-i\rangle$, desemnând partea reală și partea imaginară a vectorului de stare.



Porțile logice cuantice

Reprezentare

Porțile logice cuantice sunt reprezentate prin matrice unitare. O poartă care acționează asupra a n qubiți este reprezentată de o matrice unitară de dimensiuni $2^n \times 2^n$. Se împart în două categorii: porți cu un singur qubit și porți cu mai mulți qubiți.

Pentru a aplica o poartă unui qubit, înmulțim acea poartă cu vectorul de stare al qubitului.

Porțile cu un singur qubit

Acestea rotesc starea qubitului pe sfera Bloch. Unele dintre cele mai importante porți logice sunt cele Pauli. Porțile Pauli (X, Y, Z) echivalează, respectiv, cu o rotație în jurul axelor X, Y, și Z ale sferei Bloch prin π radiani.

Porțile Pauli

Pauli-X

Pauli-X este echivalentul cuantic al porții NOT. Aceasta schimbă starea qubitului de la $|0\rangle$ la $|1\rangle$ și invers. Matricea asociată acestei porți este

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Pauli-Y

Pauli-Y efectuează o rotație în jurul axei Y a sferei Bloch. Schimbă $|0\rangle$ și $|1\rangle$, fiind descrisă de matricea $\begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}$.

Pauli-Z

Pauli-Z nu modifică amplitudinile de probabilitate de $|0\rangle$ și $|1\rangle$. Matricea sa este $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$.

Poarta Hadamard

Descriere

Poarta Hadamard (Poarta H) pune qubitul într-o suprapunere egală a stărilor $|0\rangle$ și $|1\rangle$. Este adesea folosită pentru a efectua paralelismul cuantic.

Aceasta este descrisă de matricea $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ și trece stările $|0\rangle$ și $|1\rangle$ la $|+\rangle$ și $|-\rangle$.

Cum se explică acest fapt? $|+\rangle$ și $|-\rangle$ se referă la șansele egale ale qubitului de a fi $|0\rangle$ sau $|1\rangle$. Vectorul său de stare se va scrie sub forma $\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$. Dacă vom înmulți $|0\rangle$ cu matricea Hadamard, vom obține exact starea $|+\rangle$. (Analog pentru $|1\rangle$ și $|-\rangle$)

Porțile multiple - SWAP, CNOT

Porțile cu mai mulți qubiți

Sunt operații cuantice care acționează asupra a doi sau mai mulți qubiți simultan. Cele mai importante dintre acestea sunt poarta SWAP și poarta CNOT.

Poarta SWAP

Poarta SWAP este folosită pentru a interschimba stările a doi qubiți și folosită în algoritmi precum Grover.

Aceasta este descrisă prin matricea
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Porțile multiple - SWAP, CNOT

Poarta CNOT

Poarta CNOT (Controlled NOT) operează pe un registru cuantic de 2 qubiți (unul de control și unul țintă).

Dacă qubitul de control este $|1\rangle$, aceasta aplică o operație NOT pe qubitul țintă; în caz contrar, lasă qubitul țintă neschimbat.

Matricea asociată porții CNOT este
$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice**
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii

Circuite cuantice

Definiție

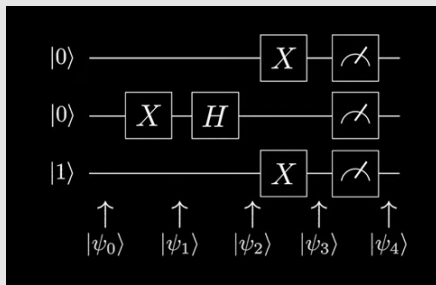
Circuitele cuantice sunt colecții de porți interconectate care manipulează și procesează informația cuantică. Acestea permit algoritmilor să efectueze calcule complexe cu ajutorul qubiților.

