Especialização em *Data Science* e Estatística Aplicada

Módulo IV - Análise de Séries Temporais

Prof. Dr. Eder Angelo Milani

Goiânia, 2025

IME
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

FEN
FACULDADE DE ENFERMAGEM

UFG
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS

Conteúdo Programático

- Principais conceitos de séries temporais. (Aula 1)
- Funções de autocovariância e de autocorrelação. (Aula 1)
- Definição e estimação da tendência e da sazonalidade. (Aulas 2 e 3)
- Métodos de suavização. (Aula 3)
- Modelagem Box-Jenkins: modelos AR, MA, ARMA, ARIMA e SARIMA.
- Análise de séries temporais interrompidas.

Conteúdo - Aula 4

1. Modelagem Box-Jenkins: modelos AR, MA e ARMA
   - Introdução
   - Modelos autorregressivos
   - Modelos de médias móveis
   - Modelos autorregressivos e de médias móveis
   - Função de autocorrelação parcial
   - Identificação de modelos ARMA
   - Diagnóstico de modelos ARMA
     Teste de Box-Pierce

Introdução

Uma metodologia bastante utilizada na análise de modelos paramétricos é conhecida como abordagem de Box e Jenkins (1970). Tal metodologia consiste em ajustar modelos autorregressivos integrados de médias móveis, **ARIMA(p, d, q)**, a um conjunto de dados. Para uma atualização recente do texto original veja Box *et al.* (2016).

Introdução

A estratégia para a construção do modelo será baseada em um ciclo iterativo, no qual a escolha da estrutura do modelo é baseada nos próprios dados. Os estágios do ciclo iterativo são:

(a) uma classe geral de modelos é considerada para a análise (*especificação*);
(b) há *identificação* de um modelo, com base na análise de autocorrelações, autocorrelações parciais e outros critérios;
(c) a seguir vem a fase de *estimação*, na qual os parâmetros do modelo identificado são estimados;
(d) finalmente, há a *verificação* ou *diagnóstico* do modelo ajustado, através de uma análise de resíduos, para se saber se este é adequado para os fins em vista (previsão, por exemplo).

Introdução

Caso o modelo não seja adequado, o ciclo é repetido, voltando-se à fase de identificação.

Um procedimento que muitas vezes é utilizado é identificar não só um único modelo, mas alguns modelos que serão então estimados e verificados. Se o propósito é previsão, escolher-se-á entre os modelos ajustados o melhor, por exemplo, no sentido de fornecer o menor erro quadrático médio de previsão.

A fase crítica do procedimento acima é a identificação. É possível que vários pesquisadores identifiquem modelos diferentes para a mesma série temporal.

Introdução

Em geral, os modelos postulados são *parcimoniosos*, pois contêm um número pequeno de parâmetros e as previsões obtidas são bastante precisas, comparando-se favoravelmente com os demais métodos de previsão.

Uma desvantagem da técnica de Box e Jenkins é que a sua utilização requer experiência e algum conhecimento além do uso automático de um pacote de computador.

Introdução

Vamos introduzir uma notação de operadores que será usada extensivamente neste e nos capítulos seguintes. A familiaridade com esta notação facilitará bastante a manipulação dos modelos a serem estudados.

Estes operadores são:

(a) operador translação para o passado, denotado por B e definido por

$$BZ_t = Z_{t-1}, \; B^m Z_t = Z_{t-m};$$

(b) operador diferença, já definido antes,

$$\Delta Z_t = Z_t - Z_{t-1} = (1 - B) Z_t.$$

Segue-se que $\Delta = 1 - B$.

Introdução

Definição: Um processo estocástico $Z = \{Z(t), t \in T\}$ diz-se fracamente estacionário ou estacionário de segunda ordem se e somente se

(i) $E(Z(t)) = \mu(t) = \mu$, constante, para todo $t \in T$;

(ii) $E(Z^2(t)) < \infty$, para todo $t \in T$;

(iii) $\gamma(t_1, t_2) = Cov(Z(t_1), Z(t_2))$ é uma função de $|t_1 - t_2|$.

