Ejercicios 2.1

1. $H_{\neg}$

3.

3. $H_{\not\equiv} = H_{\neg} \circ H_{\equiv}$

$H_{\not\equiv} = H_{\neg}(H_{\equiv})$

(1) $H_{\not\equiv}(T,T) = H_{\neg}(H_{\equiv}(T,T))$

$F = H_{\neg}(T)$

$F = F$

(2) $H_{\not\equiv}(F,F) = H_{\neg}(H_{\equiv}(F,F))$

$F = H_{\neg}(T)$

$F = F$

(3) $H_{\not\equiv}(F,T) = H_{\neg}(H_{\equiv}(F,T))$

$T = H_{\neg}(F)$

$T = T$

(4) $H_{\not\equiv}(T,F) = H_{\neg}(H_{\equiv}(T,F))$

$T = H_{\neg}(F)$

$T = T$

4.

(a)

a) $(true \not\equiv false)$

true
T
T
T
T

d) $(p \wedge (\neg q))$

p	q	$(\neg q)$	$(p \wedge (\neg q))$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

(d)

d) $(p \wedge (\neg q))$

p	q	$(\neg q)$	$(p \wedge (\neg q))$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	F

(j)

j) $((p \wedge q) \to p)$

p	q	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \to p)$
T	T	T	T
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

(k)

) $(p \to (p \vee q))$

p	q	$(p \vee q)$	$(p \to (p \vee q))$
T	T	T	T
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	F	T

(m)

m) $((p \equiv (q \equiv r)) \equiv ((p \equiv q) \equiv r))$

p	q	r	$(q \equiv r)$	$(p \equiv (q \equiv r))$
T	T	T	T	T
T	T	F	F	F
T	F	T	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T
F	F	F	T	F

5.

5. $(p \wedge q) \equiv$

p	q	$(p \wedge q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

$((p \vee q) \equiv (p \equiv q))$

p	q	$(p \vee q)$	$(p \equiv q)$	$((p \vee q) \equiv (p \equiv q))$
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
F	T	T	F	F
F	F	F	T	F

al ser las tablas de verdad iguales, tienen el mismo significad

8.

8. $(p \rightarrow q)$

p	q	$(p \rightarrow q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

9.

(a)

*9. a) $R_{\equiv} = \{(T,T), (F,F) \in \mathbb{B}^2 \mid H_{\equiv}(T,T) = T, H_{\equiv}(F,F) = T\}$

$R_{\not\equiv} = \{(T,F), (F,T) \in \mathbb{B}^2 \mid H_{\not\equiv}(T,F) = T, H_{\not\equiv}(F,T) = T\}$

$R_{\vee} = \{(T,T), (T,F), (F,T) \in \mathbb{B}^2 \mid H_{\vee}(T,T) = T, H_{\vee}(T,F) = T, H_{\vee}(F,T) = T\}$

$R_{\wedge} = \{(T,T) \in \mathbb{B}^2 \mid H_{\wedge}(T,T) = T\}$

$R_{\rightarrow} = \{(T,T), (F,F), (F,T) \in \mathbb{B}^2 \mid H_{\rightarrow}(T,T) = T, H_{\rightarrow}(F,F) = T, H_{\rightarrow}(F,T) = T\}$

$R_{\leftarrow} = \{(T,T), (F,F), (T,F) \in \mathbb{B}^2 \mid H_{\leftarrow}(T,T) = T, H_{\leftarrow}(F,F) = T, H_{\leftarrow}(T,F) = T\}$

(b)

Asociativa $((p\ R\ (q\ R\ r)) \equiv ((p\ R\ q)\ R\ r))$

conmutativa $((p\ R\ q) \equiv (q\ R\ p))$

Reflexiva $(p\ R\ p)$

Irreflexiva $(\neg(p\ R\ p))$

Asimétrica $((p\ R\ q) \rightarrow (\neg(q\ R\ p)))$

Antisimétrica $(((p\ R\ q) \wedge (q\ R\ p)) \rightarrow (p \equiv q))$

Indempotente $(((p\ R\ p)\ R\ p) \equiv (p\ R\ p))$

Transitiva $(((p\ R\ q) \wedge (q\ R\ r)) \rightarrow (p\ R\ r))$

(c)