Exemplu

Pentru a înțelege acest concept, putem urmări exemplul următor:

Circuite cuantice - exemplu

Exemplu

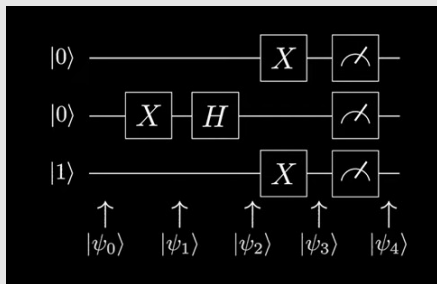


În stânga se află starea inițială a registrului $|001\rangle$. În chenarele cu litere sunt porțile prin care trece un qubit (X , respectiv H); iar în cele fără litere, aparate prin care măsurăm starea qubitului.

În partea de jos, notate cu ψ_I , se află stările intermediare ale sistemului cuantic, la un anumit moment în timp.

Circuite cuantice - exemplu

Exemplu



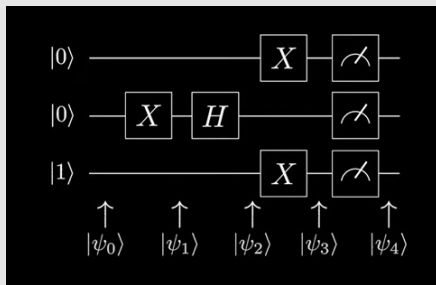
Starea ψ_0 : starea inițială, $\psi_0 = |001\rangle$.

Starea ψ_1 : va fi modificat doar al doilea qubit. Îi aplicăm o poartă

Pauli-X: $X * |0\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = |1\rangle$. Deci, $\psi_1 = |011\rangle$.

Circuite cuantice - exemplu

Exemplu



Starea ψ_2 : aplicăm tot celui de-al doilea qubit o transformare: poarta

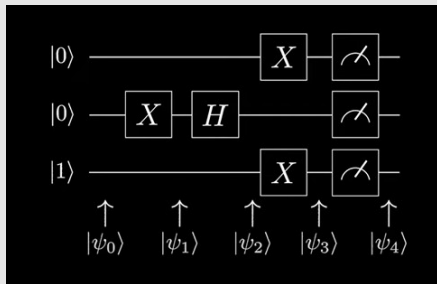
Hadamard. Obținem $H * |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} * \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} =$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle) = |-\rangle.$$

Deci, $|\psi_2\rangle = |0\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle - |1\rangle) \otimes |1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|001\rangle - |011\rangle).$

Circuite cuantice - exemplu

Exemplu



Starea ψ_3 (coincide cu ψ_4 , starea finală de măsurare): aplică primului și ultimului qubit o poartă Pauli-X. Vom obține $\frac{1}{\sqrt{2}} (|100\rangle - |110\rangle)$.

Concluzia: după ce $|001\rangle$ trece prin circuit, va avea o probabilitate de 50% de a fi $|100\rangle$, și o probabilitate de 50% de a fi $|110\rangle$.

Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice**
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii

Structura Calculatoarelor Cuantice

Alcătuire

Atât arhitectura computerului clasic, cât și a celui cuantic, constă în esență în trei părți: memoria, procesorul, și dispozitiv de intrare-ieșire. Arhitectura și componentele unui calculator cuantic sunt fundamentale pentru înțelegerea modului în care acesta funcționează și oferă puterea de calcul pe care o promite.

Memoria

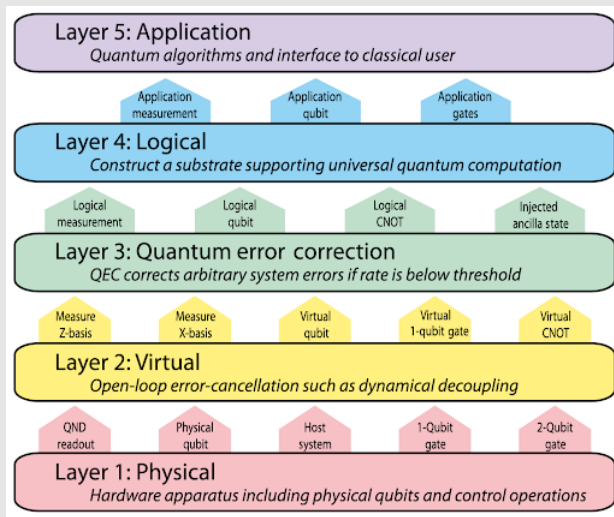
Memoria conține/stochează starea curentă a mașinii de calcul.