Introdução

Os modelos que serão estudados agora são casos particulares de um *modelo de filtro linear*. Este modelo supõe que a série temporal seja gerada através de um filtro linear (ou sistema linear), cuja entrada é um ruído branco, ver Figura 1

Figura 1: Filtro linear, com entrada a_t, saída Z_t e função de transferência $\Psi(B)$ - Figura retirada de Morettin e Toloi (2006)

Introdução

Formalmente, temos que

$$Z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots = \mu + \psi(B) a_t, \tag{1}$$

em que

$$\psi(B) = 1 + \psi_1 B + \psi_2 B^2 + \ldots$$

é denominada função de transferência do filtro e μ é um parâmetro determinando o nível da série.

Z_t dado pela equação (1) é um processo linear (discreto). Lembremos que

$$\begin{aligned} E(a_t) &= 0, \forall t, \\ Var(a_t) &= \sigma_a^2, \forall t, \\ E(a_t a_s) &= 0, s \neq t. \end{aligned}$$

Introdução

Chamando $\widetilde{Z}_t = Z_t - \mu$, temos que

$$\widetilde{Z}_t = \psi(B)a_t.$$

Se a sequência de pesos $\{\psi_j, j \geq 1\}$ for finita ou infinita e convergente, o filtro é estável (somável) e Z_t é estacionária. Neste caso, μ é a média do processo.

Caso contrário, Z_t é não-estacionária e μ não tem significado específico, a não ser como um ponto de referência para o nível da série.

Introdução

Podemos escrever $\widetilde{Z}_t$ em uma forma alternativa, como uma soma ponderada de valores passados $\widetilde{Z}_{t-1}, \widetilde{Z}_{t-2}, \ldots$ mais um ruído a_t, ou seja,

$$\widetilde{Z}_t = \pi_1 \widetilde{Z}_{t-1} + \pi_2 \widetilde{Z}_{t-2} + \ldots + a_t = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \widetilde{Z}_{t-j} + a_t.$$

Segue-se que $\left(1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j\right) \widetilde{Z}_t = a_t$, ou

$$\pi(B)\widetilde{Z}_t = a_t,$$

onde $\pi(B)$ é o operador $\pi(B) = 1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \ldots$. Esta forma de escrever é chamada de invertível.

Modelos autorregressivos

Se em

$$\widetilde{Z}_t = \pi_1 \widetilde{Z}_{t-1} + \pi_2 \widetilde{Z}_{t-2} + \ldots + a_t = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j \widetilde{Z}_{t-j} + a_t,$$

$\pi_j = 0$, para $j > p$, obtemos um modelo *autorregressivo de ordem p*, que denotaremos $AR(p)$, ou seja,

$$\widetilde{Z}_t = \phi_1 \widetilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \widetilde{Z}_{t-2} + \ldots + \phi_p \widetilde{Z}_{t-p} + a_t,$$

renomeando os pesos de π_j para ϕ_j, de acordo com a notação usual. Se definirmos o operador autorregressivo estacionário de ordem p por

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \ldots - \phi_p B^P,$$

então pode-se escrever $\phi(B)\widetilde{Z}_t = a_t$.

Modelos autorregressivos

Exemplo: O caso mais simples é o modelo autorregressivo de ordem $p = 1$, AR(1), dado por

$$\widetilde{Z}_t = \phi \widetilde{Z}_{t-1} + a_t,$$

de maneira que Z_t depende apenas de Z_{t-1} e do ruído no instante t.

Como $\pi(B) = \phi(B) = 1 - \phi B$, o processo é sempre invertível.

Substituindo-se, sucessivamente, $\widetilde{Z}_{t-1}, \widetilde{Z}_{t-2}, \ldots,$ etc, obtemos

$$\widetilde{Z}_t = a_t + \phi a_{t-1} + \phi^2 a_{t-2} + \phi^3 a_{t-3} + \ldots = \sum_{j=0}^{\infty} \phi^j a_{t-j},$$

ou seja,

$$\widetilde{Z}_t = \psi(B) a_t = (1 + \phi B + \phi^2 B^2 + \ldots) a_t$$

Modelos autorregressivos

Estacionariedade e Invertibilidade

Como $\pi(B) = \phi(B) = 1 - \phi_1 B - \ldots - \phi_p B^p$ é finito, não há restrições sobre os parâmetros para assegurar a invertibilidade de Z_t.