$R_{\equiv}$

asociativa $((p \equiv (q \equiv r)) \equiv ((p \equiv q) \equiv r))$ ES ASOCIATIVA

p	q	r	$(q \equiv r)$	$(p \equiv (q \equiv r))$	$(p \equiv q)$	$((p \equiv q) \equiv r))$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	F	F	F	F
T	F	F	T	T	F	T
F	F	F	T	F	F	F
F	T	T	T	T	F	T
F	T	F	F	T	T	T
F	F	T	F	F	T	F
F	F	F	T			

Al ser sus tablas de verdad iguales, entonces son equivalen y consecuentemente $R_{\equiv}$ es asociativa

2) conmutativa $((p \equiv q) \equiv (q \equiv p))$

p	q	$(p \equiv q)$	$(q \equiv p)$	$((p \equiv q) \equiv (q \equiv p))$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	F	T
F	F	T	T	T

es conmutativa

3) Reflexiva $(p \equiv p)$

$V(p) = T$ entonces $V((p \equiv p)) = T$

$V(p) = F$ entonces $V((p \equiv p)) = T$

es reflexiva

(4) Irreflexiva $(\neg(p \equiv p))$

p	$(p \equiv p)$	$(\neg(p \equiv p))$
T	T	F
F	T	F

No es irreflexiva

Asimétrica $((p \equiv q) \rightarrow (\neg (q \equiv p)))$

p	q	$(p \equiv q)$	$(q \equiv p)$	$(\neg (q \equiv p))$	$((p \equiv q) \rightarrow (\neg (q \equiv p)))$
T	T	T	T	F	F
T	F	F	F	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	T	T	F	F

No es asimétrica

Antisimétrica $(((p \equiv q) \wedge (q \equiv p)) \rightarrow (p \equiv q))$

p	q	$(p \equiv q)$	$(q \equiv p)$	$((p \equiv q) \wedge (q \equiv p))$	$(((p \equiv q) \wedge (q \equiv p)) \rightarrow (p \equiv q))$
T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	T
F	T	F	F	F	T
F	F	T	T	T	T

es antisimetrica

Idempotente $(((p \equiv p) \equiv p) \equiv (p \equiv p))$

p	$(p \equiv p)$	$((p \equiv p) \equiv p)$	$(((p \equiv p) \equiv p) \equiv (p \equiv p))$
T	T	T	T
F	T	F	F

No es indempotente

Transitividad $(((p \equiv q) \wedge (q \equiv r)) \rightarrow (p \equiv r))$

p	q	r	$(p \equiv q)$	$(q \equiv r)$	$((p \equiv q) \wedge (q \equiv r))$	$(p \equiv r)$	$((p \equiv q) \wedge (q \equiv r))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	F	F	T	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	T	F	F	T
F	T	F	F	F	F	T	T
F	F	T	T	F	F	F	T
F	F	F	T	T	T	T	T

es transitiva

$R_{\not\equiv}$

(1) Asociativa $((p \not\equiv (q \not\equiv r)) \equiv ((p \not\equiv q) \not\equiv r))$

p	q	r	$(q \not\equiv r)$	$(p \not\equiv (q \not\equiv r))$	$(p \not\equiv q)$	$((p \not\equiv q) \not\equiv r)$
T	T	T	F	T	F	T
T	T	F	T	F	F	F
T	F	T	T	F	T	F
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	F	F	T	F
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	F	F	F	F

es asociativa

(2) conmutativa $((p \not\equiv q) \equiv (q \not\equiv p))$

p	q	$(p \not\equiv q)$	$(q \not\equiv p)$	$((p \not\equiv q) \equiv (q \not\equiv p))$
T	T	F	F	T
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	F	F	T

es conmutativa

(3) Reflexiva $(p \not\equiv p)$

p	$(p \not\equiv p)$
T	F
F	F

No es Reflexiva

(4) Irreflexiva $(\neg (p \not\equiv p))$

p	$(p \not\equiv p)$	$(\neg (p \not\equiv p))$
T	F	T
F	F	T

es irreflexiva

(5) Asimetrica $((p \not\equiv q) \rightarrow (\neg (q \not\equiv p)))$

p	q	$(p \not\equiv q)$	$(q \not\equiv p)$	$(\neg (q \not\equiv p))$	$((p \not\equiv q) \rightarrow (\neg (q \not\equiv p)))$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	T	T	F	F
F	F	F	F	T	T

