

Testes baseados na distribuição binomial

- teste para uma amostra:
 - binomial
- testes para duas amostras (pareadas):
 - do sinal
 - de McNemar
 - de Wilcoxon

Algumas situações:

- um medicamento é aplicado em animais com determinada doença, e verificamos se o tratamento deu resultado (cura do animal) – ou não. A empresa que fabrica o medicamento afirma que 95% dos animais são curados com a aplicação do medicamento. Como confirmar esta afirmação?
- alunos matriculados em disciplinas, ao final do período são classificados como aprovado ou reprovado. Historicamente em determinada disciplina, a proporção de aprovados é, pelo menos, maior do que a de não aprovados. Como confirmar esta afirmação?
- certa indústria de refrigerantes desenvolveu um produto. O gerente de vendas gostaria de saber se o novo produto é tão preferido quanto o tradicional. Como verificar esta “dúvida”?
- em uma plantação (planta específica) foram observadas ao acaso dez plantas e, entre as dez apenas uma estava infectada com certo fungo. Se a proporção de infestação estiver abaixo de 30%, esta é considerada controlada. Como confirmar esta situação?

O que existe em comum nestes exemplos?

- uma **variável qualitativa** com duas classes de respostas (interesse/não interesse ou sucesso/fracasso)
- informação populacional sobre a quantidade de interesse (**proporção!**)
- objetivo: verificar se a proporção de sucesso (da classe de interesse) observada na amostra indica que esta pode pertencer a uma população com determinada **probabilidade de sucesso**.



Como “contamos” os “sucessos” na amostra e temos as mesmas suposições da **distribuição binomial**, usamos esta distribuição para realizar o teste de hipótese.

Teste binomial

Considere **uma** variável categórica dicotômica observada em uma amostra com n observações (unidades amostrais: peças, pessoas, pacientes, etc.), cujo objetivo, no estudo, é fazer inferência a respeito da probabilidade de sucesso.

- **Amostra**

- resultado de n ensaios (realizações), cujas respostas pertencem ou à classe 1 ou à classe 2 (S/F, S/N, 0/1)
- obtemos o número de observações na classe 1 (O_1) e número de observações na classe 2 ($O_2 = n - O_1$).

- **Suposições**

- os n ensaios são independentes
- todos os ensaios têm mesma probabilidade p de pertencer à classe 1 (“sucesso”).

- **Hipóteses**

a) $H_0: p = p_0$ vs $H_1: p \neq p_0$

b) $H_0: p \leq p_0$ vs $H_1: p > p_0$

c) $H_0: p \geq p_0$ vs $H_1: p < p_0$

- **Teste estatístico**

- como o interesse está nos resultados da classe “sucesso” $\Rightarrow T = O_1$.

- **Região crítica (r.c.) e a decisão**

dependem do tipo de hipótese (unilateral ou bilateral). Nos três casos, usamos valores da distribuição binomial, com parâmetros n e p_0 , para determinar a r.c. e tomar uma decisão.

Definindo um nível de significância α :

a) (teste bilateral): a r.c. de tamanho α corresponde às duas caudas da distribuição binomial(n , p_0).

As caudas inferior e superior têm tamanhos α_1 e α_2 , respectivamente ($\alpha_1 \approx \alpha_2$ e $\alpha = \alpha_1 + \alpha_2$).

Denotando Y uma v.a. com distribuição binomial(n e p_0), encontramos os valores t_1 e t_2 que satisfazem:

$$P[Y \leq t_1] = \alpha_1 \text{ e } P[Y > t_2] = \alpha_2 \text{ (ou } P[Y \leq t_2] = 1 - \alpha_2)$$

e, rejeite H_0 se $T > t_2$ ou se $T \leq t_1$. Caso contrário, aceite H_0

b) como valores grandes de T indicam que H_0 é falso,

$$P[Y > t] = \alpha \text{ (ou } P[Y \leq t] = 1 - \alpha) \Rightarrow \text{rejeite } H_0 \text{ se } T > t$$

c) como valores pequenos de T indicam que H_0 é falso,

$$P[Y \leq t] = \alpha \Rightarrow \text{rejeite } H_0 \text{ se } T \leq t.$$

Observação:

- se $n > 20$ utilizamos a aproximação pela distribuição normal. O valor exato de p é obtido para amostras pequenas. No R, já existe esta implementação.

Aplicação: “Comportamento anoréxico e percepção corporal em universitário”

(Gonçalves, T. D., et al. "Comportamento anoréxico e percepção corporal em universitários" Jornal Brasileiro de Psiquiatria, v. 57, pg. 166-170, 2008)

Um estudo foi realizado para avaliar a percepção corporal e a prevalência de sintomas de anorexia nervosa em estudantes universitários:

- amostra: participaram do estudo: 149 estudantes de Nutrição e 78 estudantes de Educação Física.
- método: o questionário Teste de Atitudes Alimentares (EAT- 26) e Teste de Imagem Corporal foram aplicados para avaliar os sintomas de anorexia nervosa e a percepção corporal, respectivamente.
- Dados:

Sintomas de Anorexia Nervosa	Insatisfação corporal			
	Nutrição		Educação Física	
	Sim	Não	Sim	Não
Sim	20	1	8	0
Não	93	35	53	17

Considerando os resultados da tabela acima e as afirmações:

- de acordo com dados da Organização Mundial da Saúde (OMS), 4,7% dos brasileiros sofrem de compulsão alimentar, anorexia nervosa e transtorno alimentar, quase o dobro da média global, que é de 2,6% (22/7/24)
- insatisfação corporal atinge mais de 50% dos brasileiros,

especifique o tamanho amostral e estatística teste, discuta, construa e teste as hipóteses, para os casos abaixo:

- os estudantes de Nutrição tem tendência a apresentarem comportamento de risco para anorexia nervosa
- os estudantes de Educação Física têm tendência a apresentarem proporção elevada de insatisfação corporal
- as duas turmas (juntas) têm tendência a apresentarem comportamento de risco para anorexia nervosa
- as duas turmas (juntas) têm tendência a apresentarem proporção elevada de insatisfação corporal
- os estudantes de Nutrição têm tendência a apresentarem proporção elevada de insatisfação corporal
- os estudantes de Educação Física têm tendência a apresentarem comportamento de risco para anorexia nervosa.

Vamos para o R!