Para garantir a estacionariedade, temos a condição de que a equação característica $\phi(B) = 0$ tenha raízes fora do círculo unitário.

Modelos autorregressivos

Muitas vezes o modelo pode ser apresentado de maneira diferente, figurando uma constante, que não é a média. Por exemplo, considere o modelo $AR(1)$ dado por

$$Z_t = \phi Z_{t-1} + a_t + \theta_0, \quad |\phi| < 1. \tag{2}$$

Então, tomando a esperança de ambos os lados,

$$E(Z_t) = \phi E(Z_{t-1}) + E(a_t) + \theta_0.$$

Como o processo é estacionário, $E(Z_t) = E(Z_{t-1}) = \mu$, logo $\mu = \phi\mu + \theta_0$, e portanto,

$$\mu = \frac{\theta_0}{1-\phi}.$$

Modelos autorregressivos

Então, escrevendo-se na forma simplificada

$$\begin{aligned} \widetilde{Z}_t &= \phi \widetilde{Z}_{t-1} + a_t \\ \widetilde{Z}_t &= Z_t - \mu = Z_t - \left(\frac{\theta_0}{1-\phi} \right). \end{aligned}$$

Observe que, em (2), se $\theta_0 = 0$, $\mu = 0$. Em geral, um processo AR(p) pode ser escrito como

$$Z_t - \mu = \phi_1 (Z_{t-1} - \mu) + \ldots + \phi_p (Z_{t-p} - \mu) + a_t,$$

ou ainda

$$Z_t = \theta_0 + \phi_1 Z_{t-1} + \cdots + \phi_p Z_{t-p} + a_t,$$

com

$$\mu = \frac{\theta_0}{1 - \phi_1 - \cdots - \phi_p}.$$

FAC de um modelo AR

A função de autocorrelação de um modelo AR(p) é dado por

$$\rho_j = \phi_1 \rho_{j-1} + \phi_2 \rho_{j-2} + \ldots + \phi_p \rho_{j-p}, \; j > 0,$$

que também pode ser escrita como

$$\phi(B)\rho_j = 0,$$

onde o operador B agora age em j : $B\rho_j = \rho_{j-1}$.

FAC de um modelo AR(1)

Para um modelo AR(1)

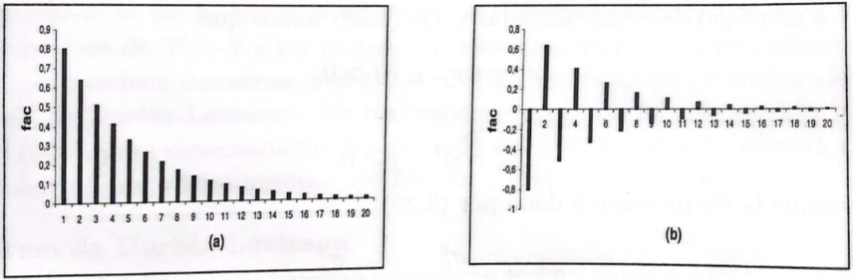

Figura 2: A teórica de um modelo AR(1), com $\phi = 0,8$ em (a) e, $\phi = -0,8$ em (b) - Figura retirada de Morettin e Toloi (2006)

FAC de um modelo AR(2)

Para um modelo AR(2)

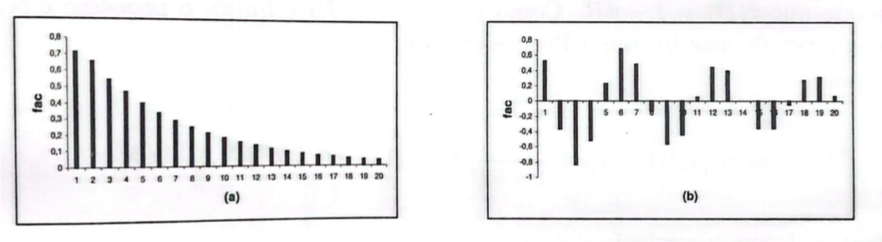

Figura 3: FAC para o modelo AR(2), em (a), com $\phi_1 = 0,5$ e $\phi_2 = 0,3$, em (b), com $\phi_1 = 1,0$ e $\phi_2 = -0,89$ - Figura retirada de Morettin e Toloi (2006)