No es asimetrica

(6) Antisimétrica $(((p \not\equiv q) \wedge (q \not\equiv p)) \rightarrow (p \equiv q))$

p	q	$(p \not\equiv q)$	$(q \not\equiv p)$	$((p \not\equiv q) \wedge (q \not\equiv p))$	$(p \equiv q)$	$(((p \not\equiv q) \wedge (q \not\equiv p)) \rightarrow (p \equiv q))$
T	T	F	F	F	T	T
T	F	T	T	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
F	F	F	F	F	T	T

NO es antisimétrica

(7) Indempotente $(((p \not\equiv p) \not\equiv p) \equiv (p \not\equiv p))$

p	$(p \not\equiv p)$	$((p \not\equiv p) \not\equiv p)$	$(((p \not\equiv p) \not\equiv p) \equiv (p \not\equiv p))$
T	F	T	F
F	F	F	T

NO es indempotente

(8) Transitiva $(((p \not\equiv q) \wedge (q \not\equiv r)) \rightarrow (p \not\equiv r))$

p	q	r	$(p \not\equiv q)$	$(q \not\equiv r)$	$((p \not\equiv q) \wedge (q \not\equiv r))$	$(((p \not\equiv q) \wedge (q \not\equiv r)) \rightarrow (p \not\equiv r))$
T	T	T	F	F	T	F
T	T	F	F	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	F	F	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	F	F	T	F

NO es transitiva

$R_\vee$

(1) Asociativa $((p \vee (q \vee r)) \equiv ((p \vee q) \vee r))$

p	q	r	$(q \vee r)$	$(p \vee (q \vee r))$	$(p \vee q)$	$((p \vee q) \vee r)$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T
T	F	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	F	F	F	F

es asociativa.

(2) Conmutativa $((p \vee q) \equiv (q \vee p))$

p	q	$(p \vee q)$	$(q \vee p)$	$((p \vee q) \equiv (q \vee p))$
T	T	T	T	T
T	F	T	T	T
F	T	T	T	T
F	F	F	F	T

es conmutativa

(3) Reflexiva $(p \vee p)$

p	$(p \vee p)$
T	T
F	F

NO es reflexiva

(4) Irreflexiva $(\neg(p \vee p))$

p	$(p \vee p)$	$(\neg(p \vee p))$
T	T	F
F	F	T

NO es irreflexiva

(5) Asimétrica $((p \vee q) \rightarrow (\neg(q \vee p)))$

p	q	$(p \vee q)$	$(q \vee p)$	$(\neg(q \vee p))$	$((p \vee q) \rightarrow (\neg(q \vee p)))$
T	T	T	T	F	F
T	F	T	T	F	F
F	T	T	T	F	F
F	F	F	F	T	T

No es asimétrica

(6) Antisimétrica $(((p \vee q) \wedge (q \vee p)) \rightarrow (p \equiv q))$

p	q	$(p \vee q)$	$(q \vee p)$	$((p \vee q) \wedge (q \vee p))$	$(p \equiv q)$	$(((p \vee q) \wedge (q \vee p)) \rightarrow (p \equiv q))$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	T	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
F	F	F	F	F	T	T

NO es antisimétrica

(7) Indempotente $(((p \vee p) \vee p) \equiv (p \vee p))$

p	$(p \vee p)$	$((p \vee p) \vee p)$	$(((p \vee p) \vee p) \equiv (p \vee p))$
T	T	T	T
F	F	F	T

es indempotente

(8) Transitiva $(((p \vee q) \wedge (q \vee r)) \rightarrow (p \vee r))$

p	q	r	$(p \vee q)$	$(q \vee r)$	$((p \vee q) \wedge (q \vee r))$	$(p \vee r)$	$(((p \vee q) \wedge (q \vee r)) \rightarrow (p \vee r))$
T	T	T	T	T	T	T.	T
T	T	F	T	T	T	T	T
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	T	T	F	F
F	F	T	F	T	F	T	T
F	F	F	F	F	F	F	