Dispozitiv de intrare-ieșire

Face posibilă definirea stării inițiale și obținerea stării finale de calcul.

Structura Calculatoarelor Cuantice

Structura pe niveluri



Procesorul Cuantic

Definiție

Procesorul (QPU) este componenta unde se efectuează calculele, cu rețele de qubiți și porți (discutate anterior).

Regiștrii Cuantici

Sunt esențiali pentru algoritmi, fiind analogul regiștrilor calculatoarelor clasice.

Sunt compuși din rețele de qubiți care trebuie să fie stabilizate pentru a menține corect și coerent informația, trebuind să ofere acces rapid la date pentru operațiile de calcul.

Conceptualizarea Arhitecturii Procesorului

Arhitectura hardware a unui QPU conține patru straturi distincte:

- Datele cuantice: qubiții sunt stocați și procesați aici (diverse metode de realizare - fotoni, ioni capturați, superconductori, etc).
- Efectuarea și măsurarea: operațiuni asupra qubiților, precum porțile și măsurătorile.
- Procesorul de control: determină secvența de operații și măsurătorile cerute de algoritmi, interpretează acțiunile algoritmice.
- Procesorul gazdă: un computer clasic care gestionează accesul la rețele, baze mari de date și interfețe cu utilizatorul.

Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice**
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii

Mașini Turing Cuantice

Ce sunt Mașinile Turing?

Mașina Turing reprezintă un model de calcul abstract ce efectuează un set de operații prin citirea și scrierea pe o bandă "infinită". Sunt similare cu automatele finite, având în plus capacitatea unei memorii nelimitate.

Cum funcționează?

Ele folosesc o bandă de memorie ce este împărțită în celule pe care pot fi efectuate operații de citire și scriere.

Fiecare celulă poate conține un singur simbol dintr-un set finit de simboluri, numit alfabetul mașinii.

Mașina Turing începe în starea de start și efectuează acțiunile specificate până când ajunge într-o stare de acceptare sau de respingere.

Mașinile Turing cuantice nu au fost investigate, rămânând astfel un model pur teoretic. În prezent se preferă alte modele de calcul, precum circuitele cuantice.

Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici**
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii

Algoritmi Cuantici

Utilitate

Algoritmii cuantici sunt esențiali pentru portretizarea avantajelor oferite de calculul cuantic. Ei exploatează proprietățile unice ale mecanicii cuantice, precum superpoziția, pentru a rezolva probleme într-un mod eficient, inaccesibil pentru calculatoarele clasice.

Exemple de algoritmi:

- Algoritmul Grover
- Algoritmul lui Shor
- Algoritmul lui Simon

Algoritmul Grover

Ce face?

Algoritmul Grover este folosit pentru căutarea în baze de date nesortate cu n intrări în complexități de $O(\sqrt{n})$ ca timp, și $O(\log n)$ ca spațiu.

Descriere

Inventat de Lov Grover în 1996, acest algoritm oferă o accelerație pătratică față de timpul liniar al calculatoarelor clasice, considerabilă atunci când n crește. Etapele acestuia:

- Initializare: superpoziție uniformă a stărilor.
- Oracol: identifică și marchează starea căutată.
- Amplificare: probabilitatea stărilor căutate crește.
- Repetare: reiterarea operațiilor Oracol și Amplificare.
- Măsurare: obținerea rezultatului prin măsurare.

Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent**
- 9 Opinii

Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent

Aspecte Relevante

- Deși calculatoarele cuantice sunt mult mai rapide și eficiente decât cele clasice, acestea au nevoie de temperaturi foarte joase pentru a funcționa (aproape 0 Kelvin, adică $-273,15^{\circ}$ Celsius).
- Ele reprezintă în continuare un domeniu cu multe semne de întrebare pentru cercetători, implicând costuri mari și mult timp de cercetare.
- Calculatoarele cuantice au tehnologii în stadii incipiente de dezvoltare, cu marje de eroare și decoerențe.

Cuprins

- 1 Introducere
- 2 Qubitul - Element Fundamental
- 3 Porți logice cuantice
- 4 Circuite cuantice
- 5 Structura Calculatoarelor Cuantice
- 6 Mașini Turing Cuantice
- 7 Algoritmi Cuantici
- 8 Cercetarea Calculatoarelor Cuantice în Prezent
- 9 Opinii**

Marta-Patricia Văcaru

Calculatoarele cuantice mi-au stârnit interesul, în special în ceea ce privește aspectele algoritmice, deoarece acestea au potențialul de a revoluționa abordarea problemelor de combinatorică, de optimizare și învățare automată.

Integrarea computației cuantice în machine learning reprezintă un alt domeniu fascinant pentru mine. Aceasta investighează utilizarea calculatoarelor cuantice pentru a antrena modelele de machine learning într-un mod mult mai rapid decât metodele tradiționale.

Ionuț-Daniel Nedelcu

Computerele cuantice reprezintă, drept concept, o îmbinare între chimia anorganică, fizica cuantică, matematică (în special geometrie analitică), și informatică. Sunt, deci, intersecția unor domenii de-a dreptul fabuloase. O descoperire în acest domeniu reprezintă descoperiri noi pentru toate celelalte domenii conexe lui, rămânând astfel o ramură științifică pe care aş studia-o din pură pasiune.

Ana-Maria Rusu

Acest domeniu poate evolua prin cercetarea hardware și găsirea unui mai stabil. În următorii ani, acesta ar putea revoluționa arii precum inteligența artificială, criptografia: noi metode de criptare și decriptare, spargerea algoritmilor clasici de criptare, lucruri care deja au început să fie experimentate.

Toate acestea îl fac un domeniu de cercetare promițător și de viitor, domeniu pe care mi-ar plăcea să îl studiez.

Referințe

Blerta, Leka & Daniel, Leka (2023). Programming in quantum computers. Agricultural University of Tirana, ResearchGate.

Grover, L.K. (1996). A fast quantum mechanical algorithm for database search. Proceedings, 28th Annual ACM Symposium on the Theory of Computing.

Martin, Giles (2019). Explainer: What is a quantum computer?. MIT Technology Review.

Mermin, N.D. (2007). Quantum computer science: An introduction.

Michel, Le Bellac & Sophia, Antipolis (2012). Quantum Physics. University of Nice.

Nielsen, M.A., & Chuang, I.L. (2010). Quantum computation and quantum information.

Philips, A.C. (2003). Introduction to Quantum Mechanics.

Referințe

Rongyuan, Cui & Zhuyang, Lyu (2023). Analysis of quantum gates in quantum circuits. Tsinglan School, Shanghai University, ResearchGate.

Shor, P.W. (1997). Polynomial-time algorithms for prime factorization and discrete logarithms on a quantum computer. SIAM Journal of Computing.

Stefano, Guerrini & Simone, Martini & Andrea, Masini (2020). Quantum Turing Machines: Computations and Measurements. Special Issue Explorations in Quantum Computing.

Sumantha, Shettigar (2023). Quantum Logic Gates - A presentation. SMVITM, ResearchGate.

Quantum Inspire by QuTech. Knowledge base - Superposition and entanglement.

Wikipedia. Quantum computing. Quantum mechanics. Quantum superposition.