Modelos autorregressivos

Exemplo: Considere, agora, o modelo AR(2)

$$\widetilde{Z}_t = \phi_1 \widetilde{Z}_{t-1} + \phi_2 \widetilde{Z}_{t-2} + a_t,$$

que pode ser escrito na forma $\phi(B)\widetilde{Z}_t = a_t$, com

$$\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2.$$

Então, pode-se demonstrar que Z_t é estacionário se (as raízes de $\phi(B) = 0$ estiver fora do circulo unitário).

$$\phi_1 + \phi_2 < 1, \;\; \phi_2 - \phi_1 < 1, \;\; -1 < \phi_2 < 1.$$

Modelos autorregressivos

Esta região está representada na Figura 4

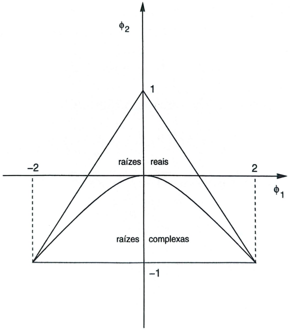

Figura 4: Região de estacionariedade para um modelo AR(2) - Figura retirada de Morettin e Toloi (2006)

Aplicação

Aplicação no *software* R.

Modelos de médias móveis

Considere o processo linear dado em (1), ou seja,

$$Z_t = \mu + a_t + \psi_1 a_{t-1} + \psi_2 a_{t-2} + \ldots = \mu_t + \psi(B)a_t,$$

e suponha que $\psi_j = 0,\ j > q$; obtemos um processo de médias móveis de ordem q, que denotaremos por MA(q) (de "moving average"). De agora em diante usaremos a notação

$$Z_t = \mu + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q},$$

e sendo $\widetilde{Z}_t = Z_t - \mu_t$, teremos

$$\widetilde{Z}_t = (1 - \theta_1 B - \ldots - \theta_q B^q)a_t = \theta(B)a_t,$$

onde $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \ldots - \theta_q B^q$ é o operador de médias móveis de ordem q.

Modelos de médias móveis

Exemplo: O caso mais simples é o MA(1), ou seja,

$$\widetilde{Z}_t = a_t - \theta a_{t-1},$$

ou

$$\widetilde{Z}_t = (1 - \theta B) a_t,$$

de modo que $\theta(B) = 1 - \theta B$.

Como $\psi(B) = 1 - \theta B$ é finito, o processo é sempre estacionário.

Podemos obter a forma invertível, que é dada por

$$\widetilde{Z}_t = -\theta \widetilde{Z}_{t-1} - \theta^2 \widetilde{Z}_{t-2} - \ldots + a_t.$$

Modelos de médias móveis

Estacionariedade e Invertibilidade
Dado que $\psi(B) = 1 - \theta_1 B - \ldots - \theta_q B^q$, não há restrições sobre os parâmetros θ_j para que o processo seja estacionário.

Usando um argumento completamente similar ao que foi feito para um modelo AR(p), no caso de estacionariedade, pode-se verificar que a condição de invertibilidade para um modelo MA(q) é que as raízes da equação característica $\theta(B) = 0$ estejam fora do círculo unitário. Nestas condições, um modelo MA(q) é equivalente a um modelo AR de ordem infinita.

Modelos de médias móveis

Função de autocorrelação

A FAC do processo do processo MA(q) é dado por

$$\rho_j = \begin{cases} \frac{-\theta_j + \theta_1\theta_{j+1} + \theta_2\theta_{j+2} + \cdots + \theta_{q-j}\theta_q}{1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \cdots + \theta_q^2}, & j = 1, \ldots, q, \\ 0, & j > q. \end{cases}$$

Observemos, então, que a FAC de um processo MA(q) é igual a zero para "lags"maiores do que q, ao contrário do que acontece com um processo AR.