NO es transitiva

$R_{\wedge}$

(1) asociativa $((p \wedge (q \wedge r)) \equiv ((p \wedge q) \wedge r))$

p	q	r	$(q \wedge r)$	$(p \wedge (q \wedge r))$	$(p \wedge q)$	$((p \wedge q) \wedge r)$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	F	F	F	F
T	F	F	F	F	F	F
F	T	T	T	F	F	F
F	T	F	F	F	F	F
F	F	T	F	F	F	F
F	F	F	F	F	F	F

es asociativo.

(2) conmutativa $((p \wedge q) \equiv (q \wedge p))$

p	q	$(p \wedge q)$	$(q \wedge p)$	$((p \wedge q) \equiv (q \wedge p))$
T	T	T	T	T
T	F	F	F	T
F	T	F	F	T
F	F	F	F	T

es conmutativo.

(3) Reflexiva $(p \wedge p)$

p	$(p \wedge p)$
T	T
F	F

NO es Reflexiva.

(4) Irreflexiva $(\neg(p \wedge p))$

p	$(p \wedge p)$	$(\neg(p \wedge p))$
T	T	F
F	F	T

NO es Irreflexiva.

(5) Asimétrica $((p \wedge q) \rightarrow (\neg(q \wedge p)))$

p	q	$(p \wedge q)$	$(q \wedge p)$	$(\neg(q \wedge p))$	$((p \wedge q) \rightarrow (\neg(q \wedge p)))$
T	T	T	T	F	F
T	F	F	F	T	T
F	T	F	F	T	T
F	F	F	F	T	T

NO es asimétrica.

(6) Antisimétrica $(((p \wedge q) \wedge (q \wedge p)) \rightarrow (p \equiv q))$

p	q	$(p \wedge q)$	$(q \wedge p)$	$((p \wedge q) \wedge (q \wedge p))$	$(p \equiv q)$	$(((p \wedge q) \wedge (q \wedge p)) \rightarrow (p \equiv q))$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	F	F	F	T
F	T	F	F	F	F	T
F	F	F	F	F	T	T

es antisimétrica

(7) Indempotente $(((p \wedge p) \wedge p) \equiv (p \wedge p))$

p	$(p \wedge p)$	$((p \wedge p) \wedge p)$	$(((p \wedge p) \wedge p) \equiv (p \wedge p))$
T	T	T	T
F	F	F	T

es indempotente.

(7) Indempotente $(((p \wedge p) \wedge p) \equiv (p \wedge p))$

p	$(p \wedge p)$	$((p \wedge p) \wedge p)$	$(((p \wedge p) \wedge p) \equiv (p \wedge p))$
T	T	T	T
F	F	F	T

es indempotente.

(8) transitiva $(((p \wedge q) \wedge (q \wedge r)) -> (p \wedge r))$

p	q	r	$(p \wedge q)$	$(q \wedge r)$	$((p \wedge q) \wedge (q \wedge r))$	$(p \wedge r)$	$(((p \wedge q) \wedge (q \wedge r)) -> (p \wedge r))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	F	F	T	T
T	F	F	F	F	F	F	T
F	T	T	F	T	F	F	T
F	T	F	F	F	F	F	T
F	F	T	F	F	F	F	T
F	F	F	F	F	F	F	T

es transitiva.

R->

(11) asociativa $((p -> (q -> r)) \equiv ((p -> q) -> r))$

p	q	r	$(q -> r)$	$(p -> (q -> r))$	$(p -> q)$	$((p -> q) -> r)$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	T	T	T
F	T	F	F	T	T	F
F	F	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	F

No es asociativa.

(2) Conmutativa ((p -> q) ≡ (q -> p))

p	q	(p -> q)	(q -> p)	((p -> q) ≡ (q -> p))
T	T	T	T	T
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

No es conmutativa.

(3) Reflexiva (p -> p)

p	(p -> p)
T	T
F	T

es reflexiva

(4) Irreflexiva (¬(p -> p))

p	(p -> p)	(¬(p -> p))
T	T	F
F	T	F

No es irreflexiva

(5) Asimétrica ((p -> q) -> (¬(q -> p)))

p	q	(p -> q)	(q -> p)	(¬(q -> p))	((p -> q) -> (¬(q -> p)))
T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	F	T
F	T	T	F	T	T
F	F	T	T	F	F

No es asimétrica

(6) Antisimétrica (((p -> q) ∧ (q -> p)) -> (p ≡ q))

p	q	(p -> q)	(q -> p)	((p -> q) ∧ (q -> p))	(p ≡ q)	(((p -> q) ∧ (q -> p)) -> (p ≡ q))
T	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T
F	T	T	F	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T

es Antisimétrica.

(7) Indempotente (((p -> p) -> p) ≡ (p -> p))

p	(p -> p)	((p -> p) -> p)	(((p -> p) -> p) ≡ (p -> p))
T	T	T	T
F	T	F	F

No es indempotente.

(8) Transitiva (((p -> q) ∧ (q -> r)) -> (p -> r))

p	q	r	(p -> q)	(q -> r)	(p -> r)	((p -> q) ∧ (q -> r))	(((p -> q) ∧ (q -> r)) -> (p
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	T
T	F	T	F	T	T	F	T
T	F	F	F	T	F	F	T
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

es transitiva.

R<-

(1) Asociativa ((p <- (q <- r)) ≡ ((p <- q) <- r))

p	q	r	(q <- r)	(p <- q)	(p <- (q <- r))	((p <- q) <- r)
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T
T	F	T	F	T	T	T
T	F	F	T	T	T	T
F	T	T	T	F	F	F
F	T	F	T	F	F	T
F	F	T	F	T	T	T
F	F	F	T	T	F	T

No es asociativa.

(2) conmutativa ((p <- q) ≡ (q <- p))

p	q	(p <- q)	(q <- p)	((p <- q) ≡ (q <- p))
T	T	T	T	T
T	F	T	F	F
F	T	F	T	F
F	F	T	T	T

No es conmutativa.

(3) Reflexiva (p <- p)

p	(p <- p)
T	T
F	T

es reflexiva.

(4) Irreflexiva $(\neg(p \leftarrow p))$

p	$(p \leftarrow p)$	$(\neg(p \leftarrow p))$
T	T	F
F	T	F

No es irreflexiva.

(5) Asimétrica $((p \leftarrow q) \rightarrow (\neg(q \leftarrow p)))$

p	q	$(p \leftarrow q)$	$(q \leftarrow p)$	$(\neg(q \leftarrow p))$	$((p \leftarrow q) \rightarrow (\neg(q \leftarrow p)))$
T	T	T	T	F	F
T	F	T	F	T	T
F	T	F	T	F	T
F	F	T	T	F	F

No es asimétrica.

(6) Antisimétrica $(((p \leftarrow q) \wedge (q \leftarrow p)) \rightarrow (p \equiv q))$

p	q	$(p \leftarrow q)$	$(q \leftarrow p)$	$((p \leftarrow q) \wedge (q \leftarrow p))$	$(p \equiv q)$	$(((p \leftarrow q) \wedge (q \leftarrow p)) \rightarrow (p \equiv q))$
T	T	T	T	T	T	T
T	F	T	F	F	F	T
F	T	F	T	F	F	T
F	F	T	T	T	T	T

es antisimétrica.

(7) Indempotente $(((p \leftarrow p) \leftarrow p) \equiv (p \leftarrow p))$.

p	$(p \leftarrow p)$	$((p \leftarrow p) \leftarrow p)$	$(((p \leftarrow p) \leftarrow p) \equiv (p \leftarrow p))$
T	T	T	T
F	T	T	T

es indempotente

(8) transitiva $(((p \leftarrow q) \wedge (q \leftarrow r)) \rightarrow (p \leftarrow r))$

p	q	r	$(p \leftarrow q)$	$(q \leftarrow r)$	$((p \leftarrow q) \wedge (q \leftarrow r))$	$(p \leftarrow r)$	$(((p \leftarrow q) \wedge (q \leftarrow r)) \rightarrow (p \leftarrow r))$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	T	T	T	T
T	F	T	T	F	F	T	T
T	F	F	T	T	T	T	T
F	T	T	F	T	F	F	T
F	T	F	F	T	F	T	T
F	F	T	T	F	F	F	T
F	F	F	T	T	T	T	T

es transitiva

11.

11. $H_{\oplus} : B^2 \rightarrow B$, definida:

$H_{\oplus}(F,F) = H_{\oplus}(F,T) = H_{\oplus}(T,F) = T$ y $H_{\oplus}(T,T) = F$

a)

p	q	$(p \oplus q)$	$(p \wedge q)$	$(\neg(p \wedge q))$
T	T	F	T	F
T	F	T	F	T
F	T	T	F	T
F	F	T	F	T

Prop. = $(\neg(p \wedge q))$

b)

p	$(\neg p)$	$(p \oplus p)$
T	F	F
F	T	T

c)

p	q	$(p \vee q)$	$(p \oplus p)$	$(q \oplus q)$	$((p \oplus p) \oplus (q \oplus q))$
T	T	T	F	F	T
T	F	T	F	T	T
F	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	F

Prop. = $((p \oplus p) \oplus (q \oplus q))$

d) (1) Asociativo

$(p \oplus (q \oplus r)) \not\equiv ((p \oplus q) \oplus r)$

p	q	r	$(q \oplus r)$	$(p \oplus q)$	$(p \oplus (q \oplus r))$	$((p \oplus q) \oplus r)$
T	T	T	F	F	T	T
T	T	F	T	F	F	T
T	F	T	T	T	F	F
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	F	T	T	F
F	T	F	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	F
F	F	F	T	T	T	T

No es asociativo

(2) conmutativo

$((p \oplus q) \equiv (q \oplus p))$

p	q	$(p \oplus q)$	$(q \oplus p)$
T	T	F	F
T	F	T	T
F	T	T	T
F	F	T	T

es conmutativo

(3) Reflexiva $(p \oplus p)$

p	$(p \oplus p)$
T	F
F	T

No es reelexiva.

(4) Irreflexiva $(\neg(p \oplus p))$

p	$(p \oplus p)$	$(\neg(p \oplus p))$
T	F	T
F	T	F

No es irreflexiva.

(5) Asimetrica $((p \oplus q) \rightarrow (\neg(q \oplus p)))$

p	q	$(p \oplus q)$	$(q \oplus p)$	$(\neg(q \oplus p))$	$((p \oplus q) \rightarrow (\neg(q \oplus p)))$
T	T	F	F	T	T
T	F	T	T	F	F
F	T	T	T	F	F
F	F	T	T	F	F

No es asimétrica.

(6) Antisimétrica $(((p \oplus q) \wedge (q \oplus p)) \rightarrow (p \equiv q))$

p	q	$(p \oplus q)$	$(q \oplus p)$	$((p \oplus q) \wedge (q \oplus p))$	$(p \equiv q)$	$(((p \oplus q) \wedge (q \oplus p)) \rightarrow (p \equiv q))$
T	T	F	F	F	T	T
T	F	T	T	T	F	F
F	T	T	T	T	F	F
F	F	T	T	T	T	T

No es antisimetrica.

(7) Indempotente $(((p \oplus p) \oplus p) \equiv (p \oplus p))$

p	$(p \oplus p)$	$((p \oplus p) \oplus p)$	$(((p \oplus p) \oplus p) \equiv (p \oplus p))$
T	F	T	F
F	T	T	T

No es indempotente.

(8) Transitiva $(((p \oplus q) \wedge (q \oplus r)) \rightarrow (p \oplus r))$

p	q	r	$(p \oplus q)$	$(q \oplus r)$	$((p \oplus q) \wedge (q \oplus r))$	$(p \oplus r)$	$(((p \oplus q) \wedge (q \oplus r)) \rightarrow (p \oplus r))$
T	T	T	F	F	F	F	T
T	T	F	F	T	F	T	T
T	F	T	T	T	T	F	F
T	F	F	T	T	T	T	T
F	T	T	T	F	F	T	T
F	T	F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	T	T	T	T
F	F	F	T	T	T	T	T

No es transitiva.

13.

13. [A] [B] [2] [3]

1 2 3 4

p = Tiene vocal

q = Numero par

p	q	$(p \wedge q)$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Se debe destapar la carta 1 y 3, para saber si en verdad se cumple la afirmación.

14.

14. a) Opciónes

(1) p

(2) $l \wedge t$

(3) d

(4) f

(5) $h \wedge r$

b) $(\neg(d \wedge f \wedge p))$

$((\neg l) \wedge t)$ No puede ir de compras.

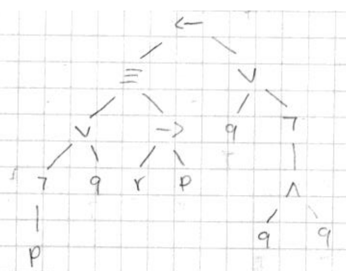
$(h \wedge (\neg r))$

l	t	$(\neg l)$	$((\neg l) \wedge t)$	h	r	$(\neg r)$	$(h \wedge (\neg r))$
T	T	F	F	T	T	F	F
T	F	F	F	T	F	T	T
F	T	T	T	F	T	F	F
F	F	T	F	F	F	T	F

Ejercicios 2.2

1.

1)



a) $v = \{p \mapsto T, q \mapsto T, r \mapsto T\}$

$w = \{p \mapsto T, q \mapsto F, r \mapsto T\}$

4.

(3) $\mathbf{v}((\varphi \not\equiv \psi))$ = T si y solo si $\mathbf{v}(\varphi) \neq \mathbf{v}(\psi)$; de lo contrario $\mathbf{v}((\varphi \not\equiv \psi))$ = F.

Si $\mathbf{v}(\varphi) \neq \mathbf{v}(\psi)$ entonces $H_{\not\equiv}(\mathbf{v}(\varphi), \mathbf{v}(\psi))$= T y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \not\equiv \psi))$ = T. De lo contrario, si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ entonces $H_{\not\equiv}(\mathbf{v}(\varphi), \mathbf{v}(\psi))$= F y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \not\equiv \psi))$ = F.

(4) $\mathbf{v}((\varphi \vee \psi))$ = F si y solo si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ = F; de lo contrario $\mathbf{v}((\varphi \vee \psi))$ = T.

Si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$= F entonces $H_\vee$ ($\mathbf{v}(\varphi)$, $\mathbf{v}(\psi)$)= F y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \vee \psi))$ = F. De lo contrario, si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ = T, $\mathbf{v}(\varphi)$ = T y $\mathbf{v}(\psi)$= F, $\mathbf{v}(\varphi)$ = F y $\mathbf{v}(\psi)$ = T entonces $H_\vee$ ($\mathbf{v}(\varphi)$, $\mathbf{v}(\psi)$)= T y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \vee \psi))$ = T.

(5) $\mathbf{v}((\varphi \wedge \psi))$ = T si y solo si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ = T; de lo contrario $\mathbf{v}((\varphi \wedge \psi))$ = F.

Si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$= T entonces $H_\wedge$ ($\mathbf{v}(\varphi)$, $\mathbf{v}(\psi)$)= T y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \wedge \psi))$ = T. De lo contrario, si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ = F, $\mathbf{v}(\varphi)$ = T y $\mathbf{v}(\psi)$= F, $\mathbf{v}(\varphi)$ = F y $\mathbf{v}(\psi)$ = T entonces $H_\wedge$($\mathbf{v}(\varphi)$, $\mathbf{v}(\psi)$)= F y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \wedge \psi))$ = F.

(6) $\mathbf{v}((\varphi \rightarrow \psi))$ = F si y solo si $\mathbf{v}(\varphi)$=T y $\mathbf{v}(\psi)$=F; de lo contrario $\mathbf{v}((\varphi \rightarrow \psi))$ = T.

Si $\mathbf{v}(\varphi)$ = T $\mathbf{v}(\psi)$= F entonces $H_\rightarrow$ ($\mathbf{v}(\varphi)$, $\mathbf{v}(\psi)$)= F y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \rightarrow \psi))$ = F. De lo contrario, si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ = F, $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ = T, $\mathbf{v}(\varphi)$ = F y $\mathbf{v}(\psi)$= T entonces $H_\rightarrow$ ($\mathbf{v}(\varphi)$, $\mathbf{v}(\psi)$)= T y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \rightarrow \psi))$ = T.

(7) $\mathbf{v}((\varphi \leftarrow \psi))$ = F si y solo si $\mathbf{v}(\varphi)$=F y $\mathbf{v}(\psi)$=T; de lo contrario $\mathbf{v}((\varphi \leftarrow \psi))$ = T.

Si $\mathbf{v}(\varphi)$ = F $\mathbf{v}(\psi)$= T entonces $H_\leftarrow$ ($\mathbf{v}(\varphi)$, $\mathbf{v}(\psi)$)= F y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \leftarrow \psi))$ = F. De lo contrario, si $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ = F, $\mathbf{v}(\varphi) = \mathbf{v}(\psi)$ = T, $\mathbf{v}(\varphi)$ = T y $\mathbf{v}(\psi)$= F entonces $H_\leftarrow$ ($\mathbf{v}(\varphi)$, $\mathbf{v}(\psi)$)= T y consecuentemente $\mathbf{v}((\varphi \leftarrow \psi))$ = T.

6. Demuestre que $\mathbf{v}((\varphi \equiv \varphi))$=T para cualquier valuación $\mathbf{v}$.

$\mathbf{v}((\varphi \equiv \varphi)) = H_\equiv(\mathbf{v}(\varphi),\mathbf{v}(\varphi))$

Si $\mathbf{v}(\varphi)$= T entonces $\mathbf{v}((\varphi \equiv \varphi)) = H_\equiv(T,T) = T$

Si $\mathbf{v}(\varphi)$= F entonces $\mathbf{v}((\varphi \equiv \varphi)) = H_\equiv(F,F) = T$

7. Demuestre que $\mathbf{v}((\varphi \equiv (\neg\varphi)))$=F para cualquier valuación $\mathbf{v}$.

$\mathbf{v}((\varphi \equiv (\neg\varphi))) = H_\equiv(\mathbf{v}(\varphi),H_\neg(\mathbf{v}(\varphi)))$

Si $\mathbf{v}(\varphi)$= T entonces $\mathbf{v}((\varphi \equiv (\neg\varphi))) = H_\equiv(T, H_\neg(\mathbf{v}(\varphi))) = H_\equiv(T,F) = F$

Si $\mathbf{v}(\varphi)$= F entonces $\mathbf{v}((\varphi \equiv (\neg\varphi))) = H_\equiv(F, H_\neg(\mathbf{v}(\varphi))) = H_\equiv(F,T) = F$

8. Demuestre que $\mathbf{v}((\varphi \vee (\neg\varphi)))$ = T para cualquier valuación $\mathbf{v}$.

$\mathbf{v}((\varphi \vee (\neg\varphi))) = H_\vee(\mathbf{v}(\varphi),H_\neg(\mathbf{v}(\varphi)))$

Si $\mathbf{v}(\varphi)$= T entonces $\mathbf{v}((\varphi \vee (\neg\varphi))) = H_\vee(T, H_\neg(\mathbf{v}(\varphi))) = H_\vee(T,F) = T$

Si $\mathbf{v}(\varphi)$= F entonces $\mathbf{v}((\varphi \vee (\neg\varphi))) = H_\vee(F, H_\neg(\mathbf{v}(\varphi))) = H_\vee(F,T) = T$

9. Demuestre que $\mathbf{v}((\varphi \wedge (\neg\varphi))) = F$ para cualquier valuación $\mathbf{v}$.

$\mathbf{v}((\varphi \wedge (\neg\varphi))) = H_{\wedge}(\mathbf{v}(\varphi), H_{\neg}(\mathbf{v}(\varphi)))$

Si $\mathbf{v}(\varphi) = T$ entonces $\mathbf{v}((\varphi \wedge (\neg\varphi))) = H_{\wedge}(T, H_{\neg}(\mathbf{v}(\varphi))) = H_{\wedge}(T,F) = F$

Si $\mathbf{v}(\varphi) = F$ entonces $\mathbf{v}((\varphi \wedge (\neg\varphi))) = H_{\wedge}(F, H_{\neg}(\mathbf{v}(\varphi))) = H_{\wedge}(F,T) = F$