Testes para igualdade de variâncias

ou

Testes de escala

- Dois termos bastante usados na Estatística: **homogeneidade e heterogeneidade**
- Estes são usados na descrição de propriedades de conjuntos de dados
- Por exemplo: podem ser usados para nos referirmos à média ou variância
- Alguns testes tem a suposição de homogeneidade de variâncias. Como validar esta suposição?
- A heterogeneidade pode invalidar resultados obtidos em testes ou causar erros na modelagem estatística de dados, quando da suposição de homogeneidade.

- No teste de hipótese de homogeneidade testamos se as populações têm variâncias iguais.

- Testes:
  - paramétricos => **F de Fisher** para comparar variâncias de duas populações (independentes), com a suposição de normalidade dos dados. Este teste é bastante sensível a violação da suposição de normalidade.

  - não paramétricos => de Levene (alternativa ao teste de Bartlett), baseado na soma de postos, de Mood, de Ansari-Bradley e, Fligner-Killeen, entre outros.

Testes baseados em postos

- É um teste estatístico não paramétrico usado para comparar a dispersão (variância ou escala) de **duas** amostras independentes.

- É uma alternativa ao teste de **F de Fisher**, que assume normalidade das distribuições.

- **Amostras:**
  Considere duas variáveis aleatórias X e Y, cujas amostras foram retiradas destas populações, possivelmente de tamanhos diferentes.

- **Suposições**:
  - as amostras são independentes
  - as amostras tem distribuições simétricas.

- **Hipóteses**:
  - H_0: as duas populações têm a mesma dispersão (variância/escala).
  - H_1: as dispersões das populações são diferentes.

- **Estatística**:

$$T = \sum_{i=1}^{n} (R(U_{ij}))^2$$

\- em que $U_i = |X_i - \mu_1|$

  \- μ_1 é a média da população de X; se for desconhecida, use a média amostral.

- **Regra de decisão:**
  \- Rejeite H_0 se $T > w(\alpha/2)$ ou $T < w(1-\alpha/2)$, em que w é o quantil da distribuição dos quadrados dos postos (tabelado).

- **Observações:**

  - as hipóteses podem ser unilaterais

  - se existem empates, a distribuição de T, sob H_0, não é mais exata

  - é possível utilizar a aproximação para grandes amostras

  - para três ou mais populações, esse é modificado para testar igualdade de variâncias e a comparação ocorre através da soma total dos postos de cada amostra.

Teste de Ansari-Bradley

- É um teste baseado no grau de dispersão dos postos de duas amostras combinadas.

- **Ideia:** combine as duas amostras, possivelmente de tamanhos diferentes, e atribua postos, de tal forma que a soma de quadrado dos desvios de todas as ordens é zero.

- **Hipóteses**:
  - H_0: as duas populações têm a mesma dispersão (variância/escala).
  - H_1: as dispersões das populações são diferentes

  (Hipóteses unilaterais também podem ser testadas)

- **Amostras:**
  - considere duas variáveis aleatórias X e Y, cujas amostras foram retiradas destas populações, possivelmente de tamanhos diferentes.
  - $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $(y_1, y_2, \ldots, y_m)$, amostras.

Os postos são atribuídos, para as amostras combinadas, da seguinte maneira:

- posto 1 para as menor e maior observações,
- posto 2 para as segundas menor e maior observações,
- posto 3 para as terceiras menor e maior observações
- assim sucessivamente.

- **Estatística do teste**: (soma dos postos da amostra X)
  - se H_0 é falso, os valores de X tendem a estar nas caudas da amostra combinada e portanto receberá os menores postos

- **Regra de decisão:**
  - Rejeite H_0 se $T \geq w$, tal que $P(T \geq w) = \alpha$ (w é obtido da tabela de Ansari-Bradley).

Teste de Siegel-Tuckey

- Este é um “concorrente” do teste F de Fisher, porém, sem a suposição de normalidade dos dados

- **Ideia:** verificar se **duas** amostras provêm de duas populações diferentes com variabilidades diferentes.

- **Suposições:**
  - as duas amostras foram selecionadas aleatoriamente e são independentes
  - as duas populações (das quais as amostras foram retiradas) têm medianas conhecidas.

- **Amostras:**
  - considere duas variáveis aleatórias X e Y, cujas amostras foram retiradas destas populações, possivelmente de tamanhos diferentes

  - $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ e $(y_1, y_2, \ldots, y_m)$, amostras

  - encontre a mediana de cada uma das amostras: M_x e M_y => encontre o amor valor entre as duas medianas e subtraia o menor valor do maior valor

  - da amostra com maior mediana, subtraia o valor da diferença

  - combine as duas amostras (em que uma delas foi alterada) e atribua postos da seguinte forma:
    - atribua o posto 1 para a menor observação e o posto 2 para maior observação
    - atribua o posto 3 para segunda maior observação e 4 para a segunda menor observação
    - e assim sucessivamente.

- **Estatística do teste:**

$$T = R_X + \frac{n(n+1)}{2}$$

- **Regra de decisão:**

  - Rejeite H_0 se $T \geq w$, tal que $P(T \geq w) = \alpha$ (w é obtido da tabela de Wicoxon).

- **Aplicação:**

Métodos para verificar a quantidade de ferro sérico em solução aquosa

(Jung e Parekh, 1970)

Objetivo: comparar diferentes métodos que medem diretamente a quantidade de ferro sérico em uma solução. O objetivo principal é verificar se o novo método não perdeu acurácia em comparação ao método proposto por Ramsay (1957). Vinte análises foram realizadas para cada método usando uma solução que continha 105µg de ferro sérico por 10ml.

Vamos para o R!