FAC do MA(1)

Para um modelo MA(1)

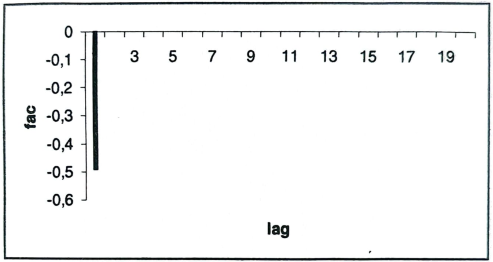

Figura 5: Fac do modelo MA(1) com $\theta = 0,8$ - Figura retirada de Morettin e Toloi (2006)

Modelos de médias móveis

Para um modelo MA(2)

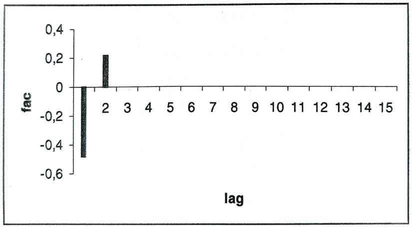

Figura 6: Fac do modelo MA(2) com $\theta_1 = 0,5$ e $\theta_2 = -0,3$ - Figura retirada de Morettin e Toloi (2006)

Modelos de médias móveis

Exemplo: Consideremos, agora, um modelo MA(2),

$$\widetilde{Z}_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2}.$$

O processo resultante será estacionário para quaisquer valores de θ_1 e θ_2, mas inversível somente se as raízes de $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 = 0$ estiverem fora do círculo unitário, obtendo-se

$$\theta_2 + \theta_1 < 1, \quad \theta_2 - \theta_1 < 1, \quad -1 < \theta_2 < 1,$$

que são equivalentes às condições de estacionariedade para um AR(2).

Aplicação

Aplicação no *software* R.

Modelos autorregressivos e de médias móveis

Os modelos autorregressivos são bastante populares em algumas áreas, como em Economia, onde é natural pensar o valor de alguma variável no instante t como função de valores defasados da mesma variável.

Para muitas séries encontradas na prática, se quisermos um modelo com um número não muito grande de parâmetros, a inclusão de termos autorregressivos e de médias móveis é a solução adequada.

Modelos autorregressivos e de médias móveis

Surge, então, os modelos ARMA(p, q), da forma

$$\widetilde{Z}_t = \phi_1 \widetilde{Z}_{t-1} + \ldots + \phi_p \widetilde{Z}_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \ldots - \theta_q a_{t-q}. \tag{3}$$

Se $\phi(B)$ e $\theta(B)$ são os operadores autorregressivos e de médias móveis, respectivamente, introduzidos anteriormente, podemos escrever (3) na forma compacta

$$\phi(B)\widetilde{Z}_t = \theta(B)a_t.$$

Modelos autorregressivos e de médias móveis

Exemplo: Um modelo frequentemente usado é o ARMA$(1,1)$, onde $p = q = 1$, $\phi(B) = 1 - \phi B$ e $\theta(B) = 1 - \theta B$, ou seja, (3) reduz-se a

$$\widetilde{Z}_t = \phi \widetilde{Z}_{t-1} + a_t - \theta a_{t-1}. \tag{4}$$

É fácil ver, substituindo-se sequencialmente $\widetilde{Z}_{t-1}, \widetilde{Z}_{t-2}, \ldots$ em (4), que se obtém $\widetilde{Z}_t$ escrito na forma de um processo linear (ou médias móveis de ordem infinita),

$$\widetilde{Z}_t = \psi(B) a_t,$$

onde $\psi_j = \phi^{j-1}(\phi - \theta), j \geq 1$, de modo que o processo será estacionário se $|\phi| < 1$.

Modelos autorregressivos e de médias móveis

Do mesmo modo, o modelo ARMA$(1,1)$ pode ser escrito na forma

$$\pi(B)\widetilde{Z}_t = a_t,$$

onde os pesos $\pi = \theta^{j-1}(\phi - \theta), j \geq 1$, de modo que o processo é invertível se $|\theta| < 1$.

Segue-se que a condição de estacionariedade para um processo ARMA$(1,1)$ é a mesma que para um processo AR(1) e a condição de invertibilidade é a mesma que para um processo MA(1).

Estas conclusões generalizam-se para um processo ARMA(p,q) qualquer.

Modelos autorregressivos e de médias móveis

Estacionariedade e Invertibilidade

Do que foi exposto acima, podemos concluir que o processo é estacionário se as raízes de $\phi(B) = 0$ caírem todas fora do círculo unitário e o processo é invertível se todas as raízes de $\theta(B) = 0$ caírem fora do círculo unitário.

Modelos autorregressivos e de médias móveis

Função de autocorrelação
A FAC é

$$\rho_j = \phi_1 \rho_{j-1} + \phi_2 \rho_{j-2} + \cdots + \phi_p \rho_{j-p}, \quad j > q,$$

do que se deduz que as autocorrelações de “lags” $1, 2, \ldots, q$ serão afetadas diretamente pelos parâmetros de médias móveis, mas para $j > q$ as mesmas comportam-se como nos modelos autorregressivos.

Modelos autorregressivos e de médias móveis

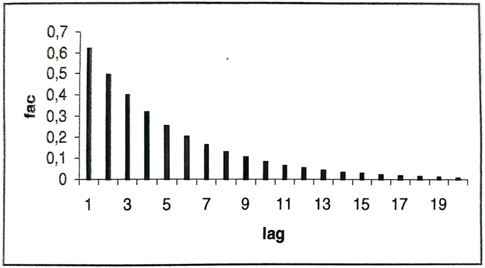

Figura 7: FAC teórica do modelo ARMA(1,1), com $\phi = 0,8$ e $\theta = 0,3$ - Figura retirada de Morettin e Toloi (2006)

Aplicação

Aplicação no *software* R.

Função de autocorrelação parcial

Como visto anteriormente, os processos AR(p), MA(q) e ARMA(p, q) apresentam FAC com características especiais. Assim

(i) um processo AR(p) tem FAC que decai de acordo com exponenciais e/ou senóides amortecidas, infinita em extensão;

(ii) um processo MA(q) tem FAC finita, no sentido que ela apresenta um corte após“lag” q;

(iii) um processo ARMA(p, q) tem FAC infinita em extensão, a qual decai de acordo com exponenciais e/ou senóides amortecidas após o “lag” $q - p$.

Função de autocorrelação parcial

Estas observações serão úteis no procedimento de identificação do modelo aos dados observados; calculando-se as estimativas das FAC, que acreditamos reproduzir adequadamente as verdadeiras FAC desconhecidas e comparando seu comportamento com o descrito acima, para cada modelo, tentaremos escolher um (ou mais) modelo (modelos, respectivamente) que descreva(m) o processo estocástico.

Box, Jenkins e Reinsel (1994) propõem a utilização de um outro instrumento para facilitar este processo de identificação: a *função de autocorrelação parcial* (FACP).

Função de autocorrelação parcial

Vamos denotar por ϕ_{kj} o j-ésimo coeficiente de um modelo AR(k), de tal modo que ϕ_{kk} seja o último coeficiente. Sabemos que

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \ldots + \phi_{kk}\rho_{j-k}, \quad j = 1, \ldots, k,$$

A quantidade ϕ_{kk}, encarada como função de k, é chamada *função de autocorrelação parcial*.

Função de autocorrelação parcial

Pode-se demonstrar (veja Box, Jenkins e Reinsel, 1994) que, para os processos estudados, temos:

(i) Um processo AR(p) tem FACP $\phi_{kk} \neq 0$, para $k \leq p$ e $\phi_{kk} = 0$, para $k > p$;

(ii) Um processo MA(q) tem FACP que se comporta de maneira similar à FAC de um processo $AR(p)$, formada por exponenciais e/ou senóides amortecidas;

(iii) Um processo ARMA(p, q) tem FACP que se comporta como a FACP de um processo MA puro.

Identificação de modelos ARMA

O objetivo da identificação é determinar os valores de p e q do modelo ARMA(p, q), além de estimativas preliminares dos parâmetros a serem usadas no estágio de estimação.

Identificar o processo ARMA(p, q) resultante, através da análise das autocorrelações e autocorrelações parciais estimadas, cujos comportamentos devem imitar os comportamentos das respectivas quantidade teóricas. Estes comportamentos, para modelos AR, MA e ARMA, foram abordados anteriormente.

Identificação de modelos ARMA

Ordem	$(1,0)$	$(0,1)$
comportamento de ρ_k	decai exponencialmente	somente $\rho_1 \neq 0$
comportamento de ϕ_{kk}	somente $\phi_{11} \neq 0$	decaimento exponencial dominante
região de admissibilidade	$-1 < \phi < 1$	$-1 < \theta < 1$
Ordem	$(2,0)$	$(0,2)$
comportamento de ρ_k	mistura de exponenciais ou ondas senóides amortecidas	somente $\rho_1 \neq 0$ e $\rho_2 \neq 0$
comportamento de ϕ_{kk}	somente $\phi_{11} \neq 0$ e $\phi_{22} \neq 0$	dominada por mistura de exponenciais ou senóides amortecidas
região de admissibilidade	$\begin{cases} -1 < \phi_2 < 1 \\ \phi_2 - \phi_1 < 1 \\ \phi_2 + \phi_1 < 1 \end{cases}$	$\begin{cases} -1 < \theta_2 < 1 \\ \theta_2 - \theta_1 < 1 \\ \theta_2 + \theta_1 < 1 \end{cases}$

Ordem	(1,1)
comportamento de ρ_k	decai exponencialmente após o lag 1
comportamento de ϕ_{kk}	dominada por decaimento exponencial após o lag 1
região de admissibilidade	$-1 < \phi < 1$ e $-1 < \theta < 1$

Tabela 1: Comportamento da FAC e admissibilidade em modelos ARMA

Identificação de modelos ARMA

Também podemos fazer o uso de critérios já conhecidos para selecionar a ordem do modelo, os critérios mais utilizados são:

- AIC:= $-2l(\boldsymbol{\theta}) + 2k$,
- BIC:= $-2l(\boldsymbol{\theta}) + klog(N)$,
- AIC$_c$:= AIC + $\frac{2k(k+1)}{N-k-1}$,

sendo que $l(\boldsymbol{\theta})$ é o valor do máximo da log-verossimilhança, k é a quantidade de parâmetros do modelo e N é o tamanho da série temporal

Aplicação

Aplicação no *software* R.

Diagnóstico de modelos ARMA

Após estimar o(s) modelo(s) temos que verificar se ele representa, ou não, adequadamente os dados.

A verificação é feita analisando os resíduos. Se o modelo ajustado for adequado, os resíduos obtidos da modelagem constituirão um ruído branco.

Qualquer desvio observado pode sugerir um modelo alternativo como sendo adequado.

Diagnóstico de modelos ARMA

A forma mais simples e prática é a inspeção visual dos resíduos, fazendo o uso dos seguintes gráficos dos resíduos:

- gráfico dos resíduos ao longo do tempo: deve parecer um ruído aleatório;
- FAC dos resíduos: deve estar dentro dos limites de confiança;
- FACP dos resíduos: deve estar dentro dos limites de confiança.

Teste de Box-Pierce

Box e Pierce (1970) sugeriram um teste para as autocorrelações dos resíduos estimados, que, apesar de não detectar quebras específicas no comportamento de ruído branco, pode indicar se esses valores são muito altos.

Uma variação desse teste foi sugerida por Ljung-Box (1978).

Em ambos os testes, verifica-se os resíduos têm autocorrelação significativa a partir das hipóteses

H_0 : os resíduos são ruído branco (sem autocorrelação), versus

H_1 : os resíduos têm autocorrelação.

Previsão com modelos ARMA

Até o momento já passamos pelos ciclo iterativo de identificação, estimação e diagnóstico. Agora o objetivo é utilizar o modelo identificado, estimado e validado para fazer previsões.

Estamos interessados em prever um valor Z_{t+h}, com $h \geq 1$, supondo que temos observações $\dots, Z_{t-2}, Z_{t-1}, Z_t$, até o instante t, que é chamado origem das previsões. A previsão de origem t e horizonte h será denotada por $\widehat{Z}_t(h)$.

A formulação matemática para as previsões é um pouco complexa, por isso vamos utilizar de rotinas já programadas para realizar as previsões.

Aplicação

Aplicação no *software* R.

Especialização em *Data Science* e Estatística Aplicada

Módulo IV - Análise de Séries Temporais

Prof. Dr. Eder Angelo Milani

edermilani@ufg.br

IME
INSTITUTO DE MATEMÁTICA E ESTATÍSTICA

FEN
FACULDADE DE ENFERMAGEM

UFG
UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS